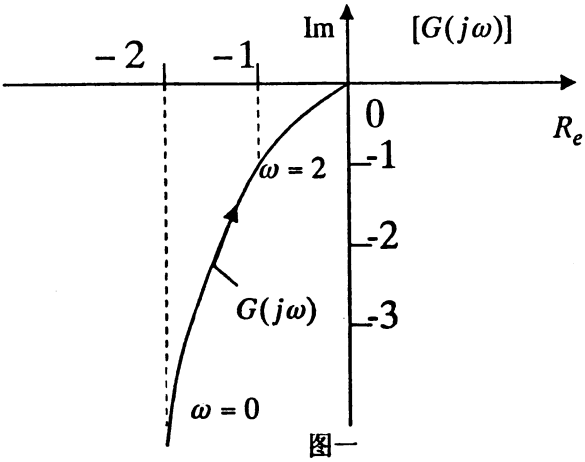
电子科技大学 2006 年硕士学位研究生入学考试答案

控制工程

1、（15 分）设二阶系统为最小相位系统，它的极坐标图如图一所示，求对应的传递函数。



图一

解：（15 分）由图可知传递函数形式为 $G(S)=\dfrac{K}{S(TS+1)}$ （4 分）

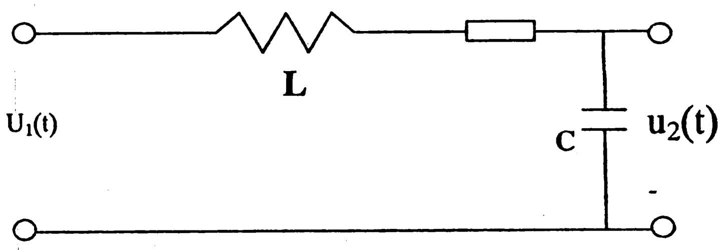
对应的频率特性 $$G(jw)=\frac{K}{jw(jwT+1)} = \frac{-KTw^2}{T^2w^4+w^2}+j\frac{(-w)}{T^2w^4+w^2}=R(w)+jI(w)$$ （4 分）

其中，$R(w)=\dfrac{-KT}{T^2w^2+1}$ 由图可得：$$\begin{cases}\left.\dfrac{-KT}{T^2w^2+1}\right|_{w=2}=-1 \ldots(1)\\ \left.\dfrac{-KT}{T^2w^2+1}\right|_{w=0}=-2 \ldots(2)\end{cases}$$

解（1）、（2）得 $T=\dfrac{1}{2}, K=4$ （4 分）

所以 $$G(S)=\frac{4}{S(\frac{1}{2}S+1)}$$ （3 分）

2、（15 分）已知 RLC 无源网络，如图二所示。令$G(j\omega)=M(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$，当$\omega=10$（rad/s）时，其幅值$M(\omega)=1$，相角$\varphi(\omega)=-90^\circ$，求此 RLC 网络的传递函数。



图二

解：（15 分）由图求得 RLC 网络的传递函数形式：

$$G(S)=\frac{1}{LCS^2+RCS+1}$$

对应的$G(jw)=\dfrac{1}{LC(jw)^2+RC(jw)+1}$ （4 分）

$$M(w)=\left|G(jw)\right|_{w=10}=1-200LC+10000LC^2+100RC^2=1\text{......(1)}$$

其中 （6 分）

$$\varphi(w)=\angle G(jw)\Big|_{w=10}=-tg^{-1}\frac{10RC}{1-100LC}=-90^\circ\text{......(2)}$$

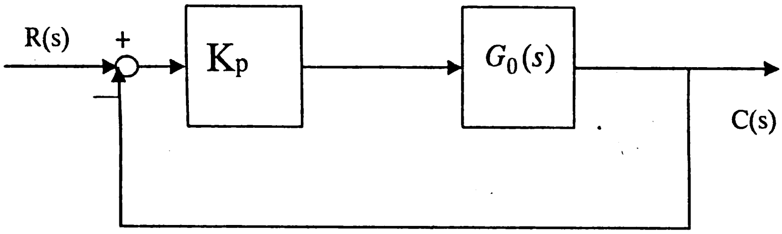
由（2）式解得：$tg90^\circ=\infty=\dfrac{10RC}{1-100LC}$ 即$1-100LC=0$

$$\therefore LC=\frac{1}{100}=0.01\text{......(3)}$$

将（3）代入（1）中，得：$1-2+1+100RC^2=1, RC=\sqrt{\dfrac{1}{100}}=\dfrac{1}{10}=0.1$

最后，$G(S)=\dfrac{1}{0.01S^2+0.1S+1}$ （5 分）

3、（15 分）设控制系统如图三所示。为使闭环系统稳定，试用奈氏判据，求出比例控制器 K_p 的取值范围（$Kp>0$）。其中，$G_0(s)=\dfrac{1}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$



图三

解：系统的开环传递函数为 $G(S)H(S)=\dfrac{K_p}{s(T_1S+1)(T_2S+1)}$

对应的 $G(jw)H(jw)=\dfrac{K_p}{jw(T_1jw+1)(T_2jw+1)}=R(w)+jI(w)$ （4 分）

临界稳定时，奈氏曲线 $G(jw)H(jw)$ 通过 $(-1,j0)$ 点，有：

$$R(w)=\frac{-K_p(T_1+T_2)}{(1+T_1^2w^2)(1+T_2^2w^2)}=-1\ldots\ldots(1)$$

$$I(w)=\frac{-K_p(1-T_1T_2w^2)}{w(1+T_1^2w^2)(1+T_2^2w^2)}=-0\ldots\ldots(2)$$

解（1）、（2）式可得 $K_p=\dfrac{T_1+T_2}{T_1T_2}$ （7 分）

由奈氏判据可知，当 P=0， $K_p<\dfrac{T_1+T_2}{T_1T_2}$ 时，

闭环系统稳定。

$\therefore K_p$ 取值范围为：$0<K_p<\dfrac{T_1+T_2}{T_1T_2}$ （4 分）

4、（15 分）设单位负反馈控制系统的开环传递函数为：

$$G(s)=\frac{K}{s(Ts+1)}$$，其中 K=16，T=0.25

试求：（1）典型二阶系统的参数 ζ， ω_n；

（2）动态性能指标 $\sigma\%$， t_s；

（3）若要 $\sigma\%=16\%$，当 T 不变时，K 应取何值。

解：（15 分）（1）闭环传递函数 $\varphi(S)=\dfrac{K}{TS^2+S+K}=\dfrac{W_n^2}{S^2+2\zeta W_n S+W_n^2}$

对应得

$$W_n=\sqrt{\frac{K}{T}}=\sqrt{\frac{16}{0.25}}=8(rad/s)$$

$$\zeta=\frac{1}{2\sqrt{KT}}=\frac{1}{2\sqrt{16\times 0.25}}=0.25$$

（5 分）

（2）$\sigma\%=e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}\times 100\%=44.4\%$

$$t_s=\frac{4}{\zeta W_n}=\frac{4}{0.25\times 8}=2.0(S)$$ （取 $\Delta=0.02$）

$$t_s\approx\frac{3}{\zeta W_n}=\frac{3}{0.25\times 8}=1.5(S)$$ （取 $\Delta=0.05$）

（6 分）

（3）$\sigma\%=16\%$ 时，可计算出 $\zeta=0.5$，T 不变

由 $\zeta=\dfrac{1}{2\sqrt{KT}}=0.5$

$$K=\frac{1}{4\times T\times 0.5^2}=\frac{1}{4\times 0.25\times 0.25}=4$$

（4 分）

5、（15 分）设控制系统的特征方程式为

$$S^5+S^4+3S^3+3S^2+2S+2=0$$

试判断该系统的稳定性，分析特征根的分布，并求出全部特征根。

解：（15 分）列劳斯表：

S^5	1	3	2
S^4	1	3	2
S^3	0	0	0
S^3	4	6	
S^2	3/2	2	
S^1	3/2		
S^0	2		

（5 分）

辅助方程：

$$A(S)=S^4+3S^2+2=0$$

$$\frac{dA(S)}{dS}=4S^3+6S=0$$

继续完成劳斯表

由劳斯表第 1 列知系统在$[S]$平面内无右根;但出现全 0 行，表明系统不稳定，在虚轴上有根，这类要可由辅助方程求得：（5 分）

$$S^4+3S^2+2=(S^2+1)(S^2+2)=0$$

所以，$S_{1,2}=\pm j$　　　$S_{3,4}=\pm j\sqrt{2}$

用长除法，可得$S_5=-1$（5 分）

6、（15 分）设单位负反馈控制系统的开环传递函数为

$$G(s)H(s)=\frac{10}{s(s+1)(s+4)}$$

试确定位置误差系数 Kp；速度误差系数 Kv 及加速度误差系数 Ka， 并求当输入信号分别为 $r(t)=1(t)+2t$ 和 $r(t)=4+6t+3t^2$ 时系统的稳定误差 e_{ssr}。

$$K_p=\lim_{\delta x\to 0}G(S)H(S)=\lim_{\delta x\to 0}\frac{10}{S(S+1)(S+4)}=\infty$$

解：（15）（1）$K_v=\lim_{\delta x\to 0}S\cdot G(S)H(S)=\lim_{\delta x\to 0}\frac{10}{S(S+1)(S+4)}=2.5$

$$K_a=\lim_{\delta x\to 0}S^2G(S)H(S)=\lim_{\delta x\to 0}\frac{10S}{S(S+1)(S+4)}=0$$

（2）当输入 $r(t)=|(t)+2t$ 时，$R(S)=\frac{1}{S}+\frac{2}{S^2}$

此时系统为 I 型，开环增益 $K=\frac{10}{4}$

按线性系统的叠加原理

$$e_{ssr}=0+\frac{2}{k_u}=0+\frac{2}{k}=0+\frac{2}{\frac{10}{4}}=0.8$$

（3）当输入 $r(t)=4+6t+3t^2$ 时，$R(S)=\frac{4}{s}+\frac{6}{s^2}+\frac{6}{s^3}$

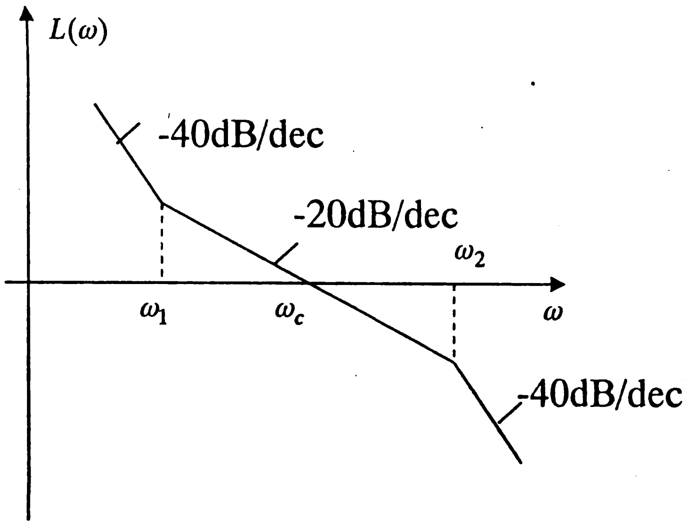
同样可得：

$$e_{ssr}=0+\frac{6}{k_u}+\infty=0+\frac{6}{\frac{10}{4}}+\infty=2.4$$

评分：（1）6 分；（2）6 分；（3）3 分

用终值定理直接计算出正确结果的同样得分。

7、（15 分）设最小相位系统的开环对数幅频特性 $L(\omega)$ 如图四所示。（$\omega_1=10,\quad \omega_c=54,\quad \omega_2=200$），求此系统的开环传递函数，相位稳定裕度 γ，并判断此闭环系统是否稳定。



图四

解：（15 分）（1）由图可得 $G(S)=\dfrac{K(T_1S+1)}{S^2(T_2S+1)}$

其中 $T_1=\dfrac{1}{W_1}=\dfrac{1}{10}=0.1$

$T_2=\dfrac{1}{W_2}=\dfrac{1}{200}=0.005$

$K=W_1W_c=10*54=540$ （可以证明）

$\therefore G(S)=\dfrac{540(0.1S+1)}{S^2(0.005S+1)}$

（2）$\mu=180^\circ-2\times90^\circ+tg^{-1}T_2W_c=79.5^\circ-15.1^\circ=64.4^\circ$

由于 $\mu>0$，所以此系统为稳定系统。

评分：（1）8 分；（2）7 分

若作出对数相频特征，从图找出 μ，只要基本准确，则同样得分

8、（15 分）设单位负反馈控制系统前向通道的传递函数为$G_0(S)=\dfrac{K^*}{S(S+1)}$， 为了使闭环极点的希望位置$S_{1,2}=-1.6\pm j4$，在前向通道中加上一个传递函数为$G_c(S)=\dfrac{(S+2.5)}{(S+a)}$的相位超前网络（$a>2.5$）作为补偿。

试求：求a值，K^*值以及第 3 个闭环极点的值？

解（15 分）:闭环传递函数$\varphi(s)=\dfrac{G_c(s)G_0(s)}{1+G_c(s)G_0(s)}$

闭环特征方程$D(S)=S^3+(a+1)S^2+(a+K^*)S+2.5K^*......(1)$ （5 分）

令第三个闭环极点为$-p_3$，则由三个根可得特征方程

$$D(S)=(S+1.6+j4)(S+1.6-j4)(S-p_3)$$

$$=S^3+(p_3+3.2)S^2+(1.9+3.2p_3)S+19p_3......(2)$$ （4 分）

由（1）.（2）式对应系数相等可得：

$$\begin{cases} p_3+3.2=a+1......(4) \\ 19p_3=2.5K^*......(5) \\ a+K^*=19+3.2p_3......(6) \end{cases}$$ （3 分）

解出 $p_3=3.8$ $K^*=27$. $a=6$ （3 分）

用其他方法得出正确结果的同样得分

9.（15分）已知$G(S)=\dfrac{K_0}{S(S+a)}$，试求脉冲传递函数$G(Z)$？

解：（15分）$G(S)=\dfrac{K}{S(S+a)}=\dfrac{K}{aS}-\dfrac{K}{a(S+a)}$

$$g(t)=L^{-1}\left[\frac{K}{aS}-\frac{K}{a(S+a)}\right]=\frac{K}{a}(1-e^{-at}) \qquad （7分）$$

Z变换式

$$G(Z)=\sum_{h=0}^{\infty}g(hT)Z^{-h}=\sum_{h=0}^{\infty}\frac{k}{a}(1-e^{-ahT})Z^{-h}$$

$$=\frac{k}{a}[\sum_{h=0}^{\infty}Z^{-h}-\sum_{h=0}^{\infty}e^{-ahT}Z^{-h}] \qquad （8分）$$

$$=\frac{k}{a}[\frac{Z}{Z-1}-\frac{Z}{Z-e^{-aT}}]=\frac{k}{a}\cdot\frac{(1-e^{-aT})Z}{(Z-1)(Z-e^{-aT})}$$

10、（15 分）设单位负反馈系统的开环传递函数为$G(S)=\dfrac{K^*(S+2)}{S(S+1)}$

试从数学上证明：复数根轨迹部分是以（-2，j0）为圆心，以$\sqrt{2}$为半径的一个圆。

解（15 分）证明如下：

系统闭环特征方程为$D(S)=S^2+S+K^*S+2K^*=0$ （4 分）

取罗变量$S=\sigma+jW$，则有

$$\sigma^2-W^2+2j\sigma W+(\sigma+jW)(1+K^*)+2K^*=0$$

按实部与虚部两边分别相等，可得

$$\sigma^2-W^2+(1+K^*)\sigma+2K^*=0\ldots\ldots(1)$$

$$jW(2\sigma+1+K^*)=0\ldots\ldots(2)$$

（6 分）

因为根轨迹为复数时 $W\neq0$，此时（2）式必有

$2\sigma+1+K^*=0$ 即 $K^*=-2\sigma-1$

将K^*代入（1）式，并整理得：

$$(\sigma+2)^2+W^2=(\sqrt{2})^2$$

这是一个圆方程，圆心为（-2，j0），半径为$\sqrt{2}$。

证毕。 （5 分）