

摘 要

LDPC 码的 IR_HARQ 方式,通过在重传时增加校验比特或对信息比特打孔两种方式降低码率,从而获得纠错能力更强的码。由于重传过程只需传输部分校验比特,相比其他 HARQ 方式,LDPC 码的 IR_HARQ 方式能够得到更好的吞吐量性能,但它同时要求 LDPC 码具有码率兼容的特性。目前的研究主要集中在如何构造 LDPC 码方面,译码解决方案成为被忽视的问题。

本文提出了一种基于 IR_HARQ 系统的 LDPC 码的改进译码方法。 3σ 原理指出,在 n 比特的分组中出现错误比特的个数大于 3σ 错误区间 $t_{3\sigma}$ 的概率 $P(t \geq t_{3\sigma}) \ll 1$,因此,根据译码前后的误比特率能够计算出译码前后的错误比特数。结果表明,一次译码之后,一帧中绝大部分的错误比特能够被正确译码。如何在重传译码过程中利用已纠正比特所提供的有效信息成为提高重传译码性能的关键所在。

本文对改进后译码方法的具体实现进行了研究。改进译码方法由信道的信噪比特特性确定上次译码过程所能提供的信息量,从而确定加权系数以实现上次译码结果的有效利用。由于绝大多数错误比特在一次译码过程中都可以被纠正,在重传过程中使用新的初始软信息相当于对信息传输过程中的失真进行了一定程度的弥补。同时,LDPC 码采用软信息迭代译码,信道的信噪比特特性是译码时必须的参数,而加权系数与上次译码结果的乘法运算和迭代译码的计算量相比微不足道,因此,改进译码方法在提高重传译码性能、减少迭代次数的同时,并不会增加译码器额外的复杂度。

本文选用 802.16 标准中的(2304, 1920)LDPC 码和(2304, 1728)LDPC 码作为纠错码,在 AWGN 信道下,采用 BPSK 调制和停等协议,对新旧译码方法的吞吐量和迭代次数进行了比较。仿真结果表明,在信噪比相对较低的范围内,新的译码方法可以使吞吐量提高 2%~20%,新方法显示了在低信噪比下的性能优越性;而在信噪比相对较高的范围内,新译码方法对吞吐量的提高并不明显,但迭代次数减少了 5%~20%。

关键字: LDPC 码, IR_HARQ, 3σ 原理, BP 迭代译码

Abstract

A special type of LDPC codes, named structured Rate Compatible LDPC (RC_LDPC) code with flexible code rate and code sizes is proposed. Based on the essential feature of this kind of LDPC code, its Incremental Redundancy Hybrid ARQ is also presented. It reduces code rate by puncturing message bits or extending check bits. As only a part of check bits are retransmitted during retransmission, this scheme could provide better throughput performance than that of other HARQ schemes. However, this scheme requires that the FEC is Rate Compatible codes. The focus of people's research has been on how to build the RC codes, and the decoding scheme is the area to be ignored.

This paper proposes an improved decoding method based on IR_HARQ scheme that uses rate-compatible LDPC codes as the FEC codes. 3σ principle indicates that if a variable X is normally distributed, 99.7% of the observations fall within 3 standard deviations of the mean, that is, between $\mu - 3\sigma$ and $\mu + 3\sigma$. So it is possible to get the numbers of error bits both before and after the decoding process with the bit-error-rate (BER) correspondingly. And the computing result shows that there are always parts of bits has been decoded correctly during a decoding process despite of whether the decoding is successful. How to make good use of the former decoding results is important to enhance the performance of retransmission decoding.

This paper proposes implementation of this improved decoding method. Instead of the initial reliabilities of the first decoding process, the final reliabilities from the previous decoding process could be selected as the initial reliabilities of the previously received bits during the latest decoding process. And the new decoding method calculates the privilege factor by the properties of the channel. Then the former decoding result could be used effectively. As most of error bits have been corrected during last decoding process, the new decoding method gives compensation to the distortion which the channel brings to. Moreover, the proposed scheme will not increase the complexity of the decoder.

Choosing both the (2304, 1920) and (2304, 1728) LDPC codes defined in the 802.16 standard as the FEC codes, this paper simulates the performance of new and traditional decoding methods under AWGN channel with BPSK modulation and stop-and-wait scheme. And the results show that nearly 2%~20% enhance of throughput efficiency could be got while SNR is comparatively lower with the new decoding method. And during the area where SNR is comparatively higher, the enhance of throughput efficiency is not apparent, however, the decrease of iterative times reaches to 5%~20%, and that means the same trend of system decoding time-delay.

Keywords: LDPC Code, IR_HARQ, 3σ Principle, BP Decoding Algorithm

图目录

图 2-1	二元线性 (n, k, N) 卷积码编码器.....	6
图 2-2	$(10, 2, 4)$ LDPC 码双向图	8
图 2-3	并行级联 LDPC 码编码原理图	9
图 2-4	码字符号的联合后验概率分布双向图	14
图 3-1	SAW 停等协议原理图	19
图 3-2	GBN 回退 N 步协议原理图	20
图 3-3	SR 选择重传协议原理图	20
图 3-4	三种 HARQ 方式在 AWGN 信道下的吞吐量.....	27
图 3-5	三种 HARQ 方式在 Rayleigh 信道下的吞吐量	27
图 3-6	三种 HARQ 方式在 AWGN 信道下的残余 FER	28
图 3-7	三种 HARQ 方式在 Rayleigh 信道下的残余 FER.....	28
图 3-8	Type III HARQ 最大重传次数不同时在 AWGN 信道下的吞吐量	29
图 3-9	Type III HARQ 最大重传次数不同时在 Rayleigh 信道下的吞吐量	29
图 4-1	码长为 1400, 码率为 0.7143 的 LDPC 码的性能.....	33
图 4-2	信息比特穿孔的 IR_HARQ 方式原理图	35
图 4-3	扩展方式(直接增加校验位)的 IR_HARQ 方式原理图	36
图 5-1	各次重传时基校验矩阵图示	44
图 5-2	码率为 5/6 的(2304, 1920)LDPC 码比特错误性能图	48
图 5-3	码率为 5/6 的(2304, 1920)LDPC 码块错误性能图	48
图 5-4	码率为 5/6 的(2304, 1920)码两种译码方法吞吐量比较	49
图 5-5	码率为 5/6 的(2304, 1920)码两种译码方法迭代次数比较	50
图 5-6	码率为 5/6 的(2304, 1920)码采用传统译码方法的收敛性	50
图 5-7	码率为 5/6 的(2304, 1920)LDPC 码采用改进后译码方法的收敛性.....	51
图 5-8	码率为 3/4 的(2304, 1728)A 码的比特错误性能图	52
图 5-9	码率为 3/4 的(2304, 1728)A 码的块错误性能图	53
图 5-10	码率为 3/4 的(2304, 1728)A 码采用两种译码方法吞吐量比较	53
图 5-11	码率为 3/4 的(2304, 1728)A 码采用两种译码方法迭代次数比较	54
图 5-12	码率 3/4 的(2304, 1728)B 码比特错误性能.....	55
图 5-13	码率 3/4 的(2304, 1728)B 码块错误性能.....	55
图 5-14	码率 3/4 的(2304, 1728)B 码两种译码方法吞吐量比较	56
图 5-15	码率 3/4 的(2304, 1728)B 码两种译码方法迭代次数比较	56
图 5-16	各次重传时校验矩阵图示	58
图 5-17	扩展方式下两种译码方法吞吐量比较	60
图 5-18	扩展方式下两种译码方法迭代次数比较	60
图 6-1	4-QAM 调制星座图	65
图 6-2	16-QAM 调制星座图	66
图 6-3	64-QAM 调制星座图	69

图目录

图 6-4	自适应调制编码系统模型	70
图 6-5	QPSK 调制方式下两种译码方法吞吐量比较	71
图 6-6	QPSK 调制方式下两种译码方法迭代次数比较	71
图 6-7	16-QAM 调制方式下两种译码方法吞吐量比较	72
图 6-8	16-QAM 调制方式下两种译码方法迭代次数比较	72
图 6-9	64-QAM 调制方式下两种译码方法吞吐量比较	73
图 6-10	64-QAM 调制方式下两种译码方式迭代次数比较	73
图 6-11	(2304, 1920)码三种调制模式下的码块性能	74
图 6-12	自适应调制下两种译码方法吞吐量比较	75
图 6-13	自适应调制下两种译码方法迭代次数比较	75

表目录

表 2-1 (10, 2, 4)LDPC 码校验矩阵 8

表 5-1 5/6 码率的码校验矩阵 $\mathbf{Hb}_{5/6}$ 第 1~12 列 42

表 5-2 5/6 码率的码校验矩阵 $\mathbf{Hb}_{5/6}$ 第 13~24 列 43

表 5-3 3/4 码率的码 A 校验矩阵 $\mathbf{Hb}_{3/4a}$ 第 1~12 列 43

表 5-4 3/4 码率的码 A 校验矩阵 $\mathbf{Hb}_{3/4a}$ 第 13~24 列 43

表 5-5 3/4 码率的码 B 校验矩阵 $\mathbf{Hb}_{3/4b}$ 第 1~12 列 43

表 5-6 3/4 码率的码 B 校验矩阵 $\mathbf{Hb}_{3/4b}$ 第 13~24 列 44

表 6-1 调制编码模式 70

缩略语

英文缩写	英文全称	中文释义
LDPC	Low-Density Parity-Check	低密度奇偶校验
BP	Belief Propagation	置信传播
FEC	Forward Error Control	前向纠错
ARQ	Automatic Repeat reQuest	自动请求重传
HARQ	Hybrid Automatic Repeat reQuest	混合自动请求重传
SAW	Stop and Wait	停等
GBN	Go Back N	回退 N
SR	Selective Repeat	选择重传
AWGN	Additive White Gaussian Noise	加性白高斯噪声
BER	Bit Error Rate	误比特率
BLER	Block Error Rate	块差错率
LLR	Logarithm of Likelihood Ratio	对数似然比
AMC	Adaptive Modulation and Coding	自适应调制与解调
BPSK	Binary Phase Shift Keying	二进制相移键控
QAM	Quadrature Amplitude Modulation	正交幅度调制

独 创 性 声 明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得电子科技大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

签名： 杨锦雅 日期： 2008 年 6 月 10 日

关于论文使用授权的说明

本学位论文作者完全了解电子科技大学有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权电子科技大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

（保密的学位论文在解密后应遵守此规定）

签名： 杨锦雅 导师签名： 周

日期： 2008 年 6 月 10 日

第一章 引言

1.1 研究背景

随着无线通信的快速发展,对无线通信业务的需求从单一的低速话音业务转向各种多媒体业务,而各种高速数据业务方案都要求系统具有低残留差错率和高吞吐量的特性。在有扰信道中提高信息传输质量的常用方法是增加接收端的信噪比或采用抗干扰技术。1948年香农在他的著名论文“通信的数学理论”中指出^[1]:在有扰信道中,当信息传输速率低于信道容量时,通过某种编译码方法随着码长的增加能使误码率任意小。

香农指出,采用纠错码^[2]是提高信息传输可靠性的一种重要手段。1993年,C.Berrou、A.Glavieux和P.Thitimajshima提出了一种新的信道编码方案——Turbo码^[3]。由于Turbo码很好地应用了香农信道编码定理中的随机性编、译码条件,从而获得了几乎接近香农理论极限的译码性能。在深入研究Turbo码原理的过程中,1996年Mackay、Spielman和Wiberg几乎同时发现:Gallager早在1962年提出的低密度奇偶校验(Low-Density Parity-Check, LDPC)码^{[4][5]}具有比Turbo码更低的线性译码复杂度,并被证明在采用基于置信传播BP(Belief Propagation)迭代译码算法的条件下具有逼近Shannon限的良好性能。

使用在传输信息中加入校验信息的前向纠错(Forward Error Control, FEC)方式可以很好地提高信息传输的可靠性。此外,传统的差错控制方式中还包括自动请求重传(Automatic Repeat reQuest, ARQ)方式,即在信息码元中加入部分检测信息,接收端检测信息以确定传输码元是否出错,一旦出错则要求发端重发,直到正确传输为止。FEC方案有恒定的通过量和时延,但它不必要的开销却减少了通过量,而ARQ虽然在误码率不是很高的时候可以得到理想的通过量,但它要产生可变时延,不宜于提供实时服务。如果适当结合两种差错控制方式,则FEC和ARQ的缺点都能被有效克服。这种结合FEC和ARQ的差错控制方式称为混合ARQ(Hybrid ARQ, HARQ)方式。

目前,LDPC码与HARQ的结合有两类方案:一是LDPC码与type II HARQ技术结合,这种方案要求一帧中的全部比特都被重发,信道利用率不高,吞吐量

较低；二是 LDPC 码与 type III HARQ 方式结合，即 LDPC 码的递增冗余 HARQ(Incremental Redundancy HARQ, IR_HARQ)技术，主要通过扩展和穿孔两种方式实现。扩展方式是在前次译码不成功时，通过再发送更多的校验比特和前次发送的码比特一起得到纠错能力更强的码率更低的码，穿孔方式是通过减少信息比特得到码率更低的码。由于重传过程中只传输部分校验比特信息，IR_HARQ 可以保证很好的吞吐量特性。

由于 LDPC 码的 IR_HARQ 技术要求 LDPC 码具有码率兼容的特性，目前的研究主要集中在如何构造 LDPC 码方面，译码解决方案成为被忽视的问题。这个问题不仅仅在 LDPC 码的 IR_HARQ 技术中被忽视，在其它纠错码(如 Turbo 码，卷积码)的 IR_HARQ 技术中也被忽视。纠错码与 HARQ 的结合的 IR_HARQ 技术由于每次传送的都是部分比特，保留了原来传输的比特，这个特点在译码中应该加以利用，即有效地利用前次传输比特的译码结果作为当前译码的参考。

在我们查阅的文献中没有关于各种纠错码的 IR_HARQ 技术译码解决方案。目前，关于 LDPC 码的专利国外共 94 个，关于 LDPC 码—IR_HARQ 的专利国外共 2 个；国内关于 LDPC 码的专利有 16 个，关于 HARQ 的专利共 8 个。专利[6]提出针对通信中信道的不同质量采用不同的编码方式，在初次传送时用编、译复杂度相对较低的码，译码不成功再重新用强有力的 LDPC 码进行编码传送，以此来实现 HARQ 方式。专利[7]提出采用随机 LDPC 码的穿孔方式实现 HARQ，它的实现方式和文献[8]提出的思想是一致的。专利[9]提出一种基于不规则 LDPC 码的 HARQ 方式，在译码失败后，优先发送可靠度大的比特，重传后采用传统的等增益合并和最大比合并。以上专利均没有涉及重传后译码的改进技术。

3σ 原理指出，在 n 比特的分组中出现错误比特的个数大于 3σ 错误区间 $t_{3\sigma}$ 的概率 $P(t \geq t_{3\sigma}) \ll 1$ ，因此，由译码前后的误比特率能够计算出译码前后的错误比特数。结果显示，一次译码之后，一帧中约 90% 的错误比特能够被正确译码。如何在重传译码过程中利用已纠正部分比特的信息成为提高重传译码性能的关键问题。

本论文提出基于 IR_HARQ 方式下的一种 LDPC 码的改进译码方法。改进译码方法由信道的信噪比特性来确定上次译码所能提供的信息量，并由此信息量确定加权系数从而实现对前次译码结果的有效利用。由于 LDPC 码的迭代译码是软判决译码，信道的信噪比特性是译码时必须的参数，不需要额外提供，而加权系

数与上次译码结果的乘法运算和迭代译码的计算量相比微不足道，所以改进后的译码方法在提高重传译码性能、减少译码迭代次数的同时，并不增加译码器额外的复杂度，。

1.2 论文结构安排及主要成果

论文的结构安排如下：

第二章中首先对纠错码进行简单介绍，并给出 LDPC 码的定义和结构特点。接着讨论 LDPC 码的码构成方法，其中并行级联 LDPC 码和半随机 LDPC 码作为码率兼容码，在第五章的仿真中还将进一步讨论。最后详细说明 LDPC 码的迭代译码原理和过程。

第三章首先介绍自动重传的三种协议，并提出衡量协议性能的评估标准。接下来介绍三种类型的混合自动重传 HARQ 协议，并以 Turbo 码对三种方式进行性能评估，论证 type III HARQ 比较另外两种协议的优越性。

第四章首先提出译码改进算法的理论依据，并介绍 IR_HARQ 的两种实现方式的原理方案，最后结合两种方式介绍改进译码方式的算法过程。

第五章采用第二章中介绍的并行级联 LDPC 码和半随机 LDPC 码作为校验码，在信息比特打孔和直接扩展校验位两种 IR_HARQ 的实现方式下，在同样的仿真条件下对改进前后的两种译码方法进行仿真和对比，最后对仿真结果作出评估和分析。

第六章研究改进后的译码方式在多阶调制和自适应调制中的应用。

第七章对全文进行总结，并指出继续进行的相关研究工作和未来可能的研究方向。

第二章 LDPC 码概述

由于通信信道固有的噪声和衰落特性，信号在经过信道传输到达通信接收端的过程中不可避免地会受到干扰而导致信号失真，通常需要采用差错控制技术来检测和纠正由信道失真引起的信息传输错误。

传统的差错控制技术一般分为 FEC 和 ARQ 两类。FEC 方式是发信端采用某种在解码时能纠正一定程度传输差错的较复杂的编码方法，使接收端在收到信码中不仅能发现错码，还能够纠正错码。采用前向纠错方式时，不需要反馈信道，也无需反复重发而延误传输时间，对实时传输有利，但是纠错设备比较复杂。

本章将简单介绍各种纠错编码方式，并详细介绍 LDPC 码的编码和译码方案。

2.1 纠错码简介

纠错码^[2]的发展源自二十世纪四十年代末两个几乎同期进行但相互独立的工程性研究工作。一是为解决噪声中的可靠通信问题而进行的研究，其创新性的代表成果是香农的具有存在性和概率性的无差错编码传输原理，因其蕴含的随机编码思想而促进了数字通信的信号设计与编码的工程技术发展和应用；二是为解决消息存储中少量比特差错问题而进行的研究，其创新性的代表成果是汉明(Hamming)的具有构造性和组合性的检纠错码，因其蕴含的组合学特性而由此促使了“纠错码”这样一个建立在代数与近世代数、组合数学、数论、计算数学等数学门类基础上的新的数学分支的诞生和发展。

一个纠错码被称为好码通常是指当码长增大时最小码距与码长之比趋于常数值，即在码长增大时系统可纠正的差错数同比例增长，从而可能以非零的码率或传信率实现无差错信息传输。在此意义上，纠错码的发展主线就是不断以多种途径寻求好码的构造和与之相对应的最佳译码方法。

纠错码的研究和发展可以大致分为四个基本领域：

- (1) 码限：码或某一类码的整体性能特性。
- (2) 码构造：具体码或某一类码的构造和实现。
- (3) 译码：具体码或某一类码的译码及其相应的纠检错性能。

(4) 码的应用。

纠错码的多种研究途径可表现为对纠错码的四个基本分类：

- (1) 分组码与卷积码：按消息分组与码字分组的对应关系是一对一还是多对一分类。
- (2) 线性码与非线性码：按码字集合是否线性空间分类。
- (3) 域码与非域码：按码元集合是否代数域分类。
- (4) 汉明空间码与非汉明空间码：按码是否汉明距离空间子集分类。

2.1.1 线性分组码

一个 $[n, k]$ 分组码，是将信息按 k 个码元划为一段，通过编码器变成长为 n 个码元的一组，将之作为 $[n, k]$ 线性分组码的一个码字。二进制的线性分组码共有 2^k 个码字， 2^n 个 n 维数组组成 $GF(2)$ 上的 n 维线性空间。如果 2^k 个码字集合构成了一个 k 维线性子空间，则称它是一个 $[n, k]$ 线性分组码。

线性分组码的编码过程可以看作一个矢量和一个矩阵相乘的结果

$$\mathbf{c} = \mathbf{m}\mathbf{G} \quad (2-1)$$

其中， $\mathbf{G}$ 是由 k 个 n 维矢量 $\{\mathbf{g}_0, \mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_{k-1}\}$ 构成的矩阵， $\mathbf{m}$ 是信息序列 $\{m_0, m_1, \dots, m_{k-1}\}$ ， $\mathbf{c}$ 是编码得到的 n 维编码输出 $\{c_0, c_1, \dots, c_{n-1}\}$ 。

矩阵 $\mathbf{G}$ 称为编码生成矩阵，形式为

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_0 \\ \mathbf{g}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{0,0} & g_{0,1} & \cdots & g_{0,n-1} \\ g_{1,0} & g_{1,1} & \cdots & g_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{k-1,0} & g_{k-1,1} & \cdots & g_{k-1,n-1} \end{bmatrix}$$

若 $[n, k]$ 线性分组码属于 n 维线性空间 V_n 的一个子集，则在 n 维线性空间 V_n 中必存在一个维数为 $n-k$ 的对偶空间 $V_n^{(n-k)}$ 。这个对偶空间中存在一个 $[n, n-k]$ 线性分组码，它的生成矩阵可以是由一组基矢量 $\{\mathbf{h}_0, \mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{n-k-1}\}$ 构成的矩阵记做：

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_0 \\ \mathbf{h}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{n-k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{0,0} & h_{0,1} & \cdots & h_{0,n-1} \\ h_{1,0} & h_{1,1} & \cdots & h_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{n-k-1,0} & h_{n-k-1,1} & \cdots & h_{n-k-1,n-1} \end{bmatrix}$$

由对偶空间的定义，有 $\mathbf{GH}^T = \mathbf{O}$ 或 $\mathbf{HG}^T = \mathbf{O}$ 。

因此对于 $[n, k]$ 分组码中的任意一个码字 $\mathbf{c}$ 均有

$$\mathbf{cH}^T = \mathbf{0}^T \quad (2-2)$$

其中，矩阵 $\mathbf{H}$ 为线性分组码 $[n, k]$ 的一致校验矩阵， $\mathbf{O}$ 为全零矩阵， $\mathbf{0}$ 为零向量。

$\mathbf{H}$ 矩阵被用来在接收端对式(2-2)进行检查，由此判断接收到的矢量是否是一个码字。若乘积不为零矢量，则 $\mathbf{c}$ 必然不是码字集合 $\mathbf{C}$ 中的一个码字。

2.1.2 卷积码

卷积码是由伊莱亚斯(Elias)^[10]于 1955 首先提出来的。它充分利用了各码组之间的相关性，本组的信息元不但决定本组的校验元，而且也参与决定以后若干组的校验元。同时在译码过程中，不仅从该时刻所收到的码组中提取译码信息，而且还利用以前或以后若干时刻收到的码组来提取有关信息。

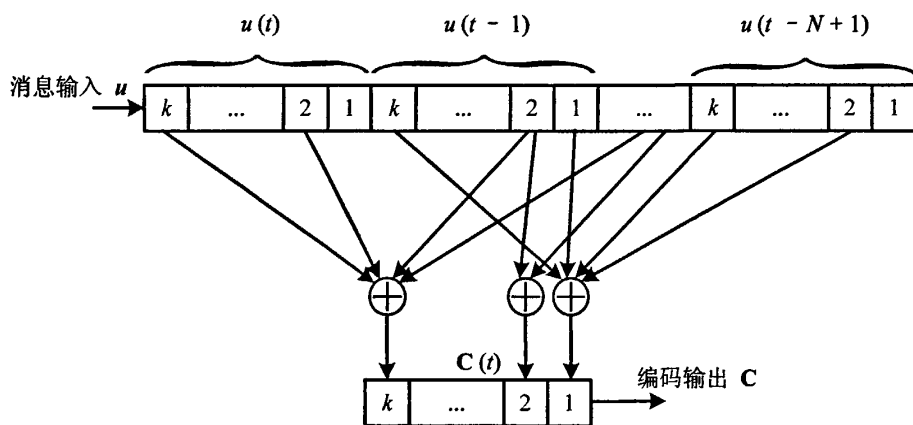


图2-1 二元线性 (n, k, N) 卷积码编码器

卷积码由发送的信息序列通过一个线性的、有限状态的移位寄存器产生。通常，该移位寄存器由 N 级(每级 k 比特)和 n 个线性的代数函数生成器组成，如图

2-1 所示。二进制数据移位输入到编码器，沿着移存器每次移动 k 比特位。每一个 k 比特长的输入序列对应一个 n 比特长的输出序列。由图 2-1 可知， n 个输出比特不但与当前的 k 个输入比特有关，而且与以前的 $(N-1)k$ 个输入信息比特有关。整个编码过程可以看成是输入信息序列与由移位寄存器和模 2 和连接方式所决定的另一种序列的卷积。参数 N 称为卷积码的约束长度。常把卷积码记作 (n, k, N) ，它的编码效率为 $R_c = k/n$ 。

2.2 LDPC 码简介

LDPC 码是近年来信道纠错编码技术取得的最重要成果。它是一类可以用非常稀疏的校验矩阵或二分图定义的线性分组纠错码，最初由 Gallager^{[4][5]}于 1962 年提出，亦称 Gallager 码。随着计算机能力的增强和相关理论的发展，在三十多年的沉寂之后，1996 年 LDPC 码被 Mackay 等“再发现”^[11]，并被证明在采用基于置信传播 BP 迭代译码算法的条件下具有逼近 Shannon 限的良好性能。其中，1/2 码率的不规则 LDPC 码距离 Shannon 限仅为 0.0045dB^{[11]~[15]}，是目前距 Shannon 限最近的纠错码。

LDPC 码的特点是：在许多场合下性能优于 Turbo 码，具有较大灵活性和较低的差错平底特性；描述简单，对严格的理论分析具有可验证性；译码复杂度低于 Turbo 码^[16]，且可实现完全的并行操作，便于硬件实现；吞吐量大，极具高速译码潜力。因此 LDPC 码能以最小的冗余代价改善整个系统的传输性能。

设计优良的 LDPC 编、译码方案结合 HARQ 差错控制方式和自适应调制的链路自适应技术成为目前具有广泛应用前景的一项技术。

2.2.1 LDPC 码的定义

LDPC 码由它的校验矩阵定义，设码长为 N ，信息位为 K ，则码校验矩阵 $\mathbf{H}$ 是一个 $(N-K) \times N$ 的矩阵。二元 LDPC 码的校验矩阵 $\mathbf{H}$ 要满足以下四个条件：

- (1) $\mathbf{H}$ 矩阵的每行有 ρ 个“1”；
- (2) $\mathbf{H}$ 矩阵的每列有 γ 个“1”；
- (3) $\mathbf{H}$ 矩阵的任意两行(或两列)间共同的“1”的个数不超过 1；
- (4) 与码长和 $\mathbf{H}$ 矩阵中的行数相比较， ρ 和 γ 很少，LDPC 码的校验矩阵是稀疏矩阵。该 LDPC 码一般表述为 (N, γ, ρ) 。

LDPC 码的校验矩阵对应可用一个双向图表示,如图 2-2 所示。图的下边有 N 个节点, 每个节点表示码字的信息位, 称为信息节点, 对应于校验矩阵各列; 图的上边有 $N-K$ 个节点, 每个节点表示码字的一个校验集, 称为校验节点, 对应于校验矩阵各行; 与校验矩阵中“1”元素相对应的左右两节点之间存在连接边, 边两端的节点称为相邻节点, 每个节点相连的边数称为该节点的度数(Degree), 每个信息节点与 γ 个校验节点相连, 称该变量节点的度数为 γ ; 每个校验节点与 ρ 个信息节点相连, 称该校验节点的度数为 ρ 。这种双向图中节点度数相同的 LDPC 码称为规则 LDPC 码。双向图中节点度数不相同的 LDPC 码称为不规则 LDPC 码。

表2-1 (10, 2, 4)LDPC 码校验矩阵

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
z_1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
z_2	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
z_3	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0
z_4	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
z_5	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1

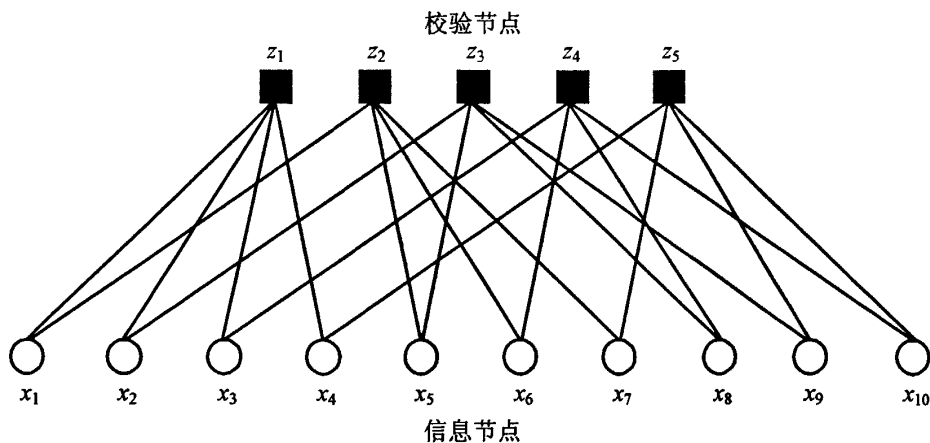


图2-2 (10, 2, 4)LDPC 码双向图

例如, (10, 2, 4)规则 LDPC 码的校验矩阵和双向图如表 2-1, 图 2-2 所示, 信息节点的度数为 2, 校验节点的度数为 4。

2.2.2 LDPC 码的结构编码

一个 LDPC 码可完全由其校验矩阵确定，因而矩阵的结构对码的性能有决定性的影响。Gallager 和 Mackay 提出的构造方法都是通过随机方法构造校验矩阵，而随机方法构造的校验矩阵没有一定的结构规律，具有高编码复杂度，而正是这种高编码复杂度成为 LDPC 码应用的“瓶颈”问题。为解决此问题，相继有学者提出用不同的代数方法构造结构 LDPC 码，以实现以下几个目的：增大图中的环，优化不规则码的节点分布，减小编码复杂度。

2.2.2.1 准循环结构 LDPC 码

令 LDPC 码的校验矩阵 $\mathbf{H}$ 为：

$$\mathbf{H} = [\mathbf{H}_1 \quad \mathbf{H}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{H}_l] \quad (2-3)$$

其中子矩阵 $\mathbf{H}_i$ 为循环矩阵， $\mathbf{H}_i$ 可由有限几何方法^[17]、组合方法^[18]和序列设计^[19]等方法得到，这样构造的代数结构 LDPC 码具有循环或准循环结构，编码非常简单，译码性能也很好。代数结构 LDPC 码的缺点是码参数(码长和码率)的选择没有随机码灵活，通过矩阵行、列分解技术等能够部分解决这个问题。

2.2.2.2 并行级联 LDPC 码

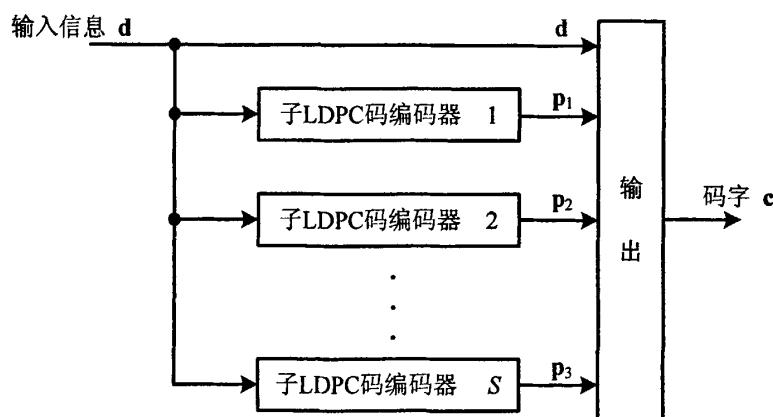


图2-3 并行级联 LDPC 码编码原理图

并行级联 LDPC(Parallel Concatenated LDPC codes, PC_LDPC)码是一类特殊的 LDPC 码，它是码率对应为 $\{R_1, R_2, \dots, R_S\}$ 、码长对应为 $\{N_1, N_2, \dots, N_S\}$ 、信息位均为 K 的 S 个规则或不规则 LDPC 码并行级联而成，其编码原理如图 2-3 所示。

图 2-3 中第 i 个子 LDPC 码校验矩阵为 $[\mathbf{H}_i^d \ \mathbf{H}_i^p]$ ，则相应的 (N, K) PC_LDPC 码的校验矩阵为：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_1^d & \mathbf{H}_1^p & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} \\ \mathbf{H}_2^d & \mathbf{O} & \mathbf{H}_2^p & \cdots & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_i^d & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{H}_i^p & \cdots & \mathbf{O} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_S^d & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{H}_S^p \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

式中“ $\mathbf{O}$ ”为全零矩阵。PC_LDPC 码的码率 R 满足下式：

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_i} - S + 1 \quad (2-5)$$

若以 d 表示信息向量， $p_1, p_2, \dots, p_S$ 表示校验向量，PC_LDPC 码的码字表示为 $\mathbf{c} = [d \ p_1 \ p_2 \ \cdots \ p_S]$ ，则有：

$$[\mathbf{H}_1^d \ \mathbf{H}_1^p][d \ p_1]^T = 0 \quad (2-6)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_1^d & \mathbf{H}_1^p & \mathbf{O} \\ \mathbf{H}_2^d & \mathbf{O} & \mathbf{H}_2^p \end{bmatrix} [d \ p_1 \ p_2]^T = 0 \quad (2-7)$$

$\vdots$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_1^d & \mathbf{H}_1^p & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} \\ \mathbf{H}_2^d & \mathbf{O} & \mathbf{H}_2^p & \cdots & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_i^d & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{H}_i^p & \cdots & \mathbf{O} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_S^d & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{H}_S^p \end{bmatrix} \mathbf{C}^T = 0 \quad (2-8)$$

PC_LDPC 码是码率兼容码，是速率可变的一组嵌套码，编、译码时具有码率兼容性。不同码率的一组码可以使用相同的编码器。在信道条件好时可使用码率较高的码，在信道条件差时则可使用码率较低的码，码率的变化不会额外增加系统的复杂度，显示了良好的优越性能，可用于链路自适应的信道编码。

2.2.2.3 半随机 LDPC 码

将码长为 n 、信息位为 k 的 LDPC 码校验矩阵 $\mathbf{H}$ 分解为两个子矩阵：

$$\mathbf{H} = [\mathbf{H}^d \quad \mathbf{H}^p] \quad (2-9)$$

其中, $\mathbf{H}^d$ 是一个 $(n-k) \times k$ 的矩阵, 称为信息位矩阵, 采用随机方法构造。

$$\mathbf{H}^d = \begin{bmatrix} h_{1,1}^d & h_{1,2}^d & h_{1,3}^d & \cdots & h_{1,k-1}^d & h_{1,k}^d \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ h_{i,1}^d & h_{i,2}^d & h_{i,3}^d & \cdots & h_{i,k-1}^d & h_{i,k}^d \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ h_{n-k-1,1}^d & h_{n-k-1,2}^d & h_{n-k-1,3}^d & \cdots & h_{n-k-1,k-1}^d & h_{n-k-1,k}^d \\ h_{n-k,1}^d & h_{n-k,2}^d & h_{n-k,3}^d & \cdots & h_{n-k,k-1}^d & h_{n-k,k}^d \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

$\mathbf{H}^p$ 是一个 $(n-k) \times (n-k)$ 的矩阵, 称为校验位矩阵, 是双对角线形式的三角子矩阵, 具有如下形式:

$$\mathbf{H}^p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

例如, 一个 8×8 的 $\mathbf{H}^p$ 矩阵是:

$$\mathbf{H}^p = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

相应地, 将 $\mathbf{H}$ 矩阵所对应的码矢量 $\mathbf{c}$ 分解为对应的校验位向量 $\mathbf{c}^p$ 信息位向量 $\mathbf{c}^d$, 即有 $\mathbf{c} = [\mathbf{c}^d \quad \mathbf{c}^p]$, 奇偶校验矩阵 $\mathbf{H}$ 与码向量 $\mathbf{c}$ 之间有如下关系:

$$\mathbf{H}\mathbf{c}^T = [\mathbf{H}^d \quad \mathbf{H}^p] \begin{bmatrix} \mathbf{c}^d \\ \mathbf{c}^p \end{bmatrix} = \mathbf{H}^d \mathbf{c}^d + \mathbf{H}^p \mathbf{c}^p = \mathbf{0} \quad (2-12)$$

给定任意一个信息位向量 $\mathbf{c}^d$, 可利用构造出的校验位矩阵 $\mathbf{H}^p$ 、信息位矩阵

$\mathbf{H}^d$ 以及映射矢量 $\mathbf{v}$ 产生码矢量 $\mathbf{c}$, $\mathbf{v}$ 定义为方程(2-12)的解:

$$\mathbf{H}^p \mathbf{c}^p = \mathbf{v} = \mathbf{H}^d \mathbf{c}^d \quad (2-13)$$

令 $[\mathbf{H}^p]^{-1} = \mathbf{U}^p$, $\mathbf{U}^p$ 是三角矩阵, 式(2-13)运算时取模 2 和, 则

$$\mathbf{c}^p = \mathbf{U}^p \mathbf{v} \quad (2-14)$$

先计算 $\mathbf{v}$, 再利用式(2-14)转换 $\mathbf{v}$, 计算出 $\mathbf{c}^p$ 。已知 $\mathbf{c}^d$, 构造出 $\mathbf{H}^p$ 和 $\mathbf{H}^d$, 利用式(2-13)和式(2-14)计算出的 $\mathbf{c}^p$, 可得到码字向量 $\mathbf{c}$ 。值得注意的是, 不一定采用对 $\mathbf{H}^p$ 求逆的方法来求得 $\mathbf{c}^p$, 可直接对式(2-13)前一个等式采用高斯消去法求得 $\mathbf{c}^p$, 使计算具有线性复杂度。同时, 由于 $\mathbf{H}^p$ 是双对角的上三角矩阵, 对于给定的信息位向量 $\mathbf{c}^d = \{d_j, j=1, 2, \dots, k\}$, 根据式(2-9)和式(2-12)很容易求得校验位向量 $\mathbf{c}^p = \{p_i, i=1, 2, \dots, n-k\}$:

$$p_1 = \sum_{j=1}^k h_{1,j}^d d_j \quad (2-15)$$

$$p_i = p_{i-1} + \sum_{j=1}^{n-k} h_{i,j}^d d_j, i=0, 1, \dots, M-1 \quad (2-16)$$

式(2-11)中, $\mathbf{H}^p$ 矩阵的行、列重仅为 2, 需要对半随机 LDPC 码进行改进。令 $\mathbf{H}^p$ 为如下形式:

$$\mathbf{H}^p = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{O} & & \mathbf{O} \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} & \ddots & \\ & \ddots & \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & & \mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (2-17)$$

其中, $\mathbf{I}$ 是 $m \times m$ 单位矩阵, $\mathbf{O}$ 是 $m \times m$ 全零矩阵。 $\mathbf{H}^d$ 由 $S_m \times K_m$ 阶基矩阵和多个 $m \times m$ 阶分量矩阵构成, 这儿 $S_m \times m = N - K$, $K_m \times m = K$ 。基矩阵由“0”和“1”组成, 分量矩阵为同构矩阵, 将基矩阵中元素为“1”的位置用不同分量矩阵代替, 基矩阵中元素为“0”的位置用 $m \times m$ 全零矩阵代替。

同时为进一步简化半随机 LDPC 码的编码, 可对式(2-9)中的信息位矩阵 $\mathbf{H}^d$ 采用结构化编码, 得到结构半随机 LDPC 码, 文献[20]中就是使用该结构的码为信道编码。

半随机 LDPC 码校验矩阵 $\mathbf{H}$ 中子矩阵 $\mathbf{H}^p$ 采用式(2-11)和式(2-17)的双对角形式, 使码率、码长的选择具有很大的灵活性。

无论是半随机 LDPC 码还是结构半随机 LDPC 码都是码率兼容码，事实上半随机 LDPC 码可以看成 PC-LDPC 码的一个特例，若式(2-4)中 $\mathbf{H}_1^p = [1]$ ， $\mathbf{H}_2^p = \mathbf{H}_3^p = \dots = \mathbf{H}_5^p = [1 \ 1]$ ，PC-LDPC 码就成为半随机 LDPC 码。

2.2.2.4 π -旋转 LDPC 码

在半随机码的基础上可以构造生成 π -旋转 LDPC 码。式(2-9)中的信息位子矩阵 $\mathbf{H}^d$ 由 $q \times t$ 个 π -旋转矩阵按一定规则构成， π -旋转矩阵是 $m \times m$ 的方阵，由此得到的 $\mathbf{H}^d$ 矩阵是 $qm \times tm$ 维，列重量为 t ，行重量为 q ，码长是 $(q+t)m$ ，信息位长为 tm ，码率为 $t/(q+t)$ 。

将 π -旋转矩阵记为 π_A ， π_A 的结构特点是每列只有一个 1，每行只有一个 1。将 π_A 顺时针或逆时针旋转 90° 可得到 π_B ，以同样的方式再旋转两个 90° ，可依次得到 π_C 和 π_D ，旋转矩阵由此而得名。 π_B 、 π_C 和 π_D 仍然满足每列只有一个 1，每行只有一个 1 的约束条件。矩阵 π_A 还可以表示成向量的形式，这里的规定向量中每个元素的数字表示矩阵中每列非零元素的位置，计数按从上到下的顺序。

例如，取 $m=3$ 的 π_A 矩阵，它所对应的矢量为 $(3, 1, 2)$ ，对 π_A 进行连续 3 次的 90° 逆时针旋转可分别得到。

$$\pi_A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \pi_D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \pi_B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \pi_C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

其中， π_B 、 π_C 和 π_D 所对应的向量分别是 $(2, 1, 3)$ ， $(2, 3, 1)$ 和 $(1, 3, 2)$ 。

利用 π_A 、 π_B 、 π_C 和 π_D 产生码率为 $1/2$ 的 $\mathbf{H}^d$ 矩阵：

$$\mathbf{H}^d = \begin{bmatrix} \pi_A & \pi_B & \pi_C & \pi_D \\ \pi_B & \pi_C & \pi_D & \pi_A \\ \pi_C & \pi_D & \pi_A & \pi_B \\ \pi_D & \pi_A & \pi_B & \pi_C \end{bmatrix}$$

将 $\mathbf{H}^p$ 矩阵和 $\mathbf{H}^d$ 矩阵合并，可得到完整的奇偶校验矩阵 $\mathbf{H}$ ，形式如下：

$$\mathbf{H} = [\mathbf{H}^d \quad \mathbf{H}^p] = \begin{bmatrix} & & & & 1 & 0 & 0 \\ \pi_A & \pi_B & \pi_C & \pi_D & 1 & 1 & 0 \\ & & & & 0 & 1 & 1 \\ \pi_D & \pi_A & \pi_B & \pi_C & & & \\ \pi_C & \pi_D & \pi_A & \pi_B & & \ddots & \\ & & & & & & 1 & 0 & 0 \\ \pi_B & \pi_C & \pi_D & \pi_A & & & 1 & 1 & 0 \\ & & & & & & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2.2.3 LDPC 码的译码

LDPC 码的译码采用基于置信传播的迭代概率译码算法。

设码字 $\mathbf{x}$ 通过加性噪声信道的接收向量为 $\mathbf{r} = \mathbf{x} + \mathbf{n}$ ， $\mathbf{n}$ 为噪声向量，则伴随式 $\mathbf{z} = \mathbf{H}\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{H}\mathbf{n} = \mathbf{H}\mathbf{n}$ ，在译码的每一步对给定信道和接收到的信息，可估计出每个噪声符号的后验概率，译码就是为了寻找噪声符号 $\mathbf{n}$ 的估值 $\hat{\mathbf{x}}$ 使得 $\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{z}$ 。

设一个 N 长 LDPC 码的校验矩阵 $\mathbf{H} = (h_{ij})_{M \times N}$ 。图 2-4 是其双向图表示，码字 $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 表示为一组变量节点 $\{x_j : j=1, 2, \dots, N\}$ ， $\mathbf{z} = \{z_1, z_2, \dots, z_M\}$ 表示为一组校验节点 $\{z_i : i=1, 2, \dots, M\}$ ，仅当 $h_{ij}=1$ 时，节点 x_j 到 z_i 由一条有向边连接。每一个信息节点称为相邻的校验节点的父节点，每一个校验节点称为相邻的信息节点的子节点。

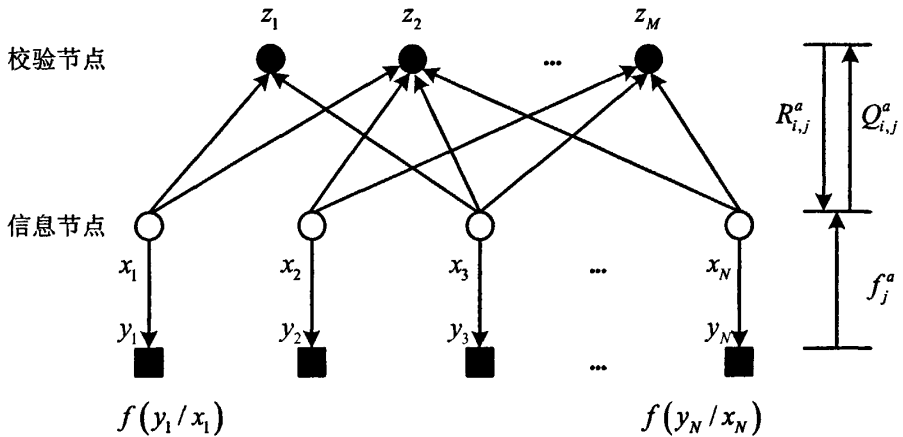


图2-4 码字符号的联合后验概率分布双向图

平稳无记忆信道输出向量 $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_N)$ 的似然函数 $f(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^N f(y_j|x_j)$ 。设 a 为码元符号，迭代算法的初始消息 f_j^a 是 $x_j = a$ 的信道输出似然概率，由 $f(y_j|x_j)$ 计算， $R_{i,j}^a$ 为校验消息， $Q_{i,j}^a$ 为变量消息。

BP算法首先计算 $\{f_j^a\}$ 和初始化 $\{R_{i,j}^a\}$ ，然后在每次迭代中，每个 y_j 和 z_i 节点向其所有 x_j 父节点分别传递 f_j^a 和 $R_{i,j}^a$ 信息，然后每个 x_j 节点向其所有 z_i 子节点传递已更新的 $Q_{i,j}^a$ 消息，用以更新 $R_{i,j}^a$ 。每个 y_j 节点只向父节点 x_j 传递消息，但不接收消息。如果算法收敛，经过足够次数的迭代后，将渐进地求出后验边界分布 $f(x_1|y), f(x_2|y), \dots, f(x_N|y)$ ，实现逐符号最大后验概率(MAP)译码。

本文考虑平稳离散无记忆 AWGN 信道中的二元 LDPC 码，即 $a \in GF(2)$ ，编码器输出的“0”和“1”序列经 BPSK 调制映射为 $\{+1, -1\}$ 信号序列，设单边噪声功率谱密度为 $N_0 = 2\sigma_n^2$ ，则噪声是方差为 σ_n^2 的零均值高斯信号，密度函数表示为 $N(0, \sigma_n^2)$ 。设码率为 R ，则单位信息比特信噪比为 $E_b/N_0 = x_0^2/(2R\sigma_n^2)$ 。

首先考虑概率消息，初始消息为 $f_j^0 = 1/(1 + \exp\{-2y_j/\sigma_n^2\})$ 和 $f_j^1 = 1 - f_j^0$ ， $\{R_{i,j}^a\}$ 初始化为 1。令集合 $M(j) = \{i: h_{ij} = 1\}$ 表示变量 x_j 参加的校验集， $M(j) \setminus i$ 表示 $M(j)$ 不包含 i 的子集， $N(i) = \{j: h_{ij} = 1\}$ 表示校验 z_i 约束的局部码元信息集， $N(i) \setminus j$ 表示 $N(i)$ 不包含 j 的子集，消息更新规则为：

$$Q_{i,j}^a = P[x_j = a | y_j, \{Z_k\}, k \in M(j) \setminus i] = \alpha_{i,j} f_j^a \prod_{k \in M(j) \setminus i} R_{k,j}^a, \quad a \in GF(2) \quad (2-18)$$

$$R_{i,j}^a = P(z_i | x_j = a) = \sum_{x: x_j = a} P(z_i | x) \prod_{k \in N(i) \setminus j} Q_{i,k}^{x_k}, \quad a \in GF(2) \quad (2-19)$$

式(2-18)中， $\alpha_{i,j}$ 是归一化因子。式(2-19)中， $P(z_i | x)$ 是表示校验 z_i 对码字 x 局部约束的特征函数，码字等概率发送时，可取局部指示(indicator)函数，即当 x 满足 z_i 局部限制时，指示函数取值为任意正常数，否则取值为 0，乘积项表示子集变量特定取值的联合概率。为进行有效计算，引入概率差消息量度 $\Delta R_{i,j} = R_{i,j}^0 - R_{i,j}^1$ 和 $\Delta Q_{i,j} = Q_{i,j}^0 - Q_{i,j}^1$ ，有 $R_{i,j}^0 = (1 + \Delta R_{i,j})/2$ 和 $R_{i,j}^1 = 1 - R_{i,j}^0$ 。式(2-19)变换为：

$$\Delta R_{i,j} = \prod_{k \in N(i) \setminus j} \Delta Q_{i,k} \quad (2-20)$$

设判决向量 $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_N)$ ，逐符号判决准则为：

$$\hat{x}_j = \arg \max \left\{ Q_j^a = \alpha \cdot f_j^a \prod_{i \in M(j)} R_{i,j}^a \right\} \quad (2-21)$$

迭代终止有两个条件：(1) 若校验等式 $\hat{x}\mathbf{H}^T = 0$ 成立，译码成功；(2) 若完成预定的最大次数迭代后校验等式仍不满足，译码失败。

引入似然比(LR)量度，二元随机变量的概率分布将由一个量来表示。定义 $\gamma_j \equiv f_j^0 / f_j^1 = \exp\{2y_j / \sigma_n^2\}$ ， $\gamma_{i,j} \equiv R_{i,j}^0 / R_{i,j}^1 = (1 + \Delta R_{i,j}) / (1 - \Delta R_{i,j})$ ， $\tau_{i,j} \equiv Q_{i,j}^0 / Q_{i,j}^1$ ，有 $\Delta Q_{i,j} = (\tau_{i,j} - 1) / (\tau_{i,j} + 1)$ 。 $\{\gamma_{i,j}\}$ 初始化为1。式(2-21)重写为：

$$\tau_{i,j} = \gamma_j \prod_{k \in M(j) \setminus i} \gamma_{k,j} \quad (2-22)$$

令 $\tau_j \equiv Q_j^0 / Q_j^1$ ，则判决：

$$\begin{cases} \hat{x}_j = 0, & \tau_j > 1 \\ \hat{x}_j = 1, & \tau_j \leq 1 \end{cases}$$

定义对数似然比(Logarithm of Likelihood Ratio, LLR)量度 $u_j \equiv \log(\gamma_j) = 2y_j / \sigma_n^2$ ， $u_{i,j} \equiv \log(\gamma_{i,j})$ ， $v_{i,j} \equiv \log(\tau_{i,j})$ ， $\{u_{i,j}\}$ 初始化为0。设函数 $\tanh(x/2) = (e^x - 1) / (e^x + 1)$ ，有下列关系式：

$$\Delta Q_{i,j} = \tanh(v_{i,j} / 2) = \frac{e^{v_{i,j}} - 1}{e^{v_{i,j}} + 1} \quad (2-23)$$

$$R_{i,j} = \tanh(u_{i,j} / 2) = \frac{e^{u_{i,j}} - 1}{e^{u_{i,j}} + 1} \quad (2-24)$$

于是，式(2-22)和式(2-20)分别重写为：

$$v_{i,j} = u_j + \sum_{k \in M(j) \setminus i} u_{k,j} \quad (2-25)$$

$$u_{i,j} = 2 \tanh^{-1} \left[\prod_{k \in N(j) \setminus i} \tanh(v_{i,k} / 2) \right] \quad (2-26)$$

其中， $\tanh^{-1}$ 是 $\tanh$ 的反函数，令 $v_j \equiv \log(\tau_j)$ ，则：

$$\begin{cases} \hat{x}_j = 0, & v_j > 0 \\ \hat{x}_j = 1, & v_j \leq 0 \end{cases} \quad (2-27)$$

在译码时通过对式(2-25)和式(2-26)中的 $v_{i,j}$ 和 $u_{i,j}$ 进行多次迭代更新，直到满足 $\hat{x}\mathbf{H}^T = 0$ (成功译码)，或达到最大迭代次数。

在 BP 译码的基础上，人们从简化译码计算量和简化译码硬件实现等方面出发，提出了许多改进的 BP 译码方法^{[21]-[23]}。

2.3 本章小结

本章首先简单介绍了纠错码的概念，并介绍了分组码和卷积码两种纠错码。接下来介绍了本章的重点内容：LDPC 码。首先简单说明 LDPC 码在当前的应用背景，说明本文选择使用 LDPC 码的原因，接着分别介绍了四种类型 LDPC 码的定义构成方式，本章最后介绍了 LDPC 码的译码过程。

第三章 HARQ 简述

无线移动信道具有时变和多径导致的衰落特点，常有较高的误码率，一般采用差错控制方式来确保通信质量。传统的差错控制技术中，FEC 方案有恒定的通过量和时延，但它不必要的开销却减少了通过量，而 ARQ 虽然在误码率不是很高的时候可以得到理想的通过量，但它要产生可变时延，不宜于提供实时服务。为了克服两者的缺点，采用两种方法相结合的差错控制方式成为 HARQ。本章将介绍标准 ARQ 方式，并简述三种 HARQ 方式。

3.1 ARQ 协议

ARQ 作为自动差错控制的基本方法的原理是：在发送端采用某种能发现一定传输错误的简单编码方法对所传信息进行编码，加入少量监督码元；接收端则根据编码规则对收到的编码信号进行检查，一旦检测到错码，即向发送端发出询问信号，要求重传。发送端收到询问信号，重传发生传输错误的那部分信息，直到正确收到为止。所谓发现差错是指在若干接收码元中知道有一个或一些是错的，但不一定知道错误的准确位置。

ARQ 采用三种标准协议，分别是 SAW 停等协议，GBN 回退 N 协议和 SR 选择性重传协议。

3.1.1 SAW 停等 ARQ 协议

SAW 停等 ARQ 协议中，发送端发送一个码组后不再发送下一个码组，而是等待接收端的反馈信号，原理如图 3-1 所示。当反馈信号显示接收端正确接受该码组(图中表示为 ACK)时，则发送端继续发送下一个分组；反之，当反馈信号显示接收端收到的码组有错(图中表示为 NAK)时，则发送端重传该分组，并重新等待接收端的反馈信号。重传过程将重复执行，直到接收端正确接受该分组。

SAW 停等 ARQ 协议简单易实现，因此在许多数据通信系统中得到应用。但是，由于大量的空闲时间被用于等待每个分组的反馈信息，该协议从根本上说是低效率的。除非码长 n 特别长，用于等待反馈的空闲时间才可以相对减少，然而

使用长码并非是一个可行的解决办法，因为接收的分组中包含错误的概率将随着码长的增加而迅速增大。因此，空闲时间的减少是以重传次数的增加为代价的。

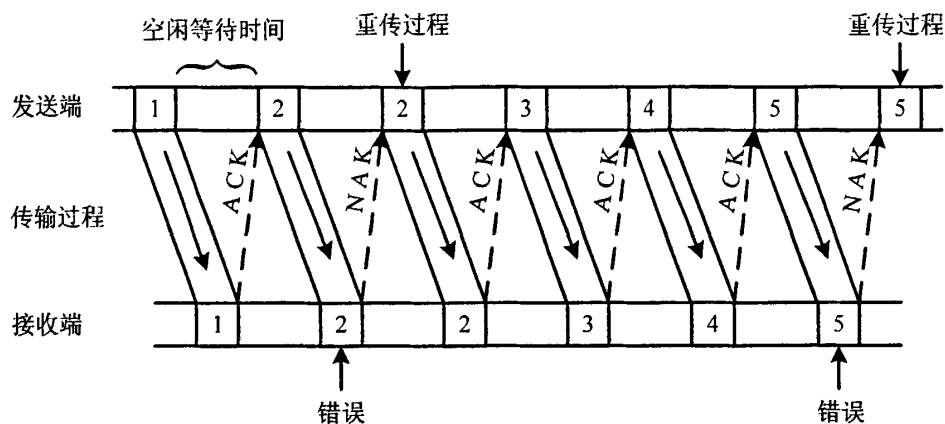


图3-1 SAW 停等协议原理图

3.1.2 GBN 回退 N 步 ARQ 协议

与 SAW 停等 ARQ 协议不同,GBN 回退 N 步 ARQ 协议在发送完一个分组后,发送端并不停下等接收端的反馈信号,而是继续发送下一个分组,如图 3-2 所示。

接收端的反馈信号将在一个往返延迟时间后到达接收端,该延迟时间为发送端开始发送一个分组到收到接收端发来的该分组的反馈信息之间的时间间隔。在该时间间隔内,有另外 $N-1$ 个分组被发出。当反馈信号显示接收的分组有错(图中表示为 NAK)时,发送端停止发送接下来的分组,而是退回到出错的分组处重新发送,同时要重新发送接下来的 $N-1$ 个分组。显然,在发送端需要一个额外的缓冲区来保存这些分组。而在接收端,出错分组后紧跟的 $N-1$ 个分组不管是否出错,都被全部丢弃,等待发送端重新发送。因此,接收端一次只需保存一个分组数据,不需要额外缓冲区。

与 SAW 停等 ARQ 协议相比,由于发送和重传过程是连续进行的,GBN 回退 N 步 ARQ 协议的效率更高,但实现该协议的难度也更大。同时,当延迟时间较大,重传率较高时,由于大量无错的分组被重传,GBN 回退 N 步 ARQ 协议的效率会变得很低。为了解决这种情况,于是提出了 SR 选择重传 ARQ 协议。

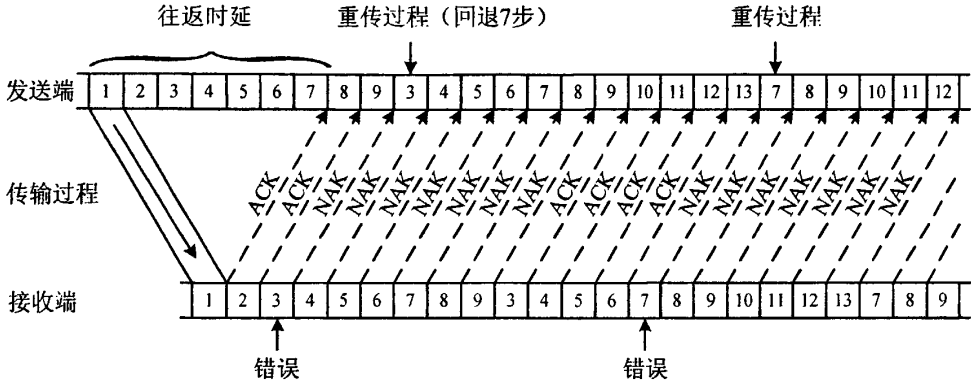


图3-2 GBN 后退 N 步协议原理图

3.1.3 SR 选择重传 ARQ 协议

与 GBN 后退 N 步 ARQ 协议相同, SR 选择重传 ARQ 协议在发送端发送完一个分组后, 将继续发送接下来的若干分组; 不同的是, 发送端只重新发送那些反馈信号显示传输出错的分组, 如图 3-3 所示。显然, 发送端需要一个缓冲区保存已经发送的若干分组, 以便当接收到传输出错的反馈信号时, 可以从该缓冲区中选择需要重传的分组。同时, 由于所有的数据在提交给用户时必须是与发送端同序, 接收端也需要一个缓冲区保存出错分组后的若干无错分组, 以便当该出错分组被无错重传后, 接收到的分组可以按正确的顺序排列。接收端必须保证缓冲区拥有足够的空间, 否则, 一旦缓冲区出现溢出, 数据将会丢失。

与上述两种 ARQ 协议相比, SR 选择重传 ARQ 协议的效率最高, 同时也最难实现。

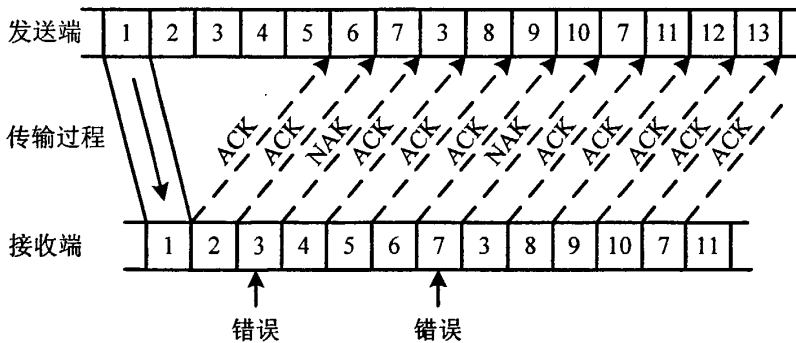


图3-3 SR 选择重传协议原理图

3.1.4 ARQ 协议的性能估计

3.1.4.1 ARQ 系统可靠性性能参数 $P(E)$

在 ARQ 系统中,接收端最终接受一个码字,而该码字中包含不可检测错误比特的情况,被视为译码失败。令 $P(E)$ 表示译码失败的概率,显然,对于一个可靠的 ARQ 系统而言, $P(E)$ 应尽可能小。因此, $P(E)$ 能够反映 ARQ 系统的可靠性程度。

假设采用 (n, k) 线性分组码 C 作为 ARQ 系统的检测码,并作如下定义: P_c 表示接收的码字中不含任何错误比特时的概率, P_d 表示接收的码字中包含已检测错误比特时的概率, P_e 表示接收的码字中包含不可检错误比特时的概率。以上概率满足:

$$P_c + P_d + P_e = 1 \quad (3-1)$$

P_c 取决于信道性能,而 P_d 和 P_e 则同时受到信道条件和所选检错码 C 性能约束。由于一个码字只有在接收端判定正确译码的情况下才能被接收,因此有:

$$P(E) = \frac{P_e}{(P_e + P_c)} \quad (3-2)$$

一般情况下,选择合适的检错码 C , P_e 将会远小于 P_c , 因此 $P(E)$ 也会随之变得相当小。在本文将要讨论的 IR_HARQ 系统中,接收端采用 LPDC 码作为前向纠错码,在检错的同时可以对码字中的错误比特进行纠正,因而大大提高了 ARQ 系统的可靠性,在满足一定信噪比的情况下,采用新旧译码方法下的 $P(E)$ 都为 0。因此, $P(E)$ 将不作为衡量新旧译码性能好坏的标准。

3.1.4.2 ARQ 系统性能参数吞吐量 throughput

衡量 ARQ 系统性能的另一参数是系统吞吐量^{[24],[25]},即一次传输过程中被成功接收的平均信息比特数和总的传输比特数的比值。在多数情况下,三种基本 ARQ 系统能获得同样的 $P(E)$, 却具有不同的吞吐量效率。接下来,将推导三种 ARQ 系统各自的吞吐量。

为简单起见,假设反馈信道为理想无噪传输信道,此假设也许不太实际,但得到的结果对每种 ARQ 系统的效率能给出很好的说明。关于有扰反馈信道下不同 ARQ 系统的吞吐量分析可参考文献[24]。

首先来看 SR 选择重传 ARQ 协议。该协议的特点是发送端连续发送分组信息，当收到接收端传输出错的反馈信息时，将只重新发送出错的那一个分组。接收端最终接受一个分组的概率 P 满足：

$$P = P_c + P_e \quad (3-3)$$

一般情况下 $P_e \ll P_c$ ，因此有 $P \approx P_c$ 。

一个分组被重传的概率 P_d 满足：

$$P_d = 1 - P \approx 1 - P_c \quad (3-4)$$

对一个最终被接收端成功接受的分组而言，所需的平均传输次数为：

$$\begin{aligned} T_{SR} &= 1 \cdot P + 2 \cdot P(1-P) + 3 \cdot P(1-P)^2 + \cdots + l \cdot P(1-P)^{l-1} + \cdots \\ &= \frac{1}{P} \end{aligned} \quad (3-5)$$

由式(3-5)可以推知 SR 选择重传 ARQ 的吞吐量为：

$$\eta_{SR} = \frac{1}{T_{SR}} \left(\frac{k}{n} \right) = \left(\frac{k}{n} \right) P \quad (3-6)$$

对于 GBN 回退 N 步 ARQ 协议而言，当发送端接收到分组传输失败的反馈信息时，将重传出错分组和其后已经传输的 $N-1$ 个连续分组。因此，一个最终被接收端成功接受的分组所需的平均传输次数为：

$$\begin{aligned} T_{GBN} &= 1 \cdot P + (N+1)P(1-P) + (2N+1)P(1-P)^2 + \cdots \\ &\quad + (lN+1)P(1-P)^l + \cdots \\ &= 1 + \frac{N(1-P)}{P} \end{aligned} \quad (3-7)$$

由式(3-7)可推知 GBN 回退 N 步 ARQ 协议的吞吐量为：

$$\eta_{GBN} = \frac{1}{T_{GBN}} \left(\frac{k}{n} \right) = \frac{P}{P + (1-P)N} \left(\frac{k}{n} \right) \quad (3-8)$$

对于 SW 停等 ARQ 协议，由于发送端在每一次发送一个分组后，都将等待接收端的反馈信息，反馈显示发送失败时，将继续重传，只有当反馈显示发送成功时，重传结束，进入下一个分组的传送。在对三种 ARQ 协议进行吞吐量比较时，就必须考虑空闲等待时间的影响。设 D 表示从一次传输结束到下一次传输开始之间的等待时间， τ 表示发送方每秒能发送比特的效率，则在一次往返传输过

程中, 发送端实际可以传输的比特数为 $n + D \cdot \tau$ 。故从一个分组第一次被传输, 到该分组最终被接收端成功接受, 发送端实际可传输(即包含空闲等待时间 D 内可能传输的比特)的平均比特数为:

$$\begin{aligned} T_{sw} &= (n + D\tau)P + 2(n + D\tau)P(1-P) + 3(n + D\tau)P(1-P)^2 + \dots \\ &= \frac{n + D\tau}{P} \end{aligned} \quad (3-9)$$

由式(3-9)可推知 SW 停等 ARQ 协议的吞吐量为:

$$\eta_{sw} = \frac{k}{T_{sw}} = \frac{P}{1 + D\tau/n} \left(\frac{k}{n} \right) \quad (3-10)$$

可以看出, 即便在信道无扰(即 $P=1$)的情况下 SW 停等协议的吞吐量 η_{sw} 也不可能达到最大值 k/n 。

从以上吞吐量结果的比较可知, η_{sr} 最大, 而 η_{sw} 最小。这与前面对三种 ARQ 协议的效率分析结果是一致的。在本文后面将要讨论的新旧译码方法在 IR_HARQ 系统中的应用中, 吞吐量将作为一个重要的参数, 反映改进后的译码方法较传统译码方法在性能上的提高。

3.2 HARQ 方式的简介和性能分析

比较 FEC 和 ARQ 两种差错控制方法, 可以看到 ARQ 非常简单且可以提供高系统可靠性, 实现无误传输, 然而当信道差错率增加时 ARQ 系统吞吐量将快速下降。而采用 FEC 的系统无论信道差错率为多少都能保持固定的吞吐量(等于码率 $R = k/n$), 然而 FEC 系统有两个缺陷。第一, 当一个接收向量被检出有错, 它仍必须被译码且将译码消息递交给用户, 而不管译码消息是否正确。由于译码错误的概率远高于漏检误码率, 采用 FEC 很难得到高系统可靠性。第二, 要获得高的系统可靠行, 必须采用长而强有力的能纠正大量错误模式的码, 这使得译码难于实现且系统开销太大。

如果适当结合两种差错控制方式, 则 ARQ 和 FEC 的缺点都能够被克服。这样两种基本差错控制方式的组合被称为混合(hybrid)ARQ^{[25],[26]}。HARQ 系统由一个包含在 ARQ 系统中的 FEC 子系统组成。FEC 子系统的作用是纠正最常出现的一些错误模式来减少重传的效率, 这将提高系统的吞吐量。当不经常出现的错误模式出现且被检测到时, 接收端就要求重传而不是将这个不可靠的译码消息递交

给用户，这将提高系统的可靠性。因此，FEC 和 ARQ 的适当组合将提供比单独的 FEC 系统更高的可靠性和比单独的 ARQ 系统更高的吞吐量。而且，由于译码器被设计为只纠正少量错误模式，因而可以很简单。FEC 方式可以和三种 ARQ 系统中的任何一种组合。本文主要讨论 FEC 方式和 SAW 停等方式的组合。

3.2.1 HARQ 的基本类型

HARQ 具有以下三种基本类型：

(1) Type I HARQ 方式

Type I HARQ 方式是采用一个设计为同时进行纠错和检错的码，如 (n, k) 线性码。当发现接收向量有错时，接收端先试图确定错误位置并进行纠正。若错误数目(或突发错误的长度)在码的设计纠错能力范围内，错误将得到纠正，译码后的消息将递交给用户或保存在缓冲器中等待提交。若检测出一个不可纠正的错误模式时，接收端拒绝此接收向量并要求重传。收到重传向量后，接收端再次尝试纠正错误(若有错误)。若译码不成功，接收端就再次拒绝此向量并要求另一个重传。纠错和重传过程持续进行，直到此向量被正确接收或译码为止。

Type I HARQ 方式采用的码必须能纠正一定的错误模式集合并检测其他的错误模式，因而需要更多的校验位，这就增加了每次传送和重传的开销。因此，当信道差错率低时，此方式比其相应的 ARQ 方式的吞吐量低。但是当信道差错率增大时，此方式可以提高较高的吞吐量。如果码的纠错能力设计得足够大，在很宽的信道差错率范围内，Type I HARQ 方式可保证很高的吞吐量

(2) Type II HARQ 方式

Type I HARQ 方式中重传分组与已传分组没有组合译码，而 Type II HARQ 方式与 Type III HARQ 方式则与此不同。Type II HARQ 方式中，其重传请求产生与 I 型 HARQ 方案相同，重传分组与已传分组相同，但错误分组不被丢弃，而是与重传分组进行 chase 合并，即将两次传递分组中对应 bit 位的初始软信息进行迭加，再进行 FEC 译码。

Type II HARQ 方式较之 Type I HARQ 方式，有效利用了已传分组的信息，是一种以能量换取译码性能的方式。但每次重传的信息相同，将会导致低通过率和低信道利用率。

(3) Type III HARQ 方式

Type III HARQ 方式又称增加冗余 HARQ，是根据下述想法设计的，即用于纠错的校验位只在需要时才送给接收端^{[27]~[31]}。它的重传请求产生与 I 型 HARQ 方案相同，但错误分组不被丢弃，而与重传分组采用 code combining 方式组合并进行译码，重传分组和已传分组的格式和内容可以不相同，多次重传需有时序标号而且比数据有更高的差错保护能力。

在 Type III HARQ 方式中，不成功的分组被存储在接收端，通过 FEC 机制与重传分组结合。这样既可得到高通过率和低时延，又能提高译码正确率。而且 Type III HARQ 方式可以通过使用 RCPC/ RCPTC (速率兼容打孔卷积码或 TURBO 码) 很方便地实现。因此本论文接下来的研究讨论，主要是基于 Type III HARQ 方式的。

3.2.2 HARQ 性能分析

使用 Turbo 码，对各种类型的 HARQ 性能进行分析如下：编码速率($R = k/n$)下，吞吐量和信噪比(E_b/N_0)，以及残余帧差错率(residual FER)和信噪比的相互关系。具体参数为：

- 收端返回 NACK/ACK 等信息的信道性能完好，没有错误
- 具体 ARQ 的形式是 SAW 停等 ARQ 协议
- 每个帧长 768bit
- 信道模型为 AWGN 信道和 Rayleigh 衰落信道
- 数据帧的最大个数为 10000
- 没有加入调制方式
- 利用准互补 Turbo 码的 Type III HARQ 方式
- Type I HARQ 方式没有合并，Type II HARQ 方式采用 chase combining，Type III HARQ 方式采用 code combining
- 采用 IS-2000 Release A 中规定的并行 Turbo 码^[32]
- 在发端每次传送的数据子帧都有一样的长度

- 最大重传次数分别为 1、2、3
- 采用码率为 $R = \frac{2}{3}$ 的码字
- 吞吐量 = $\frac{\text{正确译码的帧的个数}}{\text{所有传送的帧的个数}} \times \text{有效编码速率}$

这样得到的吞吐量是有效吞吐量,它表示的是实际传送有效信息(而不包括冗余比特)的效率。因此对于 $R = 2/3$ 的码率来说,其吞吐量最达(理想值)也就是 0.667 左右。

通过计算机仿真,对比三种类型的 HARQ 的吞吐量和残余 FER 性能,从而对 HARQ 的性能有进一步的认识。

图 3-4 和图 3-5 中可以看出,采用了 code combining 的 Type III HARQ 方式,对于吞吐量的改善是最明显的,采用 chase combining 的 Type II HARQ 方式次之,而 type I HARQ 的性能是最差的,这一点无论在 AWGN 信道下和 Rayleigh 衰落信道下都成立。尽管在 E_b/N_0 大于一定值时,Type III HARQ 方式和 Type II HARQ 方式的性能基本上相同,但在 E_b/N_0 较低的情况下,Type III HARQ 方式有着明显的优势。此外,从抗衰落性能来看,Type III HARQ 方式也明显优于 Type II HARQ 方式,在 E_b/N_0 低于 0dB 的情况下,虽然在 AWGN 信道下,它们的吞吐量都在 0.33 左右。但在 Rayleigh 衰落信道下,Type II HARQ 方式的吞吐量已经降为 0.25,而 Type III HARQ 方式仍保持不变。

而与此同时,从图 3-6 和图 3-7 可以看到,即使是在 E_b/N_0 为 -5-dB(AWGN 信道)或 -3.5dB(Rayleigh 衰落信道)时,Type III HARQ 方式的残余 FER 已经降为 10^{-3} 左右,而 Type II HARQ 方式和 Type I HARQ 方式的残余 FER 还都在接近或达到 1 的范围内。基本上,从达到相同残余 FER 时的 E_b/N_0 值来看,Type III HARQ 方式普遍比 Type II HARQ 方式有 1.5 ~ 2dB 的增益。

此外,无论从吞吐量还是残余 FER 来看, type I HARQ 在衰落信道下的性能都很差,基本上处于不可用状态。从这里也可以看出,对差错重传控制机理的研究,不能只停留在 AWGN 信道上,而必须考虑在无线传输环境中的衰落信道的影响。

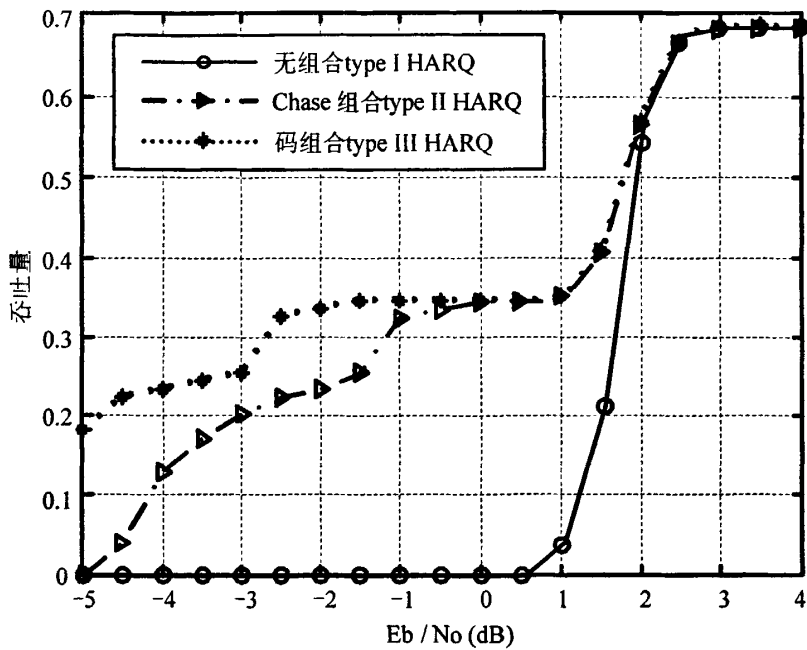


图3-4 三种 HARQ 方式在 AWGN 信道下的吞吐量

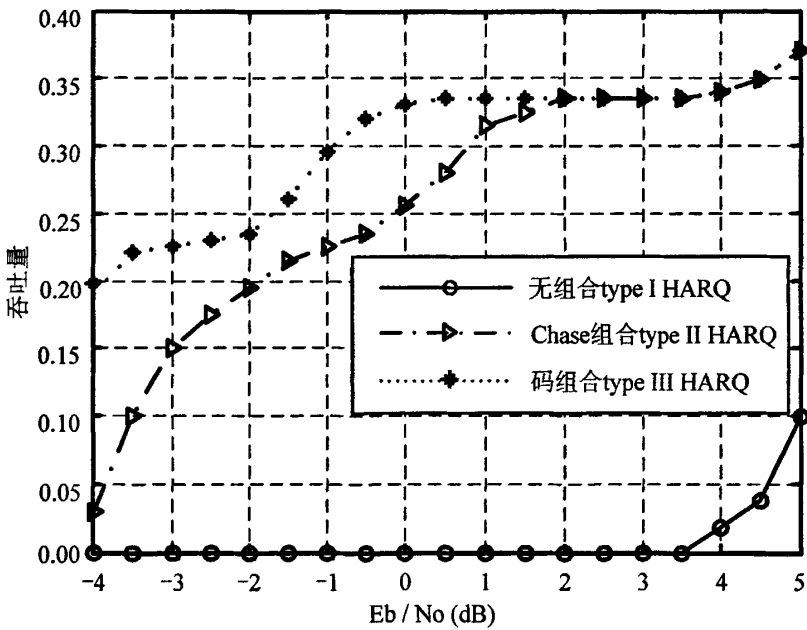


图3-5 三种 HARQ 方式在 Rayleigh 信道下的吞吐量

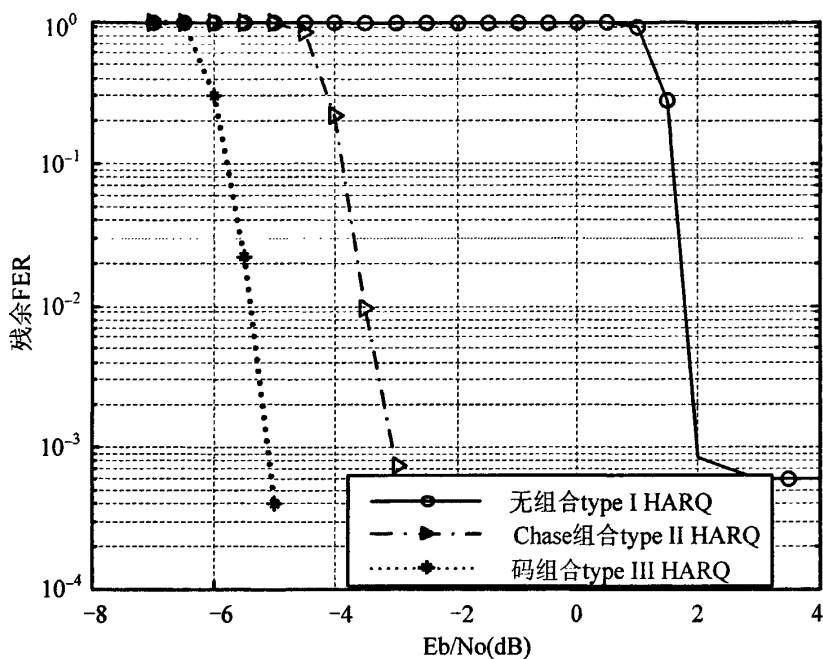


图3-6 三种 HARQ 方式在 AWGN 信道下的残余 FER

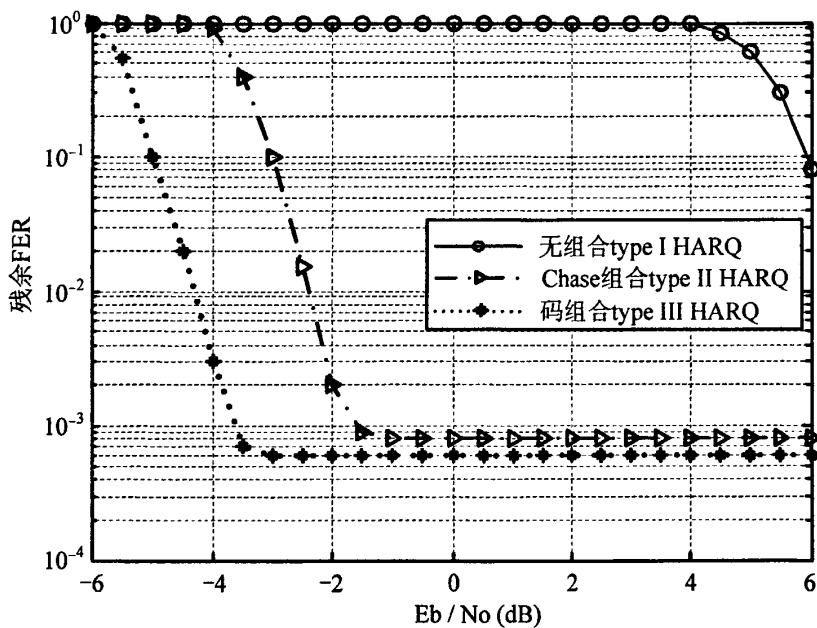


图3-7 三种 HARQ 方式在 Rayleigh 信道下的残余 FER

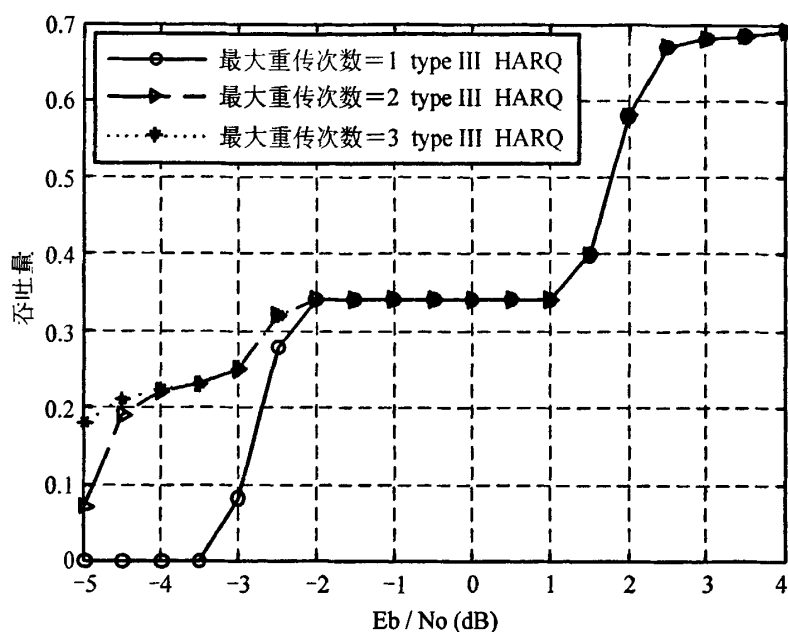


图3-8 Type III HARQ 最大重传次数不同时在 AWGN 信道下的吞吐量

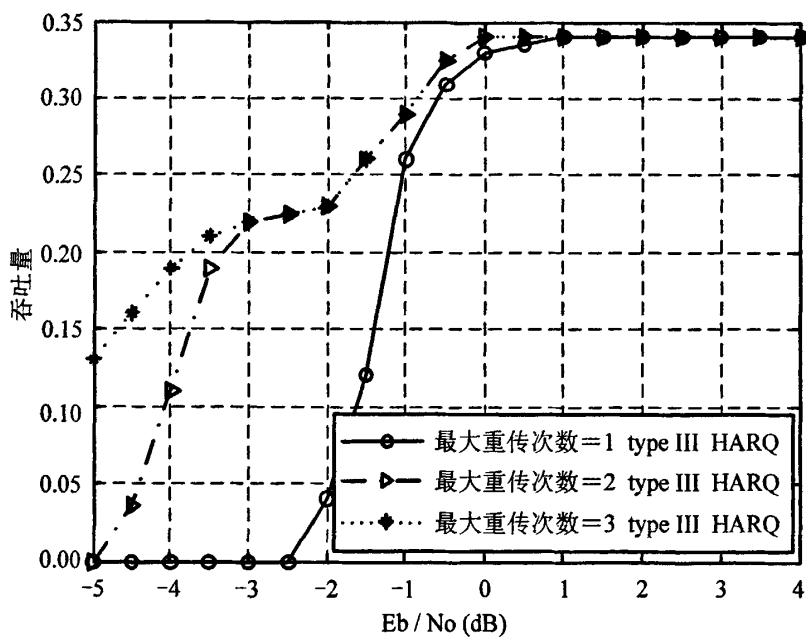


图3-9 Type III HARQ 最大重传次数不同时在 Rayleigh 信道下的吞吐量

由图 3-8 和图 3-9 不难发现，在低信噪比时，对于 Type III HARQ 方式，增大重传的次數，吞吐量总会由所增加。这一点突出的表现为，在 E_b/N_0 低于 -3 dB

的情况下，重传 3 次比重传 1 次的方案能明显的把吞吐量提高近 180%，甚至更大。特别是 E_b/N_0 在低于 -4dB 的时候，重传 3 次的方案就能将吞吐量提高到 0.2 左右。这在信道条件很差的情况下是非常必要的。

理论研究表明，对于其他两种 HARQ，在低信噪比时，增加重传次数，并不总是会带来吞吐量的增加，反而在超过一定范围后，由于重传的增加会带来吞吐量的下降。相比之下，Type III HARQ 方式具有最好的性能。

3.3 本章小结

自动请求重传 ARQ 采用三种标准协议：SAW 停等协议，GBN 回退 N 协议和 SR 选择重传协议。其中，SAW 停等协议简单易实现，但效率最低，而 SR 选择重传协议实现最难，而效率最高。

衡量 ARQ 协议性能的两大参数是系统可靠性参数 $P(E)$ 和吞吐量参数 throughput。在结合 FEC 的 HARQ 中，系统可靠性大大提高，一般情况下三种协议均能达到 $P(E)=0$ ，而吞吐量则完全不同。因此，常使用吞吐量参数对 ARQ 和 HARQ 系统性能进行评估。

差错控制的两种方式 FEC 和 ARQ 各有弊端，将它们结合产生了 HARQ。HARQ 有三种实现类型，其中 type III HARQ(IR_HARQ)被证明在三种 HARQ 中性能最好。

第四章 IR_HARQ 方式下 LDPC 码的改进译码方法

采用 LDPC 码作为差错控制编码结合 HARQ 技术已经成为一种被广泛应用的方案,用以保证数据可以高速和可靠的传输。其中,LDPC 码的递增冗余 HARQ(IR_HARQ)技术在上一次信息传输的基础上只需重发部分比特,可以保证系统具有良好的吞吐量特性,因此 IR_HARQ 方式成为一种最优的 HARQ 方式。

IR_HARQ 方法要求 LDPC 码具有码率兼容的特性^{[20],[33]~[36]},因此人们研究的注意力都集中在如何构造码率兼容 LDPC 码,译码解决方案成为被忽视的问题。IR_HARQ 方式下,LDPC 码的前次译码虽不成功,但有部分错误码比特已正确译码,尤其是在一定信噪比的情况下,前次译码残留的错误比特极少,在重发后的译码中若有效利用前次译码的部分成果将提高重传过程的译码性能。

本章首先讨论改进译码方法提出的理论依据,接下来介绍两种 IR_HARQ 方式的原理方案,最后就两种原理方案分别提出其改进译码方法。

4.1 改进译码方法的理论依据

LDPC 码由 R. G. Gallager^{[4],[5]}于 1962 年提出,具有接近 Shannon 极限的近乎无错误传输的性能^{[11]~[15]},但译码方法不易于硬件实现,难以在研究和工程中得到应用。近年来因研究 Turbo 码而发展起来的迭代译码技术则使得 LDPC 码重获新生。据有关研究与仿真试验结果表明,在中度信噪比的情况下,Turbo 码拥有非常好的性能,但在同样码长的情况下,使用 BP 译码的 LDPC 码具有更好的性能,迭代译码技术与 LDPC 编码技术的结合显示出了前所未有的纠错能力。相对于原始的 LDPC 译码方法,以及目前半导体制造技术而言,迭代译码技术已使得 LDPC 码的译码运算变得简易高效可行。

在 BP 译码的基础上,人们主要从简化译码计算量和简化译码硬件实现等方面出发,提出了许多改进的 BP 译码方法,而对译码本身的性能改善不大。本文则考虑在不增加译码复杂度的前提下,提出一种应用于 IR_HARQ 系统的 LDPC 码的改进译码方法,以提高重传译码性能。

4.1.1 3σ 原理

记一个符号或比特差错为一个错误，则

(1) n 比特的分组中恰好出现 t 个错误比特的概率为：

$$P(t; p, n) = \binom{n}{t} p^t (1-p)^{n-t}, \quad \binom{n}{t} = \frac{n!}{(n-t)!t!} \quad (4-1)$$

其中 p 是比特错误率。

(2) n 比特的分组中出现错误比特的个数小于 t 的概率为：

$$P(<t) = \sum_{j=0}^{t-1} P(j; p, n) = \sum_{j=0}^{t-1} \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j} \quad (4-2)$$

(3) n 比特的分组中出现 t 个或更多错误比特的概率为：

$$P(\geq t) = 1 - P(<t) \quad (4-3)$$

(4) n 比特的分组中平均错误比特数目为：

$$\bar{t} = \sum_{j=0}^n j \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j} = np \quad (4-4)$$

(5) n 比特的分组中错误个数的方差为：

$$\sigma_t^2 = E[(t - \bar{t})^2] = \sum_{j=0}^n (j - \bar{t})^2 \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j} = np(1-p) \quad (4-5)$$

(6) 标准偏差(错误数偏离平均数的趋势或程度)为：

$$\sigma_t = \sqrt{np(1-p)} \quad (4-6)$$

(7) 3σ 错误区间(错误数偏离平均数 3 倍标准差的趋势或程度)为：

$$t_{3\sigma} = \bar{t} + 3\sigma_t \quad (4-7)$$

由于在 n 比特的分组中出现大于 $t_{3\sigma}$ 个错误比特的概率 $P(t \geq t_{3\sigma}) \ll 1$ ，所以 $t_{3\sigma}$ 常作为衡量分组传输信道差错特性的重要参量。

在图 4-1 中，当错误率为 $p=10^{-3}$ ，码字分组长度 $n=1400$ 时，1400 比特的分组中平均错误个数为 $\bar{t} = np = 1.4$ ；标准偏差为 $\sigma_t = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{1400 \times 0.001 \times (1-0.001)} = 1.1826$ ， 3σ 错误区间为 $t_{3\sigma} = \bar{t} + 3\sigma_t = 4.9478$ ，分组中

出现错误个数大于 $t_{3\sigma}$ 的概率为 $P(t \geq t_{3\sigma}) = \binom{n}{1} p(1-p)^{n-1} = 3.45 \times 10^{-5}$ 。

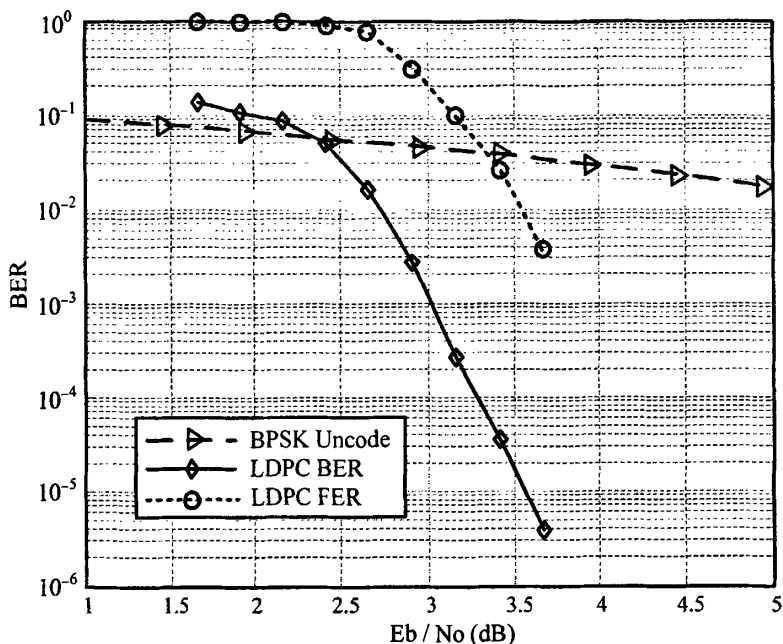


图4-1 码长为 1400，码率为 0.7143 的 LDPC 码的性能

4.1.2 理论依据

图 4-1 为一码长为 1400，码率 R 为 0.7143 的码率兼容 LDPC 码的性能，在 AWGN 信道下，采用 BPSK 调制，当比特信噪比 $E_b/N_0 = 3\text{dB}$ 时，未译码时的比特错误率由下式确定：

$$P_{BPSK_AWGN} = Q\left(\sqrt{2RE_s/N_0}\right) \quad (4-8)$$

由此得到未译码时的比特错误率约为 $BER = 0.046$ ，则未译码时的平均错误比特个数为 $\bar{t} = np = 1400 \times 0.046 = 64.4$ ，标准偏差为 $\sigma_t = \sqrt{np(1-p)} \approx 7.8382$ ， 3σ 错误区间为 $t_{3\sigma} = \bar{t} + 3\sigma_t \approx 88$ 。

从图 4-1 中可以看到，译码后的帧错误率 $FER = 0.2$ ，比特错误率 $BER = 10^{-3}$ ，此时若译码不成功，根据编码理论中的 3σ 原理，在图 4-1 中， 3σ 错误区间为 $t_{3\sigma} = \bar{t} + 3\sigma_t \approx 5$ ， $P(t \geq t_{3\sigma}) = \binom{n}{1} p(1-p)^{n-1} = 3.45 \times 10^{-5}$ 。多数情况下一帧中错误的

比特数不超过 5 个比特(错误超过 5 个比特的概率为 3.45×10^{-5})，远低于未译码时的比特错误数。

显然，即使在译码不成功的情况下，译码后得到的结果仍然远比未译码时接近正确码字。如果能在重传译码过程中利用到上次译码的结果信息，则可以改进译码性能，减少译码迭代次数。这是译码改进方法提出的理论依据。

4.2 IR_HARQ 方式实现原理

LDPC 码的递增冗余 HARQ 技术可以通过穿孔和扩展两种方式实现。

穿孔方式的方案原理如图 4-2 所示。穿孔方式在前次译码不成功时，通过信息比特穿孔获取码率更低纠错能力更强的码。设一码率兼容 LDPC 码字表示为 $\mathbf{c} = [d_1 \ d_2 \ \dots \ d_s \ p]$ ，若第一次发信息 $d_1 \ d_2 \ \dots \ d_s$ 和校验位 p 后，接收端第一次译码不成功，第二次发送端将信息比特数减少为 $d_i \ d_{i+1} \ \dots \ d_s$ ， $1 < i < s$ ，由此而构造校验位 p' 重新发送，接收端将上次发送的信息 $d_i \ d_{i+1} \ \dots \ d_s$ 和重发的校验位 p' 一起译码，如此反复，直到正确译码或达到最大重传次数。

扩展方式的方案原理如图 4-3 所示。扩展方式在前次译码不成功时，通过再发送更多的校验比特和前次发送的码比特进行组合，从而得到纠错能力更强的码率更低的码。该方法也称为直接增加校验位的方案原理，设一码率兼容 LDPC 码字表示为 $\mathbf{c} = [d \ p_1 \ p_2 \ \dots \ p_s]$ ，若第一次发信息 d 和校验位 p_1 后，接收端第一次译码不成功，第二次发送端发送校验位 p_2 ，收端将信息 d 、校验位 p_1 和校验位 p_2 一起译码，若译码失败，接收端将前两次发送的码字存入缓存，向发送端发送请求信息，发送端发送校验位 p_3 ，如此反复，直到正确译码或达到最大重传次数。

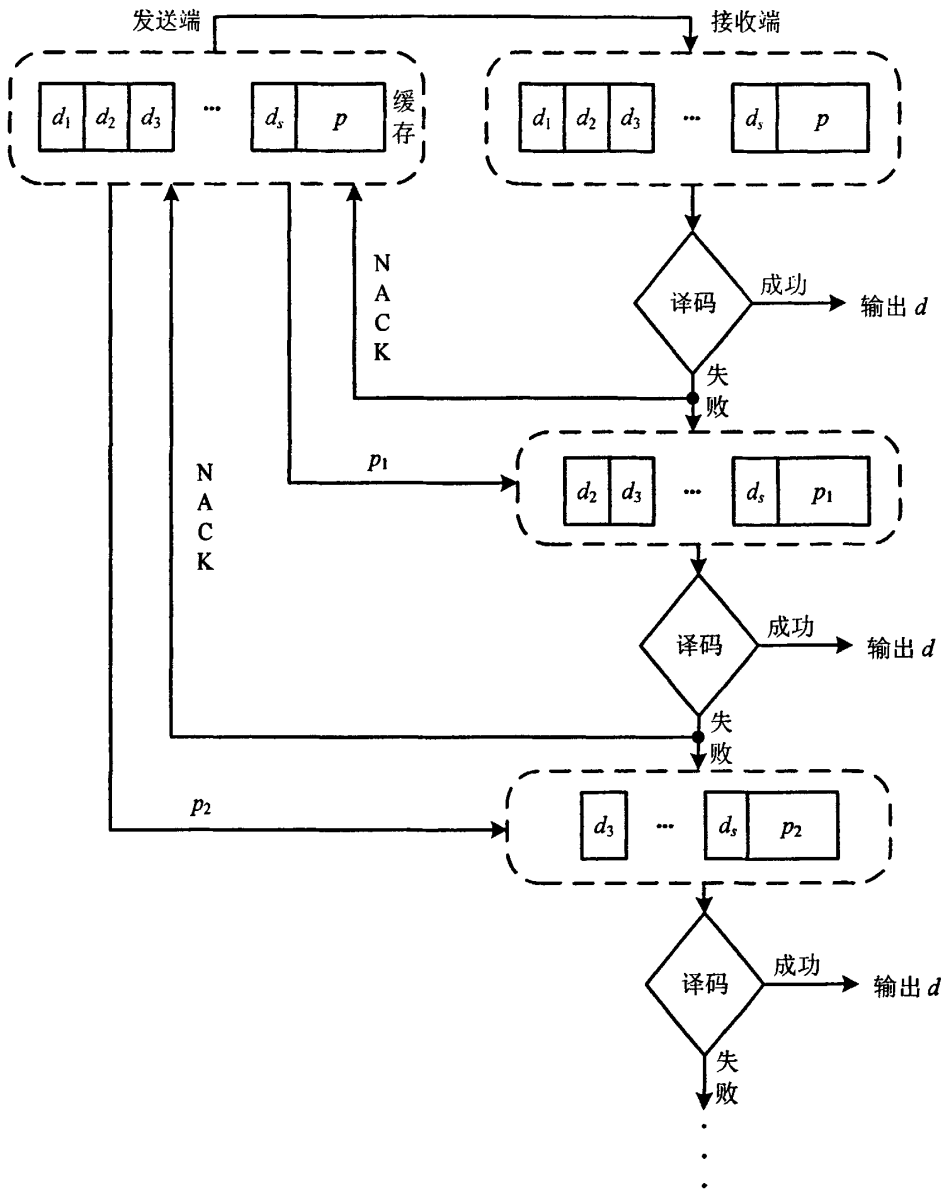


图4-2 信息比特穿孔的 IR_HARQ 方式原理图

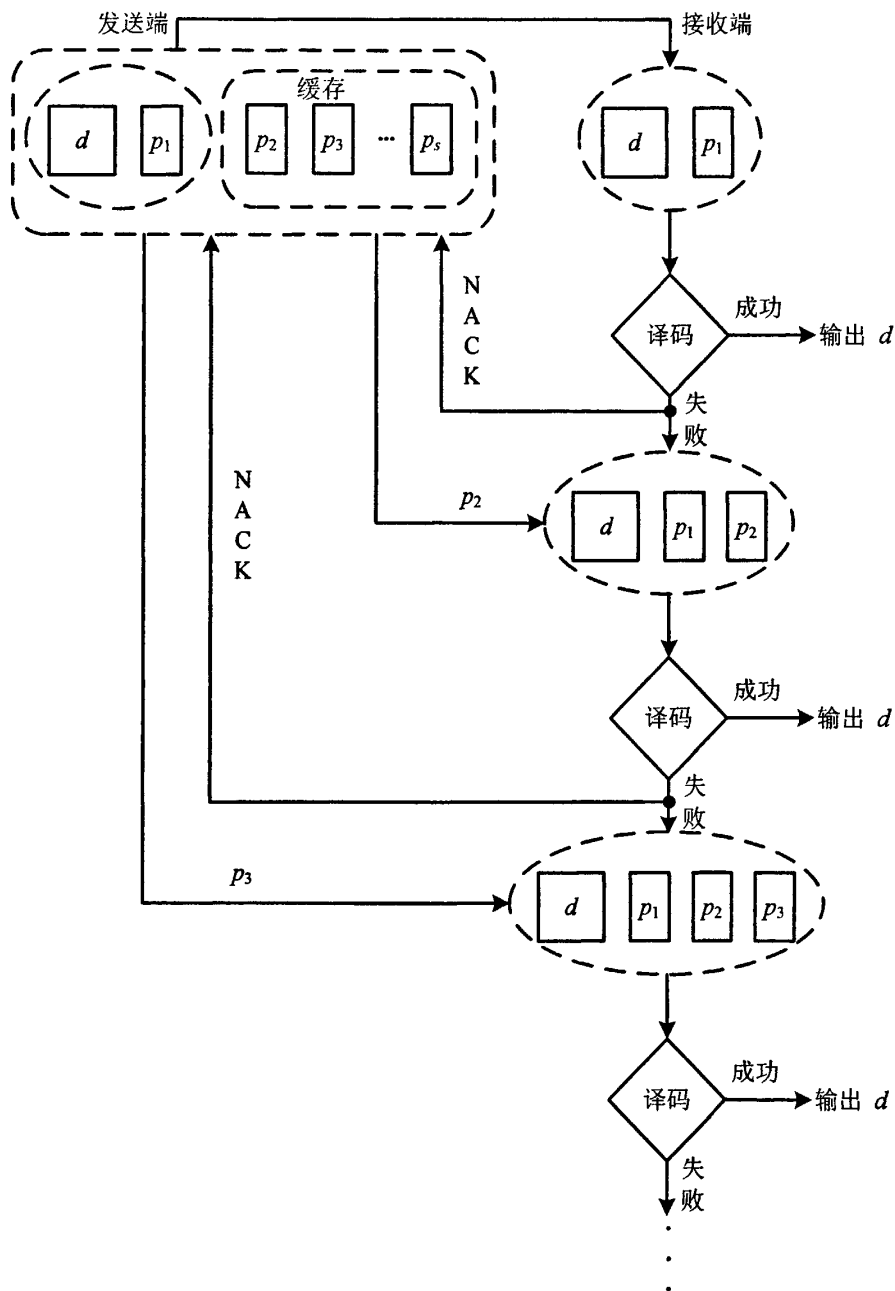


图4-3 扩展方式(直接增加校验位)的 IR_HARQ 方式原理图

4.3 IR_HARQ 方式下基于 LDPC 码的改进译码方法

4.3.1 一般的 LLR_BP 译码过程

若编码器输出的“0”和“1”序列码字 $\mathbf{c} = \{c_1, c_2, \dots, c_N\}$ ，经 BPSK 调制映射为 $\{+1, -1\}$ ，信号序列 $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 通过 AWGN 信道传送的接收向量为 $\mathbf{r} = \{r_1, r_2, \dots, r_N\}$ ， $\mathbf{r} = \mathbf{X} + \mathbf{v}$ ， $\mathbf{v}$ 为零均值噪声向量，其单边噪声功率谱密度为 $N_0 = 2\sigma_n^2$ ，设码率为 R ，则单位信息比特的信噪比为 $E_b / N_0 = x_0^2 / (2R\sigma_n^2)$ 。

设一个 N 长 LDPC 码的校验矩阵为 $\mathbf{H} = (h_{ij})_{M \times N}$ 。令集合 $M(j) = \{i : h_{ij} = 1\}$ 表示信息节点 x_j 参加的校验集， $M(j) \setminus i$ 表示 $M(j)$ 不包含 i 的子集， $N(i) = \{j : h_{ij} = 1\}$ 表示校验节点 z_i 约束的局部码元信息集， $N(i) \setminus j$ 表示 $N(i)$ 不包含 j 的子集， $u_{i,j}$ 为校验节点传给信息节点的消息， $v_{i,j}$ 为信息节点传给校验节点的消息。

在采用 LLR_BP 译码时，在每次迭代过程中，每个信息节点 x_j 从与其相连的每个校验节点 z_i 接收信息，然后进行处理，再将处理后的信息传给与其相连的校验节点 z_i ，每个校验节点 z_i 利用从信息节点接收的信息来更新上次的信息，然后再传给信息节点 x_j ，如此循环。

第一次传送时的译码算法(直接增加校验位和信息比特穿孔的 IR_HARQ 都采用该算法)：

(1) 初始化。对每个 i 和 j ，有：

$$v_{i,j} = 2r_j / \sigma_n^2 \quad (4-9)$$

(2) 校验节点处理。对每个 i 和 j 计算：

$$u_{i,j} = 2 \tanh^{-1} \left[\prod_{k \in N(i) \setminus j} \tanh(v_{i,k} / 2) \right] \quad (4-10)$$

其中， $\tanh^{-1}$ 是 $\tanh$ 的反函数。

(3) 信息节点处理。对每个 i 和 j 计算：

$$v_{i,j} = 2r_j / \sigma_n^2 + \sum_{k \in M(j) \setminus i} u_{k,j} \quad (4-11)$$

(4) 尝试判决。对每个 j 计算：

$$v_j = 2r_j / \sigma_n^2 + \sum_{k \in M(j)} u_{k,j} \quad (4-12)$$

$$\begin{cases} \hat{x}_j = 0, & v_j > 0 \\ \hat{x}_j = 1, & v_j \leq 0 \end{cases} \quad (4-13)$$

当满足以下两个条件其中之一时停止译码：(1) $\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$ (译码成功)，(2) 达到最大迭代次数(译码失败)。

4.3.2 扩展方式下 IR_HARQ 的改进译码算法

第一次译码过程情况与传统LLR_BP译码算法过程相同，改进主要基于重传译码过程。

设重传后LDPC码的校验矩阵为 $\mathbf{H} = (h_{ij})_{M_t \times N_t}$, $t = 2, 3, 4, \dots, s$, $M_t > M$, $N_t > N$ 。

令集合 $M_t(j) = \{i : h_{ij} = 1\}$ 表示信息节点 x_j 参加的校验集， $N_t(i) = \{j : h_{ij} = 1\}$ 表示校验节点 z_i 约束的局部码元信息集。

首先初始化。对每个 i 和 j ，有：

$$v_{i,j} = \begin{cases} \alpha v'_{i,j}, & i \leq M, j \leq N \\ 2r_j / \sigma_n^2, & other \end{cases} \quad (4-14)$$

其中， $v'_{i,j}$ 是上次译码处理后最后一次迭代时的信息节点消息； α 是由信道参数确定的修正因子：

$$\alpha = f\left(\sqrt{\frac{4}{\sigma_n^2}}\right), \quad f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\left(\frac{(t-x^2/2)}{2\delta^2}\right)^2}}{\sqrt{2\pi x^2}} \log[1+e^{-t}] dt \quad (4-15)$$

式(4-15)中 $f(x)$ 近似计算为：

$$f(x) = \begin{cases} a_{1,1}x^3 + b_{1,1}x^2 + c_{1,1}x, & 0 \leq x \leq 1.6363 \\ 1 - e^{a_{1,2}x^3 + b_{1,2}x^2 + c_{1,2}x + d}, & 1.6363 \leq x \leq 10 \\ 1, & x \geq 10 \end{cases}$$

$$a_{1,1} = -0.0421061, b_{1,1} = 0.29252, c_{1,1} = -0.00640081 \quad (4-16)$$

$$a_{1,2} = 0.00181491, b_{1,2} = -0.142675, c_{1,2} = -0.0822054, d = 0.0549608$$

校验节点处理、信息节点处理和判决均按式(4-10)、式(4-11)、式(4-12)和式(4-13)。

修正因子 α 的证明如下：

LDPC 码的译码首先是初始化，码字可直接由信道信息确定如式(4-9)，在多次重传中可以利用上次译码的结果。若上次译码的最后一次迭代后信息节点的处理结果为 $v'_{i,j}$ ， $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 表示信息节点向量，先验信息 $p(x=1) = p(x=-1) = 0.5$ ，则每比特的附加信息为 α ：

$$\alpha = H_{(x)} - H_{(x|v'_{i,j})}$$

$$\begin{cases} p(x=1|v'_{i,j}) = \begin{cases} 1, & v'_{i,j} \geq 0 \\ 0, & v'_{i,j} < 0 \end{cases} \\ p(x=-1|v'_{i,j}) = \begin{cases} 0, & v'_{i,j} \geq 0 \\ 1, & v'_{i,j} < 0 \end{cases} \end{cases} \quad (4-17)$$

$H_{(x)} - H_{(x|v'_{i,j})}$ 等于：

$$H(x|v'_{i,j}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\left(\frac{(t - \sigma_n^2/2)}{2\sigma_n^2}\right)^2}}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} \log[1 + e^{-t}] dt \quad (4-18)$$

令函数

$$f(\sigma_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\left(\frac{(t - \sigma_n^2/2)}{2\sigma_n^2}\right)^2}}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} \log[1 + e^{-t}] dt \quad (4-19)$$

则

$$\alpha = f\left(\sqrt{\frac{4}{\sigma_n^2}}\right) \quad (4-20)$$

由于 $f(\cdot)$ 求解困难, 所以本文使用文献[37]和[38]中的近似算法, 如式(4-16)所示。

4.3.3 信息比特穿孔下 IR_HARQ 方式的改进译码算法

第一次译码过程情况与传统LLR_BP译码算法过程相同, 改进主要基于重传译码过程。

设重传后 LDPC 码的校验矩阵为 $H = (h_{ij})_{M_t \times N_t}$, $t = 2, 3, 4, \dots, s$, $M_t = M$, $N_t < N$ 。传送码字具有系统形式, 信息比特位于码序列前 $0 \sim N_t - M_t$ 位。

首先初始化。对每个 i 和 j , 有:

$$v_{i,j} = \begin{cases} \alpha v'_{i,j}, & i \leq M, j \leq N_t - M_t \\ 2r_j / \sigma_n^2, & other \end{cases} \quad (4-21)$$

其中, $v'_{i,j}$ 为上次译码处理后最后一次迭代时的信息节点消息; α 为由信道参数确定的修正因子, 由式(4-15)和式(4-16)确定。

校验节点处理、信息节点处理和判决均按式(4-10)、式(4-11)、式(4-12)和式(4-13)。

4.4 本章小结

3σ 原理指出, 在 n 比特的分组中出现错误比特的个数大于 3σ 错误区间 $t_{3\sigma}$ 的概率 $P(t \geq t_{3\sigma}) \ll 1$, 因此, 由译码前后的误比特率能够计算出译码前后的错误比特数。可以看出, 无论译码正确与否, 在一次译码之后, 绝大多数的错误比特都被正确译码。若在重传译码过程中使用上次译码后的可靠度取代译码前直接由信道接收到的初始软信息作为当前译码过程的初始软信息, 将使重传译码的性能得到提高。

IR_HARQ 系统可通过信息比特穿孔和校验比特扩展两种方式实现。前者在重传译码时, 发送端减少传送的信息比特数, 从而构造新的校验比特并传输到接

收端，接收端将收到的新的校验比特和减少后的信息比特组合，并进行译码。后者在重传译码时，发送端根据扩展的 $\mathbf{H}'$ 矩阵生成额外的校验比特并传输到接收端，接收端将收到的校验比特和前次译码已有的所有比特组合，并进行译码。

从第二章中已知，LDPC 码的译码采用基于置信传播的迭代概率译码算法。初始软信息的准确度影响译码结果。在穿孔和扩展两种方式中的重传译码过程中，都能以上次译码后得到的判决概率信息代替译码前的初始概率信息，来作为当前译码过程的初始软信息。这样，在重传译码过程中就可以利用到前次译码的结果，提高重传译码性能。

第五章 仿真结果与分析

第四章中详细介绍了改进译码方法提出的理论基础和具体实现过程。为了对改进后的译码方法性能进行评估,本章中采用(2304, 1920)LDPC 码, (2304, 1728)A 码和(2304, 1728)B 码作为纠错码,在打孔方式下的 IR_HARQ 系统中分别对改进前后的译码方法进行了仿真,同时,采用半随机码在扩展方式下的 IR_HARQ 系统中对改进前后的译码方法进行仿真。

仿真结果显示,新译码方法对系统吞吐量和迭代次数均有明显提高。尤其在信道条件不太理想的情况下,改进效果更加明显。

5.1 信息比特穿孔 IR_HARQ 方式的仿真结果

5.1.1 码结构分析

采用 802.16^[20]标准中的码进行仿真,其校验矩阵是 $(m_b \times z) \times (n_b \times z)$ 矩阵, $m_b \times n_b$ 基矩阵表示如下:

$$Hb = \begin{bmatrix} P^{h_{00}^b} & P^{h_{01}^b} & P^{h_{02}^b} & \dots & P^{h_{0n_b}^b} \\ P^{h_{10}^b} & P^{h_{11}^b} & P^{h_{12}^b} & \dots & P^{h_{1n_b}^b} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P^{h_{m_b 0}^b} & P^{h_{m_b 1}^b} & P^{h_{m_b 2}^b} & \dots & P^{h_{m_b n_b}^b} \end{bmatrix} \quad (5-1)$$

$i \in \{0, 1, 2, \dots, m_b - 1\}, j \in \{0, 1, 2, \dots, n_b - 1\}$

Hb 矩阵共有 $m_b \times n_b$ 个元素,其中各元素分别由 $z \times z$ 的全零矩阵和 $z \times z$ 的单元矩阵循环移位的同构矩阵构成。本文分别采用码率为 5/6 和 3/4 的码进行仿真,其校验矩阵表示如下:

表5-1 5/6 码率的码校验矩阵 $Hb_{5/6}$ 第 1~12 列

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
12	5	55	-1	47	4	-1	91	84	8	86	52
-1	6	-1	36	40	47	12	79	47	-1	41	21
51	81	83	4	67	-1	21	-1	31	24	91	61
68	-1	50	15	-1	36	13	10	11	20	53	90

表5-2 5/6 码率的码校验矩阵 $\mathbf{Hb}_{5/6}$ 第 13~24 列

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
82	33	5	0	36	20	4	77	80	0	-1	-1
12	71	14	72	0	44	49	0	0	0	0	-1
81	9	86	78	60	88	67	15	-1	-1	0	0
29	92	57	30	84	92	11	66	80	-1	-1	0

表5-3 3/4 码率的码 A 校验矩阵 $\mathbf{Hb}_{3/4a}$ 第 1~12 列

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
6	38	39	3	-1	-1	-1	30	70	-1	86	-1
62	64	19	84	-1	92	78	-1	15	-1	-1	92
71	-1	55	-1	12	66	45	79	-1	78	-1	-1
38	61	-1	66	9	73	47	64	-1	39	61	43
-1	-1	-1	-1	32	52	55	80	95	22	65	1
-1	63	31	88	20	-1	-1	-1	6	40	56	16

表5-4 3/4 码率的码 A 校验矩阵 $\mathbf{Hb}_{3/4a}$ 第 13~24 列

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
37	38	4	11	-1	46	48	0	-1	-1	-1	-1
-1	45	24	32	30	-1	-1	0	0	-1	-1	-1
10	-1	22	55	70	82	-1	-1	0	0	-1	-1
-1	-1	-1	-1	95	32	0	-1	-1	0	0	-1
24	90	44	20	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0
71	53	-1	-1	27	26	48	-1	-1	-1	-1	0

表5-5 3/4 码率的码 B 校验矩阵 $\mathbf{Hb}_{3/4b}$ 第 1~12 列

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-1	81	-1	28	-1	-1	14	25	17	-1	-1	85
42	-1	14	68	32	-1	-1	-1	-1	70	43	11
-1	-1	20	-1	-1	63	39	-1	70	67	-1	38
64	2	-1	-1	63	-1	-1	3	51	-1	81	15
-1	53	60	80	-1	26	75	-1	-1	-1	-1	86
77	-1	-1	-1	15	28	-1	35	-1	72	30	68

表5-6 3/4 码率的码 B 校验矩阵 $\mathbf{Hb}_{3/4}$ 第 13~24 列

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
29	52	78	95	22	92	0	0	-1	-1	-1	-1
36	40	33	57	38	24	-1	0	0	-1	-1	-1
47	24	7	29	60	5	80	-1	0	0	-1	-1
94	9	85	36	14	19	-1	-1	-1	0	0	-1
77	1	3	72	60	25	-1	-1	-1	-1	0	0
85	84	26	64	11	89	0	-1	-1	-1	-1	0

选取扩展因子为 96，分别得到码率为 5/6 的(2304, 1920)码和码率为 3/4 的(2304, 1728)码。相应地在校验矩阵 $\mathbf{Hb}$ 中“-1”表示 96×96 全零矩阵，“0”表示 96×96 单位矩阵，“81”表示 96×96 单位矩阵循环移位 81 次得到的同构矩阵。

上述码的校验矩阵结构可表示如图 5-1。

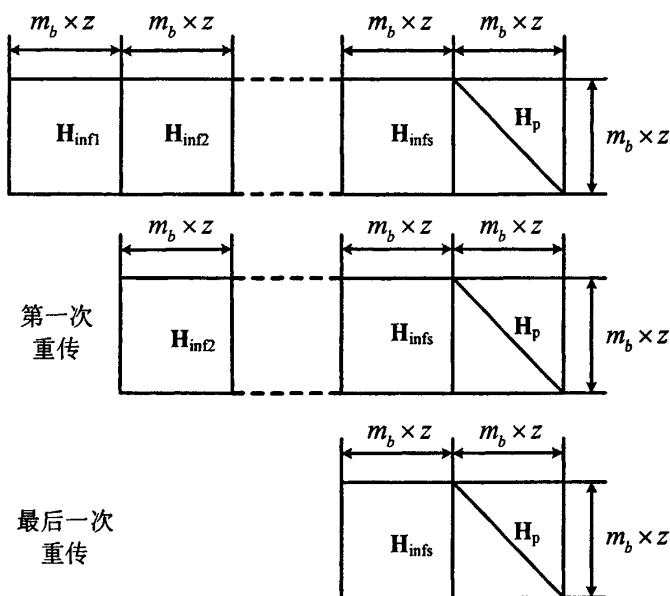


图5-1 各次重传时基校验矩阵图示

图 5-1 中的校验矩阵也可用公式表示如下：

$$\mathbf{Hb} = [\mathbf{H}_{inf1} \quad \mathbf{H}_{inf2} \quad \cdots \quad \mathbf{H}_{infs} \quad \mathbf{H}_p] \quad (5-2)$$

若第一次传送时译码不成功，通过打孔将 $\mathbf{H}_{inf1}$ 对应的信息比特取掉，重新得

到码率更低的码，相应校验矩阵为 $[\mathbf{H}_{\text{inf}2} \quad \mathbf{H}_{\text{inf}3} \quad \cdots \quad \mathbf{H}_{\text{inf}s} \quad \mathbf{H}_p]$ ，用这个新校验矩阵重新求校验比特，然后重发校验比特，与上次发送的部分信息位合并译码；若第二次译码还是不成功，通过打孔将 $\mathbf{H}_{\text{inf}2}$ 对应的信息比特取掉，重新得到码率更低的码，相应校验矩阵为 $[\mathbf{H}_{\text{inf}3} \quad \mathbf{H}_{\text{inf}4} \quad \cdots \quad \mathbf{H}_{\text{inf}s} \quad \mathbf{H}_p]$ ，用这个新校验矩阵重新求校验比特，然后重发校验比特，与上次发送的部分信息位合并译码，…。如此直到传送成功或达到最大重传次数。

5.1.2 校验比特计算

若码字表示为 $\mathbf{C}=[\mathbf{d} \quad \mathbf{p}]=[\mathbf{d}_1 \quad \mathbf{d}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{d}_s \quad \mathbf{p}]$ ，若将信息比特划分为 $k_b = n_b - m_b$ 个分量，每个向量由 z 比特组成：

$$\mathbf{d}=[\mathbf{u}(0), \mathbf{u}(1), \mathbf{u}(2), \cdots, \mathbf{u}(k_b-1)] \quad (5-3)$$

其中， $\mathbf{u}(i)=[s_{iz}, s_{iz+1}, s_{iz+2}, \cdots, s_{(i+1)z-1}]^T$ 。

校验序列 $\mathbf{p}$ 划分为 m_b 个分量，每个向量由 z 比特组成：

$$\mathbf{p}=[\mathbf{v}(0), \mathbf{v}(1), \mathbf{v}(2), \cdots, \mathbf{v}(m_b-1)] \quad (5-4)$$

其中， $\mathbf{v}(i)=[p_{iz}, p_{iz+1}, p_{iz+2}, \cdots, p_{(i+1)z-1}]^T$ 。

定义中间向量 λ ，

$$\lambda=[\lambda(0), \lambda(1), \cdots, \lambda(m_b-1)]^T \quad (5-5)$$

其中每个元素 $\lambda(i)$ 是 z 比特组成的列向量，按式(5-6)计算：

$$\lambda(i)=\sum_{j=0}^{k_b-1} \mathbf{P}^{k_{(i,j)}^b} \mathbf{u}(j) \quad i=0,1,\cdots,m_b-1 \quad (5-6)$$

首先计算 $\mathbf{v}(0)$ ：

$$\mathbf{P}^{k_{(x,k_b)}^b} \mathbf{v}(0)=\sum_{i=0}^{m_b-1} \lambda(i) \quad (5-7)$$

因此有：

$$\mathbf{v}(0)=\left(\mathbf{P}^{k_{(x,k_b)}^b}\right)^{-1} \sum_{i=0}^{m_b-1} \lambda(i)=\mathbf{P}^{(z-k_{(x,k_b)}^b) \bmod z} \sum_{i=0}^{m_b-1} \lambda(i) \quad (5-8)$$

其中 x 为 $\mathbf{Hb}$ 矩阵中第 k_b 列中三个不为零的元素中与另两个元素不相等的那个元素。

计算 $\mathbf{v}(i+1)$, $i=1, \dots, m_b-1$, 有:

$$\mathbf{v}(i+1) = \mathbf{v}(i) + \boldsymbol{\lambda}(i) + \mathbf{P}^{h_{(i,k_b)}^b} \mathbf{v}(0) \quad (5-9)$$

或:

$$\mathbf{v}(i-1) = \mathbf{v}(i) + \boldsymbol{\lambda}(i) + \mathbf{P}^{h_{(i,k_b)}^b} \mathbf{v}(0) \quad (5-10)$$

5/6 码率的码校验比特计算式如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(0) &= \sum_{i=0}^{m_b-1} \boldsymbol{\lambda}(i) \\ \mathbf{v}(3) &= \boldsymbol{\lambda}(3) + \mathbf{P}^{h_{(3,20)}^b} \mathbf{v}(0) \\ \mathbf{v}(2) &= \boldsymbol{\lambda}(2) + \mathbf{v}(3) \\ \mathbf{v}(1) &= \boldsymbol{\lambda}(1) + \mathbf{v}(2) \end{aligned} \quad (5-11)$$

3/4 码率的码 A 校验比特计算式如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(0) &= \sum_{i=0}^{m_b-1} \boldsymbol{\lambda}(i) \\ \mathbf{v}(5) &= \boldsymbol{\lambda}(5) + \mathbf{P}^{h_{(5,18)}^b} \mathbf{v}(0) \\ \mathbf{v}(4) &= \boldsymbol{\lambda}(4) + \mathbf{v}(5) \\ \mathbf{v}(3) &= \boldsymbol{\lambda}(3) + \mathbf{v}(4) + \mathbf{v}(0) \\ \mathbf{v}(2) &= \boldsymbol{\lambda}(2) + \mathbf{v}(3) \\ \mathbf{v}(1) &= \boldsymbol{\lambda}(1) + \mathbf{v}(2) \end{aligned} \quad (5-12)$$

3/4 码率的码 B 校验比特计算式如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(0) &= \left[\mathbf{P}^{h_{(2,18)}^b} \right]^{-1} \sum_{i=0}^{m_b-1} \boldsymbol{\lambda}(i) \\ \mathbf{v}(5) &= \boldsymbol{\lambda}(5) + \mathbf{v}(0) \\ \mathbf{v}(4) &= \boldsymbol{\lambda}(4) + \mathbf{v}(5) \\ \mathbf{v}(3) &= \boldsymbol{\lambda}(3) + \mathbf{v}(4) \\ \mathbf{v}(2) &= \boldsymbol{\lambda}(2) + \mathbf{v}(3) + \mathbf{P}^{h_{(2,18)}^b} \mathbf{v}(0) \\ \mathbf{v}(1) &= \boldsymbol{\lambda}(1) + \mathbf{v}(2) \end{aligned} \quad (5-13)$$

5.1.3 仿真结果

在 AWGN 信道下, 采用 BPSK 调制对上节介绍的码进行仿真, 结果如图 5-2~图 5-15 所示。图中分别给出了三种码本身的性能, 在改进前后两种译码方式下的

吞吐量和迭代次数比较。过去译码方法是在每次重传后按式(4-9)到式(4-13)进行译码。新的译码方法是在首次传送后按式(4-9)到式(4-13)进行译码，重传后用式(4-21)、式(4-15)、式(4-16)代替式(4-9)进行译码，即组合式(4-21)、式(4-15)、式(4-16)与式(4-10)到式(4-13)进行译码。

本文中，迭代次数为 10000 帧数据进行多次重传译码过程中的迭代次数累计总和。在实际应用中，考虑到硬判决为系统带来的开销，一般将只在译码达到最大迭代次数以后才进行硬判，即在每一次重传中迭代次数为固定值，这种情况下统计多次重传过程中的迭代次数累计总和是无意义的。但本文旨在进行实验性研究，统计迭代次数总和能体现改进译码方法对系统时延性能是否有改善。若有，通过分析统计数据，可以得到采用改进译码方法下达到同样译码性能所需的一次独立译码中的最大迭代次数的最小值，这对改进系统时延性能是有效的。

根据仿真过程和结果，可以得到吞吐量 η 的估计值 $\hat{\eta}$ ，由公式(5-14)计算：

$$\hat{\eta} = \frac{n_{suc}}{n_{total}} \times R_{aver} \times \log_2 M \quad (5-14)$$

其中， n_{suc} 表示成功传输的帧数， n_{total} 表示传输的总帧数， M 表示采用 M 进制调制， R_{aver} 是传输码字的平均码率，由式(5-15)计算：

$$R_{aver} = \sum_{i=0}^{m-1} \left(\frac{n_{i_suc}}{n_{total}} \right) \times R_i + \left(n_{total} - \sum_{i=0}^{m-1} n_{i_suc} \right) \times R_m \quad (5-15)$$

i 表示第 i 次重传，显然， $i = 0, 1, \dots, m$ (m 为最大重传次数)。 n_{i_suc} 表示第 i 次重传时正确的帧数， R_i 表示第 i 次重传时的实际码率。

从式(5-14)和式(5-15)可知，当所有帧译码均失败时，平均码率 R_{aver} 即为最后一次译码时的码率 R_m ，吞吐量 η 则为最小值 0。当所有码字均在第一次译码时就被成功接收，则平均码率 R_{aver} 即为第一次译码时的码率 R_0 ，此时吞吐量 η 将取得最大值 R_0 。

图 5-2~图 5-7 是对码率为 5/6 的(2304, 1920)LDPC 码进行仿真的结果。该码的最大重传次数为 4 次，采用停等协议，译码迭代次数最大为 50 次。

图 5-2 是由(2304, 1920)LDPC 码及其通过打孔得到的各种码率码的比特错误性能图。图 5-3 是由(2304, 1920)LDPC 码及其通过打孔得到的各种码率码的块错误性能图。

仿真采用前向纠错的差错控制方式, 不重传, 采用 BPSK 调制, 信道为 AWGN 信道, 译码的最大迭代次数为 50 次, 仿真帧数为 10000 帧。

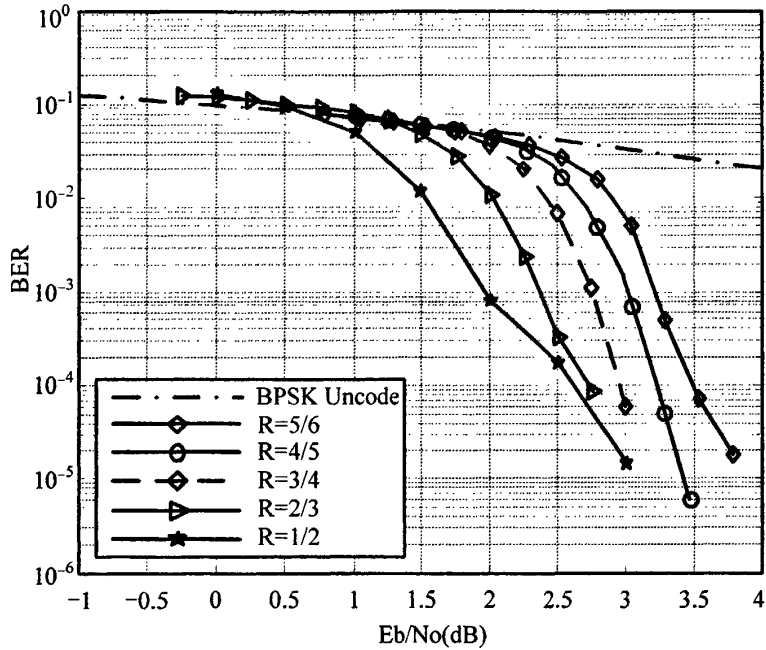


图5-2 码率为 5/6 的(2304, 1920)LDPC 码比特错误性能图

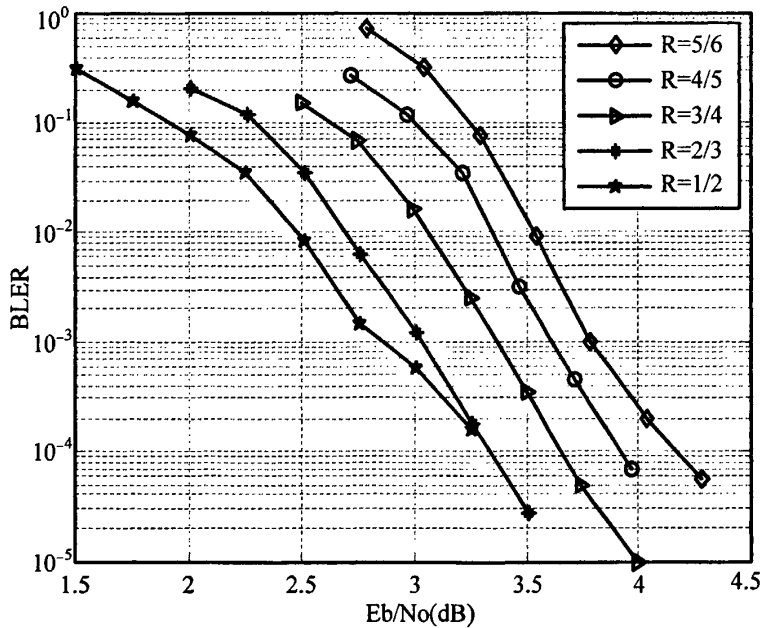


图5-3 码率为 5/6 的(2304, 1920)LDPC 码块错误性能图

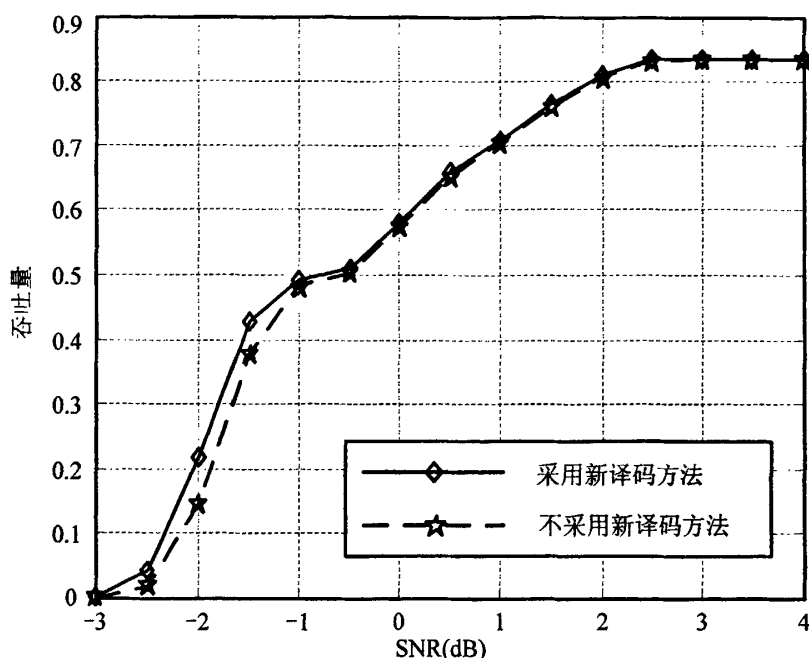


图5-4 码率为 5/6 的(2304, 1920)码两种译码方法吞吐量比较

图 5-4 是新的译码方法和过去译码方法的吞吐量比较。横坐标是信噪比 (SNR)，纵坐标是平均吞吐量。从图 5-4 中可以看出，在 $SNR = -3 \sim -1dB$ 的范围内，新译码方法提高吞吐量达 20%到 2%，这是因为在低信噪比的情况下，译码的初始软信息距离正确码字的偏差较大，而译码后得到的判决软信息对于初始软信息有相当程度上的纠正，这样，使用上次译码的判决软信息取代初始软信息作为当前译码的初始软信息，对重传译码的性能提高就很显著。

图 5-4 中，在 $SNR = -1 \sim 2.5dB$ 的范围内，随 SNR 的增大，新译码方法较旧译码方法的吞吐量仍然有所提高，但增幅逐渐减小。两方面的因素造成这样的结果：一方面随 SNR 增大，译码初始软信息的误差减小，新旧译码的初始条件趋于一致；另一方面随 SNR 增大，重传次数减少，也影响新译码方法对吞吐量性能的改进。在 $SNR \geq 2.5 dB$ 的范围内，新旧译码方法的吞吐量都接近 0.8333 这一(2304, 1920)LDPC 码的吞吐量最大值，绝大多数码字都是一次译码成功，重传次数很少，故新旧译码方法的吞吐量几乎完全相同。从以上分析可以看出，新方法对于提高在低信噪比下的吞吐量性能显示了优越性。

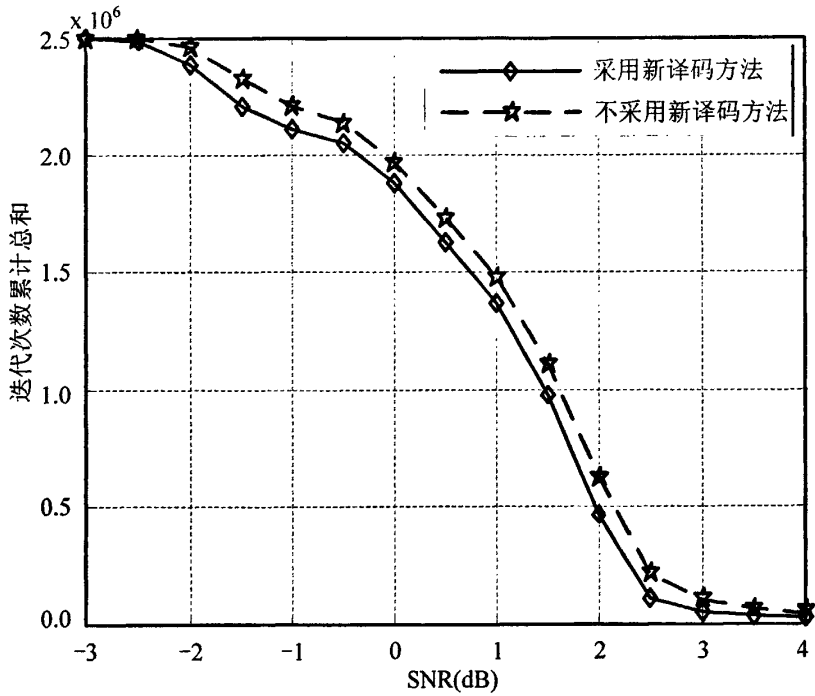


图5-5 码率为 5/6 的(2304, 1920)码两种译码方法迭代次数比较

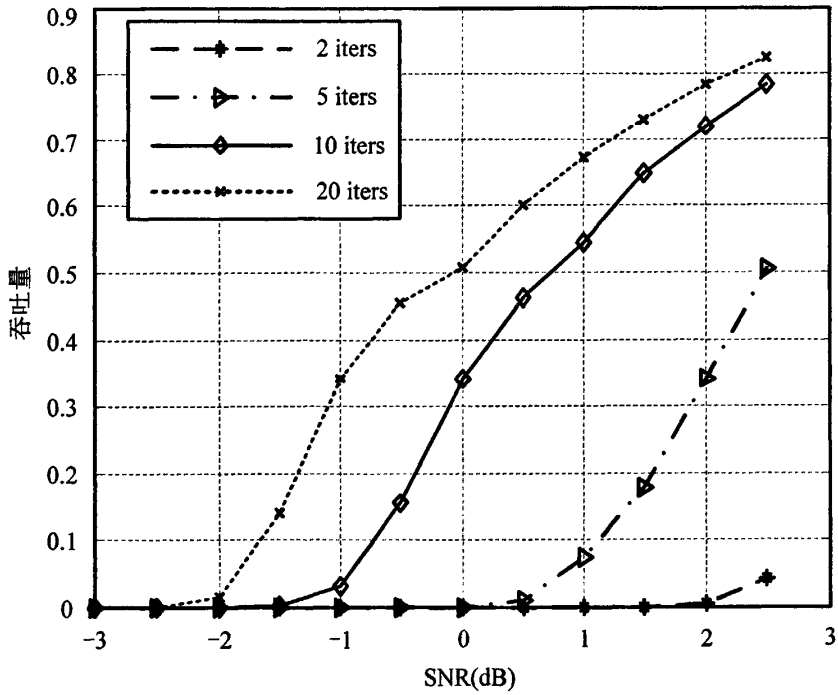


图5-6 码率为 5/6 的(2304, 1920)码采用传统译码方法的收敛性

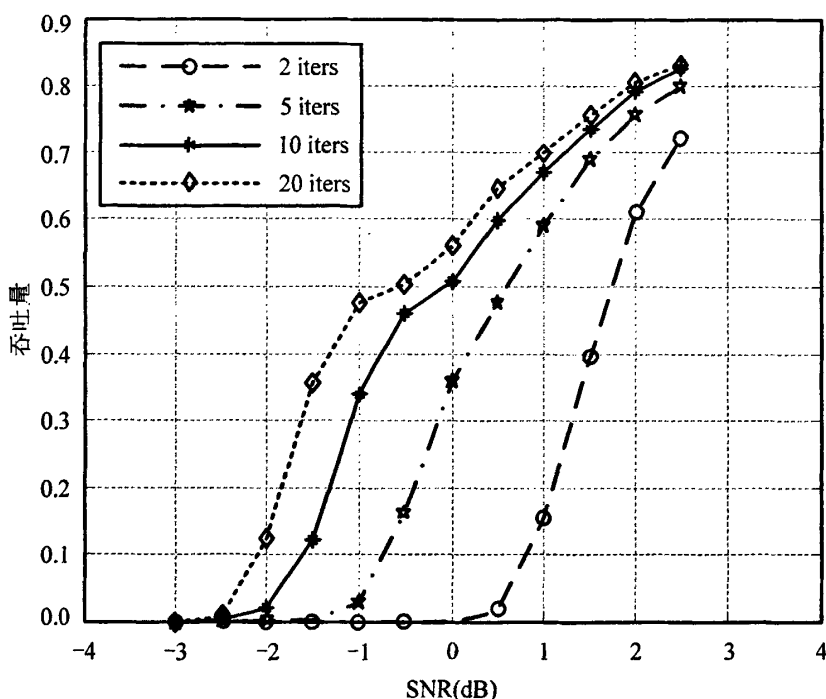


图5-7 码率为 5/6 的(2304, 1920)LDPC 码采用改进后译码方法的收敛性

图 5-5 是新的译码方法和过去译码方法的迭代次数比较。迭代次数为 10000 帧数据进行 5 次传输译码过程中的迭代次数累计总和。横坐标同样是信噪比，纵坐标是总迭代次数。从图 5-5 中可以看出，在 $SNR < 3dB$ 的范围内，迭代次数减少比例为 5%到 20%，这证明新译码方法较旧译码方法在系统时延上会有所改善。而在 $SNR \geq 3dB$ 的范围内，由于一次译码的成功率很高，码字的重传次数很少，因此新译码方法减少的迭代次数有限，在 $SNR = 3dB$ 时趋于一致。

图 5-6 和图 5-7 是两种译码方法在迭代次数分别为 2、5、10 和 20 次下的性能，新译码方法明显显示了更好的收敛性。

图 5-8~图 5-11 是对码率为 3/4 的(2304, 1728)A 码进行仿真的结果。该码的最大重传次数为 2 次，采用停等协议，译码迭代次数最大为 50 次，仿真帧数为 10000。

图 5-8 和图 5-9 是由(2304, 1728)A 码及其通过打孔得到的各种码率码的性能图。图 5-8 是比特错误性能图，图 5-9 是块错误性能图。仿真使用前向纠错作为差错控制方式，不重传，采用 BPSK 调制，信道为 AWGN 信道，译码的最大迭代次数为 50 次，仿真帧数为 10000 帧。

图 5-10 是改进前后两种译码方法的吞吐量比较。从图 5-10 中可以看出，在 $SNR = -3 \sim -1dB$ 的范围内，新的译码方法提高吞吐量达 23%~2%，这是因为在低信噪比的情况下，译码的初始软信息距离正确码字的偏差较大，而译码后得到的判决软信息对于初始软信息有相当程度上的纠正，这样，使用上次译码的判决软信息取代初始软信息作为当前译码的初始软信息，对重传译码的性能提高就很显著。

图 5-10 中，在 $SNR = -1 \sim 2dB$ 的范围内，随 SNR 的增大，改进译码方法较旧译码方法的吞吐量仍然有所提高，但增幅逐渐减小。两方面的因素造成这样的结果：一方面随 SNR 增大，译码初始软信息的误差减小，两种译码方式的初始条件趋于一致；另一方面随 SNR 增大，重传次数减少，也影响改进后的译码方法对吞吐量性能的改进。而在 $SNR \geq 2dB$ 的范围内，两种译码方法的吞吐量都接近 0.75 这一(2304, 1728)码的吞吐量最大值，绝大多数码字都是一次译码成功，重传次数很少，故两种译码方法的吞吐量几乎完全相同。从以上分析可以看出，改进后译码方法对于提高在低信噪比下的吞吐量性能显示了优越性。

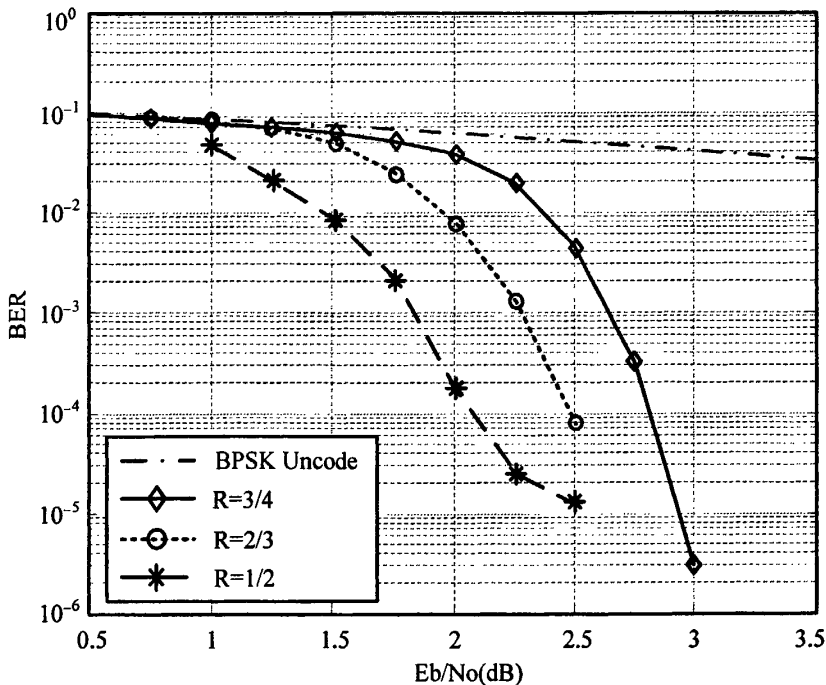


图5-8 码率为 3/4 的(2304, 1728)A 码的比特错误性能图

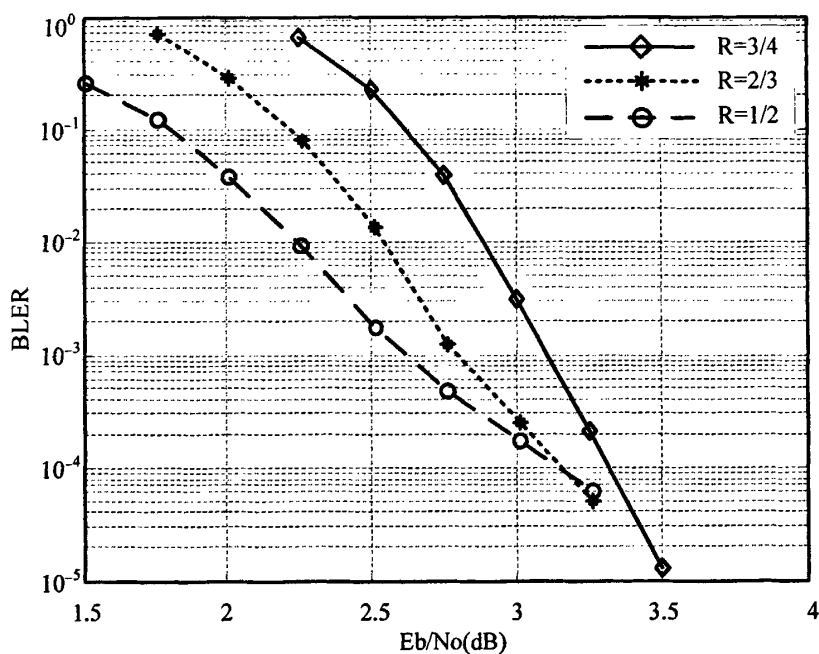


图5-9 码率为 3/4 的(2304, 1728)A 码的块错误性能图

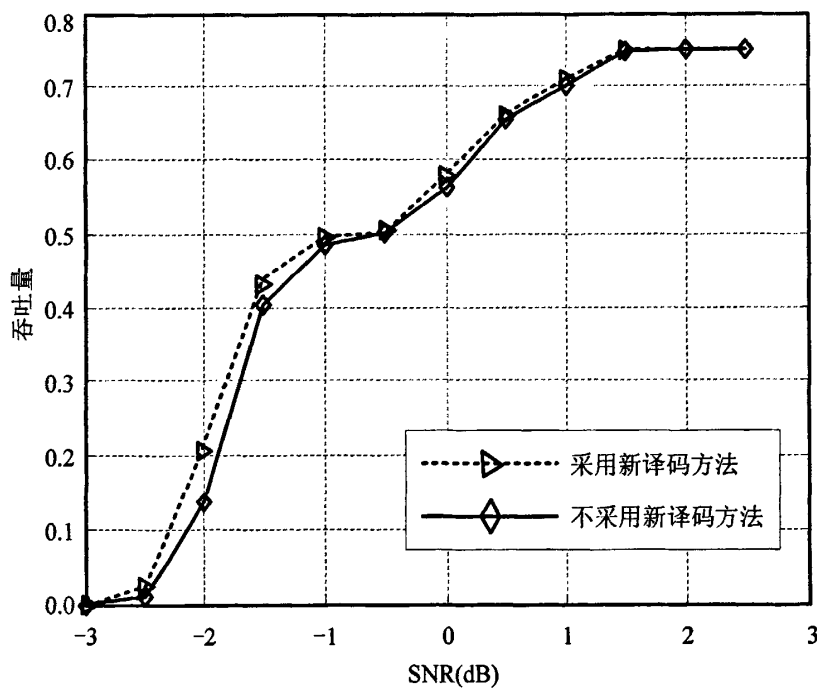


图5-10 码率为 3/4 的(2304, 1728)A 码采用两种译码方法吞吐量比较

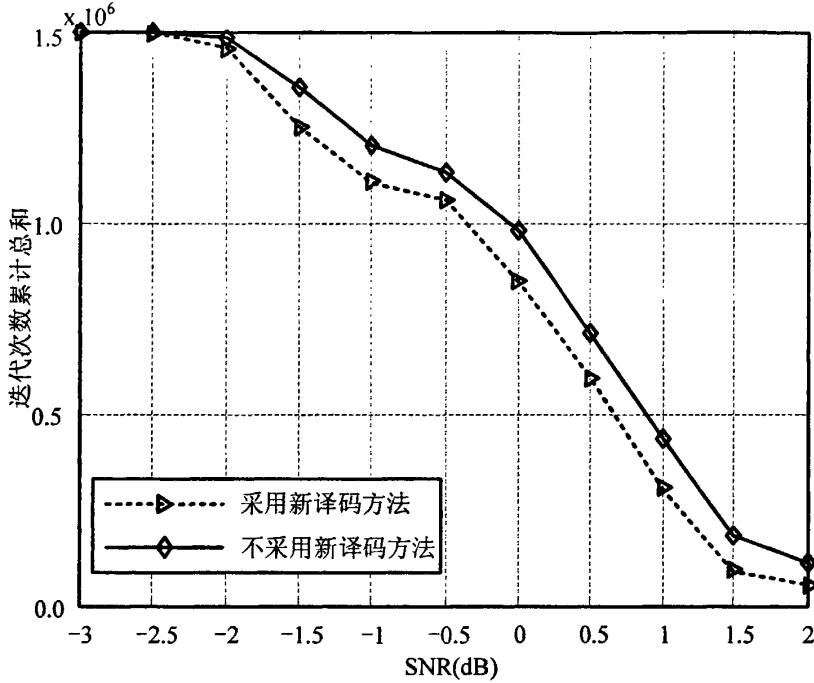


图5-11 码率为 3/4 的(2304, 1728)A 码采用两种译码方法迭代次数比较

图 5-11 是改进前后两种译码方法的迭代次数比较。迭代次数为 10000 帧数据进行 3 次传输译码过程中所需的迭代次数累计总和。从图 5-11 中可以看出，在 $SNR = -1 \sim 1.5dB$ 的范围内，改进后译码方法的迭代次数减少比例为 5%到 23%。这证明对于(2304, 1728)LDPC 码，改进译码方法对整个系统的时延性能也有很大改善。

图 5-12~图 5-15 是对码率为 3/4 的(2304, 1728)B 码进行仿真的结果。该码的最大重传次数为 2 次，采用停等协议，译码迭代次数最大为 50 次，仿真帧数为 10000 帧。

图 5-12 和图 5-13 是由(2304, 1728)B 码及其通过打孔得到的各种码率码的基本性能图。图 5-12 是比特错误性能图，图 5-13 是块错误性能图。仿真采用前向纠错作为差错控制方式，不重传，采用 BPSK 调制，信道为 AWGN 信道，译码的最大迭代次数为 50 次，仿真帧数为 10000 帧。

图 5-14 是新的译码方法和过去译码方法的吞吐量比较。图 5-15 是新的译码方法和过去译码方法的迭代次数比较。

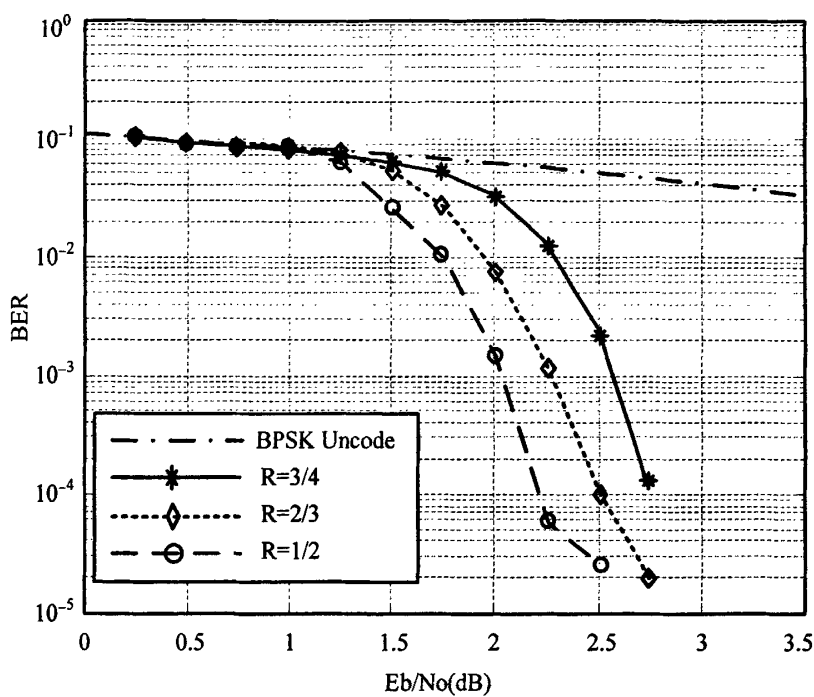


图5-12 码率 3/4 的(2304, 1728)B 码比特错误性能

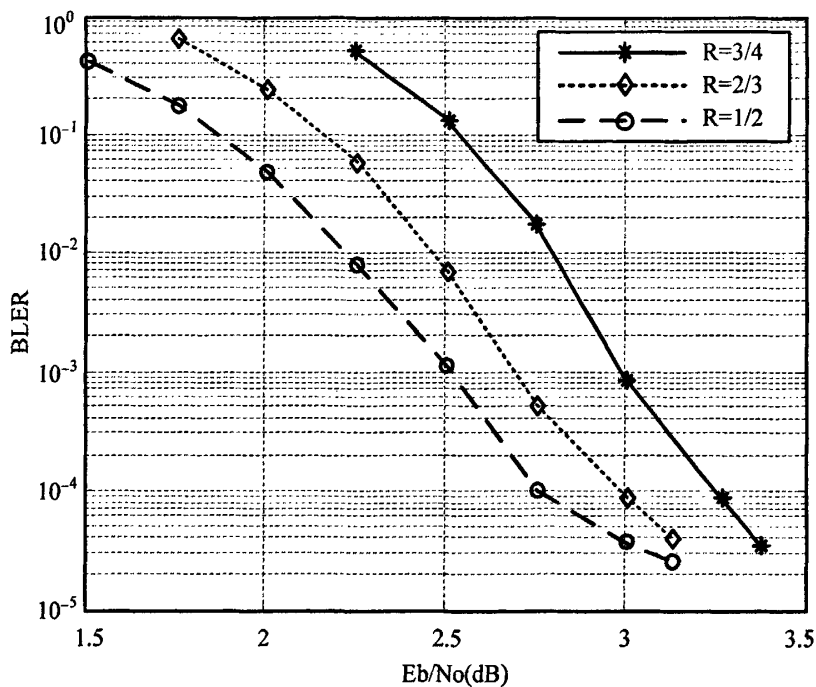


图5-13 码率 3/4 的(2304, 1728)B 码块错误性能

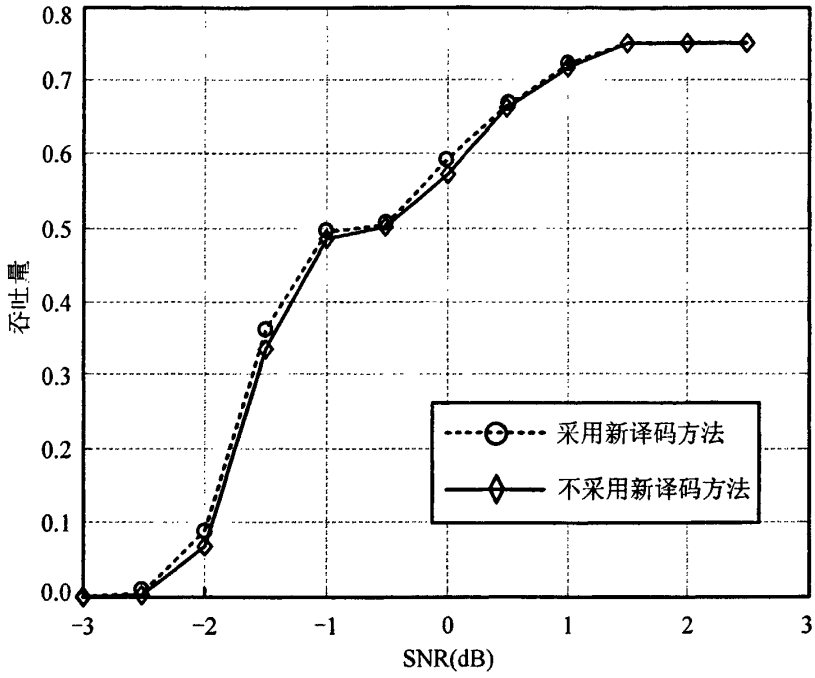


图5-14 码率 3/4 的(2304, 1728)B 码两种译码方法吞吐量比较

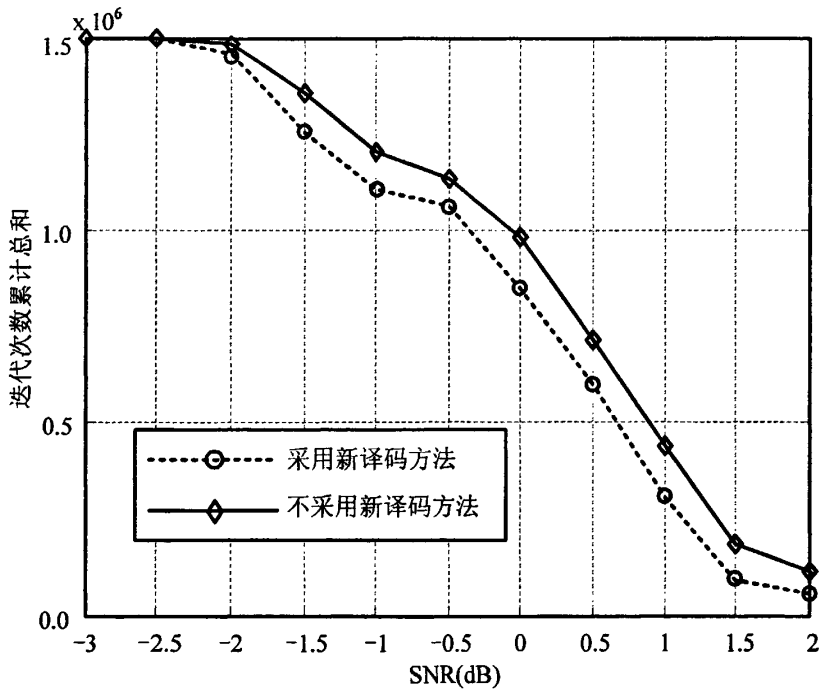


图5-15 码率 3/4 的(2304, 1728)B 码两种译码方法迭代次数比较

从图 5-14 和图 5-15 中看到, 在 $SNR = -3 \sim -1dB$ 的范围内, 改进后译码方法对吞吐量的提高虽然不如(2304, 1920)LDPC 码和(2304, 1728)B 码明显, 但仍然有所提高, 在 $SNR \geq -1dB$ 的范围内, 由于一次译码成功率很高, 重传次数很少, 新旧译码方法的吞吐量趋于一致。在 $SNR = -3 \sim -2dB$ 的整个范围内, 迭代次数明显减少, 这表示改进译码方法对系统时延的改善仍然很明显。

5.2 直接增加校验位的 IR_HARQ 方式的仿真结果

5.2.1 码结构分析和校验比特计算

仿真使用半随机 LDPC 码, 将码长为 n 、信息位为 k 的 LDPC 码校验矩阵 $\mathbf{H}$ 分解为两个子矩阵:

$$\mathbf{H} = [\mathbf{H}^d \quad \mathbf{H}^p] \quad (5-16)$$

其中, $\mathbf{H}^d$ 是一个 $(n-k) \times k$ 的矩阵, 称为信息位矩阵, 采用随机方法构造:

$$\mathbf{H}^d = \begin{bmatrix} h_{1,1}^d & h_{1,2}^d & h_{1,3}^d & \cdots & h_{1,k-1}^d & h_{1,k}^d \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ h_{i,1}^d & h_{i,2}^d & h_{i,3}^d & \cdots & h_{i,k-1}^d & h_{i,k}^d \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ h_{n-k-1,1}^d & h_{n-k-1,2}^d & h_{n-k-1,3}^d & \cdots & h_{n-k-1,k-1}^d & h_{n-k-1,k}^d \\ h_{n-k,1}^d & h_{n-k,2}^d & h_{n-k,3}^d & \cdots & h_{n-k,k-1}^d & h_{n-k,k}^d \end{bmatrix} \quad (5-17)$$

$\mathbf{H}^p$ 是一个 $(n-k) \times (n-k)$ 的矩阵, 称为校验位矩阵, $\mathbf{H}^p$ 是双对角线形式的三角子矩阵, 具有如下形式:

$$\mathbf{H}^p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-18)$$

校验矩阵结构可表示如图 5-16。

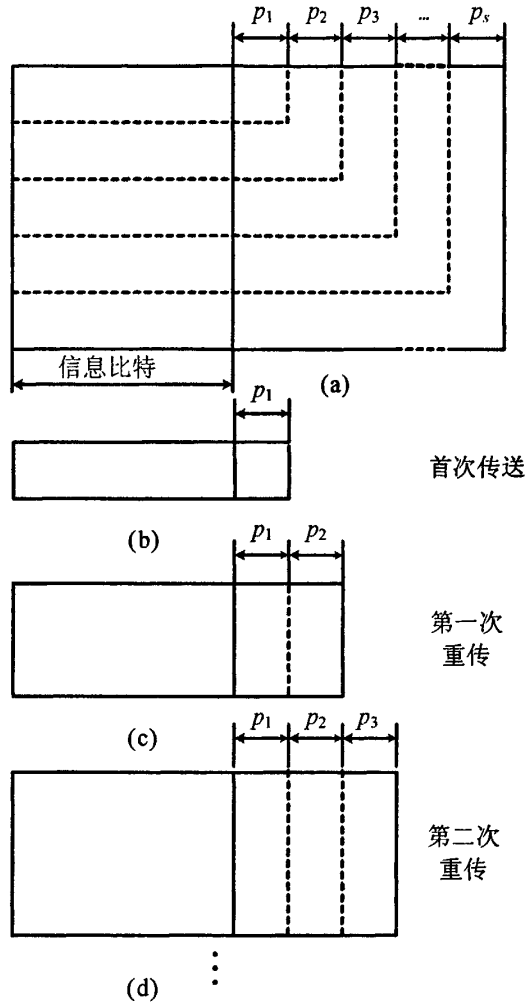


图5-16 各次重传时校验矩阵图示

图 5-16(a)所示为母校验矩阵，第一次传送时的校验矩阵如图 5-16(b)所示，若译码不成功，增加发送校验比特 p_2 ，重新得到码率更低的码，相应校验矩阵如图 5-16(c)所示，然后重发校验比特，与上次发送的信息比特和校验比特合并，用此新校验矩阵进行译码；若第二次译码还是不成功，增加发送校验比特 p_3 ，重新得到码率更低的码，相应校验矩阵为如图 5-16(d)所示，然后重发校验比特，与上次发送的信息比特和校验比特合并，用此新校验矩阵译码，…。如此直到传输成功或达到最大重传次数。

校验比特计算如下：

信息向量为 $\mathbf{d} = \{d_i, i=1, 2, \dots, k\}$ ，对应的校验矩阵如式(5-17)示，校验位向量 $\mathbf{p} = \{p_i, i=1, 2, \dots, n-k\}$ ：

$$p_i = \sum_{j=1}^k h_{i,j}^d d_j \quad (5-19)$$

$$p_i = p_{i-1} + \sum_{j=1}^{n-k} h_{i,j}^d d_j, \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (5-20)$$

5.2.2 仿真结果

在 AWGN 信道下，采用 BPSK 调制，本文对上节中介绍的码进行了仿真，结果如图 5-17~图 5-18 所示。图中给出改进前后两种译码方法的吞吐量和迭代次数比较。过去译码方法是在每次重传后按式(4-9)~式(4-13)进行译码。改进译码方法是在首次传送后按式(4-9)~式(4-13)进行译码，重传后用式(4-14)、(4-15)、(4-16)代替式(4-9)进行译码，即组合式(4-14)、(4-15)、(4-16)与式(4-10)~式(4-13)进行译码。

使用码率为 1/2 的(4572, 2286)半随机 LDPC 码的校验矩阵为母矩阵，最大重传次数为 5 次，采用停等协议。信息比特位为 2286 bits。每次重传校验比特个数为 381bits($381 \times [1+5]$ ，其中“1”为首次传送)。译码迭代次数最大为 50 次，仿真帧数为 10000 帧。

图 5-17 是改进前后两种译码方法的吞吐量比较。图 5-18 是改进译码方法和过去译码方法的迭代次数比较。迭代次数为 10000 帧数据进行 6 次传输译码过程中的迭代次数累计总和。

从图 5-17 中可以看出，在信噪比较低的区域，图中表现为 $SNR = -0.5 \sim 0.5dB$ 的范围内，改进译码方法对系统吞吐量有明显提高。这是因为在信噪比较低的情况下，已传比特的初始软信息受到噪声的影响较大，译码前错误比特数更多，而译码后用来判决的软信息对这些错误已经有了很大程度上的纠正。采用前次译码后的判决软信息代替译码前的初始软信息作为当前译码的初始软信息，可以对信道误差进行一定程度弥补，使重传过程的译码性能提高。而在 $SNR \geq 0.5dB$ 的范围内，可以看出，改进后的译码方法的吞吐量性能仍高于旧译码方法，但幅度随 SNR 的增大而降低。这是因为当 SNR 增大后，译码的初始软信息受信道影响造成的误差降低，译码后的判决信息对其修正作用也降低，同时， SNR 增大，译码成功率增大，重传次数降低，使改进后译码方法对译码性能的提高受到影响。

从图 5-18 中可以看出，在 $SNR = -0.5 \sim 3dB$ 的范围内，改进译码方法的迭代

次数明显降低，这意味着整个系统的时延将得到显著改善。而在 $SNR \geq 3dB$ 的范围内，随着 SNR 增大，译码一次成功率提高，重传次数很少，两种译码方法的迭代次数也趋于一致。

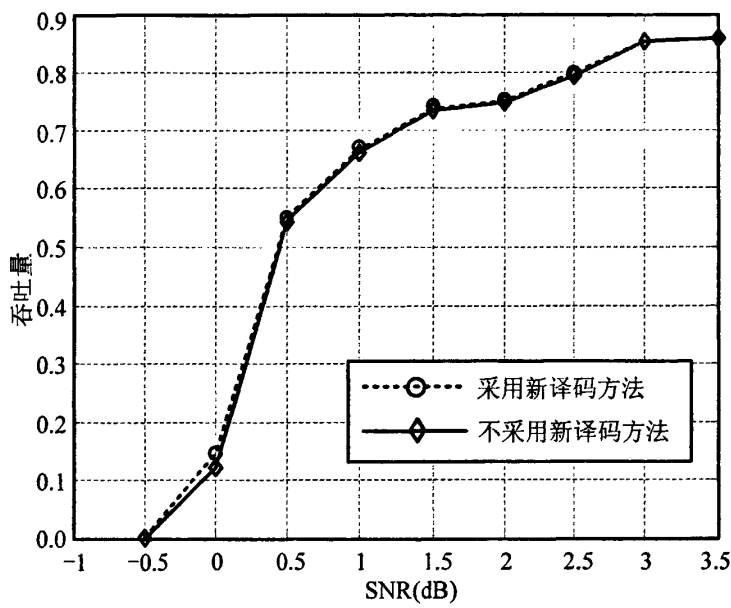


图5-17 扩展方式下两种译码方法吞吐量比较

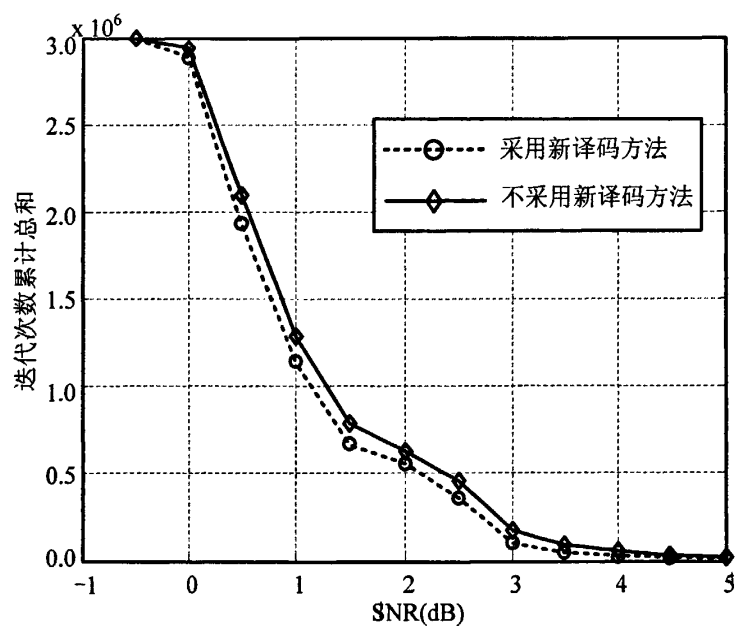


图5-18 扩展方式下两种译码方法迭代次数比较

5.3 本章小结

本章采用 PC_LDPC 码和半随机 LDPC 码作为校验码，分别使用信息比特打孔和直接增加校验位两种 IR_HARQ 协议的实现方法，在高斯白噪声理想信道下，对改进的译码方法和传统译码方法进行了吞吐量以及迭代次数性能的对比。仿真数据表明，改进译码方法在提高吞吐量的同时，减少了译码所需的总迭代次数，降低了系统时延。尤其在信道条件不太理想的情况下，改进效果更加明显。

第六章 改进译码方法在多阶调制和自适应调制中的应用

在现代无线通信中, 由于无线移动环境的快速变化加上频谱和功率资源的限制, 基于 OSI 标准分层结构的通信协议^[39]已经不能满足各种移动多媒体业务的要求, 因此跨层自适应优化^[40]成为研究的热点。跨层设计通过在层间传递信息来协调各层的工作过程, 根据无线环境的变化来实现对资源的自适应优化配置, 提高频谱和功率的利用率, 使系统能够满足各种业务的不同要求。

本章将讨论改进译码方法在多阶调制和自适应调制中的应用。

6.1 自适应调制简介

自适应是跨层设计的核心思想, 所谓自适应指协议栈能够分析和提取所需信息(如信道状态信息、QoS 需求信息等), 并根据这些信息做出正确反应的机制, 它既包括协议栈的上层对下层变化的自适应, 也包括下层对上层要求的自适应。

物理层自适应调制技术(Adaptive Modulation and Coding, AMC)^[41]的原理是发射功率保持不变, 而随信道环境的变化而改变调制与编码的方式。高阶调制编码方案在信道环境好时具有较高的吞吐量, 然而, 随着信道环境变差, 误帧率迅速的提高, 吞吐量迅速的下降; 低阶调制编码方案虽然在信道环境好时吞吐量不大, 但当信道环境变差时, 由于误帧率并不会明显提高, 此时具有比高阶调制编码方案更高的吞吐量, 因此随信道环境选择适当的调制编码方案可以得到此信道环境下最大的吞吐量。AMC 以频谱效率和吞吐率作为优化的目标, 并不考虑上层应用对服务质量的要求。

针对无线视多媒体业务对于服务质量的要求, 越来越多的研究人员采用了跨层设计方法, 提出了一种物理层和链路层联合自适应方法^{[42],[43]}, 将 AMC 和 ARQ 相结合, 可以提供更高的频谱效率。

AMC 本身可以提供一定的灵活性去根据测量的信道条件选择合适的调制方式, 测量通常由接收端向发送端报告或者由网络决定。然而, 这需要很精确的信道测量, 而且时延的影响也是不可忽略的。所以, 一般需要将 AMC 与 ARQ 联合使用。将 AMC 与 HARQ 合并导致最优的结合: 由 AMC 提供粗糙的数据速率选择,

而 HARQ 则根据信道条件对数据速率作精细的调整^{[44],[45]}。物理层的自适应调制和编码与数据链路层的精简 ARQ 协议结合起来,在保证时延和性能的情况下,物理层选择合适的自适应调制和编码(AMC),从而在保持所需性能的基础上,使数据速率最大。

AMC 与 HARQ 合并设计的关键点是有好的码率兼容的信道编码,卷积码和 Turbo 码^{[44],[45]}都曾用于 AMC 系统和 HARQ 设计。本文将考虑基于码率兼容的 LDPC 码^{[20],[33]-[36]}的 AMC 与 HARQ 跨层设计,并讨论其性能。

6.2 多阶调制的软信息提取

将 LDPC 编码和多进制调制结合在一起,由于 LDPC 的译码需要软信息输入,因此,多进制调制解调需要输出软信息。以 M-QAM(M 分别取为 4、16、64)为例,对于多进制调制系统,通常将对数似然比(LLR)作为解调的软信息输出^[46]。

6.2.1 M-QAM 的软信息提取

在时刻 k , M-QAM 星座图上的信号点用复平面上的实数对 $\{A_k, B_k\}$ 来表示,它是由 $\log_2 M$ 个比特 $\{u_{k,i}\}$, $i=1,2,\dots,\log_2 M$ 映射得到的。使用相关接收,解调器接收数据的同相支路和正交支路 X_k 和 Y_k 可以表示为:

$$X_k = a_k A_k + I_k \quad (6-1)$$

$$Y_k = a_k B_k + Q_k \quad (6-2)$$

其中 a_k 在瑞利衰落信道下是一个瑞利随机变量,在 Gaussian 白噪声信道下为 1。 I_k 和 Q_k 是均值为 0, 方差为 σ_n^2 的高斯噪声,且它们是相互独立的。比特 $\{u_{k,i}\}$, $i=1,2,\dots,\log_2 M$ 的对数似然比 LLR(Logarithm of Likelihood Ratio)定义为:

$$\Lambda(u_{k,i}) = \text{Log} \frac{P\{u_{k,i}=1/X_k, Y_k\}}{P\{u_{k,i}=0/X_k, Y_k\}}, \quad i=1,2,\dots,\log_2 M \quad (6-3)$$

使用贝叶斯准则,并且由于 $P\{u_{k,i}=1\} = P\{u_{k,i}=0\}$, 上式得到:

$$\begin{aligned} \Lambda(u_{k,i}) &= \text{Log} \frac{P\{u_{k,i}=1/X_k, Y_k\}}{P\{u_{k,i}=0/X_k, Y_k\}}, \quad i=1,2,\dots,\log_2 M \\ &= \text{Log} \frac{P\{X_k, Y_k/u_{k,i}=1\}}{P\{X_k, Y_k/u_{k,i}=0\}} \end{aligned} \quad (6-4)$$

由于 $u_{k,i}=1$ 和 $u_{k,i}=0$ 分别映射到了星座图上 $M/2$ 个不同的点, 因此, 对于一个 $u_{k,i}$, M-QAM 的星座图都可以分为两部分。假设 $C_1(i)$ 为 $u_{k,i}=1$ 在星座图上所映射点 (X_n, Y_n) 的集合, $C_0(i)$ 为 $u_{k,i}=0$ 在星座图上所映射点 (X_n, Y_n) 的集合。将式 (6-1) 和式 (6-2) 代入得到:

$$\Lambda(u_{k,i}) = \text{Log} \frac{\sum_{(X_n, Y_n) \in C_1(i)} P\{X_k = a_k X_n + I_k, Y_k = a_k Y_n + Q_k\}}{\sum_{(X_n, Y_n) \in C_0(i)} P\{X_k = a_k X_n + I_k, Y_k = a_k Y_n + Q_k\}}, \quad i=1, 2, \dots, \log_2 M \quad (6-5)$$

对于特定的 a_k , X_k 和 Y_k 是两个互不相关的高斯噪声, 分别具有均值 $a_k X_n$ 和 $a_k Y_n$, 方差 σ_N^2 。因此, 由式 (6-5) 可以得到:

$$\Lambda(u_{k,i}) = \text{Log} \frac{\sum_{(X_n, Y_n) \in C_1(i)} e^{-\frac{(X_k - a_k X_n)^2 + (Y_k - a_k Y_n)^2}{2\sigma_N^2}}}{\sum_{(X_n, Y_n) \in C_0(i)} e^{-\frac{(X_k - a_k X_n)^2 + (Y_k - a_k Y_n)^2}{2\sigma_N^2}}}, \quad i=1, 2, \dots, \log_2 M \quad (6-6)$$

其中, $x_k = \frac{X_k}{a_k}$, $y_k = \frac{Y_k}{a_k}$, 在 AWGN 信道下, $a_k=1$ 。

接下来分别就 $M=4, 16, 64$ 的三种情形给出具体的公式。

6.2.2 4-QAM 的软信息提取

复平面上的实数对 $\{X_k, Y_k\}$ 表示 4-QAM 解调器接收数据, 它是由 2 个比特 $\{u_{k,i}\}$, $i=1, 2$ 映射得到的, 若信号星座点如图 6-1(a) 所示, 则第一个比特 $u_{k,1}=1$ 和 $u_{k,1}=0$ 映射分别如图 6-1(b) 所示, 图中实心星座点表示 $u_{k,1}=1$, 由式 (6-6) 有:

$$\begin{aligned} \Lambda(u_{k,1}) &= \log \frac{P\{X_k | u_{k,1}=1\}}{P\{X_k | u_{k,1}=0\}} \\ &= \log \frac{e^{-\frac{(x_k - a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}{e^{-\frac{(x_k + a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}} \\ &= -\frac{(X_k - a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2} + \frac{(X_k + a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2} \end{aligned} \quad (6-7)$$

第二个比特 $u_{k,2}=1$ 和 $u_{k,2}=0$ 映射分别如图 6-1(c) 所示, 图中实心星座点表示

$u_{k,2}=1$ 。由式(6-6)有:

$$\begin{aligned}
 \Lambda(u_{k,2}) &= \log \frac{P\{Y_k | u_{k,2}=1\}}{P\{Y_k | u_{k,2}=0\}} \\
 &= \log \frac{e^{-\frac{(Y_k - a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}{e^{-\frac{(Y_k + a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}} \\
 &= -\frac{(Y_k - a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2} + \frac{(Y_k + a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}
 \end{aligned} \tag{6-8}$$

式(6-7)和式(6-8)中归一化能量 $\sqrt{E_s}=1/\sqrt{2}$ 。

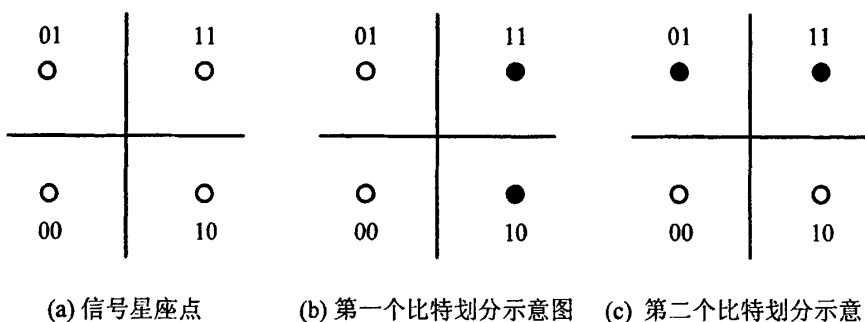
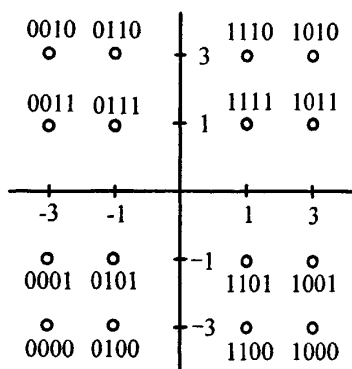


图6-1 4-QAM 调制星座图

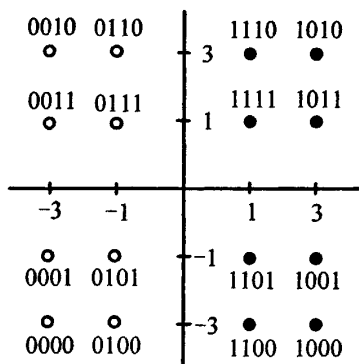
6.2.3 16-QAM 软信息提取

复平面上的实数对 $\{X_k, Y_k\}$ 表示 16-QAM 解调器接收的数据, 它是由 4 个比特 $\{u_{k,i}\}$, $i=1,2,3,4$ 映射得到的, 若信号星座点如图 6-2(a)所示, 则第一个比特 $u_{k,1}=1$ 和 $u_{k,1}=0$ 映射分别如图 6-2(b)所示, 图中实心星座点表示 $u_{k,1}=1$, 由式(6-6)有:

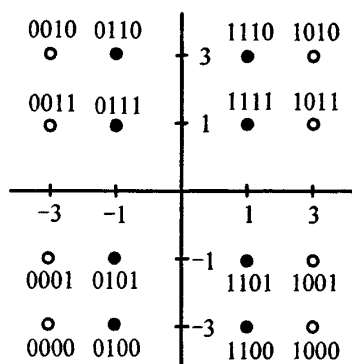
$$\begin{aligned}
 \Lambda(u_{k,1}) &= \log \frac{P\{X_k | u_{k,1}=1\}}{P\{X_k | u_{k,1}=0\}} \\
 &= \log \frac{e^{-\frac{(X_k - a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(X_k - a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}{e^{-\frac{(X_k + a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(X_k + a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}
 \end{aligned} \tag{6-9}$$



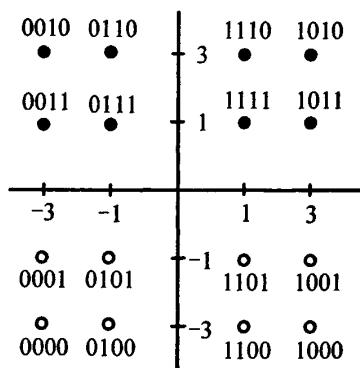
(a) 信号星座点



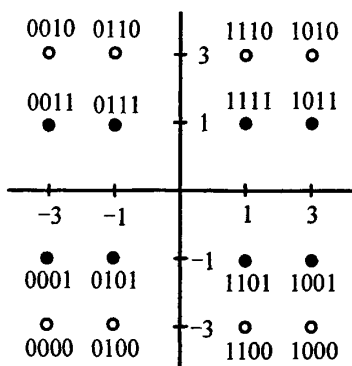
(b) 第一个比特划分示意图



(c) 第二个比特划分示意图



(d) 第三个比特划分示意图



(e) 第四个比特划分示意图

图6-2 16-QAM 调制星座图

第二个比特 $u_{k,2}=1$ 和 $u_{k,2}=0$ 映射分别如图 6-2(c)所示, 图中实心星座点表示 $u_{k,2}=1$ 。由式(6-6)有:

$$\Lambda(u_{k,2}) = \log \frac{P\{X_k | u_{k,2} = 1\}}{P\{X_k | u_{k,2} = 0\}} = \log \frac{e^{-\frac{(x_k - a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(x_k + a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}{e^{-\frac{(x_k - a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(x_k + a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}} \quad (6-10)$$

第三个比特 $u_{k,3} = 1$ 和 $u_{k,3} = 0$ 映射分别如图 6-2(c)所示, 图中实心星座点表示 $u_{k,3} = 1$ 。由式(6-6)有:

$$\Lambda(u_{k,3}) = \log \frac{P\{Y_k | u_{k,3} = 1\}}{P\{Y_k | u_{k,3} = 0\}} = \log \frac{e^{-\frac{(y_k - a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(y_k - a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}{e^{-\frac{(y_k + a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(y_k + a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}} \quad (6-11)$$

第四个比特 $u_{k,4} = 1$ 和 $u_{k,4} = 0$ 映射分别如图 6-2(e)所示, 图中实心星座点表示 $u_{k,4} = 1$ 。由式(6-6)有:

$$\Lambda(u_{k,4}) = \log \frac{P\{Y_k | u_{k,4} = 1\}}{P\{Y_k | u_{k,4} = 0\}} = \log \frac{e^{-\frac{(y_k - a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(y_k + a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}{e^{-\frac{(y_k - a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(y_k + a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}} \quad (6-12)$$

式(6-9)~式(6-12)中归一化能量 $\sqrt{E_s} = 1/\sqrt{10}$ 。

6.2.4 64-QAM 软信息提取

复平面上的实数对 $\{X_k, Y_k\}$ 表示 64-QAM 解调器接收数据, 它是由 6 个比特 $\{u_{k,i}\}$, $i=1,2,3,4,5,6$ 映射得到的, 若信号星座点如图 3 所示, 则与前面相同的道理, 由式(6-6)对第一个比特有:

$$\begin{aligned} \Lambda(u_{k,1}) &= \log \frac{P\{X_k | u_{k,1} = 1\}}{P\{X_k | u_{k,1} = 0\}} \\ &= \log \frac{e^{-\frac{(x_k - a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(x_k - a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(x_k - a_k \cdot 5 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(x_k - a_k \cdot 7 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}{e^{-\frac{(x_k + a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(x_k + a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(x_k + a_k \cdot 5 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(x_k + a_k \cdot 7 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}} \end{aligned} \quad (6-13)$$

对第二个比特有:

$$\begin{aligned}
 \Lambda(u_{k,2}) &= \log \frac{P\{X_k | u_{k,2} = 1\}}{P\{X_k | u_{k,2} = 0\}} \\
 &= \log \frac{e^{-\frac{(X_k - a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(X_k - a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(X_k + a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(X_k + a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}{e^{-\frac{(X_k - a_k \cdot 5 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(X_k - a_k \cdot 7 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(X_k + a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(X_k + a_k \cdot 7 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}
 \end{aligned} \quad (6-14)$$

对第三个比特有：

$$\begin{aligned}
 \Lambda(u_{k,3}) &= \log \frac{P\{X_k | u_{k,3} = 1\}}{P\{X_k | u_{k,3} = 0\}} \\
 &= \log \frac{e^{-\frac{(X_k - a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(X_k - a_k \cdot 5 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(X_k + a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(X_k + a_k \cdot 5 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}{e^{-\frac{(X_k - a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(X_k - a_k \cdot 7 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(X_k + a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(X_k + a_k \cdot 7 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}
 \end{aligned} \quad (6-15)$$

对第四个比特有：

$$\begin{aligned}
 \Lambda(u_{k,4}) &= \log \frac{P\{Y_k | u_{k,4} = 1\}}{P\{Y_k | u_{k,4} = 0\}} \\
 &= \log \frac{e^{-\frac{(Y_k - a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k - a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k - a_k \cdot 5 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k - a_k \cdot 7 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}{e^{-\frac{(Y_k + a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k + a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k + a_k \cdot 5 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k + a_k \cdot 7 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}
 \end{aligned} \quad (6-16)$$

对第五个比特有：

$$\begin{aligned}
 \Lambda(u_{k,5}) &= \log \frac{P\{Y_k | u_{k,5} = 1\}}{P\{Y_k | u_{k,5} = 0\}} \\
 &= \log \frac{e^{-\frac{(Y_k - a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k - a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k + a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k + a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}{e^{-\frac{(Y_k - a_k \cdot 5 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k - a_k \cdot 7 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k + a_k \cdot 5 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k + a_k \cdot 7 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}
 \end{aligned} \quad (6-17)$$

对第六个比特有：

$$\begin{aligned}
 \Lambda(u_{k,6}) &= \log \frac{P\{Y_k | u_{k,6} = 1\}}{P\{Y_k | u_{k,6} = 0\}} \\
 &= \log \frac{e^{-\frac{(Y_k - a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k - a_k \cdot 5 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k + a_k \cdot 3 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k + a_k \cdot 5 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}{e^{-\frac{(Y_k - a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k - a_k \cdot 7 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k + a_k \cdot 1 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(Y_k + a_k \cdot 7 \cdot \sqrt{E_s})^2}{2\sigma^2}}}
 \end{aligned} \quad (6-18)$$

式(6-13)~式(6-18)中归一化能量 $\sqrt{E_s} = 1/\sqrt{42}$ 。

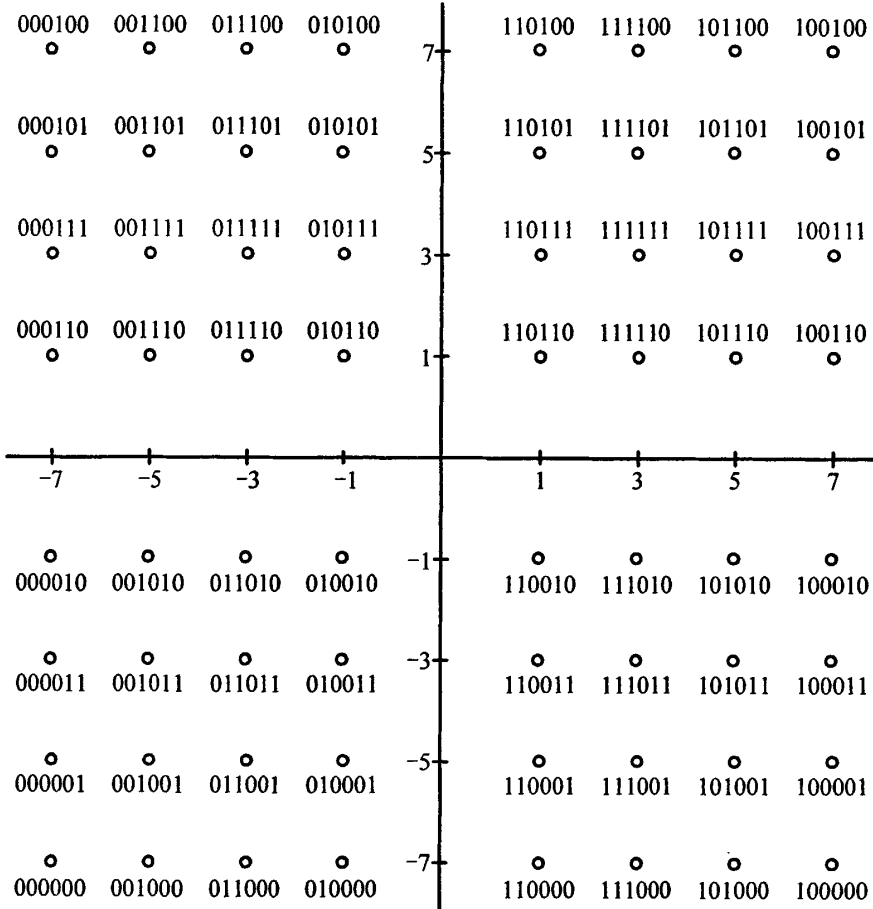


图6-3 64-QAM 调制星座图

6.3 LDPC 码的自适应调制

LDPC 码在多进制调制下显示了好的性能，在信道条件好时使用高阶调制，在信道条件差时使用低阶调制，自适应调制编码方式根据信道条件选择合适的调制方式，这样可以在保证传输质量的要求下实现高的频谱效率，提高传输效率。自适应调制编码的系统传送如图 6-4 所示。

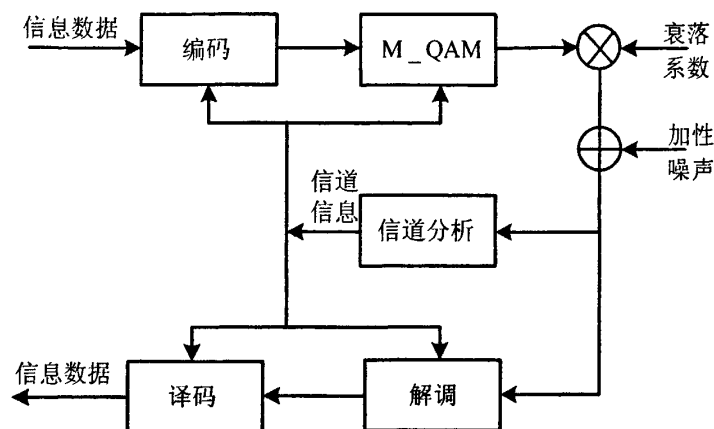


图6-4 自适应调制编码系统模型

采用 802.16^[20]标准提出的编码调制模式对 LDPC 码自适应调制编码的性能进行分析，调制编码模式定义如表 6-1 所示。表 6-1 中的 QPSK、16QAM 和 64QAM 均采用 Gray 映射，星座点如图 6-1~图 6-3 所示(也可以采用其它的星座点布置方式)。选取 802.16^[20]标准中 5/6 码率的(2304, 1920)LDPC 码作为表 6-1 中三种模式的纠错码，该 LDPC 码是码率兼容 LDPC 码，通过打孔分别得到码率为 4/5、3/4、2/3 和 1/2 的码，因此系统可实现的最大重传次数为 $N^{\max} = 4$ ，即一个数据包最大传输次数为 5 次，表 6-1 中边界信噪比 γ_n 的选取，将在下节的仿真中给出。

表6-1 调制编码模式

	MCS1	MCS2	MCS3
调制方式	4QAM	16QAM	64QAM
频谱效率 (bits/sym)	1.00	1.33	2.67
AWGN 信道下边界信噪比(γ_n _dB)	1.8	3.4	9.4

6.4 仿真结果

6.4.1 多阶调制仿真结果

选取 802.16^[20]标准中 5/6 码率的(2304, 1920)LDPC 码作为 IR_HARQ 系统的纠错码，并分别使用 4-QAM, 16-QAM 和 64-QAM 作为调制方式(星座图如图 6-1~图 6-3 所示)，在理想 AWGN 信道下对改进前后两种译码方法的性能进行仿真。仿真采用停等协议，最大迭代次数为 20 次，仿真帧数为 10000 帧。结果如图 6-5~

图 6-10 所示。

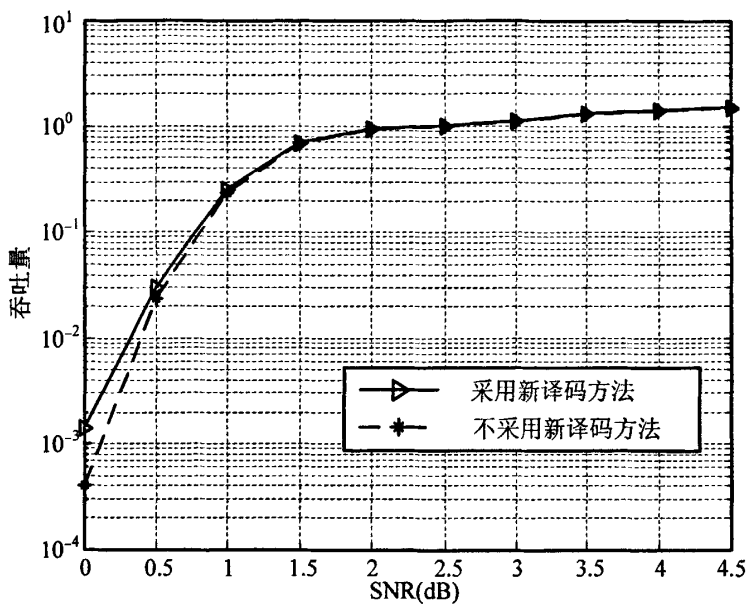


图6-5 QPSK 调制方式下两种译码方法吞吐量比较

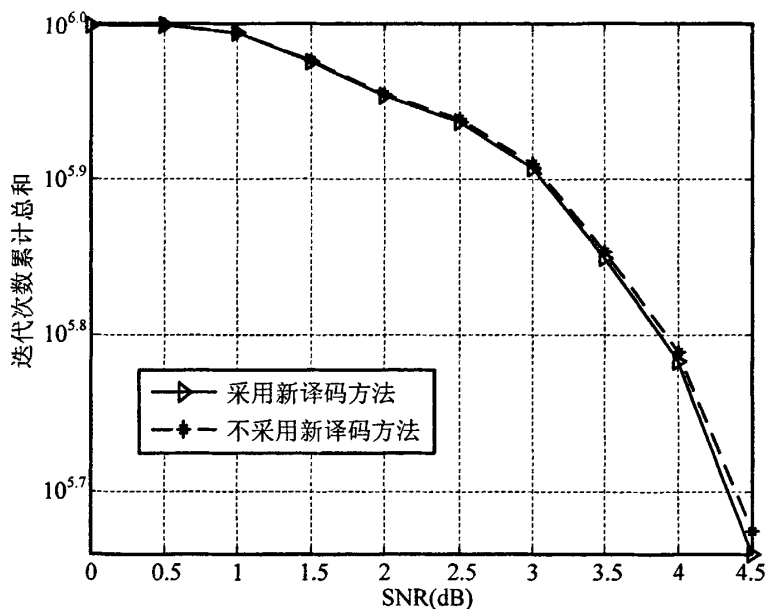


图6-6 QPSK 调制下方式两种译码方法迭代次数比较

迭代次数为 10000 帧数据进行 5 次传输译码过程中的迭代次数累计总和，而

吞吐量 η 则可以通过式(5-14)计算:

$$\eta = n_{suc} / n_{total} \times R_{aver} \times \log_2 M \quad (6-19)$$

其中, n_{suc} 表示成功传输的帧数, n_{total} 表示传输的总帧数, M 表示采用 M 进制调制, R_{aver} 是传输码字的平均码率, 可由式(5-15)计算得到。

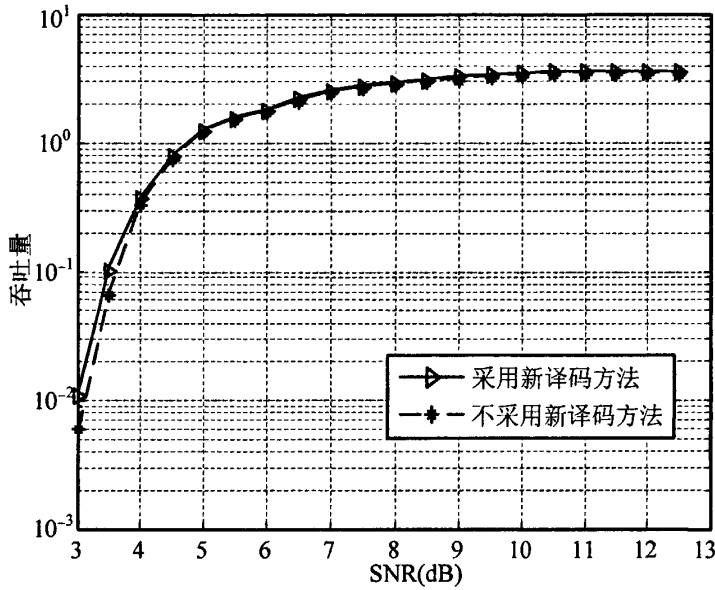


图6-7 16-QAM 调制方式下两种译码方法吞吐量比较

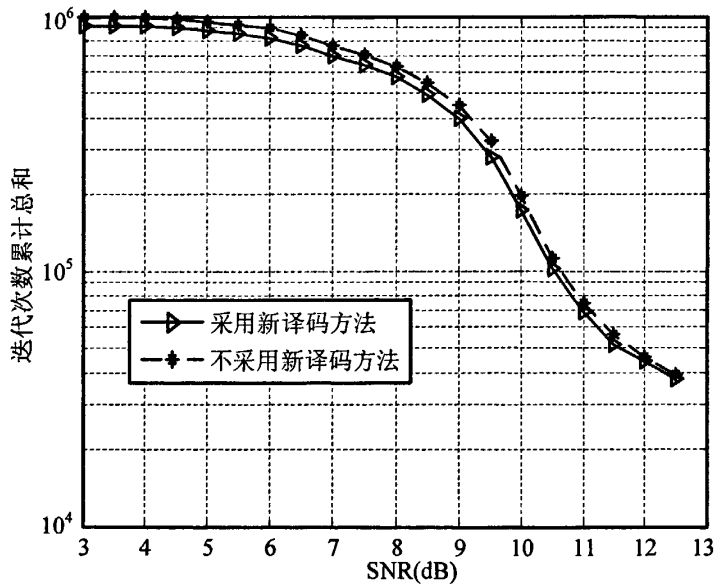


图6-8 16-QAM 调制方式下两种译码方法迭代次数比较

从仿真结果中可以看出,改进译码方式对译码性能仍然有所改进,但改进幅度较 BPSK 调制下大幅减少。这是因为多阶调制方式下,初始译码软信息的获取有损失,从而影响新译码方式对译码性能的改进。

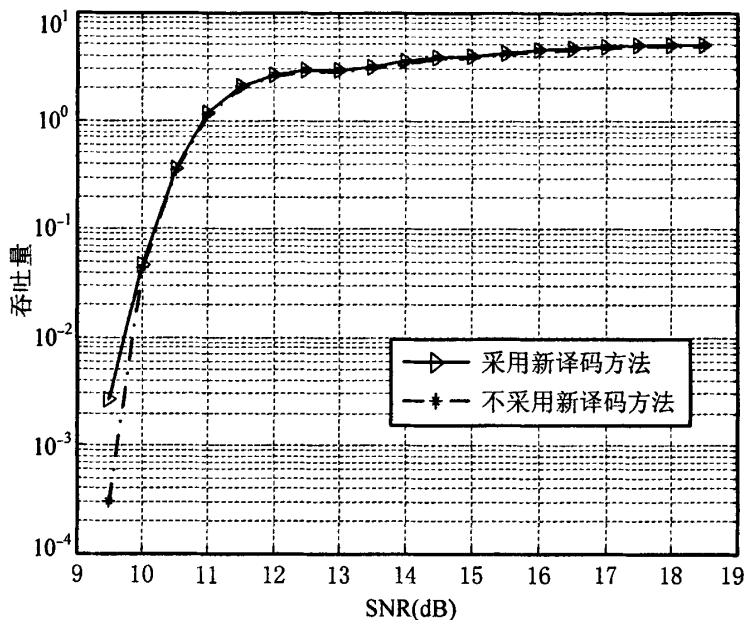


图6-9 64-QAM 调制方式下两种译码方法吞吐量比较

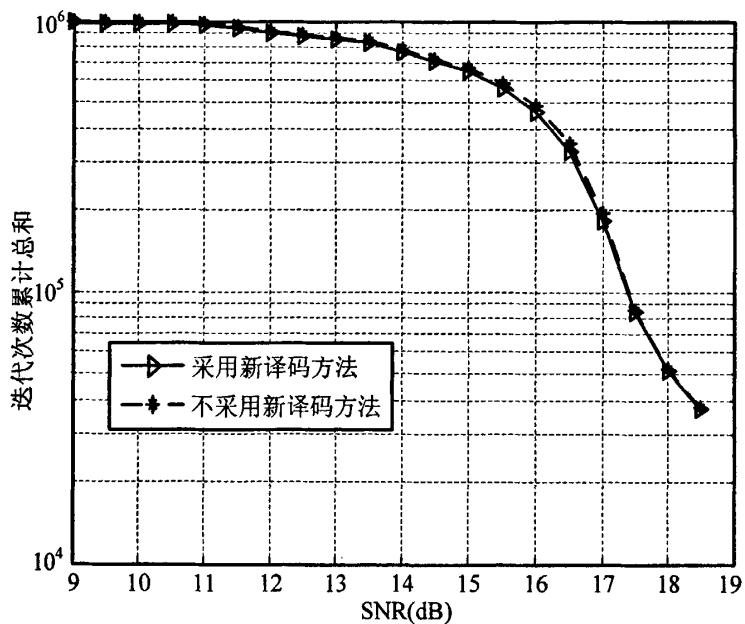


图6-10 64-QAM 调制方式下两种译码方式迭代次数比较

6.4.2 自适应调制仿真结果

图 6-11 是 AWGN 信道下 802.16^[20]标准中 5/6 码率的(2304, 1920)LDPC 码在 4QAM、16QAM 和 64QAM 调制模式下的块错误率性能。图中直线表示块错误率等于 0.2512，由该直线可以确定各种调制模式下与此门限值的信噪比。

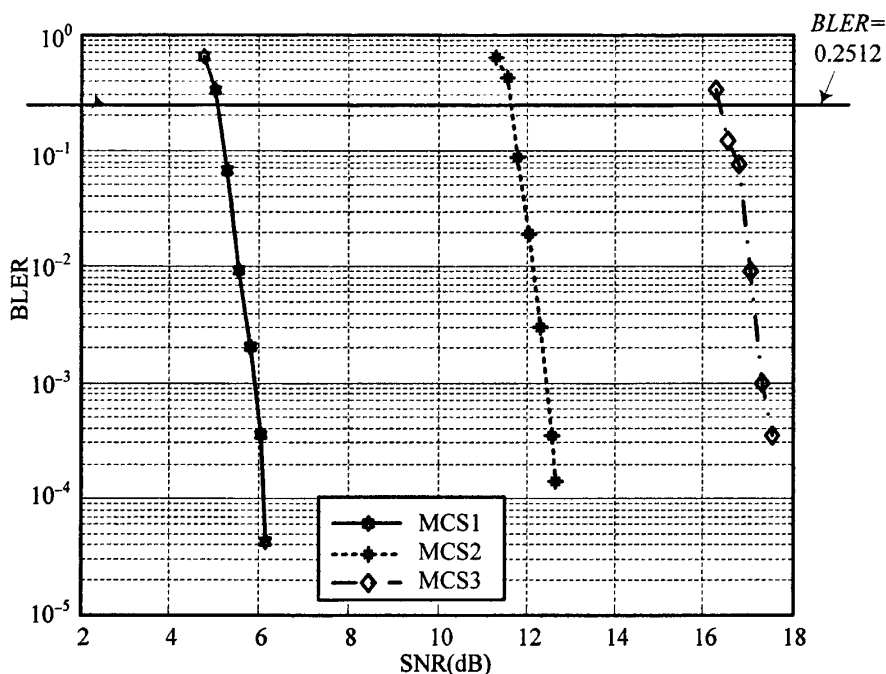


图6-11 (2304, 1920)码三种调制模式下的码块性能

表 6-1 中边界信噪比 γ_n 的选取：在多次重传中，LDPC 码的码率有 5/6、4/5、3/4、2/3、1/2 五种，和表 6-1 中的三种调制模式组合能够得到 15 种不同的模式，每种模式都应该对应相应的边界信噪比，所以需要在 15 个边界信噪比中得到最优的三个作为表 6-1 中三种模式的边界信噪比 γ_n ，最后通过仿真确定最优的边界信噪比 γ_n 。

根据表 6-1 中的调制模式，在理想 AWGN 信道下采用停等重传协议对改进前后两种译码方式分别进行仿真。仿真采用停等协议，最大迭代译码次数为 20 次，仿真帧数为 10000 帧。仿真结果如图 6-12~图 6-13 所示。

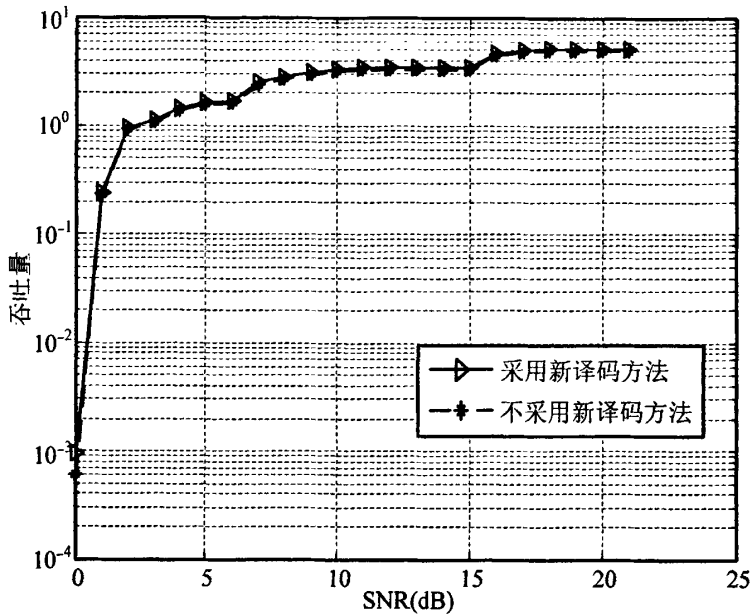


图6-12 自适应调制下两种译码方法吞吐量比较

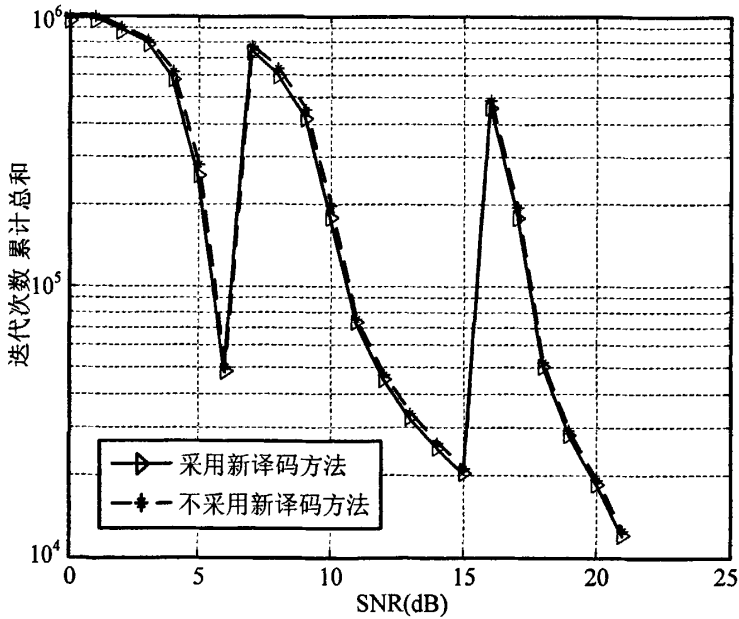


图6-13 自适应调制下两种译码方法迭代次数比较

图 6-12 和图 6-13 是采用自适应调制方式下对译码前后两种方法进行仿真得到的结果。调制方式的选择由信道条件决定。 $SNR \leq 6\text{ dB}$ 时, 采用 4QAM 调制, $SNR > 6\text{ dB}$ 且 $SNR \leq 15\text{ dB}$ 时, 采用 16QAM 调制, 而当 $SNR > 15\text{ dB}$ 时, 则采用

64QAM 调制。迭代次数为 10000 帧数据进行 5 次传输译码过程中的迭代次数累计总和。

采用自适应调制方式时，由于在每一种调制方式下都经历了需多次重传才能译码成功到一次译码即可成功的过程，因此迭代次数图形成 z 字形。同时，改进译码方法对吞吐量和迭代次数性能的改善都出现了反复，这是因为随着 SNR 的增大，在每一种调制方式下，译码都经历了从最后一次重传仍不能无误传输到接近最大吞吐量无误传输的过程，从第五章的分析中可以看出，在信道条件更恶劣的情况下，新译码方法对吞吐量性能的提高较为明显，而在信道条件变好，系统吞吐量接近最大值时，由于重传次数的减少，以及译码初始条件和修正后条件的偏差值减小，都使得新译码方法的改进性能受到影响。

6.5 本章小结

本章讨论改进译码方式在多阶调制和自适应调制中的应用。

本章首先介绍物理层自适应调制技术(AMC)的原理：发射功率保持不变，而随信道环境的变化而改变调制与编码。由于高阶调制编码方案在信道环境好时具有较高的吞吐量，但当信道环境变差时，误帧率迅速的提高，吞吐量迅速的下降；而低阶调制编码方案虽然在信道环境好时吞吐量不大，但当信道环境变差时，由于误帧率并不会明显提高，此时具有比高阶调制编码方案更高的吞吐量。因此自适应调制技术可以更好地提高系统性能。

在自适应调制中必然使用到多阶调制方式。而 LDPC 码采用软信息迭代译码技术。多阶调制方式下，必须根据调制所使用的星座图计算对数似然比获取译码的初始软信息。而多阶调制由于在获取初始软信息时有损失，从而影响到译码结果何译码性能的改进，这一点也反映在仿真结果中。

仿真结果显示，多阶调制下，译码方式对译码性能仍然有所提高，但改进效果较 BPSK 调制方式下明显减少。这也影响到改进译码方式在自适应调制中的应用。

第七章 结论

7.1 本文工作总结

高速和可靠的数据传输是现代通信技术的两个最基本要求，而无线通信系统由于时变和多径导致的衰落特点，具有高误码率、高突发误帧等特点。差错控制技术为这一问题提供了基本的解决方法。

在传统差错控制技术中，ARQ 在误码率不是很高的时候可以得到理想的吞吐量，但它要产生可变时延，不宜于提供实时服务，而 FEC 虽然有恒定的吞吐量和时延，但其不必要的开销却减少了吞吐量。现代通信中一般采用结合了两种方式的 HARQ 方式。在三种类型的 HARQ 中，由于 IR_HARQ 可以在提高译码正确率的同时得到高通过率和低时延，成为应用最广泛的一种 HARQ 方式。

传统的 IR_HARQ 译码方式通过重传译码过程中码率的下降来获得误码率的降低，而各次重传译码过程之间相互独立，即重传过程并没有利用到前次译码的结果。在信道条件不太理想时，译码时延较大，同时吞吐量难以得到较大的提高。本文提出基于传统译码方式的一种改进译码方法，在重传过程中使用前次译码得到的可靠度作为当前译码过程的初始软信息。由于绝大多数错误比特在一次译码过程中都可以被纠正，在重传过程中使用新的初始软信息相当于对信息传输过程中的失真进行了一定程度的弥补，尤其在信道条件较糟糕的情况下，改进后的译码方式较传统方法的吞吐量有显著提高，同时，译码造成的时延明显降低。

本文的主要工作包括：

首先在第一章中提出了本文的研究背景，论述了研究基于 LDPC 码的 IR_HARQ 方式下的译码改进的重要意义，并提出了一种译码改进的新方法。

在第二章中，介绍了 LDPC 码在当前通信编码研究中的重要地位和应用前景，提出 LDPC 码的定义和结构特点，并讨论了 LDPC 码的码构造方法。不同的构造方法都是为了实现以下几个目的：增大图中的环，优化不规则码的节点分布，减小编码复杂度。由于本文讨论的是 IR_HARQ 方式下的 LDPC 码的译码方法，该方式要求纠错码具有码率兼容的特点，因此在本文后面的研究中，主要使用几种码构造方式中的 PC_LDPC 码和半随机 LDPC 码。在第二章的最后，讨论了 LDPC

码所使用的 BP 译码算法的原理和过程,并给出了退出译码迭代过程的判决方式。

第三章主要研究通信传输协议 IR_HARQ 方式。本章首先讨论了三种 ARQ 协议的原理和过程,并提出了对重传协议进行性能评估的重要标准:系统可靠性和吞吐量。由于结合纠错码的 HARQ 方式的系统可靠性大大提高,在多数情况下,不同 HARQ 系统的 $P(E)$ 都为 0,却具有不同的吞吐量。因此,在本文后面的研究讨论中主要是基于吞吐量对新译码方法进行性能评价的。由于在无线通信中多采用多信道停等协议,因此本文中所讨论的结合 FEC 和 ARQ 两种传统差错控制方法的 HARQ 方式是基于停等协议的。在介绍了三种类型的 HARQ 方式后,本文采用 Turbo 码对三种 HARQ 方式进行了性能评估,论证了 IR_HARQ 方式较其他两种 HARQ 方式性能上的优越性。

第四章和第五章是本文最重要的部分。第四章提出新译码方法的理论依据,第五章通过仿真证明了新译码方法在误比特率和吞吐量两个方面都较传统译码方法有了明显改进。 3σ 原理指出,在 n 比特的分组中出现错误比特的个数大于 3σ 错误区间 $t_{3\sigma}$ 的事件为小概率事件,因此,由译码前后的误比特率能够计算出译码前后的错误比特数。可以看出,无论译码正确与否,在一次译码之后,绝大多数的错误比特都被正确译码。若在重传译码过程中使用上次译码后的可靠度取代译码前直接由信道接收到的初始软信息作为当前译码过程的初始软信息,将使重传过程的译码性能得到提高。

在第五章中,本文采用半随机 LDPC 码和 PC_LDPC 码两种码率兼容 LDPC 码,在信息比特打孔方式和扩展校验比特方式实现的 IR_HARQ 信道协议下进行了仿真,从仿真数据中可以看出,在信噪比相对较低的范围内,改进后的译码方法提高吞吐量达 2%到 20%,改进方法对于提高在低信噪比下的性能显示了优越性;而在信噪比相对较高的范围内,改进译码方法对吞吐量的提高并不明显,但迭代次数减少比例为 5%到 20%

第六章研究改进译码方式在多阶调制和自适应调制中的应用。多阶调制方式下,初始软信息的获取过程有损失,因此无论是其本身译码性能还是改进译码方法的译码性能,都不如 BPSK 调制。从仿真结果中也可看出,多阶调制下新译码方式虽然对译码性能仍然有所改进,但比较 BPSK 调制方式下的改进效果显得十分有限。这也直接影响了改进译码方式在自适应调制方式下对译码性能的提高。

7.2 未来工作展望

在以后的工作中还可以做得更深入的领域有：

1. 将改进译码方法应用到 GBN 回退 N 步协议和 SR 选择重传协议中。
2. 将改进译码方法推广到多元 LDPC 编译码中。

3. 从第五章的仿真结果可以看出，改进译码在信道条件较好的情况下对性能的改进程度有限，同时，在使用扩展的 IR_HARQ 方式时对系统吞吐量的提高有限，进一步改进改进译码方法以提高以解决上述问题。

4. 在多阶调制方式下，改进译码方式对译码性能仍然有所改进，但无论是吞吐量或者迭代次数，较 BPSK 调制下的性能改进都十分有限。这也影响了改进译码方式在自适应调制下的应用。如何改进译码参数，使得译码性能在不同调制方式下均能得到显著提高，将是未来可以进一步研究的问题。

致谢

在论文完成之际，谨向为此论文倾注了大量心血和提供了大量帮助的老师 and 同学表示深深得谢意。

首先，衷心感谢我的导师周亮教授。正是周老师对我的指导和帮助，使我顺利完成了硕士阶段的学习和研究。周老师渊博的学识、严谨的学风、对国内外学术动态的敏锐洞察力和孜孜不倦的钻研精神给我留下了深刻的印象。

其次，深深感谢我的指导老师文红副教授。文老师在工作、学习和生活上都给予了我最大的帮助和关怀，课题的研究以及论文的撰写都是在文老师的悉心指导下完成的。

另外，感谢何宁、朱南、刘铭、叶睿等同学在工作和学习中富有成效的合作和帮助。此外，感谢赵连鹏同学在论文撰写过程中给予我的诸多建议和帮助。

最后感谢一直以来支持我的母亲，是她给了我源源不断的动力，谢谢她这么多年来对我的关怀和鼓励。

参考文献

- [1] C.E.Shannon. "A Mathematical Theory of Communication," USA Bell Systematic Technical Journal. Vol.27. pp. 379-423,623-656, July-Oct. 1948
- [2] 王新梅, 肖国镇. "纠错码—原理与方法(修订版)," 西安: 西安电子科技大学出版社, 2001
- [3] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima. "Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo-Codes," Proc. ICC'93, May 1993. pp. 1064-1070
- [4] R.G. Gallager. "Low Density Parity-Check Codes. Cambridge, MA: MIT Press, 1963
- [5] R.G. Gallager. "Low Density Parity-Check Codes," IRE Trans.Inf.Theory, 1962, 8(1). pp. 21-28
- [6] B. K. Classon, V. A. Desai, and M. Cudak. "Method and System for Reduced Memory Hybrid Automatic Repeat Request," United States Patent, 6700867, Mar. 2, 2004
- [7] Mantha, et al. "Hybrid Automatic Repeat Request System and Method," United States Patent, 7000174, Feb. 14, 2006
- [8] S. Sesia, G. Caire, G. Vivier. "Incremental Redundancy Hybrid ARQ Schemes Based on Low-Density Parity-Ccheck Codes," IEEE Tran. on communication, COM-52: 1311-1322, Aug. 2004
- [9] 曹一脚, 古建, 奇琳, 杨大成. "一种混和自动请求重发的方法和装置," 中国专利, 200510105204.2
- [10] P. Elias. "Coding for Noisy Channels," IRE Conv. Rec., pt. 4. pp. 37-47, Mar. 1955
- [11] D. Mackay, R. Neal. "Near Shannon Limit Performance of Low Density Parity Check Codes," IEEE Electron. Lett., vol. 32:1645-1646, Aug. 1996
- [12] M. Sipser, D. Spielman. "Expander Codes," IEEE Trans. Inf. Theory, 42(11). pp. 1710-1722, Nov. 1996
- [13] S.-Y. Chung, J. Forney., T. Richardson, R. Urbanke. "On the Design of Low-Density Parity Check Codes Within 0.0045dB of the Shannon Limit," IEEE Comm. Lett., 5(2). pp.58-60, Feb. 2001
- [14] D. Mackay. "Good Error Correcting Codes Based on Very Sparse Matrices," IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 45(2). pp. 399-431, Mar. 1999
- [15] D. Mackay. "Gallager Codes That are Better Than Turbo Codes," Proc. 36th Allerton Conf. Commun., Control, and Computing, Monticello, Ill., Sep. 1998
- [16] D. Mackay, S. Wilson, M. Davey. "Comparison of Constructions of Irregular Gallager Codes," IEEE Trans. Comm., 46(10). pp. 1449-1454, Oct.1998
- [17] Y. Kou, S. Lin, M. Fossorier. "Low-Density Parity-Check Codes Based on Finite Geometries: A Rediscovery and New Results," IEEE Trans. Inf. Theory, 47(7). pp. 2711-2736, 2001
- [18] B. Ammar, B. Honary, Y. Kou, J. Xu, S. Lin. "Construction of Low-Density Parity-Check Codes Based on BalancedIncomplete Block Designs," IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 50, June 2004
- [19] H. Wen, F. Hu, J. Li and F. Jin. "A New Family of Irregular LDPC Codes," IEEE 6th CAS Symp. Proceeding of on Emerging Technologies: Mobile and Wireless Comm., Shanghai, China. pp. 285-288, May 31-Jun. 2, 2004

- [20] Draft IEEE Standard for Local and Metropolitan Area Networks. Part 16: Air Interface for Fixed and Mobile Broadband Wireless Access Systems, IEEE P802.16e/D12, Oct. 2005
- [21] F. Zarkeshvari, A. Banihashemi. "On Implementation of Min-sum Algorithm for Decoding Low-Density Parity-Check Codes," Global Telecommunications Conference vol. 2, Taiwan Taipei, pp. 17-21, 2002
- [22] S. Howard, V. C. Gaudet, C. Schlegel. "Soft-bit Decoding of Regular Low-Density Parity-Check Codes," IEEE Trans. on Circuits and Systems II. pp. 99, 2005
- [23] A. Anastapoulos. "A Comparison Between the Sum-Product and the Min-Sum Iterative Detection Algorithms Based on Density Evolution," Proc. Globecom Conf. vol.2 San Antonio, TX. pp. 25-29, 2001
- [24] R. Benice, A. H. Frey, Jr., "An Analysis of Retransmission Systems," IEEE Trans. Comm. Technol, COM-12. pp. 135-45, Dec. 1964
- [25] H. Burton, D. Sullivan. "Errors and Error Control, " Proc. IEEE, 60(11). pp. 1293-1310, Nov. 1972
- [26] K. Brayer. "Error Control Techniques Using Binary Symbol Burst Codes," IEEE Trans. Comm., COM-16. pp. 199-214, Apr. 1968
- [27] D. Mandelbaum. "A Daptive-Feedback Coding Scheme Using Incremental Redundancy," IEEE Trans. Inf. Theory, IT-20. pp. 388-39, May 1974
- [28] S. Lin, J.-S. Ma. "A Hybrid ARQ System With Parity Retransmission for Error Correction," IBM Res. Rep., 7478(#32232), Jan. 1979
- [29] J. Metzner. "Improvements in Block-Retransmission Schemes," IEEE Trans. Comm., COM-27. pp. 525-32, February 1979
- [30] T. Ancheta. "Convolutional Parity Check Automatic Repeat Request," Proc. IEEE Intl. Symp. Inform. Theory, Grignano, Italy. pp. 25-29, June 1979
- [31] S. Lin, P.-S. Yu. "A Hybrid ARQ Scheme With Parity Retransmission For Error Control of Satellite Channels," IEEE Trans. Comm., COM-30. pp. 1701-1719, July 1982
- [32] D. Rowith, L. Milstein. "Rare Compatible Punctured Turbo (RCPT) Codes in A Hybrid FEC/ARQ System," IEEE Global Telecommun Mini-Conf. Phoenix, A Z. pp. 55-59, 1997
- [33] P. Li, W.-K. Leung, N. Phamdo. "Low Density Parity Check Codes with Semi-Random Parity Check Matrix", Electron. Lett., 35(1). pp. 38-39, 1999
- [34] R. Echard, S.-C. Chang. "The Rotation Low-Density Parity-Check Codes," Proc. GLOBECOM. pp. 980-984, 2001
- [35] 3GPP TSG RAN WG1 #42, R1-050840, "Comparison of Structured LDPC Codes and 3GPP Turbo Codes", London, UK, Aug. 29th-Sept. 2nd, 2005
- [36] H. Behairy, S.-C. Chang. Parallel Concatenated Gallager Codes," Electron. Lett., 36(24). pp. 2025-2026, 2000
- [37] S. Brink, G. Kramer, A. Ashikhmin. "Design of Low-Density Parity-Check Codes for Modulation and Detection," IEEE Trans. on Commun., vol. 52, No. 4, Apr. 2004
- [38] S. Brink. "Convergence Behavior of Iteratively Decoded Parallel Concatenated Codes," IEEE Trans. Comm., vol.49. pp. 1727-1737, Oct. 2001
- [39] Madhav Chinta, Abdelsalam (Sumi) Helal, Chonhwa Lee. C—TCP: An Interlayer Collaboration Protocol for TCP Performance Im-proverment in Mobile and Wireless Environments [J]. Wireless Communications and Networking, IEEE, 2003, 2(3). pp. 1004-1010
- [40] Z.-B. Yao, P. Fan, Z.-G Cao. "Cross Layer Design for Service Diferentiation in Mobile Ad Hoc Networks[C]," IEEE 2003 International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communication Proceedings, 2003

- [41] M. Alouini, A. Goldsmith. "Adaptive Modulation Over Nakagami Fading Channels," *Kluwer J. Wireless Commun.*, vol. 13, no.1-2. pp. 119-143, May 2000
- [42] M. Assaad, D. Zeghlache. "Cross-Layer Design in HSDPA System to Reduce the TCP Effect," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 24, no. 3. pp. 614-625, Mar. 2006
- [43] Q. Liu, S. Zhou, G. Giannakis. "Cross-Layer Combining of Adaptive Modulation and Coding with Truncated ARQ Over Wireless Links," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 3, no.5. pp. 1746-1755, Sep. 2004
- [44] Physical layer aspects of UTRA high speed downlink packet access (release 4), 3GPP TR 25.848 V4.0.0, 2001
- [45] L. Le, E. Hossain, A. Alfa. "Service Differentiation in Multirate Wireless Networks with Weighted Round-Robin Scheduling and ARQ-Based Error Control," *IEEE Trans. Comm.*, vol. 54, No.2 pp. 208-215, Feb. 2006
- [46] S. Allpress, C. Luschi, S. Felix. "Exact and Approximated Expressions of the Log-Likelihood Ratio for 16-QAM Signals," *Icera Inc IEEE* 2004

个人简历

杨舒雅，女，汉族，生于 1981 年 2 月

1999.9~2003.7 西南师范大学电子与信息工程系，本科

2005.9~今 电子科技大学通信与信息工程学院攻读硕士学位

攻读硕士学位期间参与的科研项目

(1) 2006.9~2007.3 华为科技基金项目 基于 LDPC 码的 HARQ 方式下的有效译码方法研究

(2) 2007.4~2007.9 华为科技基金项目 基于 LDPC 码的 HARQ 方式下的链路自适应技术研究

攻读硕士学位期间发表论文

(1) Shuya Yang, Hong Wen, Ning He, Liang Zhou, "The New Decoding Method of Rate Compatible LDPC Codes Based on the IR_HARQ schemes", Future Generation Communication and Networking (FGCN 2007) Volume 2

(2) 杨舒雅，文红，何宁，周亮，"在 IR_HARQ 方式下码率兼容 LDPC 码新译码方式研究"，电子技术应用(核心期刊)2008 年 3 期