



中华人民共和国国家标准

GB/T 40681.6—2021

生产过程能力和性能监测统计方法 第6部分：多元正态过程能力分析

**Statistical methods in monitoring process capability and performance—
Part 6: Process capability statistics for characteristics following
a multivariate normal distribution**

(ISO 22514-6:2013, Statistical methods in process management—
Capability and performance—Part 6: Process capability statistics for
characters following a multivariate normal distribution, MOD)

2021-10-11 发布

2022-05-01 实施

国家市场监督管理总局 发布
国家标准化管理委员会

目 次

前言	III
引言	IV
1 范围	1
2 规范性引用文件	1
3 术语和定义	1
4 缩略语	3
5 过程分析	3
6 多元过程能力和性能的评估	3
7 过程能力和过程性能的计算	4
7.1 I型和II型指数的描述	4
7.2 指数的设定和符号表示	4
7.3 Ic型和IIc型过程能力指数	6
7.4 IIa型和IIb型过程能力指数	8
8 示例	9
8.1 二维位置容差	9
8.2 插槽的位置和尺寸	13
附录A(资料性附录) 公式推导	17
附录B(资料性附录) 轴不平衡示例	20
附录C(资料性附录) 孔位示例	24
附录D(资料性附录) 变换函数构造	28
参考文献	29

前 言

GB/T 40681《生产过程能力和性能监测统计方法》计划分为以下 8 个部分：

- 第 1 部分：通用原则和概念；
- 第 2 部分：时间相依过程模型的过程能力和性能；
- 第 3 部分：分立产品测量数据的机器性能研究；
- 第 4 部分：过程能力估计和性能测量；
- 第 5 部分：计数特性的过程能力和性能估计；
- 第 6 部分：多元正态过程能力分析；
- 第 7 部分：测量过程能力；
- 第 8 部分：多状态生产过程的设备性能分析。

本部分为 GB/T 40681 的第 6 部分。

本部分按照 GB/T 1.1—2009 给出的规则起草。

本部分使用重新起草法修改采用 ISO 22514-6:2013《过程管理中的统计方法 能力与性能 第 6 部分：多元正态过程能力分析》。

本部分与 ISO 22514-6:2013 的技术性差异及其原因如下：

- 修改了适用范围的表述；
- 将术语 3.4“过程能力”改为 GB/T 3358.2—2009 中对应术语的定义并删除了注 2，以保持与现行国家标准一致；
- 将术语 3.6“过程性能”改为 GB/T 3358.2—2009 中对应术语的定义并删去原定义的注，以保持与现行国家标准一致；
- 将 7.2.2 中的 F 分布修改为卡方分布，更为准确；

——将 7.4.2 中 D 的估计的公式修改为 $\hat{D} = \sqrt{1 + \frac{n}{n-1}(\bar{x} - \boldsymbol{\mu}_0)^T \mathbf{S}^{-1}(\bar{x} - \boldsymbol{\mu}_0)}$ 。

本部分做了下列编辑性修改：

- 将标准名称修改为《生产过程能力和性能监测统计方法 第 6 部分：多元正态过程能力分析》；
- 将 7.4.2 中的 $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id}$ 表示的含义更正为“椭球半轴的长度”；
- 将附录 A 的 A.1 中 $\{x | (x - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(x - \boldsymbol{\mu}) = c^2\}$ 更正为 $\{x | (x - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(x - \boldsymbol{\mu}) = c^2\}$ ；
- 在附录 C 中的协方差阵 $\boldsymbol{\Sigma}_A$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_B$ 后加上等号“=”；
- 修改了附录 C 中图 C.1 的右图；
- 修改了参考文献。

本部分由全国统计方法应用标准化技术委员会(SAC/TC 21)提出并归口。

本部分起草单位：北京工业大学、中国标准化研究院、内蒙古蒙牛乳业(集团)股份有限公司、山西壶化集团金星化工有限公司、湖州荣柯建材科技有限公司、湖州铭丰企业管理咨询有限公司、中机生产力促进中心、中通客车控股股份有限公司、聊城卓群汽车部件有限公司。

本部分主要起草人：谢田法、刘寒、赵静、丁文兴、杨志刚、田桂艳、李冰芸、丁丽慧、钱鑫晖、顾枫、郭騫、吴广宇、张燕燕。

引 言

由于生产方法的复杂性和对产品以及生产工艺的质量要求的增加,在许多情况下,基于单变量的过程分析不足以满足过程管理的要求。因此,基于多元产品特征开展过程分析尤为必要。例如,在生产过程中,对可采集的几何容差、动态变化幅度(如不平衡)、材料关联特性或其他过程特性,开展过程能力分析。

本部分的目的是在多元过程或多元产品特征情形下,给出过程性能和过程能力指数不同计算方法的定义。

借鉴 ISO 22514-2 中的方法,本部分提供了多元过程性能和过程能力指数的计算公式,作为对应单变量指数的推广,这些公式将过程离散度和过程位置同时考虑在内。本部分的指数实际上是在一维情形下经典的 C_p 和 C_{pk} 指数基础上提出的。附录 A 给出了从一元情形扩展到多元情形的详细解释。

本部分可能的应用实例有产品的二维或三维位置、不平衡性(见附录 B)或化学产品的若干相关量。

测量结果的离散度取决于产品实现过程的离散度和测量过程的精确度。本部分中假设,所使用的测量系统的能力在产品实现过程能力分析之前已经得到验证。

本部分中所描述的计算方法宜用于指导做出明确的决策,特别适用于下列情况:

- 对连续的多元产品特性设定了过程能力指数的限值,可作为客户和供应商之间合同的一部分;
- 生产方法或供应商的过程能力比较;
- 生产过程许可;
- 在出现投诉或损害性事件时,开展问题分析并做出决策。

注:产品实现过程包括制造过程、产品组装过程和服务过程等。

生产过程能力和性能监测统计方法

第6部分：多元正态过程能力分析

1 范围

GB/T 40681 的本部分提供了在有必要考虑一族相互关联的单变量的情况下,用于计算过程或产品特性的性能和能力的统计方法。

本部分适用于常用生产过程中多元正态过程的过程能力和性能估计。

注：为简单起见,本部分提供的方法多以二元正态过程为例进行描述。

对于所提供的不同方法,本部分不针对每种方法在不同情形下的可能应用进行评估。用户可根据实际情况选择一种较为合适的方法。

2 规范性引用文件

下列文件对于本文件的应用是必不可少的。凡是注明日期的引用文件,仅注日期的版本适用于本文件。凡是不注日期的引用文件,其最新版本(包括所有的修改单)适用于本文件。

ISO 22514-1 过程管理中的统计方法 能力与性能 第1部分:通用原则和概念(Statistical methods in process management—Capability and performance—Part 1: General principles and concepts)

ISO 22514-2 过程管理中的统计方法 能力与性能 第2部分:时间相依过程模型的过程能力和性能(Statistical methods in process management—Capability and performance—Part 2: Process capability and performance of time-dependent process models)

3 术语和定义

ISO 22514-1、ISO 22514-2 界定的以及下列术语和定义适用于本文件。

3.1

量 quantity

现象、物体或物质的特性,其大小可用一个数和一个参照对象表示。

[JJF 1001—2018,定义 3.1]

3.2

多变量 multivariate quantity

多个可区分的特征集。

注 1: 集合可由 d 维数组表示,即由 d 个元素组成的有序集。

注 2: 如果集合中的单变量由 x_i 表示,其中 $i=1,2,\dots,d$,多变量由向量 \mathbf{x} 表示,而 $\mathbf{x}=(x_1,x_2,\dots,x_d)^T$ 。因此,多变量可被视为产品的特征向量。多变量的值由 d 维特征空间中的点表示。

注 3: 向量中的元素根据具体技术原因选择。

注 4: 组成向量的所有单变量,在相同的产品或对象中需是可测量的。

注 5: 如果使用统计方法来描述多变量,那么该向量被视为 d 元随机向量。

示例 1: 将 x_1 =颜色, x_2 =质量和 x_3 =故障数合成一个向量,就可以使用单个统计量进行过程能力评估。此向量 \mathbf{x} 的维数为 $d=3$ 。