
动态矩阵控制算法研究及其应用

摘 要

模型预测控制 (Model Predictive Control, MPC) 是一种基于模型的先进控制技术, 该算法直接产生于工业过程控制的实际应用, 并在与工业应用的紧密结合中不断完善和成熟。模型预测控制对模型精度要求不高, 对模型失配、非最小相位系统、不确定干扰的影响具有较强的鲁棒性, 具有较高的控制性能。动态矩阵控制则是模型预测控制中的一种典型的控制算法。它将传统自校正技术的单步预测扩展为多步预测, 在实际反馈信息基础上反复优化, 有效地抑制了算法对于模型参数变化的灵敏性, 对建模误差和环境干扰等不确定性具有很强的适应能力。

由于动态矩阵控制设计基于一个较低阶的线性近似模型, 而复杂的工业过程, 在模型阶次、非线性、环境扰动、时延等方面存在较大不确定性, 因而研究动态矩阵控制的改进, 探讨参数设计对其鲁棒性的影响具有重要的理论意义与实际应用价值。本文主要对动态矩阵的动态特性、稳定性和鲁棒性进行分析, 同时提出了 PID-DMC 控制算法。在实际的生产过程中, PID 控制往往具有非线性、时变不确定性, 应用常规 PID 控制不能达到理想的控制效果。本文在分析 PID 算法和动态矩阵控制算法的基础上, 将二者结合起来, 加入新的目标函数, 推导出 PID 动态矩阵控制算法 (PID-DMC)。

由于基函数概念的引入, 预测函数控制量的输入有明显的规律性, 提高了系统的控制精度。对于一阶加纯滞后的预测函数控制系统的仿真说明, 预测函数控制响应速度快, 而且增强了系统的抗干扰能力、鲁棒性和稳定性。

关键词: 预测控制 动态矩阵算法 参数设定 PID-DMC 预测函数

THE STUDY OF DYNAMIC MATRIX CONTROL ALGORITHM AND APPLICATION

ABSTRACT

Model predictive control (MPC) is an advanced control technique based on model, the algorithm was produced in the practical application of industrial process control. It has been complete and mature in the combination with the industrial application. MPC is not required precise model prediction, and it has strong robustness and control capability on the influence of model mismatch, non-minimum phase systems and uncertainly interference. Dynamic Matrix Control (DMC) is a typical control algorithm in the model predictive control algorithm. The single step prediction of traditional self-tuning technology is expanded to multi steps prediction. Based on the practical feedback information, repeatedly optimization of the algorithm restrains effectively the sensitivity of the algorithm to the changes of the model parameters. It has strong adaptability to the uncertainty such as modeling error and environmental disturbance.

Because DMC algorithm is designed on a low order approximately linear model, there are many uncertainties about the orders of model, nonlinearity, environmental disturbance and time delay in the complicated industrial processes. Then the study of improvement of DMC and the discussion to the influences of enactment of parameters to robustness have important theoretical significance and practical application value. The dynamic characteristics and robustness and stabilities are studied in this thesis. And PID-DMC algorithm is submit. The ideal control effect is not gained with conventional PID algorithm

because of the nonlinearity and uncertainty of time varying in the practical production control. The PID-DMC algorithm is submitted in this thesis based on the analysis of PID algorithm and DMC algorithm by a new goal function.

The induction of basis function makes the input of predictive function control (PFC) obviously disciplinary, improves the control precision of the systems. The simulation to the predictive function control (PFC) system with first-order and time-delay shows that predictive function control has fast response and improve the capability of anti-jamming, robustness and steadiness of the control system.

KEYWORDS: predictive control dynamic matrix control algorithm
enactment of parameters PID-DMC predictive function control

独创性声明

本人声明所呈交的论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢中所罗列的内容以外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含本人已用于其他学位申请的论文或成果。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中做了明确的说明并表示了谢意。

申请学位论文与资料若有不实之处，本人承担一切相关责任。

本人签名：张晶

日期：2009年6月10日

关于论文使用授权的说明

本学位论文作者完全了解青岛科技大学有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权学校可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。本人离校后发表或使用学位论文或与该论文直接相关的学术论文或成果时，署名单位仍然为青岛科技大学。（保密的学位论文在解密后适用本授权书）

本学位论文属于：

保密 ，在 年解密后适用于本声明。

不保密 。

（请在以上方框内打“√”）

本人签名：张晶

日期：2009 年 6 月 10 日

导师签名：张晶

日期：2009 年 6 月 13 日

第 1 章 预测控制简介

1.1 引言

预测控制 (Predictive Control) 是一种新型的基于模型的计算机控制算法, 它的产生有深刻的实际工业生产背景。一是 60 年代发展起来的现代控制理论, 在空间技术等领域的应用获得了极大的成功, 然而应用于工业生产过程却遇到了许多困难。这主要是由于工业过程机理比较复杂, 难以建立很准确的模型, 尤其是许多工业过程往往是非线性的、时变的、严重不确定的、大纯滞后的和多变量的。因此, 现代控制理论和传统的控制理论很难适合复杂工业过程提出的这些要求。二是计算机性能的迅速提高, 存贮空间的不断增大和成本的不断降低, 使工业过程计算机控制不断普及与发展, 这样就产生了以比较容易建立的非参数模型为基础的适合于计算机控制的预测控制。

预测控制最早是由 Richalet 等于 1978 年提出, 是建立在以脉冲响应模型为基础的模型预测启发式控制^[1] (Model Predictive Heuristic Control, 简称 MPHIC) 或模型算法控制^[2] (Model Algorithmic Control, 简称 MAC), 及 1980 年美国壳牌公司工程师, 现为 DMC 公司董事长 Cutler 等提出的以阶跃响应模型为基础的动态矩阵控制 (Dynamic Matrix Control, 简称 DMC)^[3]。这些算法统称为基于非参数模型的预测控制。这些算法以对象的有限阶跃或有限脉冲响应为模型, 在每一个控制周期内采用滚动的方式在线对过程进行有限时域内的优化控制, 即滚动优化, 它们对过程的模型要求低, 算法简单, 容易实现, 同时在优化过程中不断利用测量信息进行反馈校正, 在一定程度上克服了不确定性的影响, 在复杂的工业过程控制中显现出良好的控制性能。DMC 和 MAC 在锅炉和分馏塔以及石油化工生产装置上的成功应用和取得了显著的经济效益也大大促进了预测控制的发展。

基于非参数模型的预测控制尽管有许多优点, 但有两个缺点: 一是脉冲响应和阶跃响应模型不能描述不稳定系统, 虽然大多数工业过程是稳定系统, 有广泛的应用基础, 但对那些不稳定系统就不能适用; 二是非参数模型在线辨识比较难。因此, 在 80 年代初, 在研究自适应控制的基础上, 出现了另一个分支即基于参数模型的预测控制, 最值得注意的是 Clarke 等于 1987 年提出的以可控自回归积分平均滑动模型 (CARIMA) 为基础的广义预测控制 (Generalized Predictive Control, 简称 GPC)^[4], 它不仅能用于控制简单的开环稳定的最小相位系统, 而

且可用于控制非最小相位系统、不稳定系统和时滞变结构系统，它无需精确已知的时滞结构和关联矩阵，在模型阶次高于或低于真实过程时，仍能获得良好的控制特性。另外还有一类称为基于结构化的预测控制算法，是 Garica 等于 1982 年提出的内模控制（Internal Model Control 简称 IMC）^[5]，它的提出，使得我们可以从结构的角度分析预测控制系统，理解预测控制的运行机制，有利于进一步分析控制系统的稳定性、鲁棒性等。80 年代中后期，Kuntze 等提出了把控制输入结构视为关键的预测函数控制（Predictive Functional Control，简称 PFC）^[6]，PFC 可以克服其他预测控制可能出现规律不明的控制输入问题。

近年来，国内外对预测控制的研究日趋广泛，美国控制年会（ACC），IEEE 控制与决策会议（CDC）和国际自动控制联合会 AAC 世界大会和各种专门学术会议几乎都有关于预测控制的专题讨论，国内许多学者也展开了预测控制的研究，取得了许多研究成果，发表了不少文献和专著，并在多种复杂的工业过程控制中获得了成功的应用，预测控制已经成为当前过程控制的发展方向之一。

由于预测控制是直接从工业过程控制中产生的一类基于模型的新型控制算法，它最大限度地结合了工业实际的要求，综合控制质量高，因此很快引起了工业控制界以及理论界的广泛兴趣和重视。目前在理论和实践方面都取得了显著的进展^[7-14]。

1.2 预测控制的简介

1.2.1 预测控制的基本原理

预测控制算法的种类多、表现形式多种多样，但各种预测控制算法具有类似的基本思想：在当前时刻，基于过程的动态模型预测未来一定时域内每个采样周期（或按一定间隔）的过程输出，这些输出为当前时刻和未来一定时域内控制量的函数，按照基于反馈校正的某个优化目标函数计算当前及未来一定时域的控制量大小，为了防止控制量剧烈变化及超调，一般在优化目标函数中都考虑使未来输出以一参考轨迹最优地去跟踪期望设定值，计算出当前控制量后输出给过程实施控制，至下一时刻，根据新测量数据重新按上述步骤计算控制量。从预测控制的基本原理可以看出，预测控制是不断滚动的局部优化，而非全局最优。

预测控制是一类基于模型的计算机控制算法，因此是基于离散控制系统的。预测控制的基本思想如图 1-1 表述：

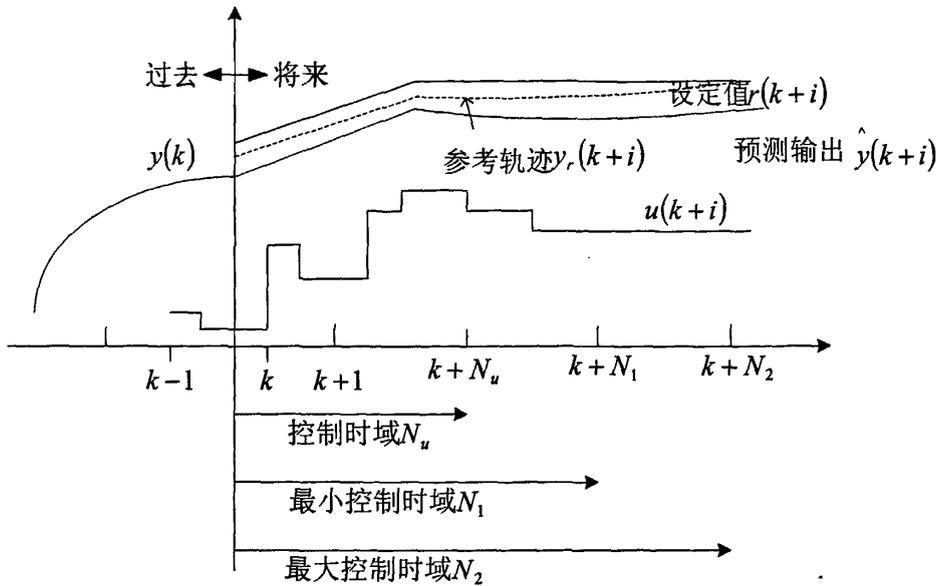


图 1-1 预测控制的基本思想

Fig.1-1 The Basic Theory of Predictive Control

图中 $u(k+i)$ 为优化控制律， $y(k)$ 为当前的过程输出， $\hat{y}(k+i)$ 为过程模型预测输出， y_r 为参考轨迹， N_u 为控制时域， N_1 为最小预测步长， N_2 为最大预测步长。

预测控制就是以某种模型为基础，利用过去的输入输出数据来预测未来某段时间内的输出，再通过具有控制约束和预测误差的二次目标函数的极小化，得到当前和未来几个采样周期的最优控制律，在下一采样周期，利用最新的数据重复这一优化过程。

1.2.2 预测控制的基本特征

就一般的意义来说，预测控制不论其算法形式如何不同，都应建立在下述三项基本特征基础上。

1、预测模型

预测控制的模型称为预测模型。对于预测控制来讲，只注重预测模型的功能，而不注重预测模型的形式。预测模型的功能就是根据模型的历史信息和未来输入，预测未来输出。从方法的角度讲，只要是具有预测功能的信息集合，无论它有什么样的表现形式，均可作为预测模型。因此，状态方程、传递函数这类传统的模型可作为预测模型。对于线性稳定对象，阶跃响应、脉冲响应这类非参数模

型，也可直接作为预测模型使用。此外，非线性系统、分布参数系统的模型，只要具备上述功能，都可作为预测模型使用。因此，预测控制打破了传统控制中对模型结构的严格要求，更着眼于在信息的基础上根据功能要求按最方便的途径建立模型。这是它优于其它控制算法的原因之一，也是它在工业实际中能广泛应用的前提。

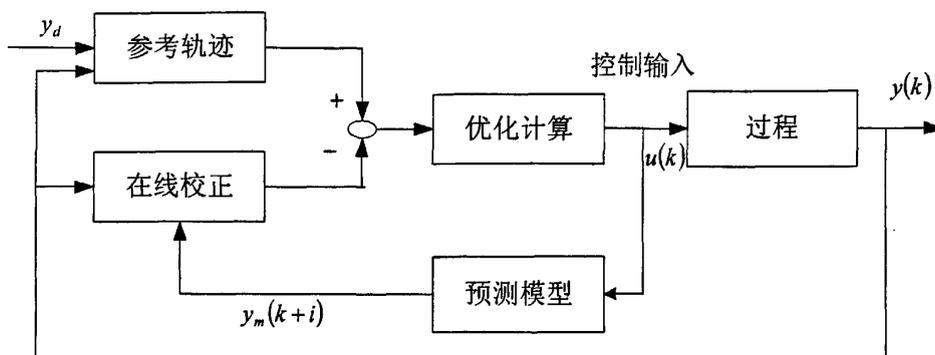


图1-2 预测控制系统结构

Fig.1-2 The System Structure of Predictive Control

2、滚动优化

预测控制采用的不是常规最优控制中固定的全局优化目标，而是在有限时域内的滚动优化策略。即在每一时刻对兼顾未来充分长时间内的理想优化和包含系统存在的时变不确定性局域优化目标函数，进行不断更新，而下一时刻是根据系统当前控制输入后的响应，这比在理想条件下，实现复杂对象的最优控制要现实得多。因此，滚动优化不是一次性离线运算，而是反复在线进行的，这种时变性，虽然在每一时刻只能得到全局的次优解，然而却能使模型失配、时变与干扰等引起的不确定性，得到及时补偿，始终将新优化目标函数与系统状态相吻合，保证优化的实际效果。

3、反馈校正

在预测控制中，采用预测模型进行过程输出值的预估只是一种理想方式。对于实际过程，由于存在非线性时变、模型失配和干扰等不确定因素，使基于模型的预测不可能准确到与实际相等。在预测控制中，通过输出值和模型的预估值进行比较，得出模型的预测误差，再利用模型预测误差来校正模型的预测值，从而得到更加准确的将来输出的预测值。采用这样的反馈校正，使预测控制具有很强的抗干扰和克服系统不确定性的能力。

反馈校正的形式多样，它可以在预测模型的基础上，对预测值加以补偿，如 MAC, DMC。也可以利用在线辨识的原理直接修改预测模型，如 GPC。在预测控制中，不仅基于预测模型，而且利用了反馈信息，因而预测控制是闭环优化控

制算法。

综上所述，预测控制的基本特点是：

(1) 对模型要求低，现代控制理论之所以在过程工业中难以大规模应用，最重要的原因是模型精度要求太高，而预测控制成功地克服了这一点。

(2) 模型预测控制算法用滚动优化取代全局一次优化，每个控制周期不断进行优化计算，不仅在时间上满足了实时性的要求，而且突破了传统全局一次优化的局限，把稳态优化与动态优化结合起来。用多变量的控制思想取代传统控制手段的单变量控制。因此，在应用于多变量问题时，预测控制也常常称为多变量的预测控制。

(3) 能有效处理约束问题。因为在实际生产中，往往希望将生产过程的设定状态推向设备及工艺条件的边界上（安全边界、设备能力边界、工艺条件边界等）运行，这种预测性状态常会产生使操纵变量饱和，即使被控变量超出约束的问题。所以能够处理多目标、具有约束控制能力就成为使控制系统能够长期、稳定、可靠地运行的关键技术。

1.3 现代预测控制的研究方向

近几年来，预测控制的研究和发展，已经突破早期研究的框架，摆脱了单调的算法研究模式。开始了与极点配置、自适应控制、鲁棒控制、精确线性化、解耦控制和非线性控制相结合的一类先进预测控制策略研究，并且随着智能控制技术的发展，预测控制也将向着智能预测控制方向发展，如模糊预测控制、神经网络预测控制、遗传算法预测控制以及自学习预测控制等，并将人工智能、大系统递阶原理等引入预测控制，构成多层职能预测控制的模式，由此进一步增强了预测控制处理复杂对象（complex plant）、复杂任务（complex task）和复杂环境（complex environment）的能力，并拓展了预测控制综合目标和应用领域。

1.3.1 先进预测控制技术及其研究动向

先进预测控制技术，是在预测控制早期研究成果的基础上和近几年发展起来的各种先进控制策略相结合，研究与发展起来的一类预测控制新算法。

1、极点配置预测控制

由于预测控制的基本要素是多步预测、滚动优化和反馈校正，因此，系统的闭环特征多项式的零、极点位置与控制器的多个可调参数有密切关系。要在控制器参数设计和闭环系统动态特性之间找到定量关系是十分困难的，如果控制器参

数选择不当, 会使系统控制性能不佳, 甚至导致系统不稳定。早在 1987 年 Lelic 等人就提出了广义预测极点配置控制器^[15], 将极点配置与多步预测结合, 利用控制器的参数进行闭环极点配置。Visser 和 Peng 等人基于参数模型, 在目标函数中引入了加权多项式, 在导出系统闭环特征多项式的表达式之后, 通过选择加权多项式的参数来配置极点^[16-19], 他们给出的求解极点配置方程的递推形式, 减少了在线计算量, 提出了自适应算法^[20]。对输入输出信号赋予指数加权因子, 将变换后的信号用于广义预测控制, 实现闭环系统的区域极点配置, 使闭环系统有期望的稳定度。

此外, 还有通过对系统输入输出信号和参考信号进行滤波, 并部分配置闭环极点^[21-22], 使用 δ 算子, 给出适用于快速过程的极点配置方法。

2、解耦预测控制

解耦预测控制是一类在多变量系统解耦基础上的预测控制算法研究。尽管 Garcia C.E 等人认为, 对于具有多重时滞的多变量系统, 实现完全解耦的控制, 其系统不一定具有最优的控制性能。但对为了简化多变量系统预测控制器的参数整定, 以降低控制系统的最优性能为代价来实现的解耦, 似乎还是有价值的。席裕庚 (1989)^[23] 通过分散化和关联预测, 导出一种建立在解耦基础上的多变量 DMC 设计方法。Chai T (1994)^[24] 提出了 GPC 的前馈解耦控制方法。

3、前馈补偿预测控制

前馈补偿预测控制系统目前主要有: 在预测控制系统中, 引入前馈补偿器构成前馈通道, 来抑制扰动的具有扰动前馈补偿功能的预测控制算法^[25,26]; 用前馈补偿器实现系统解耦前馈解耦广义预测控制算法。

4、自适应预测控制

预测控制和自适应控制结合构成一类自适应预测控制器。自适应预测控制有多种方法, 如将模型预报误差作为平稳随机序列, 用最小二乘法在线辨识自回归滑动平均模型 (ARMA-Auto Regressive Moving Average)^[27,28], 有的是简化在线计算, 或直接辨识控制器参数^[29,30], 避免求解 Diophantine 方程或采用特殊的加权矩阵^[31], 避免在线求逆; 有的采用鲁棒性更强的模型, 如广义受控自回归滑动平均模型 (GCARMA-Generalized Controlled Auto-regressive Moving Average)、状态空间模型等; 有的利用稳定性和鲁棒性研究成果, 提出自适应 CRHPC 算法^[32,33]、自适应 SIORHC 算法和用 MVSMAR 方法构造的隐式自适应算法。此外, 还有将系统平行辨识模型 (series parallel identification model) 用于自适应内模控制中^[34]。

5、模糊控制

近年来, 将模糊控制与预测控制结合起来形成的模糊控制有了很大发展。研

究模糊广义预测控制^[58]，通过对非线性系统建立 T-s 模糊模型，且采用正交最小二乘法（OLS）对模糊规则的后件参数进行辨识，在每一个采样点对系统进行局部动态线性化，根据得到的系统线性化模型对系统采取 GPC 方法得到当前的控制动作。结合神经网络的学习能力和插值能力^[59]，提出了一种新型的模糊神经网络结构，在此基础上设计了一种模糊神经网络自适应预测控制方案，并导出了相应的学习算法，该算法能实现模糊控制和神经网络控制的优势互补，在非线性和复杂系统的控制方面具备较高的性能。提出一种可用于非线性过程控制的模糊模型预测控制算法（FMPC）^[60]，模糊模型与单纯形调优的非线性规划方法相结合可获得优化控制律。仿真结果表明，FMPC 可获得良好的控制效果，有较高的应用价值。

1.3.2 多种新型预测控制的研究动向

目前，预测控制系统的研究方向，除了上面所提到的先进预测控制之外，人们还对多种新型的预测控制理论与应用研究有了进一步的研究，如预测函数控制、多速率采样预测控制、多模型切换预测控制和有约束预测控制等，在这方面我国学者也取得了不少有意义的研究成果^[45]。

1、预测函数控制

传统的模型预测控制算法在未考虑到控制量的结构性质的前提下，通过优化目标函数得到未来某一时域的控制量，虽然在快速随动系统控制中能得到较好的输出响应，但却可能伴随着规律不明的控制输入。针对这种情况，法国的 Richalet 和德国的 Kuntze 等人于 1986 年在模型预测控制原理的基础上提出了预测函数控制（PFC）^[35]，发表了基于 PFC 的工业机器人快速高精度跟踪控制系统的有关论文。与传统的模型预测控制算法不同，PFC 将输入结构化，即把每一时刻的控制输入看作是若干事先选定的基函数的线性组合，系统输出是上述基函数作用于对象的响应的加权组合，然后通过在线优化求出线性加权系数，进而算出未来的控制输入。

预测函数控制方法首先由 Richalet 提出，并成功应用于工业机器人的手^[6]。McDonnell 提出了应用决策逻辑的多变量系统的预测函数控制方法，但该方法必须满足输入变量个数大于输出变量个数的条件，因此该方法具有一定的局限性。Richalet 发表了法文版预测函数控制方法的专著，对预测函数控制技术从时滞、干扰、不稳定系统、输入输出约束等方面进行了详细介绍，分析了预测函数控制方法的性能特性，并附带了大量的仿真和实际引用研究的实例，但该书介绍的是单变量系统的预测函数控制方法。IgorSkrjanc 提出了基于模糊模型的预测函数控

制方法并应用于热交换控制。预测函数控制方法以其计算量小、控制快速等特点首先被应用于快速系统，而后逐渐应用于慢速系统，现在已经在机器人^[6]、轧钢^[36]以及军事^[37]等许多领域得到成功应用，并带来了巨大的经济效益。

国内对预测函数控制方法的研究开始于 90 年代，理论和应用上取得了一定的进展。提出了二阶以下过程的基本 PFC 控制算法^[38]，该方法可处理一阶加纯时滞系统。推导了 PFC 算法的内模结构^[39]，给出了 PFC 稳定性和鲁棒性的初步结果。针对精馏塔塔釜建立了简化的机理模型^[40]，并提出了精馏塔塔釜预测参数控制 PPC 是 PFC 的衍化)算法并给出了仿真结果。提出了针对 Hammerstein 模型的非线性预测函数控制^[41]，基于 ARMAX 模型的自适应预测函数控制，基于神经网络的预测函数控制。给出了 PFC 基本原理及基于 PFC 的透明结构控制系统的设计，并给出了基于透明结构的温度跟踪控制的仿真结果。给出了基于 PFC 的异植醇生产过程计算机监控系统，并在温度跟踪控制中取得了良好的实际工业过程应用结果。提出了具有前馈补偿功能的 PFC 算法，并用 PFC-PID 串级回路应用于芳烃精馏系统中。还提出了两个控制器均为 PFC 控制器的串级控制结构^[42]，并在聚氯乙烯聚合反应过程中得到了成功的应用。针对一类非线性对象提出了基于二阶 volterra 模型的 PFC 算法并给出了较好的仿真研究^[43]。针对间歇反应釜过程的非线性特性^[44]，采用全局反馈线性化方法的 PFC 算法，并进行了计算机仿真。

2、多速率采样预测控制

多速率采样预测控制 (MRSPC--multi-rate sampling predictive control) 的特点是在预测控制中，对被控变量的采样和控制变量的更新采用不同的频率，它的研究起始于 20 世纪 50 年代。Kranc 于 1957 年首先提出多速率反馈系统的概念^[46]，讨论了单输入单输出系统的虚拟采样器，为了减少采样间的输出波动，选用了采样周期为基本采样周期的整数倍，并给出了一种多速率采样过程的离散时间状态空间模型表示方法；Kalman 等人于 1959 年第一次对状态空间描述的多速率采样系统取得了有实质性突破的研究成果^[47]。

多速率采样预测控制控制经过四十年的研究，其研究的一个首要问题是系统稳定性研究，Kranc 等人应用传递函数和微分方程、推导出决定系统稳定性的特征方程；在此基础上 Kalman 等人利用状态空间法分析了多速率采样系统的稳定性；此后，Araki 等人研究了一种特殊的多速率采样系统，针对输入输出变量数相等的多变量系统，在其第 k 个输出的采样周期与第 k 输入的更新周期相同时，分析其脉冲模型、多速率脉冲模型和对称多速率脉冲模型，提出了 Nyquist 闭环稳定性判据，解决了多速率采样系统传递函数和状态空间描述的转换问题^[48]。

3、多模型切换预测控制

基于模型切换的多模型控制是一种用来处理模型存在较大不确定性的新控制方式。在预测控制中引入多模型切换机理，即构成基于模型切换的多模型切换预测控制算法。目前的主要研究有：

1、基于预测器的控制器切换策略。如 Morse 等人利用一组并行的预测来预测对象的输出，将得到的预测误差作为各个预测器的性能测度；然后在各个采样点，比较这些预测器性能，并选择该时刻最佳的预测器所对应的控制器。这种方法不要求预测器选择序列收敛，但必须保证系统渐近稳定，并使其输出收敛于设定值^[49]。

2、测路径 (prerouted) 控制器切换策略。这是由各个模型组成一个有序的预定路径序列，然后设计一个控制器切换逻辑，根据对象的输入输出来确定是否和如何切换到预定序列中的下一个控制器^[50]。

控制器切换时间与受控对象的变量有关，而切换次序是固定的，这种方法只在模型数目较少时才有实际价值，但它的优点是可以在比较弱的条件下，保证切换的收敛性。

4、有约束预测控制

在实际控制系统中，往往要求满足一定的约束条件，如果有约束场合采用无约束控制器，就有可能降低闭环系统的控制性能^[51]。因此，在预测控制中控制算法应考虑到约束条件的影响。预测控制滚动优化使其能在目标函数中方便地考虑各种约束条件，实现有约束预测控制。预测控制式唯一能在控制器设计过程中系统地、显式地处理系统约束的有效控制方式。

预测控制中常见的约束条件有：

幅值约束
$$u_{\min} \leq u(k+i-1) \leq u_{\max}$$

速率约束
$$|\Delta u(k+i-1)| \leq V_{\max} \quad (i=1,2,\dots)$$

最早是将二次规划方法应用于基于非参数模型的预测模型^[52]，此后，逐渐扩展到参数模型^[53]。有约束预测控制算法计算量要比无约束的大，为了减少计算量，要先按无约束算法求解，若解的某一分量超出约束，再赋予其边界值，然后将其作为一个等式约束，用 Lagrange 乘子法求解的试探算法^[54]，但它仅适用于输入量约束的情况。也有将模型状态反馈引入内模控制来处理约束的^[55]。

对于多变量系统，采用范数目标函数 $\min J = \sum_{j=1}^2 \left| \hat{y}(k+j) - y_r(k+j) \right|$ 时，如果模型和约束都是线性，可以采用线性规划方法求解滚动优化问题^[56]。

1.4 预测控制的工业应用

预测控制理论来自于工业实践，随着其理论研究的不断深入，预测控制在工业过程的应用越来越广泛，应用范围遍及石油、化工、建材、冶金、航空、机械制造、食品加工、军事等几乎所有行业，控制技术、手段等也不断提高。据调查统计显示，在工业领域中应用预测控制技术的工业装置达到数千套，而且呈不断加速增长的趋势。预测控制已成为在工业领域中应用的主要先进控制策略，给企业带来了巨大的效益。

在国内，预测控制技术同样得到了广泛应用，如上海交通大学同浙江大学联合开发了 MCC 软件包，在大型催化裂化装置中得到应用；机器人控制、激光器自动控制等等。

由于预测控制的特点和在石油、化工、电力等行业的成功应用，再加上可观的经济效益，许多大公司不断推出和更新各种预测控制工程软件产品，成为预测控制应用广泛、成熟的另一个标志。如美国 AspenTech 的 DMCPlus 软件包、法国 Adersa 的 PFC、加拿大 TreiberControls 的 OPC。我国也已开始开发自己的相应工程软件，并逐步走向商品化、工程化。这些软件已得到了很好的应用，取得了很大的社会效益和经济效益。另外，Mathworks 公司开发的 MATLAB 软件包中有 Model Predictive Control 工具箱，只需调用一个函数，就能实现响应的功能，方便、快捷、效率高，在控制系统设计、调试、计算机仿真方面得到了广泛应用。

1.5 预测控制的发展前景

模型预测控制在很多领域得到了成功的应用，但它还不能很好的满足实际需要。它的起源和发展与工业实践紧密相连，但实际上，预测控制的理论还远远落后于其实际应用，因此在理论和应用方面，仍需得到进一步的研究和发展。

(1) 系统的鲁棒性和稳定性。与常规 PID 控制、最小方差控制、自校正控制等自适应控制相比，预测控制具有较好的稳定性和鲁棒性，但系统的稳定性和鲁棒性分析与设计尚没有得到很好的解决。预测控制目前已有的算法中，主要设计参数与闭环系统的动静态特性、稳定性和鲁棒性之间的一般解析关系难以得到，因此对系统稳定性、鲁棒性的分析还远没有达到定量的程度，没有一个通用的参数设计选择准则。尤其是对于多变量系统的相应预测控制算法，其稳定性和鲁棒性的分析亟需突破，这是今后仍需努力研究的一个主要方向。

(2) 对非线性、不确定系统的研究。工业过程大量存在非线性、不确定系统，对这类系统的预测控制还没有很好的解决，非线性预测控制和鲁棒预测控制

将成为今后研究的重点，以满足过程控制工业的需要。现在这方面的研究还只能属于起步阶段。

(3) 满意的概念引入到复杂工业过程的设计中，通过滚动时域机制，设计合理有效的预测控制策略，即满意优化策略，这方面还有许多的工作有待深入研究。如满意控制系统的性能评价体系，建立以控制、约束、目标为要素的满意模型；研究在不确定性环境中满意控制的算法和系统性能分析；在对满意优化策略性能分析的基础上对满意优化的次优性进行分析同时研究其更深一层的内涵—多智能体满意优化理论等等。此外，还可与其它理论相结合，如对策论等，研究具有鲁棒性和能处理不确定性能力的满意并行算法，并将其应用到调度、顺序优化、离散事件动态系统等中。

(4) 对于有约束预测控制来说，在众多的约束条件下，解的可行性已成为必须考虑的问题，而现有的稳定 MPC 策略的设计几乎都以可行性为必备的假设条件。因此，在保证原有稳定性的情况下，如何设计和开发计算量小的有效易行的满意可行算法，也是值得研究的问题。

(5) 预测控制算法的发展和创新。进一步加强理论研究，在预测控制的三大机理：预测模型、反馈校正方法、求解优化的策略上下功夫，全方位地去加以研究和突破，如引进先进理论，建立无结构限制的高效模型，选择合理的优化策略，研究更有效的反馈校正方法等等；注重学科的交叉研究，把其他有效的控制方法以及可能解决预测控制现有难题的其他学科的理论 with 现有预测控制方法相结合，如引入神经网络、模糊控制、人工智能等理论，不断完善、发展和创新预测控制算法。

(6) 加强理论应用和软件开发。在工业实践中去挖掘和寻找预测控制需解决的、新出现的问题和研究、发展方向，由实践来促进理论的发展。同时，加强软件开发，促使其更好、更快的应用和发展。

预测控制虽起步较晚，只有短短 20 多年，但其发展十分迅猛，在很多领域都得到了成功的应用，展示了其强大的生命力。随着理论及应用的不断发展和完善，预测控制必将在实际工业领域的控制中发挥越来越重要的作用，展现其美好的前景。

1.6 论文主要研究内容

预测控制现已成为一种重要的先进控制策略。从提出至今的二十多年里，其理论和应用都得到了飞速的发展，应用范围逐渐扩大，至今几乎遍及各个工业领域。目前，预测控制已成为工业控制领域中一项行之有效的先进控制策略。如在

电力系统、钢铁行业、炼油、石油化工、化学工业、精细化工等工业领域都取得了成功的应用。本文在前人研究的基础上，对预测控制算法进行了研究，尤其是对动态矩阵控制算法进行了研究，同时对预测函数算法进行了简单的研究，本文主要包括以下几个方面：

1、第一章主要从理论及应用等几个方面介绍预测控制的发展概况、研究现状及研究动向。对常见的预测控制方向进行了简单介绍并对预测控制在工业中的应用作了简单回顾，对预测控制未来的发展进行了展望。

2、第二章对模型预测控制的基本原理进行了研究，同时也对动态矩阵控制的基本控制原理进行了研究，并且对动态矩阵控制过程中的各种参数设定对控制结果的影响进行了研究。利用喷雾塔作为仿真模型，对 DMC 控制过程中的参数进行设定，对阶跃响应进行仿真。

3、第三章针对动态矩阵控制过程，建立了状态观测器，并且设计了动态矩阵的内模控制结构，从动态特性、鲁棒性和稳定性等方面对动态矩阵控制进行了研究。

4、第四章针对控制对象为非线性时，所采用 PID 控制的参数整定困难，在实际应用中往往参数整定不良、性能欠佳，对于运行的工况适应性很差，由于静态与动态性能之间的矛盾，跟踪设定值与抑制扰动之间的矛盾，鲁棒性与控制性能之间的矛盾等等，达不到预期的控制效果，设计了 PID-DMC 控制系统。

5、第五章介绍了预测函数控制基本原理，从基函数、预测模型、参考轨迹、误差校正、滚动优化等五个方面对单变量预测函数的基本算法进行讨论。针对典型工业过程一阶加纯滞后对象进行 PFC 算法推导，并做仿真验证 PFC 算法所具有的跟踪快速、抗干扰能力强、控制效果好的特点。

最后，对全文进行了总结，分析目前所存在的问题，并对以后的发展进行了展望。

第 2 章 动态矩阵控制算法基本原理

预测控制是一类计算机控制算法，其中动态控制（DMC）、模型算法控制（MAC）和广义预测控制（GPC）是最有影响的三种预测控制算法。动态矩阵预测控制（DMC）是预测控制算法中重要的一种，是 Culter（1980 年）提出。与模型预测控制算法不同之处是，它采用在工程上易于测取的对象阶跃响应作为模型，算法比较简单，计算量也比较少，鲁棒性较强，适用于纯时延、开环稳定的非最小相位系统。近年来已在冶金、石油、化工等领域的过程控制中得到成功的应用。

2.1 模型预测控制理论

模型预测控制（MPC-Model Predictive Control）通常被简称为预测控制，它是以各种不同的预测模型为基础，采用在线滚动优化指标和反馈自校正策略，力求有效地克服受控对象的不确定性、迟滞和时变等因素的动态影响，从而达到预期的控制目标——参考轨迹输入并且使系统有良好的鲁棒性和稳定性。

2.1.1 模型预测控制的数学基础

预测控制是一类新型的计算机控制算法，尽管大多数自动控制系统是由以连续时间变量为特征的受控对象或者实际生产过程所组成。然而，现代复杂系统的先进控制策略均离不开基于计算机的信号采集（模/数变换）信号的给定。这样会使得系统中的信息流在某些环节成为时间的离散函数，从而整个系统也就成为离散时间系统。

在预测控制中，通常采用被控对象的阶跃响应特性或脉冲响应来描述系统的预测模型，他们是非参数模型；而参数模型用得最普通的就是受控自回归积分滑动平均模型（CARIMA——Controlled Auto Regressive Integrated Moving Average）。

1. 阶跃响应特性

设受控对象为单位阶跃响应，其阶跃响应特性如图 2-1 所示，若系统为线性系统且渐进稳定，在 N 个采样周期后，系统输出趋于稳定，即 $y(NT) = a_N = y(\infty)$ 。因此，可以用受控对象单位阶跃响应的前 N 个有限项采样值 $\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$ 来描述系统的动态响应特性，建立非参数模型。

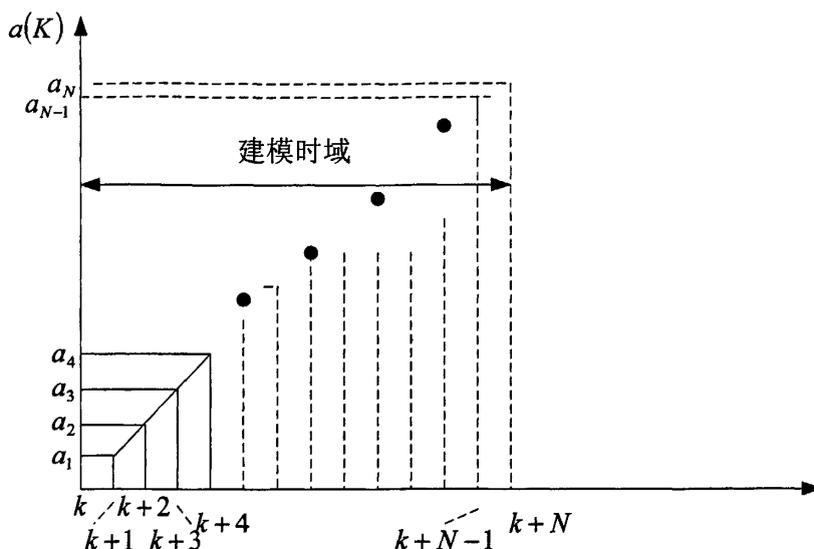


图2-1 受控对象的阶跃响应特性

Fig.2-1 The Character of Step Response of the controlled object

设系统在 $(k+1)T, (k+2)T, \dots, (k+i)T$ 离散时刻的初始值为: $y_0(k+1|k), y_0(k+2|k), \dots, y_0(k+i|k)$; 控制增量是 $\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+i)$ 。根据线性系统的叠加原理, 利用采样值矢量 $[a_1 \ a_2 \ \dots \ a_N]^T$ 作为预测模型建模参数, 当建模时域长度为 N 时, 可获得系统输出的预测值。

$$\begin{aligned}
 y_p(k+1|k) &= y_0(k+1|k) + a_1 \Delta u(k) \\
 y_p(k+2|k) &= y_0(k+2|k) + a_2 \Delta u(k) + a_1 \Delta u(k+1) \\
 y_p(k+3|k) &= y_0(k+3|k) + a_3 \Delta u(k) + a_2 \Delta u(k+1) + a_1 \Delta u(k+2) \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

通式为:

$$y_p(k+i|k) = y_0(k+i|k) + a_i \Delta u(k) + a_{i-1} \Delta u(k+1) + \dots + a_2 \Delta u(k+i-2) + a_1 \Delta u(k+i-1)$$

即:

$$y_p(k+i|k) = y_0(k+i|k) + \sum_{j=1}^i a_{i-j+1} \Delta u(k+j-1) \quad (i=1,2,\dots,N) \quad (2-1)$$

式中, $y_p(k+1|k)$ 预测值就是受控对象阶跃响应的离散型数学描述。当 $j=1$, 且 $i=1,2,\dots,N$ 和 $\Delta u(k)$ 是单位阶跃输入时, $y_p(k+i|k)$ 就是受控对象的单位阶跃响应特性。

2、脉冲响应特性

设线性受控对象在没有外扰情况下, 由目前采样点 k 到其后的第 j 次采样点

$k+j$ 的输出为:

$$y_m(k+i) = \sum_{j=1}^N h_j u(k+i-j) \quad (2-2)$$

在这里 $h_j (j=1,2,\dots,N)$ 是规定采样间隔的单位脉冲响应系数, 对于渐近稳定对象 $\lim_{j \rightarrow \infty} h_j = 0$, 没有必要取 $N \rightarrow \infty$, N 只要取到响应充分稳定为止。也就是选 h_N 充分接近于零即可, 通常 N 被取为 20~60 左右。式 (2-2) 就是受控对象的脉冲响应模型, 当 $i=1$ 时, $k+1$ 时刻系统的脉冲响应输出为:

$$y(k+1) = h_1 u(k) + h_2 u(k-1) + \dots + h_N u(k-N+1) = h(Z^{-1})u(k) \quad (2-3)$$

$u(k), u(k-1), \dots, u(k-N+1)$ 为相应时刻的系统输入, $h = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_N]^T$ 为受控对象的单位脉冲响应序列, 也是预测模型的系数矢量, 即

$$h(Z^{-1}) = h_1 + h_2 Z^{-1} + \dots + h_N Z^{-N+1} \quad (2-4)$$

当 $u(k-j+1), (j=1,2,\dots,N)$ 皆为单位脉冲时, 则系统的脉冲响应特性如图 2-2 所示。

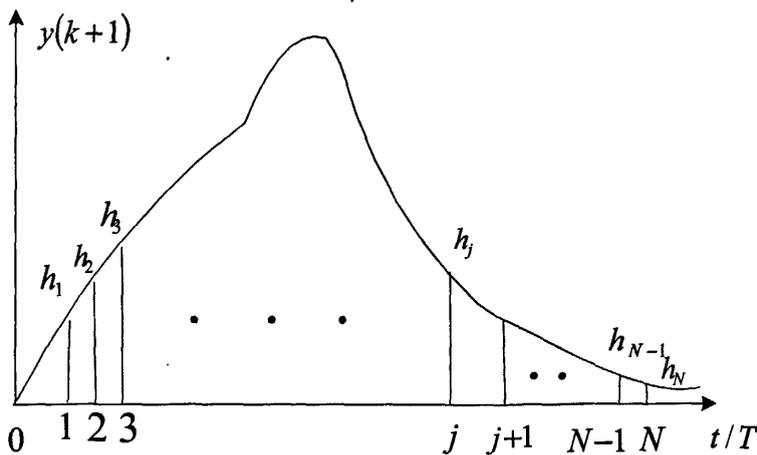


图2-2 单位脉冲响应

Fig.2-2 the Impulse Response of the Unit

当系统具有纯延时 d 时, 即为 $y(k+1) = Z^{-d} h(Z^{-1})u(k)$ 。脉冲响应特性 (2-2) 式也可以用等价的阶跃响应特性来表示:

$$y_m(k+i) = \sum_{j=1}^N a_j \Delta u(k+i-j) + a_N u(k+i-N-1) \quad (2-5)$$

此时:

$$a_j = \sum_{i=1}^j h_i \quad (j=1,2,\dots,N) \quad (2-6)$$

$$\Delta u(k+i-j) = u(k+i-j) - u(k+i-j-1) \quad (2-7)$$

式(2-5)右边第二项是 N 项结束产生的阶跃响应, 由上可见, 无论采用脉冲响应特性或者阶跃响应特性, 只是表示形式不同, 其实质是一致的。

3、CARIMA 模型描述

用受控自回归积分滑动平均模型来描述受随机干扰的被控对象:

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k-1) + C(q^{-1})\varepsilon(k)/\Delta \quad (2-8)$$

式中:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n};$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m};$$

$$C(q^{-1}) = c_0 + c_1q^{-1} + \dots + c_gq^{-g}.$$

差分因子 $\Delta = 1 - q^{-1}$, $y(k)$, $u(k)$ 分别是输出和输入, $\{\varepsilon(k)\}$ 表示零均值随机的噪声序列, 为清楚起见, 通常设 $C(q^{-1}) = 1$ 。此时, 由输入 $u(k)$ 到输出 $y(k)$ 间的离散传递函数为:

$$G(Z^{-1}) = \frac{y(Z)}{u(Z)} = Z^{-1}B(Z^{-1})/A(Z^{-1}) \quad (2-9)$$

因此, 通常可以用 Z 传递函数来给出受控对象, 要利用式(2-8)得到 j 步后系统输出值 $y(k+j)$, 可以通过 Diophantine 方程来求解。在系统具有纯延时 d 时, 非参数模型和参数模型间系数转换有如下关系, 由 $Z^{-d}h(Z^{-1}) = Z^{-d}B(Z^{-1})/A(Z^{-1})$ 得到:

$$h_1 = b_0$$

$$h_2 = b_1 - a_1h_1$$

$$h_3 = b_2 - a_1h_2 - a_2h_1$$

$$\vdots$$

$$h_{k+1} = b_k - \sum_{i=1}^k a_i h_{k-i+1} \quad \text{且 } b_k = 0(\text{当 } k > m), a_i = 0(\text{当 } i > n) \quad (2-10)$$

2.1.2 滚动优化和二次型指标

任何一种传统的优化控制算法, 均以二次型目标函数最小为指标, 当然预测控制也不例外。设受控对象在 k 时刻以后的建模时域长度 N 内进行优化, 使系统输出值 $y(k+i|k)$ 尽可能接近参考给定轨迹 $y_r(k+i|k)$ 。为了使控制增量 $\Delta u(k+i-1)$ 符合生产实际, 因此, 二次型优化目标函数一般为:

$$\min J(k) = \sum_{i=1}^N q_i [y_r(k+i) - y(k+i)]^2 + \sum_{i=1}^N r_i u^2(k+i-1) \quad (2-11)$$

写成矢量表达式:

$$\min J(k) = \|Y_r(k) - Y(k)\|_Q^2 + \|\Delta U(k)\|_R^2 \quad (2-12)$$

式中: $Y_r(k) = [y_r(k+1) \ y_r(k+2) \ \dots \ y_r(k+N)]^T$; $Y(k) = Y_0(k) + A\Delta U(k)$, 系数阵 $A \in R^{N \times N}$, 系统输出 $Y(k) = [y(k+1) \ y(k+2) \ \dots \ y(k+N)]^T$ 及其初始值

$$Y_0(k) = [y_0(k+1) \ y_0(k+2) \ \dots \ y_0(k+r)]^T,$$

控制增量 $\Delta U(k) = [\Delta u(k) \ \Delta u(k+1) \ \dots \ \Delta u(k+N-1)]$ 以及误差权系数矩阵

$$Q = \text{diag}(q_1 \ q_2 \ \dots \ q_N) \text{ 和控制权系数矩阵 } R = \text{diag}(r_1 \ r_2 \ \dots \ r_N).$$

根据控制变量无约束极值条件可得, 由 $\partial J / \partial \Delta U(k) = 0$ 可得控制增量序列最优值 $\Delta U^*(k)$, 即

$$\Delta U^*(k) = [A^T Q A + R]^{-1} A^T Q [Y_r(k) - Y_0(k)] \quad (2-13)$$

即 k 时刻的即时控制增量 $\Delta u(k)$ 给出实际控制输入 $u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$ 作用于受控对象, 到下一时刻, 又须重新计算 $\Delta u(k+1)$, 因此, 被称为“滚动优化”。

2.2 DMC 算法的基本原理

DMC (Dynamic Matrix Control) 算法是基于被控对象单位阶跃响应非参数模型的预测控制算法。通过反馈校正和滚动优化当前和未来时刻的控制量, 使得输出响应符合预先设定的轨迹。动态矩阵预测控制是一种基于计算机控制算法, 在工业控制过程中, DMC 的基本结构示意图如下 (图 2-3)

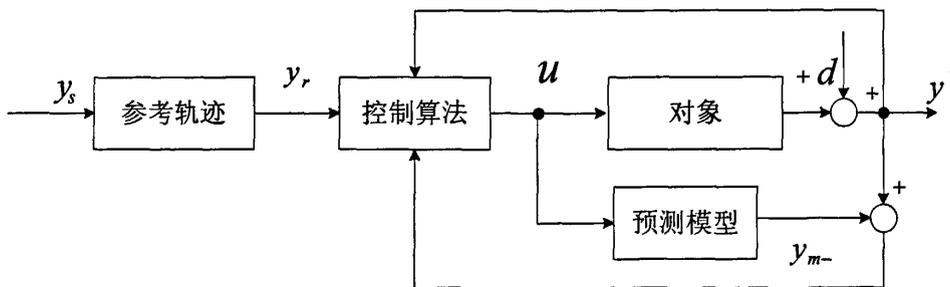


图2-3 DMC结构示意图

Fig. 2-3 the Structure of DMC

动态矩阵控制是一种用被控对象的阶跃响应特性来描述系统动态模型的预测控制算法。

1、预测模型

动态矩阵控制采用阶跃响应作为对象模型，根据受控对象的阶跃响应特性公式 (2-1) 可得，假设建模长度为 N ，则 DMC 预测控制的模型矢量为：

$$Y_p(k) = Y_0(k) + A\Delta U(k) \quad (2-14)$$

式中：

$$Y_p(k) = [y_p(k+1|k) \quad y_p(k+2|k) \quad \cdots \quad y_p(k+N|k)]^T;$$

$$Y_0(k) = [y_0(k+1|k) \quad y_0(k+2|k) \quad \cdots \quad y_0(k+N|k)]^T;$$

$$\Delta U(k) = [\Delta u(k) \quad \Delta u(k+1) \quad \cdots \quad \Delta u(k+N-1)]^T$$

分别为模型预测值，初始值和控制增量序列矢量，其中动态系数矩阵 $A \in R^{N \times N}$ ，即：

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & & & & 0 \\ a_2 & a_1 & & & \\ a_3 & a_2 & a_1 & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ a_N & a_{N-1} & a_{N-2} & \cdots & a_1 \end{bmatrix}$$

如果控制增量序列有效长度为 L ，建模时域仍为 N ，且 $L < N$ 时，则：

$$Y_p(k) = Y_0(k) + A\Delta U_L(k) \quad (2-15)$$

式中：

$$\Delta U_L(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k) & \Delta u(k+1) & \cdots & \Delta u(k+L-1) & \underbrace{0 \cdots 0}_{N-L} \end{bmatrix}^T$$

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & & & & & & 0 \\ a_2 & a_1 & & & & & \\ a_3 & a_2 & a_1 & & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & a_1 & & & \\ a_L & a_{L-1} & a_{L-2} & & & a_1 & \\ a_{L+1} & a_L & a_{L-1} & \cdots & & a_2 & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots & \\ a_N & a_{N-1} & a_{N-2} & \cdots & a_{N-L+1} & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_L & 0 \\ A_{N-L} & \end{bmatrix}$$

二、滚动优化

设系统预测长度为 M ，控制有效长度为 L ，且 $L \leq M \leq N$ 。对于参考轨迹为 $Y_d(k) = [y_d(k+1) \quad y_d(k+2) \quad \cdots \quad y_d(k+M)]^T$ 和模型预测输出 $Y_p(k) = [y_p(k+1) \quad y_p(k+2) \quad \cdots \quad y_p(k+M)]^T$ 的系统二次型滚动优化目标为

$$\min J(k) = \|Y_d(k) - Y_p(k)\|_Q^2 + \|\Delta U_L(k)\|_R^2 \quad (2-16)$$

这里权系数矩阵

$$\begin{aligned} Q &= \text{diag}(q_1 \quad q_2 \quad \cdots \quad q_M) \\ R &= \text{diag}(r_1 \quad r_2 \quad \cdots \quad r_L) \\ \Delta U_L(k) &= [\Delta u(k) \quad \Delta u(k+1) \quad \cdots \quad \Delta u(k+L-1)]^T. \end{aligned}$$

根据 diophantine 方程求得控制增量序列

$$\Delta U_L^*(k) = G[Y_d(k) - Y_0(k)] \quad (2-17)$$

式中：动态控制矩阵 $G \in R^{L \times M}$ ， $G = (A_{ML}^T Q A_{ML} + R)^{-1} A_{ML}^T Q$ ，且

$$A_{ML} = \begin{bmatrix} a_1 & & & & & \\ a_2 & a_1 & & & & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \\ a_L & a_{L-1} & a_{L-2} & \cdots & & a_1 \\ a_{L+1} & a_L & a_{L-3} & & & a_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_M & a_{M-1} & a_{M-2} & \cdots & a_{M-L+1} & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_L \\ A_{M-L} \end{bmatrix}$$

这时的模型预测值：

$$Y_p(k) = Y_0(k) + A_{ML} \Delta U_L(k)$$

初始值 $Y_0(k) = [y_0(k+1) \quad y_0(k+2) \quad \cdots \quad y_0(k+M)]^T$ ，实际控制矢量最优值为：

$$U_L^*(k) = U_L^*(k-1) + \Delta U_L^*(k)$$

从上式分析可知，每次预测值计算可以得到未来 L 个依次离散时刻的最优控制量为

$$U_L^*(k) = [u^*(k|k) \quad u^*(k+1|k) \quad \cdots \quad u^*(k+L-1|k)]^T。$$

三、反馈校正

设预测模型式 (2-14) 中取 $\Delta U(k) = B_{L1}^T \Delta U_L^*(k) = [\Delta u(k) \quad 0 \quad \cdots \quad 0]^T \underline{\Delta \Delta U}_1(k)$ ，则： $Y_{p1}(k) = Y(k) + A \Delta U_1(k)$ 。表示在 k 时刻，把一个幅值为 $\Delta u(k)$ 的控制阶跃加于受控对象，而此后 $\Delta u(k+1) = \Delta u(k+2) = \cdots = \Delta u(k+L-1) = 0$ 的预测矢量 $Y_{p1}(k) = [y_{p1}(k+1|k) \quad y_{p1}(k+2|k) \quad \cdots \quad y_{p1}(k+N|k)]^T$ ，即其第一个元素有了一个 $\Delta U_1(k)$ 增量，其余不变。由于随机干扰和存在建模误差等原因，预测值和系统实际输出 $y(k+1)$ 间必然有误差，设 $k+1$ 时刻的输出误差为：

$$e(k+1) = y(k+1) - y_{p1}(k+1|k) \quad (2-18)$$

为了消除诸多因素引起对预测值的误差，利用 $e(k+1)$ 取 N 维的校正矢量 $C = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_N]^T$ 对 $Y_{p1}(k)$ 进行修正得

$$Y_{pc}(K+1) = Y_{p1}(K) + Ce(k+1) \quad (2-19)$$

这里修正的后的预测矢量

$Y_{pc}(k+1) = [y_{pc}(k+1|k+1) \ y_{pc}(k+2|k+1) \ \dots \ y_{pc}(k+N|k+1)]^T$ ，修正后的 $y_{pc}(k+2|k+1)$ 值将作为初始预测值 $y_{01}(k+1|k+1)$ ， $y_{pc}(k+3|k+1)$ 值将作为 $y_{01}(k+2|k+1)$ ， \dots ， $y_{pc}(k+N-1|k+1)$ 作为 $y_{01}(k+N-1|K+N-2|k+1)$ ， $y_{pc}(k+N|k+1)$ 与 $y_{01}(k+N|K+1)$ ，据此，设位移矩阵 V ，有：

$$Y_{01}(K+1) = VY_{pc}(K+1) \quad (2-20)$$

且

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad V \in R^{N \times N}$$

2.3 参数选取的分析

2.3.1 采样周期 T 和模型长度 N

由于 DMC 实际上是一个采样控制系统，一般而言，从满足 Shannon 采样定理出发，即可确定采样周期 T 。但是实际上，由于被控对象特性不同，一般来说， T 应有所不同。对于“快过程”的机电系统而言，采样频率应高些；对于“慢过程”的过程系统而言，采样频率可以低些， T 甚至可以达到几十秒。因此采样周期 T 的选择可根据一般系统设计的建议，选为对象长度的 $1/10$ 左右。但与此同时应该考虑系统抗干扰性能的要求，即为快速抑制干扰对系统性能的影响， T 不能选的太大。

对于 DMC 而言， T 的选择应该与模型长度 N 的数值相协调。从预测控制的要求出发，应使模型参数 a_i ($i=1,2,\dots,N$)，尽可能覆盖对象的整个动态范围。在建模时应该基本保持 $a_N \approx a_s$ ，即 a_N 应尽可能接近阶跃响应的稳态值 a_s 。这样，当 T 减小时，势必使模型长度 N 增加，从而在实时控制时加大了计算频率，而且每次优化的计算量也随之增大。当 T 太小时，必然对过程计算机的速度提出过高

的要求，且会影响到过程的实时性，甚至扰乱了 DMC 的控制过程。所以，一般取模型长度 $N=20\sim 50$ ，这样在满足覆盖对象范围的条件下，即可确定采样周期 T 的范围。

2.3.2 优化时域 p 和误差权系数 q_i

对于 DMC 而言，性能指标函数为

$$J(k) = \sum_{i=1}^p q_i \left[w(k+i) - y_M(\tilde{k}+i) \right]^2 + \sum_{j=1}^M r_j \Delta u^2(k+j-1) \quad (2-21)$$

DMC 的目标是使 $J(k) \rightarrow \min$ 。从上式右端第一部分来看，从上式右端第一部分来看，最直观的意义实在 p 步内使预测值 $y_M(\tilde{k}+i)$, $i=1, 2, \dots, p$ 逼近期望值 $w(k+i)$ 。而加权系数 q_i 则表示不同时刻逼近 $w(k+i)$ 的权重考虑。因而 p 值的大小决定了需要多少步预测才能做到预测值更逼近期望值；而 q_i 的大小则说明我们对第 i 时刻逼近期望值的重视程度。 q_i 越大，则要求 $y_M(\tilde{k}+i)$ 越要逼近 $w(k+i)$ ；反之， q_i 越小，越可以放松预测值对期望值的分析要求。

p 和 q_i 的选择可作如下考虑：

(1) 对于一般的过程对象而言，由于含有一定的时滞，因此优化时域长度 p 必须大于时滞，即 $p > \tau/T$ ，其中， τ 是时滞， T 是采样周期。再者，在时滞区内，不可能指望预测值跟踪期望值，因此，此时取 $q_i = 0, i \leq \tau/T$ 。

(2) 理论分析已经证明， p 的大小对于控制的稳定性和系统的快速性有很大的影响。考虑两种极端情况。一种是 $p=1$ ，即一步预测与优化，根据公式 (2-21)，此时优化控制的控制增量选择一步控制增量 $\Delta u(k)$ ，使 $y(k+1) = w(k+1)$ 。按这种控制即实现了在各种采样点对象输出紧密跟踪期望值。当然这种极端情况是不存在的，这是因为这种一步优化不适用于含有时滞的对象。同时预测模型本来是一种粗略模型，因而不可能使对象的输出在各采样点均紧密跟踪期望值。当对象特性发生变化后，这种误差将更大。另一种极端情况是 $p \rightarrow \infty$ ，而控制增量数目 M 有限的。可以证明，这时可以获得稳定的控制。对于这种极端情况，性能指标函数中，当 i 较大时， $y_M(\tilde{k}+i)$ 值基本上取决于对 M 个控制增量 $\Delta u(k+i), i=1, 2, \dots, M$ 的稳态响应。因此，此时的优化变成了稳态的优化，系统的响应速度被完全忽略了。

经过分析可得， p 小有利于系统的快速性，但鲁棒性较差；而 p 太大，则稳

定性较好，而快速性太差。而且一般应保证 $p \leq N$ 。所以 p 太大将被迫增大模型长度 N ，这样将增大在线控制时的计算量。

实际的 DMC 设计，一般可选

$$q_i = \begin{cases} 0, & i \leq \tau/T \\ 1 & \end{cases}$$

q_i 选定后，即构成控制权矩阵 $Q = \text{diag}(q_1, \dots, q_p)$ ，在 q_i 决定后，使优化时域包含对象阶跃响应的主要动态不分即可。以初选的 p 值进行仿真，若快速性差则适当减小 p ，若稳定性差，则适当增大 p 。

2.3.3 控制时域 M 和控制权系数 r_j

控制时域长度 M 是控制量 $u(k)$ 的增量 $\Delta u(k+i)$ 在优化时域 p 中改变的次数，因此 $M \leq p$ 。假如设定 $M=1$ ，即是要求在一歩控制下，是对象输出 $y(k+i)$ ， $i=1, 2, \dots, p$ ，在 p 个时刻均应保持跟踪 $w(k+i)$ ，这无异于要求系统的鲁棒性和抗干扰能力为无限强，这实际很难做到。因此一般要求增大 M 值，以使用 M 个控制增量的变化使得在 p 个时刻上均达到输出误差的极小化，从而保证 $J(k) \rightarrow \min$ ，以得到较好的动态响应。所以可得， M 越小，控制的机动性越差，系统动态性能欠佳。而增大 M 虽然机动性增强了，但整个系统的稳定性和鲁棒性变差了。而且，DMC 的控制系数

$$d^T = C^T (A^T Q A + R)^{-1} A^T Q \quad (2-22)$$

在实时运算时，涉及到 M 维方阵 $(A^T Q A + R)$ 的求逆运算。增大 M 会极大增加计算量。

在控制权矩阵 $R = \text{diag}(r_1, \dots, r_M)$ 中， r_j 的选择一般较为简单。在实时控制时，我们不希望控制量作剧烈变化，可利用 r_j 对 Δu 的变化幅度作适当限制。在作参数整定时，可先置 $r_j = 0$ ， $j=1, 2, \dots, M$ ，如果要保证系统稳定运行，但 Δu 变化又太大，则可适当增加 r_j 的值。

2.3.4 校正参数 h_i

校正参数 h_i 的作用是考虑到在实时控制过程中由于模型误差、干扰以及对象参数变化等的影响，会使得按预测模型给出的预测值偏离实际输出值。这样会使预测值逼近期望值，造成控制精度的下降。在 DMC 的算法设计中考虑了这种误

差，并且采取校正措施。

在 k 时刻加入了 $\Delta u(k)$ 时，在 $k+1$ 时刻的输出误差

$$e(k+1) = y(k+1) - \tilde{y}(k+1) \quad (2-23)$$

利用 $e(k+1)$ 对预测值进行校正，校正预测值为

$$\tilde{y}_{cor}(k+1) = \tilde{y}_0(k+1) + h_1 e(k+1) \quad (2-24)$$

考虑到未来各时刻的校正，则校正预测的量为

$$\tilde{y}_{cor}(k) = \tilde{y}_{N0}(k) + h e(k+1), \text{ 其中, } h = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_N]^T \text{ 为校正向量。}$$

从频域角度考虑，引入误差校正，使 DMC 构成了闭环控制形式。误差信号 $e(Z)$ 经滤波器 $G_F(Z)$ 反馈回系统输入端。校正参数 h_i 的选择决定于滤波器的形式。一般可将 $G_F(Z)$ 设计成一阶的，即

$$G_F(Z) = \frac{\alpha}{1 + (\alpha - 1)Z^{-1}} \quad (2-25)$$

可取 $h_1 = 1, h_i = \alpha, 0 \leq \alpha \leq 1, i = 1, \dots, N$ ，可以证明 DMC 控制系统的鲁棒性将随着 α 的减小而增强。当 $\alpha \rightarrow 0$ 时，相应于反馈通道切断，误差校正作用消失了，鲁棒性增强，但抗干扰性却变差了。在系统设计时，在仿真过程中应设置干扰和模型失配，以检验所选 h_i 的合理性。

2.3.5 柔化因子 β

β 是 $0 < \beta < 1$ 的实数，它是决定参考轨迹形状的唯一参数，对控制系统性能影响作用是十分明显的， β 增大，系统控制快速性下降，二次型性能指标中的第一项误差指标将增加，第二项控制代价指标明显减少，相应的系统鲁棒性增强；反之减小 β ，系统控制快速性增加，二次型指标中误差减小，控制代价指标增加，系统稳定性和鲁棒性减弱。所以， β 的选取，应综合考虑系统对快速性和稳定性及鲁棒性的要求。通常，如果系统要求不强调快速性，而是强调控制平稳性，且系统存在较大模型误差和明显的非线性等不确定因素，那么 β 应取得偏大一些。一般过程控制系统， β 通常取 $\beta \geq 0.6$ 。

2.4 喷雾干燥塔的动态矩阵控制

2.4.1 引言

喷雾干燥塔是目前广泛应用于医药、食品、化肥等生产过程中干燥工艺的主要设备，其原理是将料液在热气流中喷成细雾状，以增大气液两相接触面，达到传质效果。

2.4.2 喷雾干燥工艺及其机理

如图 2-4 所示为并流式干燥工艺，即料液由储罐送入干燥塔底部，经喷雾器雾化，与此同时，经高温蒸汽加热的热风用鼓风机从塔底吹入。由于塔顶的引风作用，热风与雾状料液一起向上流动，并且料液与热风之间进行热量与水分的交换，生成符合温度要求的干燥成品微粒，经塔顶引入旋风分离器 1 和 2，将干燥后的成品与湿热空气分离开来。

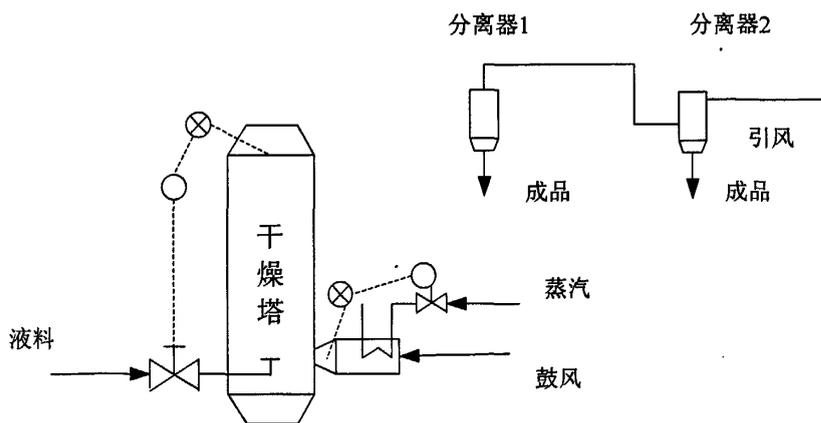


图2-4 喷雾塔工艺示意图

Fig2-4.the Technological Process of Sprayer

喷雾干燥器的机理是：当表面湿润的固体颗粒进入干燥塔后，如果塔内干、湿温度不变，则微粒上的蒸发速率 R 为常数。因为在这种状态，蒸发完全在雾状料液表面进行，蒸发速率不会随微粒总含水量 x 变化，工艺上被称为恒速干燥阶段。当微粒一旦生成干燥表面，则干燥速率 R 便开始下降。因为此时被蒸发的水分必须从微粒内部扩散至表面，当含水量达到平衡点 X_c 时，干燥速率 $R=0$ 。这一过程被称为是降速干燥阶段，这两个阶段转折点的含水量称为临界含水量 X_c ，如图 2-5 所示。

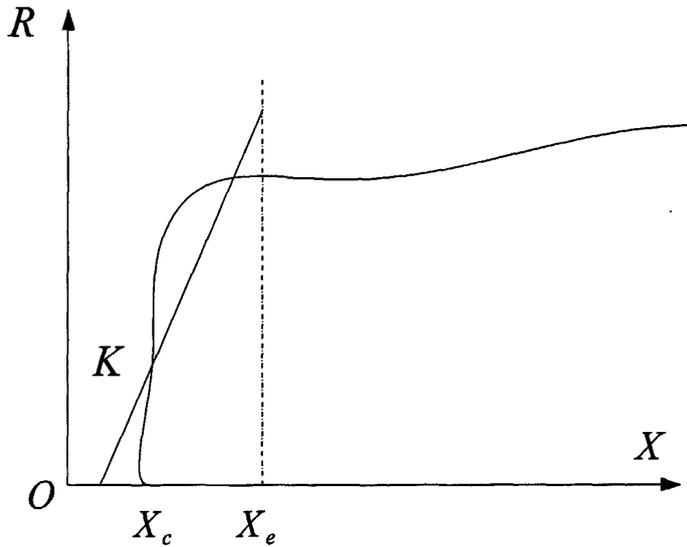


图2-5 干燥速率曲线

Fig.2-5 the Rate Curve of Drying

含水量 X_c 与 X_e 的大小，将随颗粒及干燥介质的情况而变动，降速干燥阶段的特性 $f(0, x_e)$ ，可以由斜率为 K 的直线来近似：

(1) 恒速干燥阶段：由于该阶段干燥速率不变，因此由热平衡关系可以得到：

$$GC(T_i - T_0) = F_w H_v \quad (2-26)$$

式中： G 与 C 分别为热空气流量和热容量； T_i 与 T_0 为热风进、出口湿、干球温度； F_w 为蒸发速度； H_v 为汽化潜热。

(2) 降速干燥阶段：设蒸发速度的微变 dF_w 正比于速度系数 R ，表面积 dA ，传质系数 α 和空气干、湿球温度 T 、 T_w ，则

$$dF_w = \alpha R dA (T - T_w) \quad (2-27)$$

当热空气经过雾状微粒时，其降温为：

$$GCdT = -dF_w H_v \quad (2-28)$$

代入式 (2-27) 得

$$dA = -\frac{GC}{\alpha R H_v} \cdot \frac{dT}{T - T_w} \quad (2-29)$$

两边积分，并以 $R = KX$ 近似(当 $X \leq X_e$ 时)代入式 (2-29)，得到含水量 X 的表达

式:

$$X = \frac{GC}{\alpha KAH_v} \ln\left(\frac{T_i - T_w}{T_o - T_w}\right) \quad (2-30)$$

2.4.3 喷雾干燥塔的 DMC

按常规控制方案，喷雾干燥塔以蒸汽流量来控制进塔风温，用进料流量来控制出塔风温。其控制框图如图 2-4 所示。其中 T_{id} 、 T_{od} 和 T_i 、 T_o 分别为进塔、出塔风温给定值与实际值， G_1 和 G_2 分别表示蒸汽流量对进塔风温和进料流量对出塔风温间的响应关系， G_3 表示进、出塔风温间耦合关系。通常要求 $T_{id} = 135^\circ\text{C}$ ， $T_{od} = 85^\circ\text{C}$ ，含水率 $X = 5\%$ 。在正常情况下， $\frac{GC}{\alpha KAH_v}$ 可近似看作常数，要维持成品含水量 X 不变，只要使式 (2-30) 中 $\frac{T_i - T_w}{T_o - T_w}$ 为恒值。

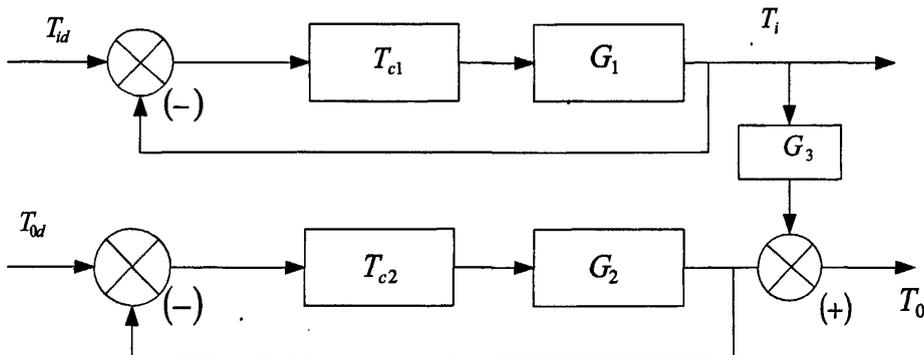


图2-6 常规控制框图

Fig.2-6. Block Diagram of Conventional Control

采用 DMC 代替 2-6 中 PID 控制器 T_{c1} 与 T_{c2} ，如图 2-7 所示。

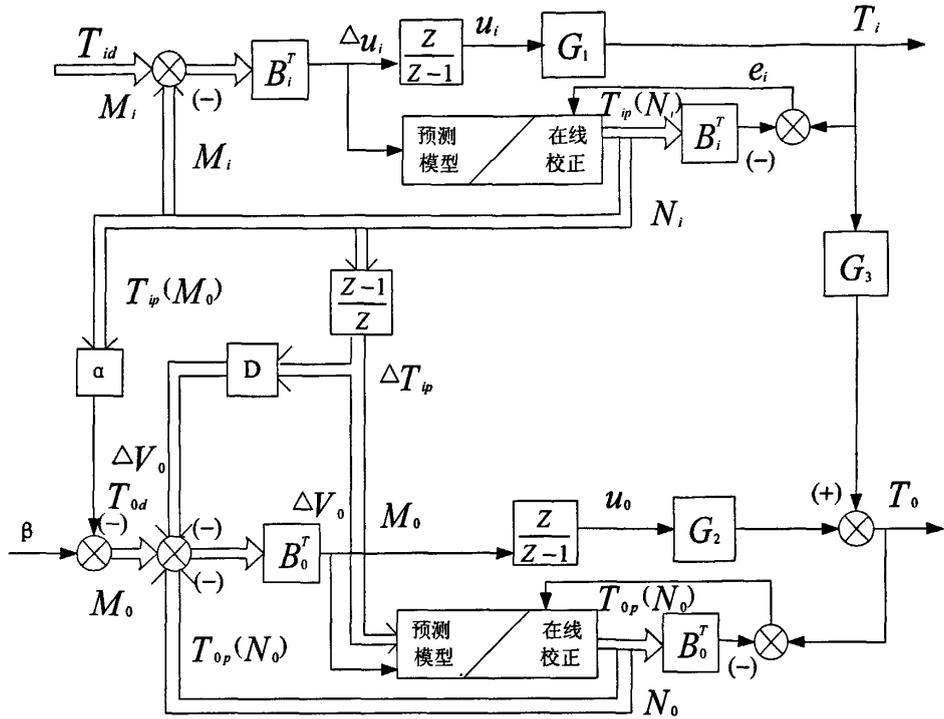


图2-7 喷雾塔DMC框图

Fig.2-7 Block Diagram of DMC of Sprayer

(1) 设进、出塔风温 T_i 与 T_0 的建模时域长度为 N_i 、 N_0 ，优化时域长度为 M_i 、 M_0 ，则进塔风温的预测向量 T_{ip} 可以用来作为出塔风温 T_0 的设定值 T_{0d} ，并且

$$T_{0d} = \alpha T_{ip} + \beta \quad (2-31)$$

式中：参数 α 、 β 可根据各种工况下经验参数推算获得，矢量长度为 M_0 的 $T_{ip}(M_0)$ 取值为：当 $M_0 = N_i$ 时，则 $T_{ip}(M_0) = T_{ip}(N_i)$ ；当 $M_0 < N_i$ 时，则 $T_{ip}(M_0)$ 取 $T_{ip}(N_i)$ 的前 M_0 行；当 $M_0 > N_i$ 时，则 $T_{ip}(M_0)$ 的前 N_i 行与 $T_{ip}(N_i)$ 相同，而后 $(M_0 - N_i)$ 行元素取值与第 N_i 行元素相同，即设定 N_i 步后 T_i 不再变化。

(2) 进塔风温 T_i 对出塔风温 T_0 的影响可由前馈补偿加以考虑，取：

$$\Delta V_i(M_0) = D \Delta T_p(M_0) \quad (2-32)$$

其中， D 为 T_0 对 T_i 的阶跃响应系数矩阵：

$$D = \begin{bmatrix} d_1 & & & 0 \\ d_2 & d_1 & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ d_{M_0} & d_{M_0-1} & \cdots & d_1 \end{bmatrix}$$

$\Delta T_{ip}(M_0)$ 矢量长度取法与 $T_{ip}(M_0)$ 相同。

(3) 由上式可知, 在设计 DMC 控制器时, T_0 回路响应速度应比 T_i 回路响应速度快, 因为 T_0 回路的期望输出由 T_i 回路的预测值 T_{ip} 给定, 为达到良好跟踪效果, T_i 变化应该缓慢一些, T_0 对快速响应特性的要求相对来讲应高一些。

2.4.4 应用研究

若某些产品生产过程中对喷雾塔干燥工艺的要求是 $X = 5\%$, $T_i = 135^\circ\text{C}$, $T_0 = 85^\circ\text{C}$, 按现场运行经验和式 (2-30), 对象模型估计为:

$$G_1 = \frac{190}{120s+1}e^{-10s}; \quad G_2 = \frac{150}{100s+1}e^{-30s}; \quad G_3 = \frac{0.6}{50s+1}e^{-100s}$$

以此为对象进行 PID 控制和 DMC 的仿真研究如下:

(1) PID 控制中, 所得到的 T_i , T_0 的阶跃响应曲线如图 2-8 所示。其中设定 5 秒后的进风塔温有一个幅值 $d = 30^\circ\text{C}$ 的扰动。

(2) 加纯滞后的 DMC 控制, 设输入输出回路采样周期均为 10s, 控制时域 $L_i = L_0 = 1$, 校正矢量 $C_i = C_0 = [1 \ 0.8 \ \dots \ 0 \ 0.8]^T$, 控制项权系数阵 $R_i = R_0 = 0$, 参数 α, β 分别选为 0.3333 和 40, 误差项权系数矩阵

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_{8 \times 8} \end{bmatrix}; \quad Q_0 = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & I_{4 \times 4} \end{bmatrix}$$

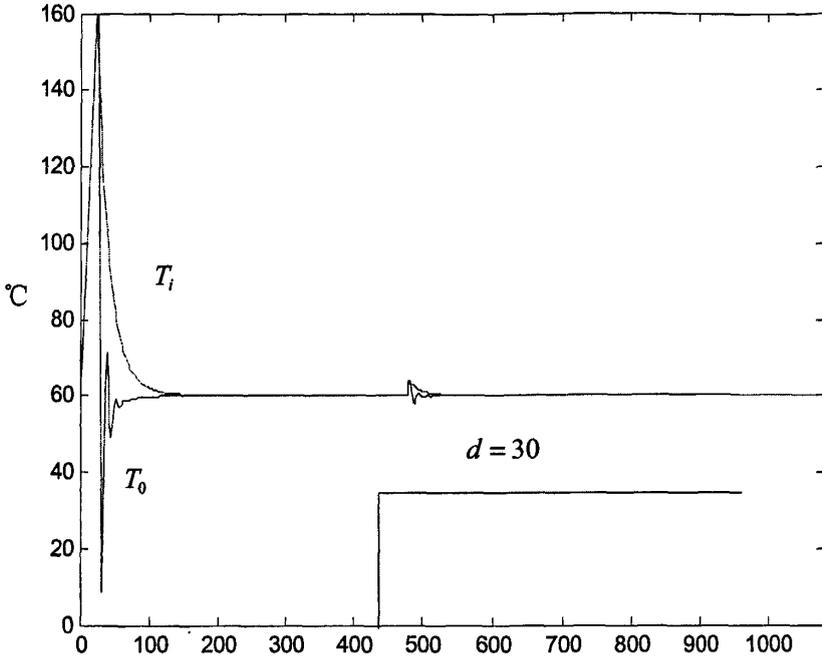


图2-8 (a) PID控制的响应曲线
Fig.2-8 (a) the Step Reponse of PID Control

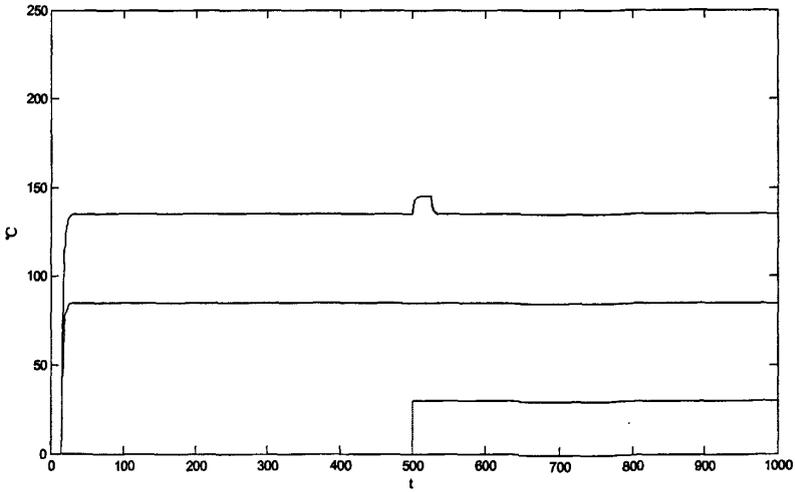


图2-8 (b) DMC控制的响应曲线
Fig.2-8 (b) the Step Reponse of DMC

2.5 本章小结

本章首先对模型预测控制进行研究，模型预测控制以不同的预测模型为基础，采用在线滚动优化指标和反馈自校正策略，力求有效克服受控对象的不确定性、迟滞和时变等因素的动态影响，从而达到预期的控制目标——参考轨迹输入，并使系统有良好的鲁棒性和稳定性。本章分别从阶跃响应和脉冲响应特性来分析预测模型的数学基础。

动态矩阵控制是一种用被控对象的阶跃响应特性来描述系统动态模型的预测控制算法。本章对其基本原理进行了分析，同时分析了系统参数对控制系统的影响，在控制过程中，可以通过改变二次型目标函数中的参数来实现不同的控制品质。

最后，以喷雾塔作为控制模型，对 DMC 进行应用研究，进一步验证了动态矩阵控制更好的控制效果。

第 3 章 动态矩阵控制系统的分析

3.1 动态矩阵控制的状态空间分析

本节中，我们提出一种用状态空间法的理论框架独立设计预测控制器的方法，它可以导出与 DMC 算法相同的结果，因而可看作是在时域中对 DMC 的一种结构解释。

3.1.1 动态矩阵的状态空间的建立

对于单输入单输出的渐近稳定对象，假定已测定了其阶跃响应的采样值 a_1, \dots, a_n 。根据传统的控制理论，可以由 $\{a_i\}$ 得到对象的状态空间描述，它与 $\{a_i\}$ 之间必须满足一定的实现条件。特别对于以控制增量 Δu 为输入量的非常规的状态空间描述

$$\left. \begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + b\Delta u(k) \\ y(k) &= c^T x(k) \end{aligned} \right\} \quad (3-1)$$

其实现条件为

$$c^T A^{i-1} b = a_i, i = 1, 2, \dots \quad (3-2)$$

为了得到满足上述条件的最小化实现式，通常需要用 $\{a_i\}$ 辨识出对象的阶数，然后再按某些典范型确定 A, b, c^T 的元素，这就是传统的建模过程，然而如果只考虑实现条件 (3-2)，而不管式 (3-1) 的描述是不是最小化，则可取

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ & \ddots & \ddots \\ & & 0 \\ 0 & & & 1 \\ & & & & 1 \end{bmatrix}_{N \times N} \quad a = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} \quad c^T = [1 \ 0 \ \dots \ 0]_{1 \times N}$$

使所得的状态方程描述

$$\left. \begin{aligned} x(k+1) &= Sx(k) + a\Delta u(k) \\ y(k) &= c^T x(k) \end{aligned} \right\} \quad (3-3)$$

成为 $\{a_i\}$ 的近似实现。可以验证，只要 N 取得充分大以致 $a_i \approx a_N, i > N$ ，则实现条件 (3-2) 近似满足，有

$$c^T S^{i-1} a = \begin{cases} a_i, i \leq N \\ a_N \approx a_i, i > N \end{cases} \quad (3-4)$$

因此，式 (3-3) 可近似作为具有阶跃响应 $\{a_i\}$ 的对象的状态空间表达式。由于其中 S, c^T 均为常数阵，而 a 的元素正是阶跃响应系数，所以这一建模过程无须作进一步的辨识可直接进行，并且表达式 (3-3) 不依赖于对象的结构。这一状态空间描述可用图 3-1 的结构表示。

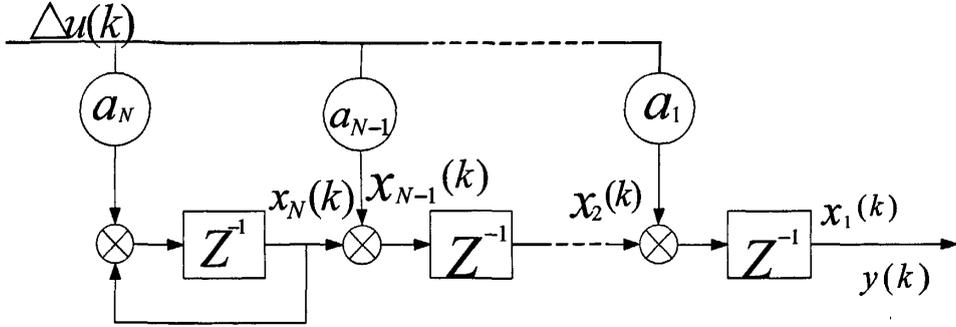


图3-1 阶跃响应在状态空间的实现
Fig.3-1 the Step Response in State-space

由该图及式 (3-3) 可得， N 维状态向量 $x(k)$ 的各分量 $x_j(k)$ ，令

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Sx(k) \\ y(k) &= c^T x(k) \end{aligned}$$

逐项推导出：

$$x_j(k) = c^T S^{j-1} x(k) = y(k+j-1), j=1, \dots, N \quad (3-5)$$

则 $x_j(k)$ 正是在 u 保持不变的时候 $k+j-1$ 时刻的未来输出。在这个意义上，可把 $x(k)$ 称为“预测状态”，而式 (3-3) 则成为是阶跃响应在“预测状态空间”的实现。

式 (3-3) 是在 $a_i \approx a_N, (i > N)$ 条件下导出的状态空间描述。要求阶跃响应到 a_N 时已几乎稳定不变。而恰恰在这一条件下，式 (3-3) 却几乎是状态不完全可控的，这是因为它的可控性矩阵的行列式

$$\begin{aligned} \det Q_c &= \det [a \quad Sa \quad \dots \quad S^{N-1}a] \\ &= \det \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_N \\ \vdots & \ddots & & \\ & & \ddots & \vdots \\ a_N & \dots & a_N & \end{bmatrix} = (-1)^{\frac{N(N-1)}{2}} a_N (a_N - a_{N-1})^{N-1} \end{aligned} \quad (3-6)$$

由于 a_{N-1} 十分接近于 a_N ，而 N 又很大，所以它充分接近于零。模型越是精确，即 N 越大， a_{N-1} 与 a_N 的差别越小。其可控性就越弱。因此，对于这样一种状态空间模型，不能采用基于系统可控的设计方法，如极点配置、状态反馈最优控

制等。这种预测状态的不完全可控性，是由于在实现时忽略了对象的结构而引起的。因此我们需要考虑一个以输出优化形式出现的离散时域优化问题，即 k 时刻的优化是要寻找一组控制增量 $\Delta u(k), \dots, \Delta u(k+M-1)$ ，使下述性能指标最优：

$$\min J(k) = \|w(k) - y(k)\|_Q^2 + \|\Delta u(k)\|_R^2 \quad (3-7)$$

式中， $y(k) = [y(k+1) \ \dots \ y(k+p)]^T$ 表示在 Δu 作用下未来 P 个时刻的输出。根据预测模型 (3-3)，可求出在 $\Delta u(k)$ 作用下对象的未来输出：

$$y(k) = GSx(k) + A\Delta u(k) \quad (3-8)$$

其中

$$G = [I_{P \times P} \quad ; \quad 0_{P \times (N-P)}]$$

表示从 N 维向量取前 P 个运算，而动态矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & & 0 \\ \vdots & \ddots & \\ a_M & \dots & a_1 \\ \vdots & & \vdots \\ a_P & \dots & a_{P-M+1} \end{bmatrix}$$

根据 (3-7)，(3-8) 可导出最优控制增量序列

$$\Delta u(k) = (A^TQA + R)^{-1} A^TQ[w(k) - Gx(k)] \quad (3-9)$$

而即时最优控制增量可取其首元素得

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= [1 \ 0 \ \dots \ 0] \Delta u(k) \\ &= d^T [w(k) - GSx(k)] \end{aligned} \quad (3-10)$$

其中：

$$d^T = [1 \ 0 \ \dots \ 0] (A^TQA + R)^{-1} A^TQ$$

在式 (3-10) 中，由于其预测状态 $x(k)$ 的元素 $x_j(k), (j=2, \dots, N)$ 在 k 时刻无法直接测量，因而是不能实现的。我们需要通过状态观测器重构预测状态 $x(k)$ 。

由于式 (3-3) 的可观测矩阵

$$Q_0 = \begin{bmatrix} c^T \\ c^T S \\ \vdots \\ c^T S^{N-1} \end{bmatrix} = I$$

状态是完全可观测的，因此可构造观测器

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= S\hat{x}(k) + a\Delta u(k) + h \left[y(k+1) - \hat{y}(k+1) \right] \\ \hat{y}(k+1) &= c^T S\hat{x}(k) + c^T a\Delta u(k) \end{aligned} \right\} \quad (3-11)$$

其中， \hat{x}, \hat{y} 分别为重构的状态与输出， h 为 N 维观测器反馈向量，以由此重构的状态 $\hat{x}(k)$ 取代式 (3-8) 中的真实状态 $x(k)$ ，就可得到可行的闭环控制率：

$$\Delta u(k) = d^T \left[w(k) - GS\hat{x}(k) \right] \quad (3-12)$$

这样整个系统就可以就具有了带观测器的状态反馈形式。如下图所示

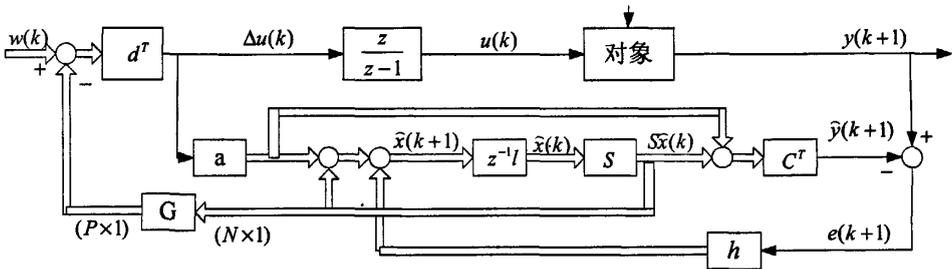


图3-2 带有观测器的预测状态反馈

Fig.3-2 the Predictive State Feedback with Observer

根据观测器理论，可以得到以下结论：

- (1) 在模型参数 a_i 准确的情况下， h 的设计独立于优化策略，并且只要使

$$\det[zI - (I - hc^T)S] = 0$$

的全部根都在单位圆内，就可使观测过程收敛。

- (2) 只要 h 的选择使观测过程收敛，则不管初始预测即观测器初始状态 $\hat{x}(0)$ 是否准确，观测值 $\hat{x}(k)$ 都能渐近趋于真值 $x(k)$ ，这就保证了用式 (3-12) 代替式 (3-10) 时优化的可靠性，同时也使算法在非稳态起动或初始预测不准时仍能够有效工作。

3.1.2 DMC 与带观测器的状态反馈最优控制传统方法的区别

虽然两者具有相似的结构形式，但存在着重要的差别：

- (1) DMC 的状态观测器是建立在状态空间描述式 (3-3) 的基础上的，这是一种不考虑最小化的近似实现，其优点是可利用阶跃响应系数 a_i 直接建模，但同

时却丧失了可控性。而传统的观测器通常是用对象的最小化模型描述的，在阶跃响应的基础上还须做进一步的辨识。

(2) DMC 采用了有限时域滚动优化的策略，着眼于输出量的最优控制，易导出简易的控制律，而最优性的不足或不确定因素的影响可通过在线反复优化予以补偿。通常的最优控制原则是以一个不变的状态最优性能指标导出闭环控制律的，在计算上涉及到复杂的黎卡提 (Riccati) 方程求解，在线实施时除了反馈外，缺乏对于不确定性的其他补偿手段。

在这里，(1) 所涉及的模型问题毕竟只是为了建模的方便，并不是本质的，事实上也有采用最小化模型的预测控制。但 (2) 中所述的 DMC 以在线滚动输出优化取代传统的一次性状态优化，却是 DMC 与传统的观测器加状态反馈最优控制的本质差别。正是在这个意义上，DMC 呈现出区别于传统最优控制的特色，并在减少计算量和增强鲁棒性方面表现出明显的优点。

3.2 动态矩阵控制的内模控制结构

通过对 DMC 算法的时域分析，它的各部分结构都以熟悉的状态空间形式表现在图 3-3 中，在此基础上作 Z 变换。就可将其转化为一类具有模型、控制、反馈环节的频域结构——内模控制：IMC 结构。

3.2.1 内模控制结构的特性

内模控制结构是在 1982 年被提出来的控制结构，其结构框图如下：

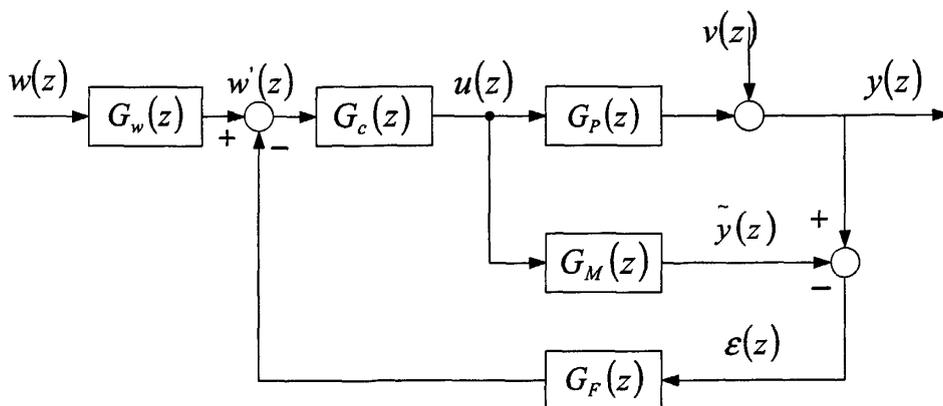


图3-3 内模控制结构

Fig.3-3 Structure of IMC

图中，Z 传递函数 $G_p(z)$ 、 $G_M(z)$ 、 $G_c(z)$ 、 $G_F(z)$ 、 $G_w(z)$ 表示的环节分别被

称为对象、模型、控制器、滤波器和参考模型，它们都由 z^{-1} 的有理式组成，为了讨论 IMC 的闭环性质，首先假设 $G_w(z)=1$ ，在此情况下，由图 3-3 可得闭环系统的传递关系：

$$y(z) = \frac{G_C(z)G_P(z)}{1 + G_C(z)G_F(z)[G_P(z) - G_M(z)]} w(z) + \frac{1 - G_C(z)G_F(z)G_M(z)}{1 + G_C(z)G_F(z)[G_P(z) - G_M(z)]} v(z) \quad (3-13)$$

可以看出，当模型与对象之间没有失配，即 $G_M(z)=G_P(z)$ 时，闭环系统的输入传递函数只取决于 IMC 结构中的前向通道

$$F_0(z) = G_C(z)G_P(z) \quad (3-14)$$

因此，模型准确时的稳定性分析实际上只涉及 IMC 结构中的开环（前向通道）稳定性，而 IMC 中的闭环稳定性则已是模型失配时整个系统的鲁棒性问题。

由此可得，IMC 结构的性质为：

1、对偶稳定原则

在模型精确即 $G_M(z)=G_P(z)$ 时，整个系统稳定的条件为对象 $G_P(z)$ 和控制器 $G_C(z)$ 同时稳定。这表明，对于开环稳定的对象，只要控制器稳定并且模型正确，就可保证闭环稳定。即使控制器是非线性的，只要输入输出稳定，也能使闭环系统稳定。

2、完全控制器

在对象稳定且模型准确的前提下，若取控制器为

$$G_C(z) = \frac{1}{G_-(z)} \quad (3-15)$$

则控制系统对整定或者跟踪控制都具有最小输出方差。式中 $G_-(z)$ 是对模型进行下述分解后得到的

$$G_M(z) = G_+(z)G_-(z) \quad (3-16)$$

其中

$$G_+(z) = z^{-(l+1)} \prod_{i=1}^p \left(\frac{z - \hat{z}_i}{z - z_i} \right) \left(\frac{1 - \hat{z}_i}{1 - z_i} \right)$$

式中， l 为对象的纯滞后数， $l+1$ 则计入了采样保持所附加的一拍滞后， p 为对象在单位圆外的零点个数， z_i 为单位圆外的零点， $\hat{z}_i = 1/z_i$ 为其在单位圆内的映射。控制器（3-15）称为完全控制器。理想的完全控制器应具有形式

$$G_C(z) = \frac{1}{G_p(z)} \quad (3-17)$$

然而，由于经采样保持后对象的 Z 传递函数 $G_p(z)$ 至少具有一拍纯滞后，按上式得到的 $G_C(z)$ 中将出现超前项 z ，这种理想的完全控制是不能实现的。此外，对于非最小相位的 $G_p(z)$ ，因其有单位圆外的零点，按上式得到的控制器 $G_C(z)$ 将有不稳定的极点，根据性质 1，控制系统将是不稳定的。

式 (3-15) 的控制器正是针对上述情况对理想完全控制所作的修正。在模型精确时， $G_p(z) = G_M(z)$ 。经过式 (3-16) 的分解， $G_p(z)$ 中所有的纯滞后（它们的逆需要提前预测）和单位圆外零点（它们的逆会引起控制器不稳定），都被包含在 $G_r(z)$ 中，这实质上是对象中因物理性质限制而用任何控制手段控制来改变的部分。而所谓的完全控制器 (3-15)，则是对其经控制可改变部分 $G_r(z)$ 的精确补偿，是可实现的稳定控制器。在用非参数模型描述对象时，不能用因式分解来得到完全控制器，但是我们可以分离出模型的纯滞后因子后，寻找出其余部分一个近似逆作为控制器 $G_C(z)$ ，它应该是可实现的稳定的，并且至少在稳态时刻模型的逆，即 $G_C(z) = 1/G_M(z)$ 。

3、无静差性质

不管模型与对象是否失配，只要控制器满足 $G_C(z) = 1/G_M(z)$ ，滤波器满足 $G_F(1) = 1$ ，且闭环系统稳定，则系统对于阶跃输入 w 及常值扰动 v 均不存在输出静差。

在 IMC 控制结构中，实际输出与模型输出的误差不是直接反馈而是通过滤波器 $G_F(z)$ 反馈的。由图 3-3 可以看出，滤波器只有在模型失配或有干扰引起输出误差时才起作用，因此它对闭环系统的鲁棒性和抗干扰性有着至关重要的影响。对于稳定的对象，可以将闭环特征方程写成

$$G_C^{-1}(z) + G_F(z)[G_p(z) - G_M(z)] = 0 \quad (3-18)$$

对于给定的模型失配，可以通过适当选择 $G_F(z)$ 使闭环系统依然保持稳定。

因此在 IMC 结构中，对于 $G_F(z)$ 的选取必须要考虑无静差、抗干扰性、模型失配时的鲁棒性等多方面的要求。

3.2.2 动态矩阵控制的内模控制系统

时域中的 DMC 算法转化为频域中的 IMC 结构如下图所示：

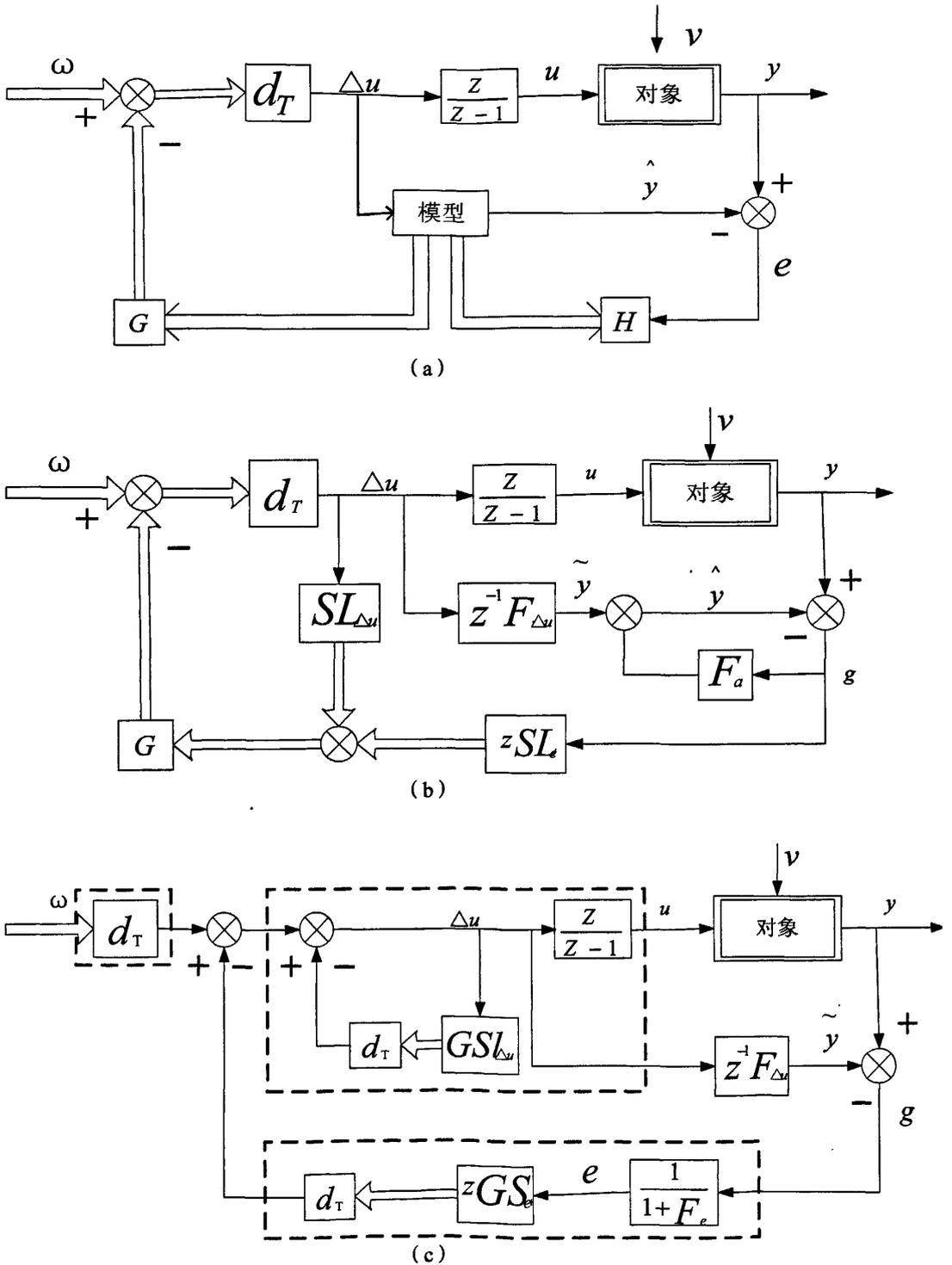


图3-4 动态矩阵控制变换为内模控制

Fig 3-4 DMC Conversion into IMC

图 3-2 所示的带观测器的状态反馈 DMC 结构具有图 3-4 (a) 的形式。所进行的变换与计算为:

1、将图 3-4 (a) 变为图 3-4 (b)

对观测器方程 (3-11) 作 Z 变换, 可得

$$\begin{aligned} z \hat{x}(z) &= S \hat{x}(z) + a \Delta u(z) + h z e(z) \\ z \hat{y}(z) &= c^T S \hat{x}(z) + c^T a \Delta u(z) \end{aligned} \quad (3-19)$$

故有:

$$\begin{aligned} \hat{x}(z) &= l_{\Delta u} \Delta u + l_e (z e(z)) \\ z \hat{y}(z) &= F_{\Delta u} \Delta u(z) + F_e (z e(z)) \end{aligned} \quad (3-20)$$

其中

$$\begin{aligned} l_{\Delta u} &= (zI - S)^{-1} a, l_e = (zI - S)^{-1} h \\ F_{\Delta u} &= c^T S l_{\Delta u} + c^T a, F_e = c^T S l_e \end{aligned} \quad (3-21)$$

从而可以得到图 3-4 (b)。根据 S, a, h 的表达式可以算得:

$$l_{\Delta u} = \begin{bmatrix} a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{N-1} z^{-(N-1)} + \frac{a_N}{z-1} z^{-(N-1)} \\ a_2 z^{-1} + a_3 z^{-2} + \dots + a_{N-1} z^{-(N-2)} + \frac{a_N}{z-1} z^{-(N-2)} \\ \vdots \\ a_{N-1} z^{-1} + \frac{a_N}{z-1} z^{-1} \\ \frac{a_N}{z-1} \end{bmatrix} \quad (3-22)$$

$$l_e = \begin{bmatrix} h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \dots + h_{N-1} z^{-(N-1)} + \frac{h_N}{z-1} z^{-(N-1)} \\ h_2 z^{-1} + h_3 z^{-2} + \dots + h_{N-1} z^{-(N-2)} + \frac{h_N}{z-1} z^{-(N-2)} \\ \vdots \\ h_{N-1} z^{-1} + \frac{h_N}{z-1} z^{-1} \\ \frac{h_N}{z-1} \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

$$F_{\Delta u} = a_1 + a_2 z^{-1} + \dots + a_{N-1} z^{-(N-2)} + \frac{a_N z^{-(N-2)}}{z-1} \quad (3-24)$$

$$F_e = h_2 z^{-1} + \dots + h_{N-1} z^{-(N-2)} + \frac{h_N z^{-(N-2)}}{z-1} \quad (3-25)$$

2、将图 3-4 (b) 变为图 3-4 (c)

在图 3-4 (b) 中

$$e(z) = y(z) - \hat{y}(z), \quad \tilde{y}(z) + F_e e(z) = \hat{y}(z) \quad (3-26)$$

令

$$\varepsilon(z) = y(z) - \tilde{y}(z)$$

则

$$e(z) = \varepsilon(z)/(1 + F_e) \quad (3-27)$$

此外，将反馈部分进行分解，即可得到图 3-4 (c) 所示的结构。

3、将图 3-4 (c) 变为图 3-3

把图 3-4 (c) 中模型输入由 Δu 移至 u ，在控制通道中加入 $d_i = \sum_{i=1}^P d_i$ 并同时将所有 d^T 除以 d_s ，整理计算各环节后，即可得到图 3-3 所示的 IMC 结构，其中各传递函数的计算如下：

(1) 对于模型的计算：

$$\begin{aligned} G_M(z) &= \frac{z^{-1}}{z} z^{-1} F_{\Delta u} \\ &= a_1 z^{-1} + (a_2 - a_1) z^{-2} + \dots + (a_N - a_{N-1}) z^{-N} \end{aligned} \quad (3-28)$$

(2) 对于控制器的研究：

$$G_C(z) = \frac{z}{z-1} \cdot \frac{d_s}{1 + d^T G S l_{\Delta u}} \quad (3-29)$$

$d^T G = [d_1 \quad \dots \quad d_p \quad 0 \quad \dots \quad 0] \Delta [d_1 \quad \dots \quad d_N]$ ，其中 $d_{p+1} = d_{p+2} = \dots = d_N = 0$ ， $S l_{\Delta u}$ 相当于把 $l_{\Delta u}$ 的元素推一行而未行不变，则有

$$\begin{aligned} d^T G S l_{\Delta u} &= [d_1 \quad \dots \quad d_N] S l_{\Delta u} \\ &= [d_1 \quad \dots \quad d_N] \cdot \begin{bmatrix} a_2 z^{-1} + a_3 z^{-2} + \dots + a_{N-1} z^{-(N-2)} + \frac{a_N}{z-1} z^{-(N-2)} \\ a_3 z^{-1} + a_4 z^{-2} + \dots + a_{N-1} z^{-(N-3)} + \frac{a_N}{z-1} z^{-(N-3)} \\ \vdots \\ \frac{a_N}{z-1} \\ \frac{a_N}{z-1} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{z-1} \left\{ \begin{aligned} &[d_1 a_2 + d_2 a_3 + \dots + d_{N-1} a_N + d_N a_N] \\ &+ [d_1 (a_3 - a_2) + d_2 (a_4 - a_3) + \dots + d_{N-2} (a_N - a_{N-1})] z^{-1} \\ &+ \dots [d_1 (a_{N-1} - a_{N-2}) + d_2 (a_N - a_{N-1})] z^{-(N-3)} + d_1 (a_N - a_{N-1}) z^{-(N-2)} \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{z-1} \{ b_2 + (b_3 - b_2) z^{-1} + \dots + (b_{N-1} - b_{N-2}) z^{-(N-3)} + (b_N - b_{N-1}) z^{-(N-2)} \} \end{aligned} \quad (3-30)$$

式中

$$b_i = \sum_{j=1}^N d_j a_{i+j-1} = \sum_{j=1}^P d_j a_{i+j-1}, \quad i=1, \dots, N,$$

且当 $l > N$ 时

$$\begin{aligned} G_C(z) &= \frac{d_s z}{z-1 + b_2 + (b_3 - b_2)z^{-1} + \dots + (b_N - b_{N-1})z^{-(N-2)}} \\ &= \frac{d_s}{b(z)} \end{aligned} \quad (3-31)$$

$$b(z) = 1 + (b_2 - 1)z^{-1} + (b_3 - b_2)z^{-2} + \dots + (b_N - b_{N-1})z^{-(N-1)}$$

(3) 滤波器

$$G_F(z) = \frac{d^T G S l_e z}{d_s} \cdot \frac{1}{1 + F_e} \quad (3-32)$$

式中, $d^T G S l_e$ 可类似于 $d^T G S l_{\Delta}$ 算得为

$$d^T G S l_e = \frac{1}{z-1} \{c_2 + (c_3 - c_2)z^{-1} + \dots + (c_N - c_{N-1})z^{-(N-2)}\}$$

$$c_i = \sum_{j=1}^N d_j h_{i+j-1} = \sum_{j=1}^P d_j h_{i+j-1}, \quad i=1, \dots, N$$

且当 $l > N$ 时,

$$h_i = h_N$$

可以根据 F_e 的表达式算得

$$\frac{1}{1 + F_e} = \frac{1}{1 + h_2 z^{-1} + \dots + h_{N-1} z^{-(N-2)} + \frac{h_N}{z-1} z^{-(N-2)}}$$

由此可得

$$G_F(z) = \frac{c(z)}{d_s h(z)} \quad (3-33)$$

其中

$$c(z) = c_2 + (c_3 - c_2)z^{-1} + \dots + (c_N - c_{N-1})z^{-(N-2)}$$

$$h(z) = 1 + (h_2 - 1)z^{-1} + (h_3 - h_2)z^{-2} + \dots + (h_N - h_{N-1})z^{-(N-1)}$$

(4) 参考模型

经过上式变换后, 图 3-3 中的 w' 为

$$w' = \frac{1}{d_s} (d^T w)$$

对于定值控制

$$w = [w \quad \cdots \quad w]^T$$

对于跟踪控制

$$w = [w(k+1) \quad \cdots \quad w(k+P)]^T$$

由于 $w'(z) = G_w(z)w(z)$, 则

$$G_w(z) = \begin{cases} 1, & \text{定值控制} \\ \frac{1}{d_s}(d_1z + \cdots + d_pz^p), & \text{跟踪控制} \end{cases} \quad (3-34)$$

式 (3-26) ~ (3-34) 给出了 DMC 的 IMC 结构中各环节的 Z 传递函数, 为以后在频域中分析 DMC 闭环系统的各项性质奠定了基础。

3.3 动态矩阵控制的动态特性分析

本节中, 我们将根据上节所导出的 DMC 在 IMC 结构下各传递环节的定量表达式, 来研究 DMC 系统在模型无失配情况下的动态特性。

3.3.1 预测控制的最小化形式

在模型无失配即 $G_p(z) = G_M(z)$ 且无干扰时, 闭环系统的输入输出传递特性可由 z 传递函数 (3-14) 描述, 即

$$F_0(z) = G_c(z)G_p(z) \quad (3-35)$$

根据传统的控制理论, 对象的极点是反映其动态特性的, 要使其动态发生改变, 必须通过控制器的零点消去其一部分极点, 并设置新的极点。但由式 (3-31) 却可看到, $G_c(z)$ 虽然引入了 $N-1$ 个新的极点, 但其零点却全部位于 Z 平面的原点处, 它们显然是无法补偿 $G_p(z)$ 的极点的。产生以上困惑的原因在于 DMC 采用了非最小化的模型, 从而导致其控制器 (3-31) 也具有非最小化的形式。因此, 我们将首先研究 $G_c(z)$ 的最小化形式。

设阶跃响应为 $\{a_i\}$ 的对象的最小化描述为

$$G_p(z) = \frac{m(z)}{p(z)} = \frac{m_1z^{-1} + \cdots + m_nz^{-n}}{1 + p_1z^{-1} + p_nz^{-n}} \quad (3-36)$$

其中, n 为对象的阶数。根据阶跃响应和对象传递函数的关系可以导出:

$$\frac{m_1 z^{-1} + \dots + m_n z^{-n}}{1 + p_1 z^{-1} + \dots + p_n z^{-n}} = a_1 z^{-1} + (a_2 - a_1) z^{-2} + (a_3 - a_2) z^{-3} + \dots \quad (3-37)$$

由此可得递推关系

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= m_1 \\ (a_2 - a_1) + a_1 p_1 &= m_2 \\ &\vdots \\ (a_n - a_{n-1}) + (a_{n-1} - a_{n-2}) p_1 + \dots + a_1 p_{n-1} &= m_n \\ (a_{n+1} - a_n) + (a_n - a_{n-1}) p_1 + \dots + a_1 p_n &= 0 \\ (a_{i+2} - a_{i+1}) + (a_{i+1} - a_i) p_1 + \dots + (a_{i-n+2} - a_{i-n+1}) p_n &= 0, i \geq n \end{aligned} \right\} \quad (3-38)$$

无模型失配时的闭环传递函数为

$$F_0(z) = G_C(z)G_P(z) = \frac{d_s m(z)}{p(z)b(z)} \triangleq \frac{q(z)}{n(z)} \quad (3-39)$$

其中

$$q(z) = d_s m(z)$$

$$\begin{aligned} n(z) &= p(z)b(z) = (1 + p_1 z^{-1} + \dots + p_n z^{-n}) \\ &\quad \times [1 + (b_2 - 1)z^{-1} + \dots + (b_N - b_{N-1})z^{-(N-1)}] \\ &\triangleq 1 + p_1^* z^{-1} + \dots + p_{N+n-1}^* \end{aligned}$$

式中

$$\begin{bmatrix} 1 \\ p_1^* \\ \vdots \\ p_{n+1}^* \\ p_{n+2}^* \\ \vdots \\ p_{N-1}^* \\ p_N^* \\ \vdots \\ p_{N+n-1}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ b_2 - 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ b_{n+2} - b_{n+1} & b_{n+1} - b_n & \dots & b_2 - 1 \\ b_{n+3} - b_{n+2} & b_{n+2} - b_{n+1} & \dots & b_3 - b_2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ b_N - b_{N-1} & b_{N-1} - b_{N-2} & \dots & b_{N-n} - b_{N-n-1} \\ 0 & b_N - b_{N-1} & \dots & b_{N-n+1} - b_{N-n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & b_N - b_{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ p_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ p_{n-1} \\ p_n \end{bmatrix}$$

经过推理可得预测控制器 $G_C(z)$ 实际上有最小化形式

$$G_C(z) = \frac{d_s p(z)}{p^*(z)} \quad (3-40)$$

因此, 式 (3-31) 中的 $G_C(z)$ 是一种非最小化形式, 在 N 充分大的前提下, 它可近似地用最小化形式 (3-40) 表达。这一最小化形式把对象的极点多项式作为控制器的零点多项式, 同时又通过极点多项式系数空间的变换为控制器设置了新的极点多项式, 这一变换取决于对象特性 a_i 和控制策略 d_i 的选择。

若在优化策略中选择 $R=0$ ，则

$$d^T A = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \quad (3-41)$$

$$d^T = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] (A^T Q A)^{-1} A^T Q$$

即

$$b_1 = d_1 a_1 + \dots + d_p a_p = 1 \quad (3-42)$$

因此，在 $R=0$ 的特殊选择下，最小化控制器是 n 阶的，即

$$p^*(z) = 1 + p_1^* z^{-1} + \dots + p_n^* z^{-n} \quad (3-43)$$

其中

$$\begin{bmatrix} 1 \\ p_1^* \\ \vdots \\ p_n^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ b_2 - 1 & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ b_{n+1} - b_n & \dots & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ p_1 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix}$$

3.3.2 预测控制的补偿性质

预测控制器的最小化形式说明了 DMC 对于对象动态的补偿性质，并指出了 DMC 控制器是一种补偿控制器，它消除了对象原有的极点，同时设置了依赖于控制策略的新的极点，从而达到改善系统动态性能的目的。显然，控制策略的选择对于被控系统的稳定性和动态特性都有关键的影响。它也可看作是在控制策略作用下，从对象特征多项式系数空间向被控系统特征多项式空间的变换。

图 3-5 为这种补偿控制的零、极点分布。图 3-5 (a) 相应于 DMC 的实际控制式 (3-16)。其中被控系统的零点就是对象的零点 (用 \circ 表示)，而其极点则是对象极点 (\times) 与控制器的 $N-1$ 个极点 (用 \square 表示) 的总和，它们均匀分布在围绕 Z 平面原点的一条封闭曲线上，此外在实轴上还有一个单独的极点。根据这样的零极点分布，是很难对被控系统的动态特性作出判断的。

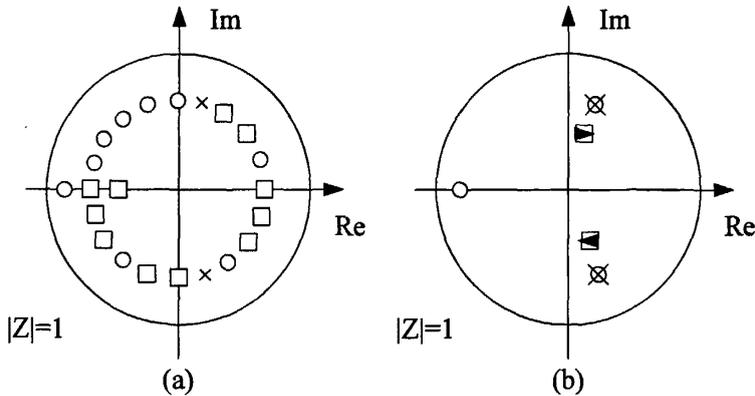


图3-5 动态矩阵控制的补偿性质

(a) 非最小化性质 (b) 最小化性质

Fig.3-5 the Compensation Character of DMC

(a) the Complicated Character (b) the Simple Character

DMC 的这种非传统补偿性质，在分析被控系统的动态特性时得出了如下结论：

(1) 尽管模型长度的选取直接影响到控制器 (3-31) 的阶数，因而影响到被控系统和图 3-5 (a) 中极点的数目和分布，但只要 N 取得足够大以致 $a_i \approx a_N$ ($i > N$)，则它对被控系统的动态几乎不产生作用。一般情况下，系统经控制后本质上是 $n+1$ 阶的，并不取决于控制器 $G_C(z)$ 的阶数，并且其动态特性只取决于对象特性及控制策略，而与模型长度 N 几乎无关。

(2) 虽然被控系统的极点是对象极点与非最小化控制器极点的总和，但由于控制器的非最小化性质，这些极点对系统动态的影响不能简单地用传统的概念去理解。例如，可以看出，被控系统的动态收敛速度不能用图 3-5 (a) 中各极点与原点间的最大距离来度量。因此，通过非最小控制器 (3-31) 的极点来分析控制系统的动态收敛性将会导致错误的结论。特别在 N 较大时， $G_C(z)$ 的极点可能会充分接近单位圆，然而图 3-6 中所示的闭环极点，却可使被控系统有充分快的响应。

预测控制器的最小化形式不但有助于从概念上澄清 DMC 的补偿机理，而且在对象的最小化传递函数已知的情况下，可大大简化系统的分析与设计。我们可以不必用高阶控制器来分析系统的稳定性与动态特性，只需对最小化特征多项式 $p^*(z)$ 进行分析，它的维数远远低于模型长度 N 。

3.3.3 一步预测优化时的完全控制

对于式 (3-36) 给出的被控对象, 假设没有纯滞后和非最小相位性能, 现在考虑它在采用特殊的控制策略——一步预测优化时的控制性能。即在滚动优化时取优化时域 $P=1$ 并且对控制增量 Δu 不加软约束的情况下, 采用 DMC 的优化控制设计方法, 可以导出以模型近似逆形式出现的 IMC 控制器。

在动态矩阵控制的性能指标公式中

$$P = M = 1, Q = 1, R = 0$$

$$d_1 = \frac{1}{a_1}$$

则

$$b_i = d_i a_i = \frac{a_i}{a_1}, \quad i = 1, \dots, N$$

代入式 (3-43) 中可得:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ p_1^* \\ \vdots \\ p_n^* \end{bmatrix} = \frac{1}{a_1} \begin{bmatrix} a_1 \\ (a_2 - a_1) + a_1 p_1 \\ \vdots \\ (a_{n+1} - a_n) + \dots + a_1 p_n \end{bmatrix}$$

根据递推关系 (3-38) 可得

$$p^*(z) = \frac{1}{a_1} (m_1 + m_2 z^{-1} + \dots + m_n z^{-(n-1)}) = \frac{1}{a_1} z m(z) \quad (3-44)$$

则控制器的最小化形式为

$$G_C(z) = \frac{d_s p(z)}{p^*(z)} = z^{-1} \frac{p(z)}{m(z)} = z^{-1} G_p^{-1}(z) \quad (3-45)$$

由此可见, 在进一步预测优化策略下, 其控制器具有完全控制器的形式。这时, 受控系统的 Z 传递函数为

$$F_0(z) = G_C(z) G_p(z) = z^{-1} \quad (3-46)$$

这种具有完全控制性质的一步预测优化策略只适用于无纯滞后的非最小相位对象, 并且它对模型的失配和干扰均十分敏感, 因此它在实际过程中很少采用。采用一般的优化策略时, 即使对象没有纯滞后和非最小相位特性, DMC 也不具有完全控制器的形式。但是可以由上述公式推算出

$$G_C(1) = \frac{d_s p(1)}{p^*(1)} = \frac{p(1)}{m(1)} = G_p^{-1}(1) \quad (3-47)$$

这表明, 控制器 $G_C(z)$ 是对象 $G_p(z)$ 的一个近似逆, 它至少保证了实现完全的

稳态控制。因此,在只知道对象的非参数模型而使 IMC 控制器的设计发生困难时,采用 DMC 的优化控制设计方法,可以导出以模型近似逆形式出现的 IMC 控制器。

3.3.4 纯滞后对象的预测性能

假设对象具有 l 拍纯滞后

$$\bar{G}_p(z) = z^{-l} \cdot \frac{m(z)}{p(z)} = z^{-l} G_p(z) \quad (3-48)$$

其中 $G_p(z)$ 是 $\bar{G}_p(z)$ 中去除了附加纯滞后的剩余部分。由于有 l 拍纯滞后, $\bar{G}_p(z)$ 与 $G_p(z)$ 的阶跃响应系数间存在关系

$$\bar{a}_i = \begin{cases} 0, & i \leq l \\ a_{i-l}, & i > l \end{cases}$$

取模型长度 $\bar{N} = N + l$, 并在优化性能指标中取

$$\begin{aligned} \bar{P} &= P + l, \quad \bar{M} = M \\ \bar{Q} &= \begin{bmatrix} 0_{l \times l} & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix}, \quad \bar{R} = R \end{aligned}$$

根据此优化指标, 可得

$$\begin{aligned} \bar{d}^T &= c^T \left(\bar{A}^T \bar{Q} \bar{A} + \bar{R} \right)^{-1} \bar{A}^T \bar{Q} \quad (3-49) \\ A &= \begin{bmatrix} 0_{l \times M} \\ A_{P \times M} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

因此

$$\bar{d}^T = C^T (A^T Q A + R)^{-1} [0 \quad A^T Q] = [0 \quad d^T] \quad (3-50)$$

d^T 是对 $G_p(z)$ 采用优化性能指标所得的 DMC 控制向量, 由此可得两者的对应关系

$$\bar{d}_i = \begin{cases} 0, & i \leq l \\ d_{i-l}, & i = l+1, \dots, \bar{P} \end{cases}$$

这表明, 对于纯滞后对象, 只要在 DMC 控制中把优化时域比无滞后时延伸 l 拍, 就相当于对其无滞后部分的 DMC 控制, 只是控制律的计算要对未来 l 拍以后的 P 个时间点进行而已。由于 DMC 算法的预测性质, 它可以把纯滞后自然考虑在内而无须增加附加的控制结构, 而其控制效果则相当于对无滞后部分的控制再

附加一输出延迟。由于时滞对象 DMC 控制律与无时滞控制律存在着对应关系，因此可以使时滞对象预测控制的分析与设计得到一定程度的简化。

3.4 动态矩阵控制系统的鲁棒性和稳定性分析

控制系统的稳定性一般可以分为两种情况研究，一是在模型准确时的稳定性，二是在模型失配时的稳定性即所谓鲁棒性。本节将结合 DMC 系统在 IMC 结构下的具体形式，来分析 DMC 系统的稳定性和鲁棒性。

3.4.1 DMC 在模型无失配时的稳定性

由于在 DMC 控制中被控对象 $G_p(z)$ 总是稳定的，要使系统对输入和扰动都有稳定的响应，只需要控制器 $G_C(z)$ 和滤波器 $G_f(z)$ 都是稳定的即可。由于阶跃响应系数 a_i 已取定， $G_C(z)$ 的分母多项式取决于 d_i ，即优化性能指标中的优化、控制时域和权矩阵。下面通过几个稳定性定理来说明参数与控制器稳定之间的关系。

定理 1

离散系统稳定性的充分条件

实系数多项式

$$P(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n \quad (3-51)$$

如果

$$1 > a_1 > \dots > a_{n-1} > a_n > 0 \quad (3-52)$$

或者

$$|a_1| + \dots + |a_{n-1}| + |a_n| < 1 \quad (3-53)$$

则 $p(x)$ 的全部根都在单位圆内。

定理 2

设多项式

$$\varphi(z) = z^n + a_1z^{n-1} + \dots + a_n$$

的全部根都在单位圆内，构成多项式

$$F(z) = (z-1)\varphi(z) + \sigma\psi(z), \quad \sigma > 0 \quad (3-54)$$

其中

$$\psi(z) = b_0z^m + b_1z^{m-1} + \dots + b_m, \quad m \leq n \quad (3-55)$$

则当 $\sigma \rightarrow 0$ 时， $F(z)$ 的全部根 λ_i 都在单位圆内的充要条件是

$$\varphi(1)\psi(1) > 0 \quad (3-56)$$

通过上式可以推得：设有多项式

$$N(z) = z^n + (a_1 - 1)z^{n-1} + \dots + a_n$$

其中， $a_i (i=1, \dots, n)$ 是参数 $r > 0$ 的函数，且当 $r \rightarrow \infty$ 时，有

$$a_i \rightarrow 0, \quad ra_i \rightarrow s_i, \quad i=1, \dots, n$$

式中， $s_i (i=1, \dots, n)$ 均为实常数。则当 $r \rightarrow +\infty$ 时， $N(z)$ 的全部根都在单位圆内的充要条件是

$$a_1 + \dots + a_n > 0, \quad r \rightarrow \infty \quad (3-57)$$

对于控制器 $G_C(z)$ 来讲，其特征多项式为

$$B(z) = z^{N-1} + (b_2 - 1)z^{N-2} + \dots + (b_N - b_{N-1}) \quad (3-58)$$

其中

$$b_i = \sum_{j=1}^P d_j a_{j+i-1}, \quad i=1, \dots, N$$

通过分析 $B(z)$ 的稳定性，可以得到如下定理：

定理 3

在选择优化策略 $Q=1, R=0, M=1$ 的前提下，如果阶跃响应序列 $\{a_i\}$ 单调递增且 $P=N$ ，则控制器 $G_C(z)$ 是稳定的。而且不论阶跃响应 $\{a_i\}$ 有何种形式，通过选择充分大的 P 总可以得到稳定的控制器。

P 充分大是指优化时域 P 已经跨越了模型时域 N 而延伸到模型截断后的稳态部分，但是 P 充分大的条件在物理上意味着优化强调了对对象响应的稳态部分，它虽然可以得到稳定的控制，但不是好的动态控制器。在 $P \rightarrow \infty$ 的前提情况下，由于 $s \rightarrow 0$ ，可得

$$b_{i+1} - b_i \rightarrow 0$$

根据式 (3-31) 可得

$$G_C(z) \rightarrow \frac{1}{a_N}$$

控制器在此时仅仅为比例环节，只能起到稳态控制的作用，而不能改变对象的动态。

定理 4

取权矩阵 $R = rI (r \geq 0)$ ，则控制器可以通过增大 r 稳定的充要条件为：

$$\left(\sum_{i=1}^P a_i q_i \right) a_N > 0 \quad (3-58)$$

该定理表明即使充分抑制控制增量，也未必得到稳定的控制。只有满足以上充要条件的情况下，才可能通过加大 r 得到稳定的控制，式中的和式可理解为阶跃响应在优化时域中的加权重心，且优化的加权重心必须要和阶跃响应的稳态值在同一方向。

定理 5

如果下述两个条件同时满足

$$(1) \sum_{i=1}^P a_i q_i < 0$$

(2) $(M-1) \times (M-1)$ 维矩阵

$$L = \begin{bmatrix} l_{22} - l_{21} \frac{f_{12}}{f_{11}} & \cdots & l_{2M} - l_{21} \frac{f_{1M}}{f_{11}} \\ \vdots & & \vdots \\ l_{M2} - l_{M1} \frac{f_{12}}{f_{11}} & \cdots & l_{MM} - l_{M1} \frac{f_{1M}}{f_{11}} \end{bmatrix}$$

的全部实根是正的，其中 l_{ij} 是矩阵 $(A^T Q A)$ 的第 (i, j) 个元素，

$$f_{1j} = \sum_{i=1}^{P-j+1} a_i q_{i+j-1}, \quad j=1, \dots, M$$

则对于一切 $0 \leq r < +\infty$ ， $B(z)$ 都是不稳定的。

由以上定理得到如下推论：

(1) 取 $M=1$ 时，若

$$\left(\sum_{i=1}^P a_i q_i \right) a_N < 0 \quad (3-59)$$

则 $B(z)$ 对一切 $0 \leq r < +\infty$ 均是不稳定的。

(2) 取 $M=2$ 时，若下述条件同时满足：

$$\text{a.} \left(\sum_{i=1}^P a_i q_i \right) a_N < 0 \quad (3-60)$$

$$\text{b.} \left[\begin{array}{l} \left(\sum_{i=1}^P a_i q_i \right) \left(\sum_{i=1}^{P-1} a_i^2 q_{i+1} \right) \\ - \left(\sum_{i=1}^{P-1} a_i q_{i+1} \right) \left(\sum_{i=1}^{P-1} a_i a_{i+1} q_{i+1} \right) \end{array} \right] a_N < 0 \quad (3-61)$$

则 $B(z)$ 对一切 $0 \leq r < +\infty$ 均是不稳定的。

由于在性能优化指标中，时域和权矩阵与特征多项式 $B(z)$ 的系数间缺乏直接的解析关系，这些定理只能在比较特殊的情况下或比较充分地给出稳定性的某些结论。

3.4.2 DMC 在模型失配时的鲁棒性

模型失配是指实际对象 $G_p(z)$ 与我们设计 DMC 系统的模型 $G_M(z)$ 不相吻合的情况。它是由于在辨识对象阶跃响应时不够准确，或者对象参数发生时变，或因存在非线性因素等原因引起的。在这种情况下，DMC 设计是针对已知模型 $G_M(z)$ 而非实际对象 $G_p(z)$ 进行的。对象的实际阶跃响应 $\{a_i\}$ 往往是未知的。

为了便于分析，可把稳定对象的 Z 传递函数写成脉冲响应级数的形式

$$G_p(z) = \bar{a}_1 z^{-1} + \left(\bar{a}_2 - \bar{a}_1 \right) z^{-2} + \cdots + \left(\bar{a}_N - \bar{a}_{N-1} \right) \quad (3-62)$$

则闭环系统稳定性的特征多项式为

$$P(z) = B(z)H(z) + C(z) \left[\bar{A}(z) - A(z) \right] \quad (3-63)$$

其中

$$C(z) = c_2 z^{N-2} + (c_3 - c_2) z^{N-3} + \cdots + (c_N - c_{N-1})$$

$$\bar{A}(z) = \bar{a}_1 z^{N-1} + \left(\bar{a}_2 - \bar{a}_1 \right) z^{N-2} + \cdots + \left(\bar{a}_N - \bar{a}_{N-1} \right)$$

由上式可得，闭环系统的鲁棒性同时受到控制策略和校正方式的影响。因此在 DMC 系统的设计中，往往通过控制策略的选择确定 $G_c(z)$ 以满足无模型失配时的稳定性和动态特性的要求，而模型失配时的鲁棒性则需要通过校正策略即滤波器 $G_f(z)$ 的选择加以改善。

定理 6

设有一阶滤波器其形式为

$$G_f(z) = \frac{a}{1 + (a-1)z^{-1}} \quad 0 < a < 1 \quad (3-64)$$

对于稳定的 $G_c(z)$ 、 $G_p(z)$ 、 $G_M(z)$ ，不管 $G_M(z) \neq G_p(z)$ 如何失配，只要 $a_N \cdot \bar{a}_N > 0$ ，则总存在一个充分小的 a ，使闭环系统在模型失配时既是稳定的又是无静差的。

该定理表明了滤波器 $G_f(z)$ 在控制系统中的作用。一方面，它的存在使 DMC 系统具有反馈校正的闭环机制，从而在模型失配时也只有无静差的性质，另一方面，反馈校正的强弱必须适当选择，以保证模型失配时的鲁棒性。定理中的条件

$a_N \cdot \bar{a}_N > 0$ 表明：并不是对于任意的模型失配，只要充分减弱反馈 a 使之接近于开环控制，就可得到稳定的响应，这一结论只适用于对象与模型的稳态响应在同一方向的情况。如果对象与模型的稳态响应是反向的，在 a 充分小时，闭环系统将有一个在实轴上充分接近于 $z=1$ 但在单位圆外的极点，其响应是缓慢发散的。

由于采用了阶跃响应的非最小化形式，使闭环鲁棒性涉及到高阶多项式的稳定性判别，除在特殊情况下，很难得到较为定量的结果。但是，如果有可能用最小化形式描述对象，则利用控制器的最小化形式，可大大降低特征多项式的阶数，在这种情况下，有可能更加定量地讨论闭环系统的鲁棒性。

3.5 本章小结

本章首先介绍了一种用状态空间法的理论框架独立设计预测控制器的方法，由于可以导出和 DMC 一样的结果，因此可以看作在时域中对 DMC 的一种理解。我们以 SISO 的渐近稳定对象为模型，利用阶跃响应系数 a_i 直接建模，但是这种方法使控制具有不可控性，因此我们采用加校正参数 h 的方法，使可观测过程更加有效，由于 DMC 所具有的一次性在线优化的优点，在控制过程中能够减少计算量并且大大增强鲁棒性。

为了研究系统的动态特性，引入了内模控制系统，通过研究内模系统的闭环稳定性，研究动态矩阵控制系统的内模结构，进一步研究其动态特性。在分析动态特性时，我们可以得知系统的动态特性只取决于对象特性和控制策略，与模型长度无关。同时研究了纯滞后对象预测控制的性能。

控制系统的鲁棒性和稳定性是描述控制系统的一项重要指标，因此，研究动态矩阵控制在模型无失配时的稳定性和在模型失配时的鲁棒性，对动态矩阵控制的研究有重要的意义。

第 4 章 基于 PID 的动态矩阵控制

4.1 PID 控制算法

系统偏差的比例 (Proportional)、积分 (Integral) 和微分 (Differential) 的综合控制, 简称 PID 控制。PID 控制器是一种基于对“过去”、“现在”等信息估计的简单但却有效的控制算法, 是最早发展起来的控制策略之一。由于其算法简单、鲁棒性能好、适用面较宽和易于实现等优点而被广泛应用于工业过程控制中。

4.1.1 PID 控制算法的特点

PID 控制器虽然结构简单, 但是能够适用于广泛的工业与民用对象, 并以很高的性价比在市场中占据着重要地位, 充分地反映了 PID 控制器的良好品质。概括地讲, PID 控制的优点主要体现在以下两个方面:

(1) 原理简单、结构简明、实现方便, 是一种能够满足大多数实际需要的基本控制器。

(2) 控制器适用于多种截然不同的对象, 算法在结构上具有较强的鲁棒性, 确切地说, 在很多情况下其控制品质对被控对象的结构或参数摄动不敏感。

尽管这样, PID 控制算法也有一定得局限性, 主要包括以下几个方面:

(1) PID 控制仅仅适用于单输入单输出最小相位系统, 在处理大时滞、开环不稳定过程等受控对象时, 需要通过多个 PID 控制器或与其他控制器的组合, 才能得到较好的控制效果。

(2) PID 控制只能确定闭环系统的少数主要零极点, 闭环特性从根本上只是基于动态特性的低阶近似假定的。

(3) 单一 PID 控制器无法同时满足对假定设定值控制和伺服、跟踪控制的不同性能要求。

4.1.2 模拟 PID 控制算法

模拟 PID 控制系统结构如图 4-1 模拟 PID 控制系统结构图所示, 它主要由 PID 控制器和被控对象所组成。而 PID 控制器则由比例、积分、微分三个环节组成。

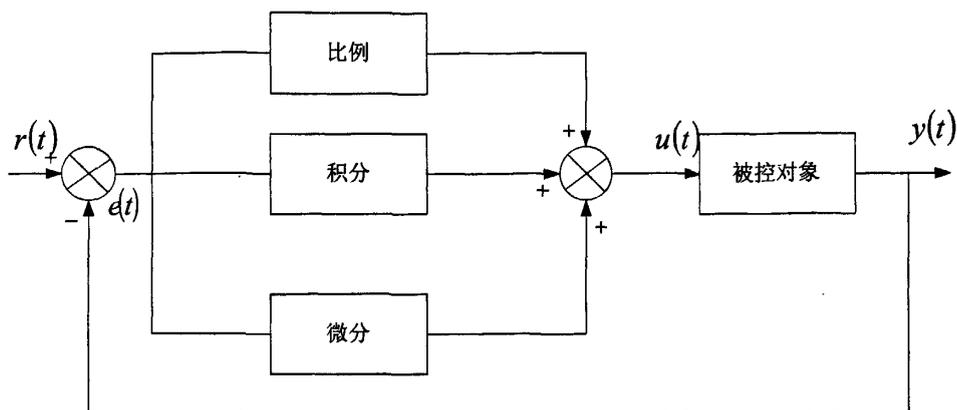


图4-1 模拟PID控制系统结构图

Fig.4-1 Structure of the simulated PID Control System

它的数学描述为：

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (4-1)$$

式中， K_p 为比例系数； T_i 为积分时间常数； T_d 为微分时间常数。

简单说来，PID 控制器各校正环节的主要控制作用如下：

(1) 比例环节及时成比例地反映控制系统的偏差信号 $e(t)$ 。一产生偏差，控制器就立即产生控制作用，以减少偏差。比例系数 K_p 的作用在于加快系统的响应速度，提高系统调节精度。 K_p 越大，系统的响应速度越快，系统的调节精度越高，也就是对偏差的分辨率（重视程度）越高，但将产生超调，甚至导致系统不稳定。但是 K_p 不能过小，否则会降低调节精度，尤其是使响应速度缓慢，从而延长调节时间，使系统静态、动态特性变坏。

(2) 积分环节主要用于消除静差，提高系统的无差度。积分作用的强弱取决于积分时间常数 T_i ， T_i 越大，积分作用越弱，反之则越强。积分作用系数越大，系统静态误差消除得就越大，但是不能过大，否则在响应过程初期会产生积分饱和现象，从而引起响应过程的较大超调。若积分作用系数过小，则系统静差难以消除，从而影响系统的调节精度。

(3) 微分环节能反映偏差信号的变化趋势（变化速率），并能在偏差信号值变得太大之前，在系统中引入一个有效的早期修正信号，从而加快系统的动作速度，减少调节时间。

4.1.3 数字式 PID 控制算法

在计算机用于工业过程控制之前,模拟 PID 调节器在过程工业中占有垄断地位,在计算机用于过程控制之后,便出现了在计算机控制系统中的 PID 控制算法,即数字 PID 控制算法。这种算法结合了计算机控制的特点,根据各种具体情况,增加了许多功能模块,使传统 PID 控制更加灵活多样,以更好满足生产过程的需要。数字 PID 控制算法通常又分为位置式 PID 控制算法和增量式 PID 控制算法。

(1) 位置式 PID 控制算法

由于计算机控制是一种采样控制,它只能根据采样时刻的偏差值计算控制量,所以对式(4-1)中的积分和微分项不能直接使用,需要进行离散化处理。按模拟 PID 控制算法的算式(4-1),现以一系列的采样时刻点 kT 代表连续时间 t ,以和式代替积分,以增量代替微分,则可以作如下的近似变换:

$$\begin{cases} t = kT, (k = 0, 1, 2, \dots) \\ \int_0^1 e(t) dt \approx T \sum_{j=0}^k e(jT) = T \sum_{j=0}^k e(j) \\ \frac{de(t)}{dt} \approx \frac{e(kT) - e[(k-1)T]}{T} = \frac{e(k) - e(k-1)}{T} \end{cases} \quad (4-2)$$

上式中, T 为采样周期。从上式中,可以看出,上述离散化过程中,要想达到理想的精度要求,就需要使采样周期尽可能短。将 $e(kT)$ 简化表示成 $e(k)$, 将(4-2)代入式(4-1),可以得到离散的 PID 表达式为:

$$u(k) = K_p \left\{ e(k) + \frac{T}{T_i} \sum_{j=0}^k e(j) + \frac{T_D}{T} [e(k) - e(k-1)] \right\} \quad (4-3)$$

或者为

$$u(k) = K_p e(k) + K_i \sum_{j=0}^k e(j) + K_d [e(k) - e(k-1)] \quad (4-4)$$

式中: k 为采样序列号, $u(k)$ 为第 k 次采样时刻的计算机输出值, $e(k)$ 为第 k 次采样时刻输入的偏差值, $e(k-1)$ 为第 $k-1$ 次采样时刻输入的偏差值, K_i 为积分系数

$$K_i = K_p \frac{T}{T_i}$$

K_d 为微分系数, 即

$$K_d = K_p \frac{T_D}{T}$$

因此我们将式 (4-3) 或 (4-4) 称为位置式 PID 控制算法。

对于位置式 PID 控制算法来说, 由于全量输出, 所以每次输出均与过去的状态有关, 计算时要对误差进行累加, 所以运算工作量大。而且如果执行器——计算机出现故障, 则会引起执行机构位置的大幅度变化, 而这种情况是生产场合不允许的, 因而产生了增量式 PID 控制算法。

(2) 增量式 PID 控制算法

所谓增量式 PID 是指数字控制器的输出只是控制量的增量 $\Delta u(k)$ 。当执行机构需要的是控制量的增量时, 可以由式 (4-4) 导出提供增量的 PID 控制算式。根据递推原理可得:

$$u(k-1) = K_p e(k-1) + K_i \sum_{j=0}^k e(j) + K_d [e(k-1) - e(k-2)] \quad (4-5)$$

则由式 (4-4) 和式 (4-5) 相减, 可得

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= K_p [e(k) - e(k-1)] + K_i e(k) + K_d [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \\ &= K_p \Delta e(k) + K_i e(k) + K_d [\Delta e(k) - \Delta e(k-1)] \end{aligned} \quad (4-6)$$

该式称为增量式 PID 控制算法。

增量式控制算法虽然只是在算法上作了一点改进, 却带来了不少优点。由于计算机输出增量, 所以误动作影响小, 便于实现无扰动切换。当计算出现故障时, 由于输出通道或执行装置具有信号的锁存作用, 可以保持原值, 比较容易通过加权处理获得比较好的控制效果。

但是由于积分截断效应差, 有静态误差, 溢出影响大。所以在选时不可一概而论。针对常规 PID 控制存在的问题, 将 PID 控制器与其他算法相结合, 对 PID 控制器进行改进, 得到了多种改进型的 PID 控制器^[57]。

4.1.4 PID 控制器所面临的问题

对于 PID 控制来说, 虽然控制算法简单、鲁棒性好以及可靠性高, 在工业控制中被广泛应用, 但对于实际的工业生产过程来说, 往往具有非线性、时变不稳定性等, 难以建立精确的数学模型, 应用常规的 PID 控制不能达到理想的控制效果。PID 控制器参数整定困难, 在实际应用中往往参数整定不良、性能欠佳, 对于运行的工况适应性很差, 静态与动态性能之间的矛盾, 跟踪设定值与抑制扰动之间的矛盾, 鲁棒性与控制性能之间的矛盾等, 仍没能很好地解决。因此对于复杂的工业控制系统来说, 用 PID 控制已经远远不能满足高精度的控制要求。随着

现代控制理论研究应用的发展与深入，我们需要在 PID 控制的基础上，研究出新型的控制器，以满足复杂工业生产地要求。

4.2 PID-DMC 控制器

传统的 PID 调节器具有结构简单、不须建立精确模型的优点，但是这类控制器没有对被控对象未来行为的预见能力，在处理复杂的工业过程系统时，达不到预期的控制效果，因此不适合那些控制目标为既快速又稳定的控制系统。而动态矩阵控制（DMC）是一种典型的预测控制，将传统自校正技术的单步预测扩展为多步预测，在实际反馈信息基础上反复优化。这样，算法对于模型参数的变化体现出稳定性的特征，而且对于建模误差和环境干扰等不确定性也体现出较强的适应能力。但 DMC 设计通常基于一个较低阶的线性近似模型，而复杂的工业过程，在模型阶次、非线性、环境扰动等方面存在较大的不确定性，仅仅用 DMC 设计控制系统达不到理想的控制结果。针对这些问题，我们开始考虑对 PID 和 DMC 进行改进，在广义预测控制性能指标中引入稳态误差加权项，将广义预测控制的控制律按照 PID 来重新建立，即把算法分解成 PID 形式，使 PID 控制器具有预测功能。为了应用 PID 和动态矩阵控制这两种控制方法的优点，把 PID 控制和 DMC 控制结合起来，从相对应的方面改变用来约束的目标函数，使之成为 PID 形式，因而形成一种新的预测控制方法（PID-DMC）。

为了使控制系统具有更好的控制品质，把 PID 控制和 DMC 控制结合起来，采用加入比例、积分和微分的新的目标函数，使推导的控制器具有广义上的比例（P）、积分（I）、和微分（D）的结构特征。

$$J = \sum_{k=1}^P \{K_i [e(k+1)]^2 + K_p [\Delta e(k+1)]^2 + K_d [\Delta^2 e(k+1)]^2\} + \lambda \sum_{k=1}^m [\Delta u(k)]^2 \quad (4-7)$$

$$e(k+1) = Y_d(k+1) - \hat{Y}(k+1) = Y_d(k+1) - \hat{Y}_p(k+1) - Y_f(k+1) \quad (4-8)$$

其中 P 为预测步长， m 为控制优化步数， $\lambda > 0$ 为控制加权因子， K_p 、 K_i 、 K_d 分别为比例项系数、积分项系数和微分项系数， $\Delta u(k)$ 为控制增量， $Y_d(k+1)$ 为未来 P 步期望输出， $\hat{Y}(k+1)$ 为系统未来 P 步输出估计值，而且是自由运动输出校正值 $\hat{Y}_p(k+1)$ 和强迫运动输出 $Y_f(k+1)$ 之和， $e(k+1)$ 为预测误差。

$$Y_f(k+1) = F_2 \Delta U(k) \quad (4-9)$$

其中, $Y_f(k+1)$ 为未来 P 步强迫运动输出向量, F_2 为校正系数矩阵, $\Delta U(k)$ 为控制增量向量。

将 (4-9) 代入 (4-8) 得

$$e(k+1) = Y_d(k+1) - \hat{Y}_p(k+1) - F_2 \Delta U(k) \quad (4-10)$$

则

$$e(k) = Y_d(k) - \hat{Y}_p(k) - F_2 \Delta U(k-1) \quad (4-11)$$

由式 (4-10) 和式 (4-11) 可得

$$\begin{aligned} \Delta e(k+1) &= e(k+1) - e(k) \\ &= \Delta Y_d(k+1) - \Delta \hat{Y}_p(k+1) - [F_2 \Delta U(k) - F_2 \Delta U(k-1)] \end{aligned} \quad (4-12)$$

则

$$\Delta e(k) = \Delta Y_d(k) - \Delta \hat{Y}_p(k) - [F_2 \Delta U(k-1) - F_2 \Delta U(k-2)] \quad (4-13)$$

其中, $\Delta e(k+1)$ 、 $\Delta e(k)$ 均为预测误差增量。再由式 (4-12) 和式 (4-13) 可得

$$\begin{aligned} \Delta^2 e(k+1) &= \Delta e(k+1) - \Delta e(k) \\ &= \Delta^2 Y_d(k+1) - \Delta^2 \hat{Y}_p(k+1) - [F_2 \Delta U(k) - 2F_2 \Delta U(k-1) + F_2 \Delta U(k-2)] \end{aligned} \quad (4-14)$$

为了推导方便, 引入向量和矩阵

$$Y_d = [y_d(k+1) \quad \dots \quad y_d(k+P)]^T \quad (4-15)$$

$$\Delta Y_d = [y_d(k+1) \quad \Delta y_d(k+2) \quad \dots \quad \Delta y_d(k+P)]^T \quad (4-16)$$

$$\Delta^2 Y_d = [y_d(k+1) \quad \Delta y_d(k+2) - y_d(k+1) \quad \Delta^2 y_d(k+3) \quad \dots \quad \Delta^2 y_d(k+P)]^T \quad (4-17)$$

$$\hat{Y}_p = [\hat{y}_p(k+1) \quad \dots \quad \hat{y}_p(k+P)]^T \quad (4-18)$$

$$\Delta \hat{Y}_p = [\hat{y}_p(k+1) \quad \dots \quad \Delta \hat{y}_p(k+P)]^T \quad (4-19)$$

$$\Delta^2 \hat{Y}_p = [\hat{y}_p(k+1) \quad \Delta \hat{y}_p(k+2) - \hat{y}_p(k+1) \quad \Delta^2 \hat{y}_p(k+3) \quad \dots \quad \Delta^2 \hat{y}_p(k+P)]^T \quad (4-20)$$

$$e = [e(k+1) \quad \dots \quad e(k+P)]^T \quad (4-21)$$

$$\Delta e = [e(k+1) \quad \Delta e(k+2) \quad \dots \quad \Delta e(k+P)]^T \quad (4-22)$$

$$\Delta^2 e = [e(k+1) \quad \Delta e(k+2) - e(k+1) \quad \Delta^2 e(k+3) \quad \dots \quad \Delta^2 e(k+P)]^T \quad (4-23)$$

$$\Delta U = [\Delta u(k) \quad \dots \quad \Delta u(k+m-1)]^T \quad (4-24)$$

$$F_{2I} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 & a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ a_p & a_{p-1} & \cdots & \cdots & a_{p-m+1} \end{bmatrix}_{p \times m} \quad (4-25)$$

$$F_{2P} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 - a_1 & a_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_p - a_{p-1} & a_{p-1} - a_{p-2} & \cdots & a_{p-m+1} - a_{p-m} \end{bmatrix}_{p \times m} \quad (4-26)$$

$$F_{2D} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 - 2a_1 & a_1 & \ddots & 0 \\ a_3 - 2a_2 + a_1 & a_2 - 2a_1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_p - 2a_{p-1} + a_{p-2} & \cdots & \cdots & a_{p-m+1} - 2a_{p-m} + a_{p-m-1} \end{bmatrix}_{p \times m} \quad (4-27)$$

其中, F_{2I}, F_{2P}, F_{2D} 分别为相关的校正系数矩阵。

这样, 就可以得到

$$e = Y_d - \hat{Y}_p - F_{2I} \Delta U \quad (4-28)$$

$$\Delta e = \Delta Y_d - \Delta \hat{Y}_p - F_{2P} \Delta U \quad (4-29)$$

$$\Delta^2 e = \Delta^2 Y_d - \Delta^2 \hat{Y}_p - F_{2D} \Delta U \quad (4-30)$$

将式 (4-7) 化成向量形式, 可得

$$J = K_i e^T e + K_p \Delta e^T \Delta e + K_d \Delta^2 e^T \Delta^2 e + \lambda \Delta U^T \Delta U \quad (4-31)$$

则将式 (4-28) 和式 (4-29) 还有式 (4-30) 代入上式, 并令 $\partial J / \partial \Delta U = 0$ 。可化简为

$$\begin{aligned} & K_i \left(-F_{2I}^T Y_d + F_{2I}^T \hat{Y}_p + F_{2I}^T F_{2I} \Delta U \right) + K_p \left(-F_{2P}^T \Delta Y_d + F_{2P}^T \Delta \hat{Y}_p + F_{2P}^T F_{2P} \Delta U \right) \\ & + K_d \left(-F_{2D}^T \Delta^2 Y_d + F_{2D}^T \Delta^2 \hat{Y}_p + F_{2D}^T F_{2D} \Delta U \right) + \lambda \Delta U = 0 \end{aligned}$$

并最终可得

$$\Delta u(k) = R_p \left(\Delta Y_d - \Delta \hat{Y}_p \right) + R_I \left(Y_d - \hat{Y}_p \right) + R_D \left(\Delta^2 Y_d - \Delta^2 \hat{Y}_p \right) \quad (4-32)$$

其中

$$R_p = e_1^T \left(\lambda I + K_p F_{2P}^T F_{2P} + K_i F_{2I}^T F_{2I} + K_d F_{2D}^T F_{2D} \right)^{-1} K_p F_{2P}^T$$

$$R_I = e_1^T \left(\lambda I + K_p F_{2P}^T F_{2P} + K_i F_{2I}^T F_{2I} + K_d F_{2D}^T F_{2D} \right)^{-1} K_i F_{2I}^T$$

$$R_D = e_1^T (\lambda I + K_p F_{2p}^T F_{2p} + K_i F_{2i}^T F_{2i} + K_d F_{2d}^T F_{2d})^{-1} K_d F_{2d}^T$$

$$e_1^T = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]_{m \times l}^T$$

4.3 仿真与研究

选取试验装置中双容水箱系统作为控制对象，其模型如图所示

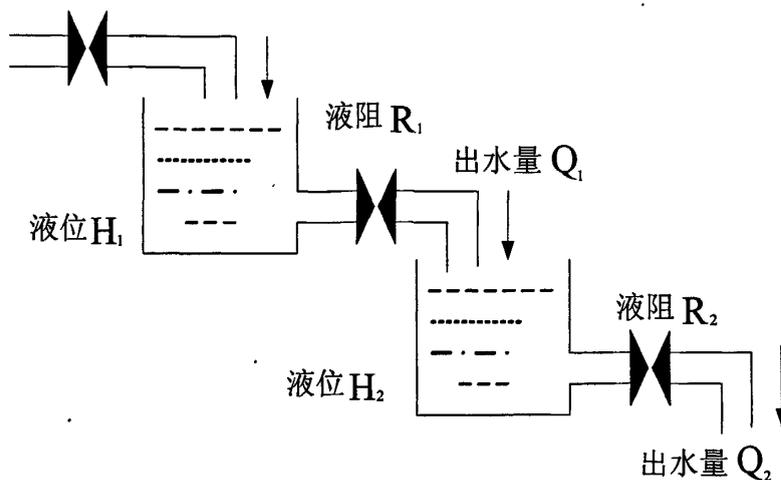


图4-2 双容水箱系统模型

Fig4-2 the System Model of Water Tank with Double Accommodates

系统特点是具有自平衡能力，且有一定的纯滞后。为简化分析，假设系统为线性模型，其动态特性数学分析如下：

$$Q_1 - Q_2 = C_1 \frac{dH_1(t)}{dt}, \quad Q_2 - Q_3 = C_2 \frac{dH_2(t)}{dt}$$

$$Q_2 = \frac{H_1(t)}{R_1}, \quad Q_3 = \frac{H_2(t)}{R_2}$$

其中， C_1 、 C_2 、 C_3 为容量系数， R_1 、 R_2 为液阻，即水阀的阻力系数， H_1 、 H_2 为水箱的液位， Q_1 、 Q_2 、 Q_3 为水流量，消去中间变量后可得传递函数并转化为二阶系统传递函数的标准形式为：

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} e^{-s} \quad (4-33)$$

其中， ξ 为系统阻尼比， ω 为系统无阻尼自然频率。

选取 $\xi = 0.2, \omega = 1, \tau = 3$ ，采样周期 $T = 2$ ，采用方波输入进行仿真。图 4-3 为 PID-DMC 算法与 DMC 基本算法的比较，可以看出通过对参数 K_p, K_i, K_d 的调节可以使得改进后的算法比基本算法在趋于稳定状态过程中能更快速跟踪系统，动态性能提高，并且与 DMC 基本算法相比振荡要小，可以较好地维持系统的稳定性。

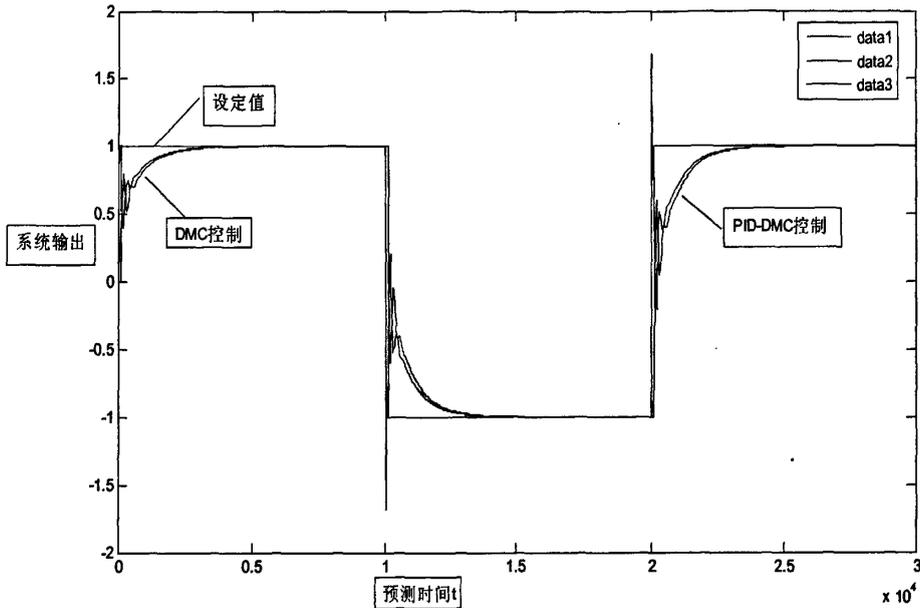


图4-3 PID-DMC算法与DMC算法的比较

Fig.4-3 the Comparison of PID-DMC and DMC

综上所述，在动态矩阵控制基础上，结合 PID 控制方法，同时利用这两种控制方法优点，形成的一种新的预测控制算法 PID-DMC，这种算法具有广义上的比例 (P)、积分 (I) 和微分 (D) 的结构特征，使得参数设置与传统的 PID 参数变化具有一定的相似性。通过算法的推导，利用仿真来指导 PID-DMC 的参数设计，研究了参数选取范围，分析了控制系统的性能变化。为以后进一步研究更加详细的性能优化的参数选取范围，分析系统的鲁棒性，打下了一定的基础。

4.4 本章小结

PID 控制算法的原理简单、结构简明，因此在大多数过程控制系统中比较常见，但是正是因为其算法结构的简单性，在处理复杂控制系统时，难以达到理想的控制品质，无法满足控制要求。因此本章将 PID 控制和 DMC 结合起来，加入

比例、积分、微分的新的目标函数，设计 PID-DMC 控制器，使之具有广义上的比例、积分、微分的特征。这样，在使 PID 能快速有效地抑制突发性的干扰，另一方面又能加快对象的动态响应，使采样周期大大缩短。大大提高了控制品质。同时，PID-DMC 控制器相比于 DMC 控制器来说，更加改善了系统的抗干扰能力。

第 5 章 预测函数控制基本原理

5.1 引言

预测函数控制 (PFC) 最早是由法国的 Richalet 与德国的 Kuntze 等人于 1986 年共同提出的, 并用于工业机器人的快速高精度跟踪控制。PFC 与传统的 MPC 不同之处在于引入了基函数的概念。传统的 MPC 在用优化算法求解未来控制作用时, 在用于快速随动系统时, 虽然也能导致满意的输出响应, 但是控制规律可能不明确。而 PFC 则把控制输入的结构视为关键问题, 在输入频谱有限的情况下, 控制输入只能属于一组与设定轨线和对象性质有关的特定的函数族。因此, 它的控制思想为: 将控制输入结构化, 即把每一时刻加入的控制输入看作是若干事先选定的基函数的线性组合。系统输出是上述基函数作用于对象的响应的加权组合。在线优化的目的只是为了求出少量的线性加权系数, 进而算出未来的控制输入, 大大减少了在线计算量。因而预测函数控制在保持模型预测控制优点的同时, 使所产生的控制输入更具有规律性, 有效减少计算工作量, 取得了广泛应用。

5.2 预测函数控制的基本原理

预测函数控制被称为第三代模型预测控制算法, 因而它仍然具有 MPC 的三个基本特征, 即预测模型、滚动优化、反馈校正。同时, 预测函数控制引入基函数的概念, 使控制输入更具规律性。因此, 以下主要从基函数、预测模型、参考轨迹、误差校正、滚动优化五个方面来分析。

5.2.1 基函数概念

PFC 中的基函数 u_{hm} 是事先已确定的一些函数, 可为阶跃、斜坡、指数、正弦、余弦函数等等。基函数的选取依赖于被控对象的性质和期望轨线的要求。这样, 在 PFC 中, 由于控制输入结构化, 因此新加入的控制作用可表示为若干已知基函数 u_{hm} 的线性组合, 即:

$$u(k+i) = \sum_{n=1}^N \mu_n u_{hm}(i) \quad i = 0, \dots, H-1 \quad (5-1)$$

其中: u_{hm} 为基函数, N 为基函数个数, μ_n 为线性组合个数, H 为预测优化时

域长度。

这样，系统的输出是上述基函数作用于对象的响应的加权组合。在线优化的目的只是为了求出线性加权系数 μ_n ，在线计算工作量大大减少。

5.2.2 预测模型

预测过程输出等于模型输出与预测误差之和，即

$$y_p(k+i) = y_m(k+i) + e(k+i) \quad (5-2)$$

其中： $y_p(k+i)$ 为 $k+i$ 时刻的预测过程输出， $y_m(k+i)$ 为 $k+i$ 时刻的模型输出。

由于引入了基函数的概念，因此 PFC 的模型输出 $y_m(k+i)$ 由两部分组成，即模型自由输出部分 $y_l(k+i)$ 和模型函数输出部分 $y_f(k+i)$ 。即

$$y_m(k+i) = y_l(k+i) + y_f(k+i) \quad (5-3)$$

模型的自由输出部分 $y_l(k+i)$ 仅与过去时刻的控制量及输出量有关，而与当前及未来时刻的控制量无关。模型的函数输出部分 $y_f(k+i)$ 由当前及未来时刻加入的控制量决定。而当前及未来时刻的控制量 $u(k+i)$ 是基函数的线性组合，即：

$$u(k+i) = \sum_{n=1}^N \mu_n u_{bn}(k+i) \quad (5-4)$$

对于已选定的基函数，可离线计算出在其作用下对象的输出响应（函数输出）

$y_{bn}(i)$ ($n=1,2,\dots,N; i=1,2,\dots,H$) 为

$$y_f(k+i) = \sum_{n=1}^N \mu_n y_{bn}(i) \quad (i=0,1,\dots,H-1) \quad (5-5)$$

5.2.3 参考轨迹

预测函数控制的目的是使系统的输出沿着一条事先规定的曲线逐渐到达设定值 c ，这条指定的曲线称为参考轨迹 y_r 。它完全决定于预测控制器设计者对系统闭环响应的要求，对于渐近稳定系统而言，通常选取一阶指数函数。它在未来 i 个时刻的值为：

$$y_r(k+i) = c(k+i) - \lambda(c(k) - y_p(k)) \quad (5-6)$$

其中： $\lambda = e^{(-T_r/T_s)}$ ， T_r 为期望闭环响应时间， T_s 为采样周期， y_r 为参考轨迹， c

为设定值， y_p 为系统输出。

未来设定值可通过外推方法或设定为常数得到，然后通过式 (5-6) 即可计算出参考轨迹值 $y_r(k+i)$ 。采用上述形式的参考轨迹，将减少过量的控制作用，使系统的输出能平滑地到达设定值。

5.2.4 误差校正

在实际情况下，由于实际系统存在的模型失配、参数时变以及噪声等因素造成的模型失配，模型预测输出与过程输出之间常存在着误差，称预测误差。为此，对未来优化时域中的误差进行预测，以进行补偿。在 PFC 中可根据设定值和对象的性质，干扰的持续时间等采用多种预测方法。其中可取未来的误差为：

$$e(k+1) = y_p(k) - y_m(k) \quad (5-7)$$

其中： $y_m(k)$ 为当前时刻的模型输出； $y_p(k)$ 为当前时刻的系统输出，即预测输出。

5.2.5 滚动优化

在 PFC 的在线优化算法中，最常用的方法是采用二次型性能指标，即在优化时域上取参考轨迹和预测输出的误差平方和最小。其优化性能指标为：

$$\min J = \sum_{i=1}^{H-1} (y_r(k+i) - y_p(k+i))^2 \quad (5-8)$$

将式 (5-2)、(5-3)、(5-5)、(5-6)、(5-7) 代入式 (5-8)，则 PFC 的优化性能指标可表示为：

$$\min J = \sum_{i=1}^{H-1} \left(y_r(k+i) - y_f(k+i) - \sum_{n=1}^N \mu_n y_{bn}(i) - (y_p(k) - y_m(k)) \right)^2 \quad (5-9)$$

在式 (5-9) 中，只有 $\mu_n (n=1, \dots, N)$ 是未知的系数，其他变量可以离线计算或者通过少量在线计算就可获得。对 (5-9) 的优化目的是寻找一组系数使 μ_1, \dots, μ_N ，使其在整个优化时域中过程的预测输出尽可能地接近参考轨迹。解出 $\mu_n (n=1, \dots, N)$ 后，由 (5-1) 算出 k 时刻应加入的控制输入 $u(k+i), (i=0, \dots, H-1)$ 。其中，只有 $u(k)$ 可作为新加入的控制量付诸实施，其余量则叠加到对未来控制量的已知假设上作为下一步计算模型输出的基础这一优化过程可通过滚动方式在线进行，每一时刻求取新的控制作用。由于参考轨迹已经确定，可以用常用的优

化方法，如最小二乘法、梯度法、二次规划等来求解。

以上五个部分讨论了预测函数控制的基本原理。正是这五个要素构成了预测函数控制的本质特性。它们之间的相互联系如图 5-1 所示。基函数的概念的引入，不但使控制量的输入规律更加明显，而且提高了响应的快速性。由于基函数响应的采样值均可事先离线计算，在线只需对少量线性加权系数参数优化。因此，PFC 的在线计算量显著减少，这是它的一个优点。

另外，在 PFC 算法中，设计参数对控制性能的影响是各有侧重的，在控制系统设计时，可根据性能要求很快地整定参数，这是 PFC 的又一个优点。其中，控制精度主要取决于基函数的选择，动态响应主要受参考轨迹的影响，而预测优化时域 H 则对控制系统的稳定性和鲁棒性起主要作用。

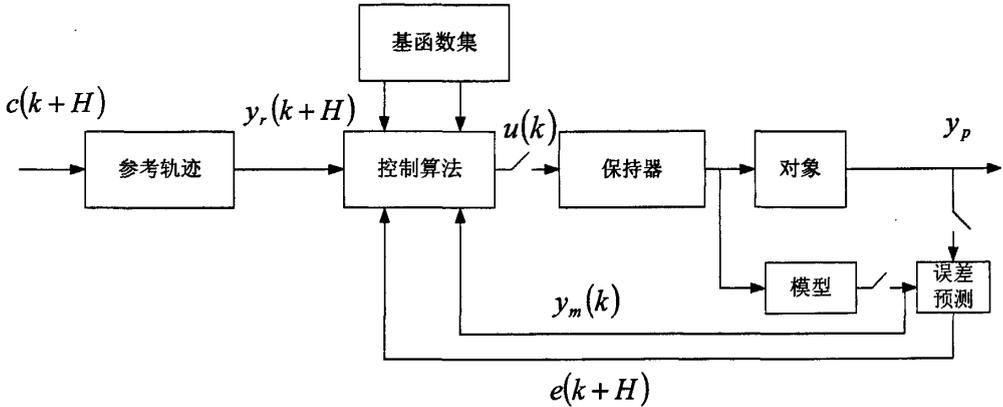


图 5-1 预测函数控制基本原理图
Fig 5-1 the Principle Diagram of PFC

5.3 一阶加纯时滞的预测函数控制方法

一阶加纯滞后过程是工业系统中的典型过程。在实际工业过程中，许多高阶过程可以用一阶加纯滞后过程来近似，因此，分析和研究一阶加纯滞后过程的控制问题具有重要意义。而对于纯滞后的过程，采用常规 PID 控制为了维持系统的稳定性，必须将控制作用整定的很弱。因而，在许多场合得不到满意的控制效果。而采用预测函数控制，滚动优化可以解决这一问题。

设一阶加纯滞后过程的传递函数为：

$$G_m(S) = \frac{K_m}{T_m S + 1} e^{-T_{md} S} \quad (5-10)$$

式中 K_m ， T_m 和 T_{md} 分别是预测模型的稳态增益，时间常数和模型的纯滞后时

间。将其离散化，得到差分方程：

$$y_m(k+1) = \alpha_m y_m(k) + K_m(1 - \alpha_m)u(k-D) \quad (5-11)$$

式中： $\alpha_m = e^{-T_r/T_s}$ ， T_r 为期望闭环响应时间， T_s 为采样周期， D 为滞后时间，

$$D = T_{md}/T_s。$$

当 $D=0$ 时，PFC的算法：

(1) 在设定值做阶跃变化的情况下，通常只选一个基函数即可满足要求。在阶跃作用下，一阶环节的输出响应可由下式(5-12)推得：

$$y_m(k+H) = \alpha_m^H \cdot y_m(k) + K_m \cdot (1 - \alpha_m^H) \cdot u(k) \quad (5-12)$$

可得预测模型为：

$$y_p(k+H) = \alpha_m^H \cdot y(k) + K_m \cdot (1 - \alpha_m^H) \cdot u(k) + (y_p - y_m) \quad (5-13)$$

参考轨迹为：

$$y_r(k+H) = c(k+H) - \lambda^H (c(k) - y_p(k)) \quad (5-14)$$

将(5-13)，(5-14)，代入(5-8)取极值得

$$u(k) = \frac{c(k+H) - \lambda^H c(k) - y_p(k) \cdot (1 - \lambda^H) + y_m(k) \cdot (1 - \alpha_m^H)}{K_m \cdot (1 - \alpha_m^H)} \quad (5-15)$$

(2) 当设定值变化包含斜坡信号时，应选取两个基函数——阶跃和斜坡函数，则控制量为：

$$u(k+i) = \lambda_1 + \lambda_2 i \quad i = 0, 1, \dots, H-1 \quad (5-16)$$

其中： λ_1, λ_2 是待定系数。由式(5-12)可得，

$$y_m(k+H) = \alpha_m^H \cdot y_m(k) + K_m \cdot (1 - \alpha_m^H) \lambda_1 + K_m \cdot (1 - \alpha_m^H) \cdot \left(\sum_{j=1}^{H-1} j \cdot \alpha_m^{H-1-j} \right) \lambda_2 \quad (5-17)$$

令

$$g_1(H) = K_m \cdot (1 - \alpha_m^H) \quad (5-18)$$

$$g_2(H) = K_m \cdot (1 - \alpha_m^H) \left(\sum_{j=1}^{H-1} j \cdot \alpha_m^{H-1-j} \right) \quad (5-19)$$

它们分别是对阶跃和斜坡基函数的响应。

优化目标函数为

$$J_p = \min \left((y_m(k+H_1) + e(k+H_1) - y_r(k+H_1))^2 + (y_m(k+H_2) + e(k+H_2) - y_r(k+H_2))^2 \right) \quad (5-20)$$

将式(5-14)，(5-15)，(5-16)，(5-18)，(5-19)代入式(5-20)，取极值，可求得实际控制量为

$$u(k) = \lambda_1 \frac{g_2(H_2)[y_r(k+H_1) - \alpha^{H_1}y_m(k) - e(k+H_1)] - g_2(H_1)[y_r(k+H_2) - \alpha^{H_2}y_m(k) - e(k+H_2)]}{g_1(H_1)g_2(H_2) - g_1(H_2)g_2(H_1)} \quad (5-21)$$

当 $D \neq 0$ 时, 参考 Smith 预估器的思想, PFC 仍采用 $D=0$ 模型, 但要对系统对象输出进行修正。其中 $y_m(k)$, $y_p(k)$ 分别由修正值 $y_{mav}(k)$ 和 $y_{pav}(k)$ 来代替。

$$y_{mav}(k) = a_m \cdot y_{mav}(k-1) + K_m \cdot (1-\alpha) \cdot u(k-D) \quad (5-22)$$

$$y_{pav}(k) = y_p(k) + y_{mav}(k) - y_{mav}(k-D) \quad (5-23)$$

则 (5-15), (5-16) 变为

$$u(k) = \frac{c(k+H) - \lambda^H c(k) - y_p(k) \cdot (1-\lambda^H) + y_m(k) \cdot (1-\alpha_m^H)}{K_m \cdot (1-\alpha_m^H)} \quad (5-24)$$

$$u(k) = \lambda_1 \frac{g_2(H_2)[y_r(k+H_1) - \alpha^{H_1}y_m(k) - e(k+H_1)] - g_2(H_1)[y_r(k+H_2) - \alpha^{H_2}y_m(k) - e(k+H_2)]}{g_1(H_1)g_2(H_2) - g_1(H_2)g_2(H_1)} \quad (5-25)$$

其中, $e(k+H_1)$ 校正如下:

$$e(k+H_1) = y_p(k) - y_m(k-D) \quad (5-26)$$

5.4 仿真研究

一阶加纯滞后对象的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{K_p}{T_p s + 1} e^{-T_d s}$$

$$K_p = 1, T_p = 100s, T_d = 50s$$

PFC 的参数为: $K_m = 1, T_m = 100s, T_{md} = 50s$, 预测时域 $H = 50s$, 优化时域 $H = 50s$, 设定值 $c = 100$, 基函数取阶跃函数。参考轨迹响应时间 $T_r = 30s$, 采样时间 $T_s = 10s$, 当 $t = 2700s$ 时, 在图 (5-1) 对象后加入 30 的扰动, 仿真结果如下:

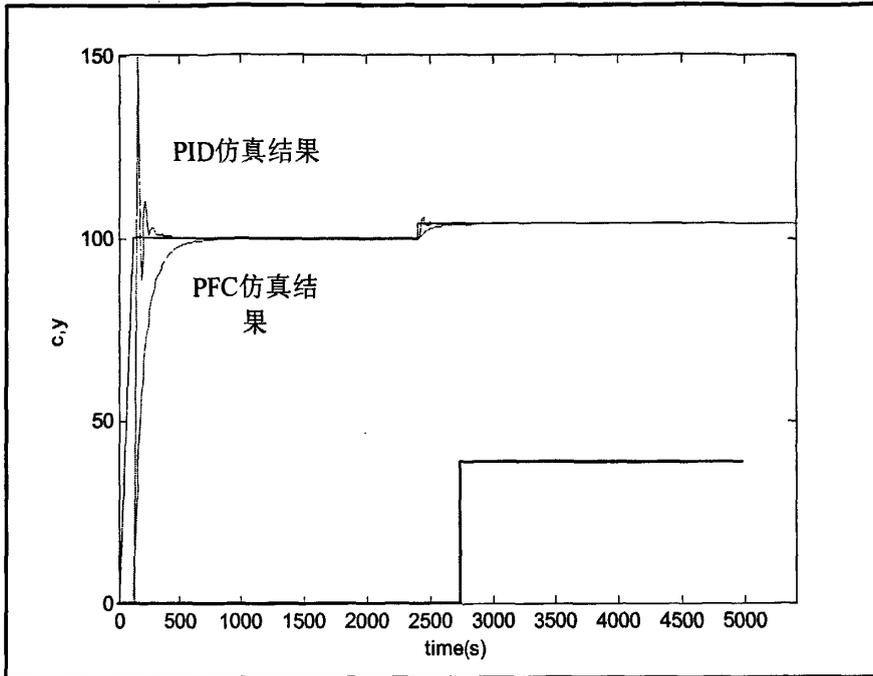


图5-2 控制系统仿真结果曲线
Fig.5-2 the Simulation of Control System

从上图可以看出，PFC 比 PID 控制的输出跟踪快，控制误差小，有更好的抗干扰能力。

5.5 本章小结

本章从基函数、预测模型、参考轨迹、误差校正、滚动优化等五个方面对预测函数控制的基本算法进行讨论。这五个方面构成了预测函数控制的本质特性，基函数的特性不仅能够使控制量的输入更加明显，而且提高了响应的快速性。同时，PFC 能够根据性能要求迅速对参数进行整定。因此预测函数控制在保持模型预测控制优点的同时，由于采用了在线优化，使所产生的控制输入更具规律性，有效减少计算工作量。

对典型工业过程一阶加纯滞后对象进行 PFC 算法推导并进行计算机仿真，验证了 PFC 算法的跟踪快速、抗干扰能力强、控制效果好的特点。

总结

预测控制从提出至今的二十多年里，其理论和应用都得到了飞速的发展，并且在工业控制实际中取得了许多成功应用，已成为一种重要的先进控制策略。

本文主要对动态矩阵控制算法和预测函数控制进行了研究。动态矩阵控制算法作为预测控制算法的一种典型的代表算法，基于模型预测、滚动优化、反馈校正三大环节，将传统自校正技术的单步预测扩展为多步预测，在实际反馈信息基础上反复优化，从而有效地抑制了算法对于模型参数变化的灵敏性，对建模误差和环境干扰等不确定性具有很强的适应能力。本文第二章对动态矩阵控制的基本原理进行了分析，同时又研究了控制过程中各参数对控制结果的影响，经过研究证明，参数的设定对于控制效果有很大的作用。文中以喷雾塔作为控制模型，仿真出系统的阶跃响应曲线，经过研究证明，DMC 相对于 PID 控制来说，具有响应速度快，系统稳定的优点。同时，本文第三章中对动态矩阵控制的各种特性进行了研究，分析了动态矩阵控制的动态特性以及鲁棒性和稳定性。对于今后进一步研究动态矩阵控制打下了基础。

但是无论是单纯的 PID 控制还是 DMC 控制，在对控制系统进行仿真时，都有一定得局限性。尤其是 PID 控制，在处理较复杂的控制系统时，难以建立精确的系统模型，达不到预期的控制目标。因此，我们将 PID 控制和 DMC 控制结合起来，改变用来约束的目标函数，设计了 PID-DMC 控制器，这种控制器一方面结构简单，参数调节方便；另一方面还具有预测功能。大大改善了控制效果，对于实际过程控制有着重要的应用意义。

预测函数控制是一种新型的预测控制算法，在保持模型预测控制优点的同时，将使所产生的控制输入更具有规律性，并且可有效地减少算法计算量，从而能适应一类快速响应受控对象对控制算法的快速要求。本文对一阶加纯时滞的预测函数控制进行了研究，同时也对算法进行了仿真。仿真结果表明，预测函数控制具有跟踪快速，抗干扰能力强，控制效果好的优点。

由于时间限制，本文还有很多不足，在对控制系统进行研究的时候，仅仅是对控制模型进行了理论上的 MATLAB 仿真，没有对实际的过程控制过程进行研究。所设计的 PID-DMC 控制器，然而对于该控制器的稳定性分析，利用现有的分析方法，得不出稳定的充分必要条件。而且对于预测函数控制来讲，仅仅简单地对一阶纯时滞对象的研究是不够的，因为实际的控制系统的都比较复杂，因此以后的工作应该是对预测函数控制进行更进一步的研究。研究在各种复杂的，非线性

性控制系统中，预测函数控制的控制效果。同时，应该将各种先进控制，比如神经网络、模糊控制与预测控制结合起来，不断完善、发展和创新新的预测控制算法，以达到更好的控制效果。

参考文献

- [1] Richaler J, et al. Model Predictive Heuristic Control: Applications to Industrial Processes [J]. Automatica, 1978, 14(5):413-428.
- [2] Rouhani, R., Mehra, R. K. Model predictive Algorithmic Control (MAC): Basic Theoretical Properties [J]. Automatica, 1982, 18(4):404-414.
- [3] Culter C. R., Ramake r B. L., Dynamic Matrix Control Algorithm, Proc. Of Joint Automatic Control Conference. San Francisco, Vol. 1, 1980, WP5-B.
- [4] Clarke D. W., Monhadi C and Tuffs P S. Generalize Predictive Control-Part I. The Basic Algorithm [J]. Automatica, 1987, 23(2):137-148.
- [5] Garcia C E, Morari M. Internal model control, 1. A unifying review and some new results [J]. IEC Process Des. Dev., 1982, 21(2):308-323.
- [6] Kuntze H B, Jacobasch A, Richalet J and Arber C. On the Predictive Functional Control of an Elastic Industrial Robot [C]. Proc. 25th CDC. Athens, Greece, 1986:1877-1881.
- [7] 席裕庚, 耿晓军, 陈虹. 预测控制性能研究的新进展[J]. 控制理论与应用, 2000, 17 (4): 469-475.
- [8] Richer N L. Model Predictive control: State of the art [C]. In Arkun Y, Ray W H (Eds.), Chemical Process Control-CPC IV, International Conference on Chemical Process Control, Amsterdam: Elsevier, 1991, PP:271-296.
- [9] Richalet J. Industrial Application of Model Based Predictive Control [J]. Automatica, 1993, 29(5):1251-1274.
- [10] Pickhardt R. Nonlinear modelling and adaptive predictive control of a solar power plant [J]. Control Engineering Practice, 2000, 8(8): 937-947.
- [11] Mayne D Q, Rawlings J B, Rao CV, Sokaert P O M. Constrained model Predictive control: Stability and optimality [J]. Automatica, 2000, 36(6):789-814.
- [12] Michael A. Henson. Nonlinear Model Predictive Control: Current Status and Future Directions [J]. Computers & Chemical Engineering, 1998, 23(12):187-202.
- [13] Morari M. and Lee J H. Model Predictive Control: Past, Present and Future [C]. PSE'97, Norway, 25-29, May, 1997:1-11.
- [14] 杜晓宁, 席裕庚, 李少远. 分布式预测控制算法的性能分析[J]. 控制与决策, 2002, 17 (2): 226-229.
- [15] Lelic M A, Zarrop M B. Generalized Pole Placement Self-tuning Controller [J]. Int J Control, 1987, 46(2):547-568.

- [16] 顾兴源, 毛志忠. 一种基于广义预测控制的极点配置自适应控制算法[J]. 控制与决策, 1992, 7 (3): 221-224.
- [17] Visser H R, et al. Unified Predictive Pole-placement Controller: an Integrated Approach[J]. Control and Computer, 1989, 17(3):71-74.
- [18] Peng L, et al. Tuning Generalized Predictive Control Using a Pole-placement Criterion[C]. Proc. American Control Conference. 1992, 2391-2395.
- [19] 孙茂相等. 广义预测极点配置前馈控制的一种算法[J]. 信息与控制. 1992, 21 (6): 338-342.
- [20] 徐立鸿, 冯纯伯. 递推自适应加权多步预测控制[J]. 自动化学报, 1992, 18 (5): 580-584.
- [21] Irving E, et al. Adaptive Generalized Predictive Control with Multiple Reference Model[C]. Lund: 2th, IFAC Workshop on Adaptive systems in Control and Signal Processing, 1986.
- [22] Gorez R, et al. On a Generalized Predictive Control Algorithm[J]. System & Control Letters, 1987, (9):369-377.
- [23] Pedro A, et al. On Generalized Predictive Control: Two Alternative Formulations[J]. Automatica, 1989, 25(5):753-755.
- [24] 黄抗美. 复杂多变量系统新型预测控制策略研究[硕士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 1994.
- [25] Kershenbaum L S, et al. An Extended Horizon Feedback/Feedforward Self-Tuning Controller[J]. AICHE J, 1989, 35(11):1835-1844.
- [26] Linkens D A, Mahfoub M. Generalized Predictive Control with Feedforward (GPCF) for Multivariable Anaesthesia[J]. Int J Control, 1992, 56(5):1039-1057.
- [27] 邹志云等. 新型自适应模型算法控制算式[J]. 控制与决策, 1988, 3: 11-16.
- [28] 古钟壁等. 具有误差预测修正的预测控制算法[J]. 控制与决策, 1992, 7 (6): 432-436
- [29] 袁著祉, 崔保民. 新型随机广义预测自校正控制器[J]. 自动化学报, 1992, 18 (3): 282-289.
- [30] 陈增强, 袁著祉. 工业锅炉的加权预测自校正控制[J]. 自动化学报, 1993, 19 (1): 46-53
- [31] 金元郁. 一种新型的自适应广义预测控制[J]. 自动化学报, 1992, 18 (3) :353-356
- [32] Yoon T, et al. Adaptive Predictive Control of the Benchmark Plant[J]. Automatica, 1994, 30(4):621-628.
- [33] De Nicolao G, et al. An Adaptive Predictive Regulator with Input Saturations[J]. Automatica, 1996, 32(4):597-601.
- [34] Datta A, et al. Adaptive Internal Model Control: Design and Stability Analysis[J]. Automatica, 1996, 32(2):261-166.

- [35] Richalet J,Doss S.A.A.,Arber C.,Kuntze H.B.,Jacubasch A.,Schill Predictive Functional Control:Applications to Fast and Accurate Robots[C]. In: Isermann R.ed.Automatic Control tenth Triennial World Congress of IFAC V.4 , Oxford:Pergamon Press ,1988:251-258.
- [36] Estival J.L.and Huguel A.,Predictive Thickness Control for Aluminium Cold Rolling Mills[J].Revue Generale de l'Electricite 1993(5):32-39.
- [37] Cuadrado D., Guerchet P. and Abu EI Ata Doss S., Computer Aided Design of Weapon System Guidance and Control with Predictive Functional Control Technique[C]. Proc.Conference of Software for Guidance and Control.(AGARD-CP-503), 1991(5).
- [38] 金晓明, 王树青, 荣冈. 先进控制技术及工业应用讲座—第四讲模型预测控制及其工业应用[J]. 化工自动化及仪表, 1999, 26 (5): 67-74.
- [39] 赵昀, 荣冈, 王树青. 预测函数控制的稳定性及鲁棒性分析[C]. 中国控制会议论文集, 1995 (9): 327-332.
- [40] 张泉灵, 楼史进等. 预测函数控制及其应用[J]. 化工自动化及仪表, 1998, 25 (增刊): 40-43.
- [41] 张泉灵. 预测函数控制及应用研究. 浙江大学博士论文, 1999, 12.
- [42] 潘红华. 预测控制及应用研究. 浙江大学博士论文, 2000, 6.
- [43] 潘红华, 苏宏业. 基于二阶模型的预测函数控制方法的研究. [J]信息与控制, 1999, 28 (增刊): 98-101.
- [44] 张新民, 荣冈. 间歇反应过程的预测函数控制[J]. 信息与控制, 1999, 28 (增刊): 102-106.
- [45] 金晓明(王树青). 模糊控制、预测控制与工业过程的先进控制. [博士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 1998.
- [46] Kranc G M Input-Output Analysis of Multirate Feedback System.[J] IRE Trans Auto Control,1957,(3):21-28.
- [47] Kalman R E,et al. Aunified Approach to the Theory of Sampling Systems[C]. J Franklin Inst,1959,405-436.
- [48] Araki M,et al.Multivariable Multirate Sampled-Data Systems: State-Space Description, Transqer Characteristics and Nyquist Criterion[C]. IEEE Trans Automatic Control AC, 1986, 31(2):145-154.
- [49] Morse A S. Supervisory Control of Families of Linear Set-point Controllers-Part1: Exact Matching and Part 2: Robustness[J]. IEEE Trans Automatic Control, 1997, 41(10): 1413-1431 and 42(11) :1500-1515.
- [50] llehmann A. Non-identifier-based Adaptive Control of Dynamical Systems[J]. IMA J

- Math Control Information,1991,39:321-366.
- [51] Ata-Doss S A,et al. Handling Input and State Constraints in Predictive Functional Control[C]. Proc 30th CDC Brighton England,1991,985-990.
- [52] Garcia C E. Quadratic Programming Solution of Dynamic Matrix Control(QDMC)[C]. Chem Eng Commun,1986,46(1):73-87.
- [53] Camacho E F. Constrained Generalized Predictive Control[J]. IEEE Trans on Automatix Control,1993,38(2):327-332.
- [54] Tsang T T,et al. Internal Model Predictive Control With Input Constraints[J]. IEEE Proc Part D,1988,135(6):451-460.
- [55] Coulibaly E, et al.Internal Model Predictive Control (IMPC)[J]. Automatica, 1995, 31(10): 1471-1482.
- [56] Brosilow C. A Linear Programming Approach to Constrained Multivariable Process Control[J].Control and Dynamaic System,1988,27:141-181.
- [57] 刘金琨. 先进PID控制 MATLAB 仿真[M]. 北京: 电子工业出版社. 2004. 23-24; 25-50.
- [58] 刘忠信,陈增强,袁著祉. 基于 T-s 模型的模糊广义预测控制[J]. 南开大学学报, 2000, 33 (4): 114-119.
- [59] 孙金刚. 一种模糊神经网络自适应预测控制方案的研究[J]. 系统工程与电子技术, 1999, 21 (11): 87-90.
- [60] 张昊等. 电力负荷的模糊预测方法[J]. 电力系统自动化, 1997, 21 (8): 18-23.
- [61] 李书臣, 徐心和, 李平. 预测控制最新算法综述[J]. 系统仿真学报, 2004, 16 (6): 1314-1318.
- [62] 马文学, 钟汉枢. 动态矩阵控制研究进展及其应用现状[J]. 重庆工业高等专科学校学报, 2005, 20 (1): 49-52.
- [63] 周福恩, 毕效辉. 动态矩阵预测控制算法在过程控制中的应用研究[J]. 长沙航空职业技术学院学报, 2005, 4 (4): 43-45.
- [64] 诸静等. 智能预测控制及其应用[M]. 杭州: 浙江大学出版社. 2000.

致 谢

本文是在导师张彦军教授的悉心指导下完成的。值此论文完成之际，谨向导师表示衷心的感谢。在三年的学习中，导师不仅在学业上，而且在生活中都给了我许多的指点和帮助，使得我能顺利地完成研究生阶段的学习并最终完成论文。导师渊博的知识、严谨的治学态度、认真细致的工作作风，给我留下了深刻的印象，令我终身受益。

感谢在我的学习中，同学韩帮华、韦洪丽、邹丽君、任侠、王万丽、杨勇、王延海、苗健给予我很多的帮助，在此表示诚挚的感谢。另外，感谢陈振喜、李华光等师弟们对我的帮助。感谢我的舍友陶阿嵘、赵冲、葛莹在生活上对我的支持。感谢测控教研室的老师对我的关怀。本人在攻读研究生期间还受到了自动化学院一些老师的帮助，在此向各位老师致以衷心的感谢。

感谢深爱我的家人多年来给予我的鼓励、关心和呵护。在我攻读研究生期间在生活上各方面对我无微不至的关怀。

张晶
二零零九年六月

攻读学位期间发表的学术论文目录

- [1] 第二作者, 基于参数设定的动态矩阵控制算法研究, WCICA08: 8952-8955.
(已被 EI 检索, 检索号: 083911600762).
- [2] 第三作者, 基于 BP 神经网络整定的 PID 温度控制, 吉林化工学院学报, 2008,
25 (3): 64-67.
- [3] 第二作者, A new kind of dynamic matrix algorithm in the Process Control ,
ISA09. 已收录