三明一中高三数学（文）模拟试卷2

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	B	C	A	D	D	A	D	D	B	C	B

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．2　　14．$2\sqrt{5}$　　15．-5　　16．$\frac{3}{4}$

三、解答题：共 70 分.

17．解：（1）∵ a_1+2，$2a_2$，a_3+1 成等差数列，

∴ $4a_2=a_1+2+a_3+1=a_1+a_3+3$，

即 $4a_1q=a_1+a_1q^2+3$，①

由 $S_3=4a_2-1$ 可得 $a_1+a_1q+a_1q^2=4a_1q-1$，即 $a_1-3a_1q+a_1q^2+1=0$，②

联立①②及 $q>1$ 解得 $a_1=1$，$q=2$，

∴ $a_n=2^{n-1}$.

（2）$T_n=\frac{1}{2^0}+\frac{2}{2^1}+\frac{3}{2^2}+\cdots+\frac{n}{2^{n-1}}$，

$\frac{1}{2}T_n=\frac{1}{2^1}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\cdots+\frac{n-1}{2^{n-1}}+\frac{n}{2^n}$，

两式作差得 $\frac{1}{2}T_n=\frac{1}{2^0}+\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}}-\frac{n}{2^n}$

$$=\frac{1-\frac{1}{2^n}}{1-\frac{1}{2}}-\frac{n}{2^n}=2-\frac{n+2}{2^n},$$

于是 $T_n=4-\frac{n+2}{2^{n-1}}$.

又∵ $S_n=\frac{1-2^n}{1-2}=2^n-1$，

∴ $4-T_n=(n+2)S_n$ 可化为 $\frac{1}{2^{n-1}}=2^n-1$，即 $2^{n-1}\cdot(2^n-1)=1$，

可变形为 $(2^n)^2-2^n-2=0$，整理得 $(2^n-2)(2^n+1)=0$，　解得 $n=1$.

18．解：（1）∵ $0.010\times10+0.015\times10+0.030\times10+a\times10+0.010\times10=1$，

∴ a=0.035．

（2）由题意可知从第 1 组选取的人数为$5\times\frac{0.1}{0.1+0.15}=2$人，设为 A_1，A_2，

从第 2 组选取的人数为$5\times\frac{0.15}{0.1+0.15}=3$人，设为 B_1，B_2，B_3．

从这 5 人中随机抽取 2 人的所有情况有：(A_1，A_2)，(A_1，B_1)，(A_1，B_2)，(A_1，B_3)，(A_2，B_1)，(A_2，B_2)，(A_2，B_3)，(B_1，B_2)，(B_1，B_3)，(B_2，B_3)，共 10 种．

这两人恰好属于不同组别有(A_1，B_1)，(A_1，B_2)，(A_1，B_3)，(A_2，B_1)，(A_2，B_2)，(A_2，B_3)，共 6 种．

∴ 所求的概率为 $P=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$．

（3）选出的 200 人中，各组的人数分别为：

第 1 组：200×0.010×10=20 人，第 2 组：200×0.015×10=30 人，

第 3 组：200×0.035×10=70 人，第 4 组：200×0.030×10=60 人，

第 5 组：2000.010×10=20 人，

∴ 青少年组有 20+30+70=120 人，中老年组有 200−120=80 人，

∵ 参与调查者中关注此问题的约占 80%，即有 200×(1−80%)=40 人不关心民生问题，

∴ 选出的 200 人中不关注民生问题的青少年有 30 人．

于是得 2×2 列联表：

	关注民生问题	不关注民生问题	合计
青少年	90	30	120
中老年	70	10	80
合计	160	40	200

∴ $K^2=\frac{200\times(90\times10-70\times30)^2}{160\times40\times80\times120}=4.6875<6.635$，

∴ 没有 99%的把握认为是否关注民生与年龄有关．

19. **解**：（1）因为离心率为$\frac{1}{2}$，所以$\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$

因为 A_2 的横坐标为 2，所以 $a=2,\therefore c=1,b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{3}$，

因此椭圆的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$；

（2）设 $P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2),R(x_2,-y_2)$

由$3x^2+4y^2=12$与$x=my+4$联立，得$(3m^2+4)y^2+24my+36=0$

所以$y_1+y_2=-\dfrac{24m}{3m^2+4},y_1y_2=\dfrac{36}{3m^2+4}$

直线$A_1R:y=\dfrac{-y_2}{x_2+2}(x+2)$，直线$A_2P:y=\dfrac{y_1}{x_1-2}(x-2)$，

联立解出$x=\dfrac{6y_1-2y_2}{my_1y_2+3y_1+y_2}=4-\dfrac{6(y_1+y_2)+4my_1y_2}{my_1y_2+3y_1+y_2}=4$

20.（1）证明：∵AD∥BC，$BC=\dfrac{1}{2}AD$，Q 为 AD 中点，

∴四边形 BCDQ 为平行四边形.

∴CD∥BQ.

∵∠ADC=90°，

∴∠AQB=90°，即 BQ⊥AD.

又∵平面 PAD⊥平面 ABCD，

且平面 PAD∩平面 ABCD=AD，

BQ⊂平面 ABCD，

∴BQ⊥平面 PAD.

∵BQ⊂平面 PBQ，

∴平面平面 PBQ⊥平面 PAD.

（2）解：∵$V_{C-BQM}=V_{M-BCQ}$，且$V_{M-BCQ}=\dfrac{1}{2}V_{P-BCQ}$，

由（1）可知：四边形 BCDQ 为矩形，

∴$S_{\triangle BCQ}=\dfrac{1}{2}BQ\cdot BC=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

∵PA=PD，Q 为 AD 的中点，

∴PQ⊥AD，

∵平面 PAD⊥平面 ABCD，且平面 PAD∩平面 ABCD=AD，

∴PQ⊥平面 ABCD，在 Rt△PDQ，$PD^2=PQ^2+DQ^2$，$PQ=\sqrt{3}$，

∴$V_{P-BQM}=\dfrac{1}{2}V_{P-BCQ}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=\dfrac{1}{4}$.

21．解：（1） $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，且 $f'(x)=\dfrac{2}{x}-a=\dfrac{2-ax}{x}$，

当 $a\leqslant 0$ 时， $f'(x)>0$，故 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

由于 $f(1)=0$，所以当 $x>1$ 时， $f(x)>f(1)=0$，不合题意.

当 $a>0$ 时， $f'(x)=\dfrac{-a(x-\frac{2}{a})}{x}$，

∴ 当 $0<x<\dfrac{2}{a}$ 时， $f'(x)>0$；当 $x>\dfrac{2}{a}$ 时， $f'(x)<0$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,\dfrac{2}{a})$ 上单调递增， $f(x)$ 在 $(\dfrac{2}{a},+\infty)$ 上单调递减，

即 $f(x)_{\max}=f(\dfrac{2}{a})=a-2+2\ln 2-2\ln a$.

所以要使 $f(x)\leqslant 0$ 在 $(0,+\infty)$ 时恒成立，则只需 $f(x)_{\max}\leqslant 0$，

亦即 $a-2+2\ln 2-2\ln a\leqslant 0$.

令 $\varphi(a)=a-2+2\ln 2-2\ln a$，则 $\varphi'(a)=1-\dfrac{2}{a}=\dfrac{a-2}{a}$，

∴ 当 $0<a<2$ 时， $\varphi'(a)<0$；当 $a>2$ 时， $\varphi'(a)>0$，

即 $\varphi(a)$ 在 $(0,2)$ 上单调递减，在 $(2,+\infty)$ 上单调递增.

又 $\varphi(2)=0$，所以满足条件的 a 只有 2，即 $a=2$.

（2）由（1）知 a=2， $f(x)=2-2x+2\ln x$，

∴ $g(x)=x\cdot\dfrac{f(x)+ax}{x-a}=\dfrac{2x+2x\ln x}{x-2}(x>2)$，

于是 $g'(x)=\dfrac{2(x-2\ln x-4)}{(x-2)^2}$.

令 $s(x)=x-2\ln x-4$，则 $s'(x)=1-\dfrac{2}{x}=\dfrac{x-2}{x}$，

由于 $x>2$，所以 $s'(x)>0$，即 $s(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增；

又 $s(8)<0$， $s(9)>0$，

∴ $\exists x_0\in(8,9)$，使得 $s(x_0)=0$，即 $2\ln x_0=x_0-4$，

且当 $2<x<x_0$ 时， $s(x)<0$；当 $x>x_0$ 时， $s(x)>0$，

即 $g(x)$ 在 $(2,x_0)$ 上单调递减；在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递增.

∴ $g(x)_{\min}=g(x_0)=\dfrac{2x_0+2x_0\ln x_0}{x_0-2}=\dfrac{{x_0}^2-2x_0}{x_0-2}=x_0$.

即 $m=x_0$，

∴ $f(m)=f(x_0)=2-2x_0+2\ln x_0=-x_0-2\in(-11,-10)$，

即 $-11< f(m)<-10$.

22．解：（1）∵ C 的直角坐标方程为 $x^2+y^2=4$，

∴ 点 $Q(x_0，y_0)$满足 $x^2+y^2=4(y\geqslant 0)$.

设 $M(x，y)$，则 $x=\dfrac{x_0+2}{2}$，$y=\dfrac{y_0}{2}$，即 $x_0=2x-2$，$y_0=2y$，

∴ $(2x-2)^2+(2y)^2=4(y\geqslant 0)$，

整理得 C_1 的轨迹方程为$(x-1)^2+y^2=1(y\geqslant 0)$.

（2）直线 l 过点 $A(-1，0)$，

所以直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=-1+t\cos\theta,\\ y=t\sin\theta,\end{cases}$($\theta$ 为参数，θ 为倾斜角，$\theta\in[0,\dfrac{\pi}{6})$)

代入 C_1：$t^2-4t\cos\theta+3=0$，

则$\begin{cases}t_1+t_2=4\cos\theta,\\ t_1t_2=3,\end{cases}$

∴ $\dfrac{|AD|}{|AE|\cdot|AF|}=\dfrac{\left|\dfrac{t_1+t_2}{2}\right|}{|t_1|\cdot|t_2|}=\dfrac{2\cos\theta}{3}\in(\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{2}{3}]$.

23．解：（1）∵ $|x+3|-|x-1|=|x+3|-|1-x|\leqslant|(x+3)+(1-x)|=4$，

∴ $a^2-3a\geqslant 4$，

解得 $a\geqslant 4$，或 $a\leqslant -1$（舍去）.

∴ a 的最小值为 4.

（2）∵ $\dfrac{a}{\sqrt{b}}+\dfrac{b}{\sqrt{a}}-(\sqrt{a}+\sqrt{b})=\dfrac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}-a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$

$$=\frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})-b(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{ab}}$$

$$=\frac{(a-b)(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{ab}}$$

$$=\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{ab}}\geqslant 0$$

∴ $\dfrac{a}{\sqrt{b}}+\dfrac{b}{\sqrt{a}}\geqslant(\sqrt{a}+\sqrt{b})$.