



第2课时 实际问题与二次函数(2)

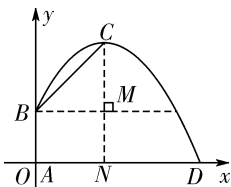
学习目标视窗

1. 会建立直角坐标系解决实际问题;
2. 会解决桥洞水面宽度问题;
3. 经历探索“抛物线形拱桥水面宽度问题”的过程,获得利用数学方法解决实际问题的经验,体会二次函数解决实际问题时应如何建立适当的坐标系从而使解题简便.

★基础巩固提优

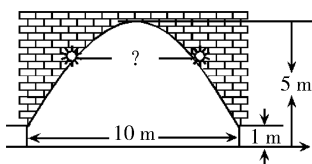
夯实基础,才能有所突破……

1. 拱桥呈抛物线形,其函数关系式为 $y = -\frac{1}{4}x^2$,当拱桥下水位线在 AB 位置时,水面宽为 12 m,这时水面离桥拱顶端的高度 h 是().
A. 3 m B. $2\sqrt{6}$ m
C. $4\sqrt{3}$ m D. 9 m
2. 公园里有一种农业生产中使用的喷灌设备,如图,设水管 AB 高出地面 1.5 m,在 B 处有一个自动旋转的喷水头,喷出的水流呈抛物线状,喷头 B 与水流最高处 C 的连线与水平地面成 45° 角,水流的最高处 C 比喷头 B 高出 2 m. 在所建的直角坐标系中,求水流的落地点 D 到点 A 的距离.

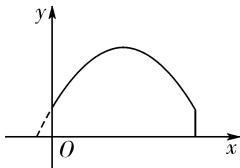


(第2题)

3. 如图是某河上一座古拱桥的截面图,拱桥桥洞上沿是抛物线形状,抛物线两端点与水面的距离都是 1 m,拱桥的跨度为 10 m,桥洞与水面的最大距离是 5 m,桥洞两侧壁上各有一盏距离水面 4 m 的景观灯. 若把拱桥的截面图放在平面直角坐标系中(如图(2)).
(1)求抛物线的解析式;
(2)求两盏景观灯之间的水平距离.



(1)



(2)

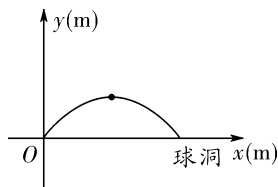
(第3题)



思维拓展提优

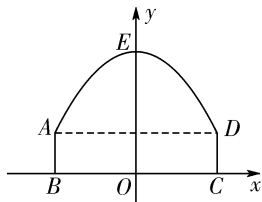
课内与课外的桥梁是这样架设的。

4. 王强在一次高尔夫球的练习中,在某处击球,球的飞行路线满足抛物线 $y = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{8}{5}x$,其中 $y(\text{m})$ 是球的飞行高度, $x(\text{m})$ 是球飞出的水平距离,结果球离球洞的水平距离还有 2 m.
(1)请写出抛物线的开口方向、顶点坐标、对称轴,并求出球飞行的最大高度;
(2)若王强再一次从此处击球,要想让球飞行的最大高度不变且球刚好进洞,则球飞行路线应满足怎样的抛物线,求出其解析式.



(第4题)

5. 如图,隧道的截面由抛物线 AED 和矩形 ABCD 构成,矩形的长 BC 为 8 m,宽 AB 为 2 m,以 BC 所在的直线为 x 轴,线段 BC 的中垂线为 y 轴,建立平面直角坐标系, y 轴是抛物线的对称轴,顶点 E 到坐标原点 O 的距离为 6 m.
(1)求抛物线的解析式;
(2)如果该隧道内设双行道,现有一辆货运车高是 4.2 m,宽是 2.4 m,那么这辆货车能否通过该隧道? 通过计算说明你的结论.



(第5题)

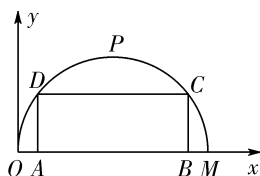


开放探究提优

对未知的探索,你准行!

6. 如图,某公路隧道横截面为抛物线,其最大高度为 6 m,底部宽度 OM 为 12 m. 现以点 O 为原点, OM 所在直线为 x 轴建立直角坐标系.

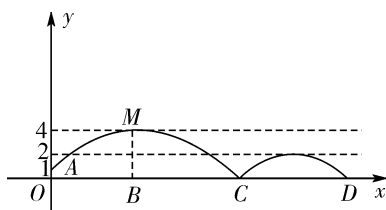
- (1) 直接写出点 M 及抛物线顶点 P 的坐标;
- (2) 求这条抛物线的解析式;
- (3) 若要搭建一个矩形“支撑架” $AD-DC-CB$, 使点 C 、 D 在抛物线上, 点 A 、 B 在地面 OM 上, 则这个“支撑架”总长的最大值是多少?



(第 6 题)

7. 如图, 足球场上守门员在 O 处开出一高球, 球从离地面 1 m 的 A 处飞出(点 A 在 y 轴上), 运动员乙在距点 O 为 6 m 的 B 处发现球在自己头的正上方达到最高点 M , 距地面约 4 m 高, 球落地后又一次弹起. 据实验测算, 足球在草坪上弹起后的抛物线与原来的抛物线形状相同, 最大高度减少到原来最大高度的一半.

- (1) 求足球开始飞出到第一次落地时, 该抛物线的表达式;
- (2) 足球第一次落地点 C 距守门员多少米?(取 $4\sqrt{3} \approx 7$)
- (3) 运动员乙要抢到第二个落点 D , 他应再向前跑多少米?(取 $2\sqrt{6} \approx 5$)



(第 7 题)

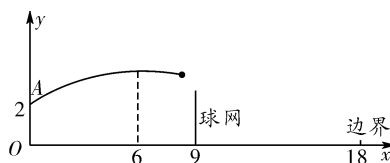


走进中考前沿

解剖真题, 体验情境。

8. (2012·安徽) 如图, 排球运动员站在点 O 处练习发球, 将球从 O 点正上方 2 m 的 A 处发出, 把球看成点, 其运行的高度 y (m) 与运行的水平距离 x (m) 满足关系式 $y = a(x-6)^2 + h$. 已知球网与 O 点的水平距离为 9 m, 高度为 2.43 m, 球场的边界距 O 点的水平距离为 18 m.

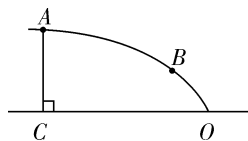
- (1) 当 $h = 2.6$ 时, 求 y 与 x 的关系式;(不要求写出自变量 x 的取值范围)
- (2) 当 $h = 2.6$ 时, 球能否越过球网? 球会不会出界? 请说明理由;
- (3) 若球一定能越过球网, 又不出边界, 求 h 的取值范围.



(第 8 题)

9. (2011·山东滨州) 如图, 某广场设计的一建筑物造型的纵截面是抛物线的一部分, 抛物线的顶点 O 落在水平面上, 对称轴是水平线 OC . 点 A 、 B 在抛物线造型上, 且点 A 到水平面的距离 $AC = 4$ m, 点 B 到水平面距离为 2 m, $OC = 8$ m.

- (1) 请建立适当的直角坐标系, 求抛物线的函数解析式;
- (2) 为了安全美观, 现需在水平线 OC 上找一点 P , 用质地、规格已确定的圆形钢管制作两根支柱 PA 、 PB 对抛物线造型进行支撑加固, 那么怎样才能找到两根支柱用料最省时的点 P ? (支柱与地面、造型对接方式的用料多少问题暂不考虑; 无需证明)
- (3) 为了施工方便, 现需计算出点 O 、 P 之间的距离, 那么两根支柱用料最省时点 O 、 P 之间的距离是多少? (请写出求解过程)



(第 9 题)

第2课时 实际问题与二次函数(2)

1. D

2. 由题意,得 $CM=2$ m.

又 $\angle CBM=45^\circ$,

$\therefore CM=BM=2$ m, $OB=1.5$ m.

$\therefore MN=1.5$ m.

$\therefore CN=3.5$ m, 即该抛物线顶点 $C(2, 3.5)$, $B(0, 1.5)$.

设抛物线的解析式为 $y=a(x-2)^2+3.5$.

把 $(0, 1.5)$ 代入, 得 $1.5=4a+3.5$.

$\therefore a=-\frac{1}{2}$.

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3.5$

$=-\frac{1}{2}x^2+2x+1.5$.

当 $y=0$ 时, $-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{3}{2}=0$,

$x^2-4x-3=0$,

$\therefore x_1=2+\sqrt{7}$, $x_2=2-\sqrt{7}$ (不合题意, 舍去).

$\therefore$ 水流的落地点 D 到点 A 的距离为 $(2+\sqrt{7})$ m.

3. (1)由题意可知抛物线的顶点坐标为 $(5, 5)$, 与 y 轴交点坐标是 $(0, 1)$.

于是可设抛物线的解析式是 $y=a(x-5)^2+5$, 把 $(0, 1)$ 代入 $y=a(x-5)^2+5$, 得 $a=$

$-\frac{4}{25}a$.

所以所求抛物线的解析式为 $y=-\frac{4}{25}(x-5)^2+5(0 \leq x \leq 10)$.

(2)由已知条件得两景观灯的纵坐标都是 4, 所以 $4=-\frac{4}{25}(x-5)^2+5$, 即 $(x-5)^2=$

$\frac{25}{4}$, 于是 $x_1=\frac{15}{2}$, $x_2=\frac{5}{2}$. 所以两景观灯间的距离为 5 m.

4. (1) $y=-\frac{1}{5}x^2+\frac{8}{5}x=-\frac{1}{5}(x-4)^2+$

$\frac{16}{5}$.

$\therefore$ 抛物线 $y=-\frac{1}{5}x^2+\frac{8}{5}x$ 开口向下,

顶点为 $(4, \frac{16}{5})$, 对称轴为直线 $x=4$.

球飞行的最大高度是 3.2 m.

(2)要让球刚好进洞而飞行最大高度不变, 则球飞行的最大水平距离为 10 m.

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x=5$, 顶点为

$(5, \frac{16}{5})$.

设此时对应的抛物线的解析式为 $y=a(x-5)^2+\frac{16}{5}$.

又点 $(0, 0)$ 在此抛物线上,

$\therefore 25a+\frac{16}{5}=0, a=-\frac{16}{125}$,

即抛物线的解析式是 $y=-\frac{16}{125}(x-5)^2+$

$\frac{16}{5}$.

5. (1) $\because$ 抛物线的顶点为 $(0, 6)$,

$\therefore$ 设解析式为 $y=ax^2+6$.

把 $D(4, 2)$ 代入, 得 $2=16a+6$,

$\therefore a=-\frac{1}{4}$.

$\therefore y=-\frac{1}{4}x^2+6$.

(2)当 $x=2.4$ 时, $y=-\frac{1}{4} \times 2.4^2+6=4$.

$5.6 > 4.2$.

$\therefore$ 这辆货车能通过该隧道.

6. (1) $M(12, 0)$, $P(6, 6)$.

(2) $y=-\frac{1}{6}x^2+2x$.

(3)当 $m=3$ m 时, $AD+DC+CB$ 有最大值为 15 m.

7. (1)如图, 设第一次落地时, 抛物线的表达式为 $y=a(x-6)^2+4$.

当 $x=0$ 时, $y=1$.

即 $1=36a+4$.

$\therefore a=-\frac{1}{12}$.

$\therefore$ 表达式为 $y=-\frac{1}{12}(x-6)^2+4$.

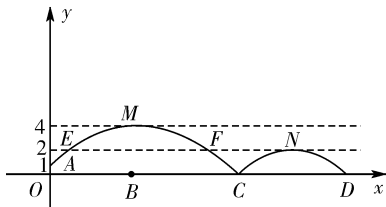
$$(2) \text{ 令 } y=0, -\frac{1}{12}(x-6)^2+4=0.$$

$$\therefore (x-6)^2=48, x_1=4\sqrt{3}+6\approx 13,$$

$$x_2=-4\sqrt{3}+6<0(\text{舍去}).$$

$\therefore$ 足球第一次落地距守门员约 13 m.

(3) 根据题意, 得 $CD=EF$. (即相当于将抛物线 $AEMFC$ 向下平移了 2 个单位)



(第 7 题)

$$\therefore 2 = -\frac{1}{12}(x-6)^2+4.$$

$$\text{解得 } x_1=6-2\sqrt{6}, x_2=6+2\sqrt{6}.$$

$$\therefore CD = |x_1 - x_2| = 4\sqrt{6} \approx 10.$$

$$\therefore BD = 13 - 6 + 10 = 17(\text{m}).$$

$$8. (1) \text{ 把 } x=0, y=2, \text{ 及 } h=2.6 \text{ 代入到 } y=a(x-6)^2+h,$$

$$\text{即 } 2 = a(0-6)^2+2.6,$$

$$\therefore a = -\frac{1}{60}.$$

$$\therefore y = \frac{1}{60}(x-6)^2+2.6.$$

$$(2) \text{ 当 } h=2.6 \text{ 时, } y = -\frac{1}{60}(x-6)^2+2.6,$$

$$\text{当 } x=9 \text{ 时, } y = -\frac{1}{60}(9-6)^2+2.6 = 2.45$$

$$> 2.43,$$

$\therefore$ 球能越过网.

$$x=18 \text{ 时, } y = -\frac{1}{60}(18-6)^2+2.6 = 0.2 >$$

$$0,$$

$\therefore$ 球会过界.

(3) $x=0, y=2$, 代入到 $y=a(x-6)^2+h$, 得

$$a = \frac{2-h}{36};$$

$$x=9 \text{ 时, } y = \frac{2-h}{36}(9-6)^2+h = \frac{2+3h}{4} >$$

$$2.43, \textcircled{1}$$

$$x=18 \text{ 时, } y = \frac{2-h}{36}(18-6)^2+h = 8-3h > 0,$$

$\textcircled{2}$

$$\text{由 } \textcircled{1}\textcircled{2}, \text{ 得 } h \geq \frac{8}{3}.$$

9. (1) 以点 O 为原点、射线 OC 为 y 轴的正半轴建立直角坐标系,

设抛物线的函数解析式为 $y=ax^2$,

由题意知点 A 的坐标为 $(4, 8)$, 且点 A 在抛物线上.

$$\text{所以 } 8 = a \times 4^2, \text{ 解得 } a = \frac{1}{2}.$$

$$\text{故所求抛物线的函数解析式为 } y = \frac{1}{2}x^2.$$

(2) 找法: 延长 AC , 交建筑物造型所在抛物线于点 D ,

则点 A, D 关于 OC 对称.

连接 BD 交 OC 于点 P , 则点 P 即为所求.

(3) 由题意知点 B 的横坐标为 2, 且点 B 在抛物线上,

所以点 B 的坐标为 $(2, 2)$.

又知点 A 的坐标为 $(4, 8)$, 所以点 D 的坐标为 $(-4, 8)$.

设直线 BD 的函数解析式为 $y=kx+b$,

$$\text{则有 } \begin{cases} 2k+b=2, \\ -4k+b=8, \end{cases} \text{ 解得 } k=-1, b=4.$$

故直线 BD 的函数解析式为 $y=-x+4$.

把 $x=0$ 代入 $y=-x+4$, 得点 P 的坐标为 $(0, 4)$.

即两根支柱用料最省时, 点 O, P 之间的距离是 4 m.