2006年硕士入学试题参考答案

科目：423 通信与信号系统

试题一、（共15分）

解：

1、$l=\log_2 8=3 \quad R=Dl=1000\times 3=3000bit/s$ （3分）

2、$f(t)=\Pi\left(\frac{t}{T_S}\right)\xleftrightarrow{FT}F(f)=T_S\frac{\sin\pi fT_S}{\pi fT_S}=T_S Sa(\pi fT_S)$ （2分）

$$R(0)=E\{a_n^2\}=\frac{1}{8}\sum_{i=0}^{7}i^2=\frac{104}{8}=\frac{35}{2}=17.5$$ （2分）

$$R(k)=E\{a_n a_{n+k}\}=E\{a_n\}E\{a_{n+k}\}=\left(\frac{1}{8}\sum_{i=0}^{7}i\right)^2=\left(\frac{7}{2}\right)^2=\frac{49}{4} \qquad k\neq 0$$

（2分）

$$\mathcal{P}_S(f)=\frac{|F(f)|^2}{T_S}\sum_{k=-\infty}^{\infty}R(k)e^{j2\pi fT_S}$$

$$=T_S Sa^2(\pi fT_S)\left\{\left(\frac{35}{2}-\frac{49}{4}\right)+\frac{49}{4}\sum_{k=-\infty}^{\infty}e^{j2\pi kfT_S}\right\}$$ （3分）

$$=T_S Sa^2(\pi fT_S)\left\{\left(\frac{21}{4}\right)+\frac{49}{4T_S}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(f-\frac{n}{T_S})\right\}$$

由于$Sa(\pi n)=\begin{cases}1 & n=0\\ 0 & n\neq 0\end{cases} \qquad T_S=1/D=10^{-3}$

$$\mathcal{P}_S(f)=\frac{1}{4\times 10^3}Sa^2(\frac{\pi f}{10^3})\left\{21+\frac{49}{10^3}\delta(f)\right\}$$ （1分）

3、从上式可得，信号频谱中无码元频率分量。 （2分）

试题二、（共 15 分）

解：（共 15 分）

1、 $f_{S\,min} = 2B = 2\times 4kHz = 8kHz$ （3 分）

根据量化噪声指标，要求$|n_q| \le \frac{1}{512}V_{PP}$

量化间隔$\delta = \frac{V_{PP}}{M} \le 2|n_q|_{MAX} = \frac{2}{512}V_{PP}$

解上式，得 $M \ge 256$ 取最小值 256

$n = log_2 M = log_2 256 = 8$ （6 分）

$R = nf_{S\,min} = 8\times 8\times 10^3 = 64kbit/s$ （3 分）

2、 根据维数定理，最小传输带宽$B_{min} = R/2 = 32kHz$ （3 分）

试题三、（共 15 分）

解：根据题意，系统得输入为$r(t) = s(t) + n(t)$

其中：信号为$s(t) = m(t)\cos\omega_c t - \hat{m}(t)\sin\omega_c t$

噪声为$n(t) = n_I(t)\cos\omega_c t - n_Q(t)\sin\omega_c t$ （2 分）

输入信号功率为$< s^2(t) > = < m^2(t) > = 4\ W$

输入噪声功率为$< n^2(t) > = < n_I^2(t) > = < n_Q^2(t) >$

$$= \frac{n_0}{2}\times 2B_T = (10^{-6})\times 2\times(4\times 10^3)$$
$$= 8\times 10^{-3}W$$

系统输入信噪比为$SNR_{IN} = 10\log\frac{4}{8\times 10^{-3}} \approx 27dB$ （5 分）

解调输出为$\tilde{m}(t) = m(t) + \frac{n_I(t) + n_Q(t)}{2}$ （4 分）

解调输出信噪比为

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{OUT}=<m^2(t)>\Big/\left\langle\left(\frac{n_I(t)+n_Q(t)}{2}\right)^2\right\rangle$$

$$=\frac{4<m^2(t)>}{<n_I^2(t)>+<n_Q^2(t)>}=\frac{2<m^2(t)>}{<n^2(t)>}$$

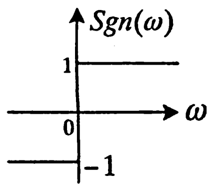
$$=\frac{2\times 4}{8\times 10^{-3}}=1000$$

用 dB 表示 $SNR_{OUT}=10\log 1000=30dB$　　　　（4 分）

试题四、（共 15 分）解　$f(t)\xleftrightarrow{FT}F(j\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|<2\\ 0, & |\omega|>2\end{cases}$，（2 分）

由傅立叶变换的微分和时移性质，得：

$$\frac{d}{dt}f(t-1)\xleftrightarrow{FT}j\omega F(j\omega)e^{-j\omega}$$　（2 分）



又因为　$\frac{1}{\pi t}\xleftrightarrow{FT}-jSgn(\omega)$　（2 分）

所以，由傅立叶变换的时域卷积性质，得：

$$y(t)=\frac{d}{dt}f(t-1)*\frac{1}{\pi t}\xleftrightarrow{FT}Y(j\omega)=\omega Sgn(\omega)F(j\omega)e^{-j\omega}$$

$$Y(j\omega)=|\omega|F(j\omega)e^{-j\omega}=\begin{cases}|\omega|e^{-j\omega}, & |\omega|<2\\ 0, & |\omega|>2\end{cases},$$

（2 分）

其幅度谱 $|Y(j\omega)|=\begin{cases}|\omega|, & |\omega|<2\\ 0, & |\omega|>2\end{cases}$，相位谱 $\angle Y(j\omega)=-\omega$。它们的图形如图 4(A)、(B) 所示（图形 4 分）。

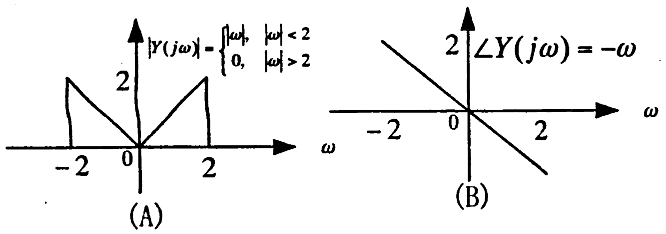


图4

利用 Parseval 关系式，得：

$$\int_{-\infty}^{\infty} y^2(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|Y(j\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-2}^{2}|\omega|^2 d\omega = \frac{8}{3\pi}$$ 。（3 分）

试题五、（共 15 分）解 $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-|t-2n|} = e^{-|t|} * \sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-2n)$ 为周期信号，其周期 $T = 2, \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \pi$ 。（3 分）

$$x_0(t) = e^{-|t|} \xleftrightarrow{FT} X_0(j\omega) = \frac{2}{1+\omega^2}$$ （2 分）

其傅立叶级数为 $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$

$$a_k = \frac{X(jk\omega_0)}{T} = \frac{1}{1+(k\pi)^2}$$ （3 分）

响应 $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k H(jk\omega_0) e^{jk\omega_0 t}$ （2 分）

$$H(jk\omega_0)=\begin{cases}1,k=0\\ \frac{1}{2},k=\pm1\\ 0,|k|\geq 2\end{cases}$$ （2 分）

$$y(t)=a_0+a_{-1}e^{-j\pi t}+a_1e^{j\pi t}$$

$$y(t)=1+\frac{1}{1+\pi^2}\cos(\pi t)$$ （3 分）

注意：用其方法计算正确者,不扣分。

试题六、 （共 15 分）解

（1） 系统 s 域网络如图 6(A)所示。

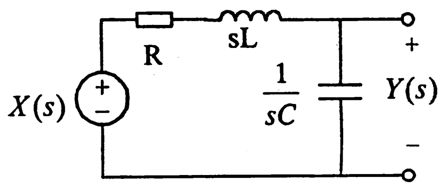


图6(A)

$$H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{1/sC}{R+sL+1/sC}$$

$$H(s)=\frac{1/LC}{s^2+(R/L)s+(1/LC)}$$ （3 分）

极点为 $s_{1,2}=\frac{-R}{2L}\pm\frac{1}{2}\sqrt{(\frac{R}{L})^2-4\times\frac{1}{LC}}$，要使阶跃响应不产生振荡信号，

要求极点为实数，即 $(\frac{R}{L})^2-4\times\frac{1}{LC}\geq 0$，$R\geq 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 。（3 分）

（2） $R=2(\Omega)$，$L=1(H)$，$C=1(F)$，$H(s)=\frac{1}{s^2+2s+1}=\frac{1}{(s+1)^2}$

$h(t)=te^{-t}u(t)$（5 分）

（3） R、L、C 参数与(2)相同,系统阶跃响应 $s(t)$ 的拉普拉斯变换为

$\frac{1}{s}H(s)$。由初值定理和终值定理得：

$$s(0^+) = \lim_{s\to\infty} s\frac{1}{s}H(s) = 0$$ （2 分）

$$s(\infty) = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s}H(s) = 1$$ （2 分）

试题七、（共 15 分）解

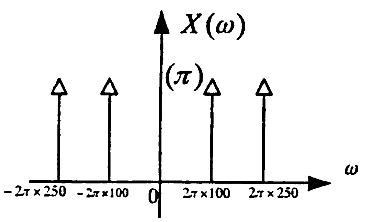
（1）

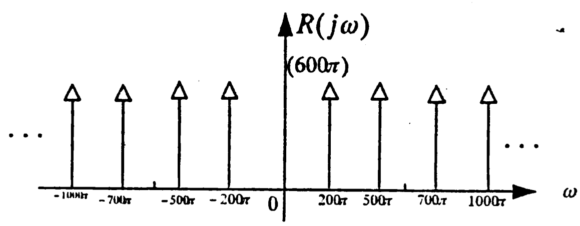
$$x(t) = \cos(2\pi\times 250t) + \cos(2\pi\times 150t) \xleftrightarrow{FT} X(\omega)$$

$$X(\omega) = \pi[\delta(\omega + 2\pi\times 250) + \delta(\omega - 2\pi\times 250)] + \pi[\delta(\omega + 2\pi\times 100) + \delta(\omega - 2\pi\times 100)]$$

$$r(t) = r_2(t)g(t) \Leftrightarrow R(j\omega) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega - \frac{2n\pi}{T}) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega - 1200n\pi)$$

$$Y(j\omega) = R(j\omega)H(j\omega) = X(\omega)$$





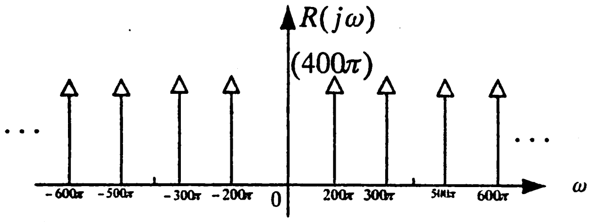
（每图 3 分，共 6 分）

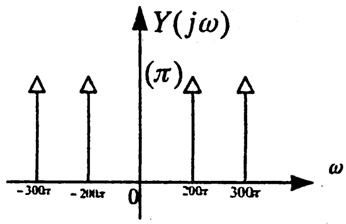
（2）

$$r(t)=r_2(t)g(t)\Leftrightarrow R(j\omega)=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}X(\omega-\frac{2n\pi}{T})=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}X(\omega-800n\pi)$$

$$Y(j\omega)=R(j\omega)H(j\omega)=\pi[\delta(\omega+2\pi\times150)+\delta(\omega-2\pi\times150)]$$

$$+\pi[\delta(\omega+2\pi\times100)+\delta(\omega-2\pi\times100)]$$

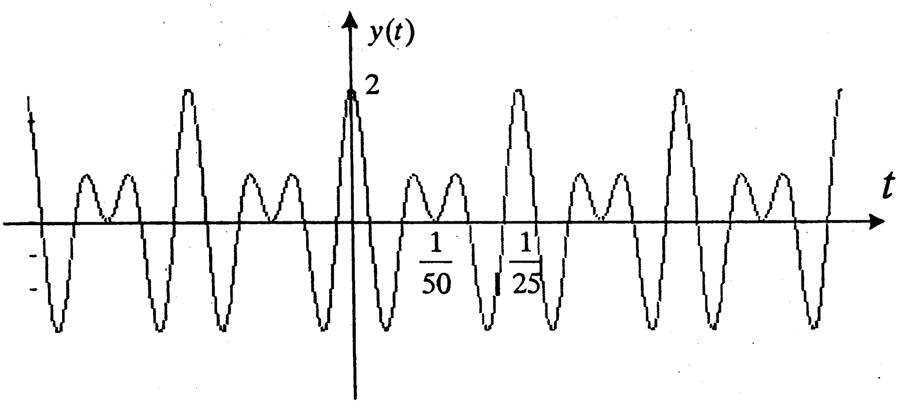




$y(t)=\cos(2\pi\times150t)+\cos(2\pi\times100t)$（4 分）

$y(t)=2\cos(2\pi\times25t)\cos(2\pi\times125t)$

为一单频 AM 波。其周期为$\frac{1}{25}$（秒）。（2 分）其粗略图形如下（3 分）。



注意：思路正确，但计算错误酌情扣分。

试题八、（共 15 分）解

（1） $\phi_{xx}(t)=x(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)h(t-\tau)d\tau$

$$\phi_{xx}(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)x(t+\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{\infty}x(\lambda-t)x(\lambda)d\lambda$$

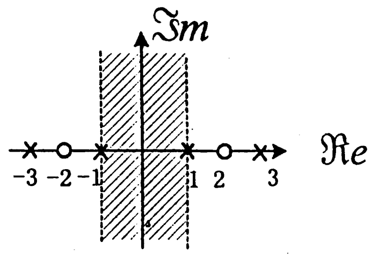
对比两式，得：$h(t)=x(-t)$。即 $\phi_{xx}(t)=x(t)*x(-t)$。（3 分）

（2）由时域反折、卷积性质，得：

$\Phi_{xx}(s)=X(s)X(-s)$（2 分）

$\Phi_{xx}(j\omega)=X(j\omega)X(-j\omega)=|X(j\omega)|^2$（2 分）

（3）



（3 分）

（4） $x(t)=e^{-2t}u(t)$， $X(s)=\dfrac{1}{s+2},\mathrm{Re}(s)>-2$， $X(-s)=\dfrac{1}{-s+2},\mathrm{Re}(s)<2$

$\Phi_{xx}(s)=X(s)X(-s)=\dfrac{-1}{(s+2)(s-2)},-2<\mathrm{Re}(s)<2$

$=\dfrac{1/4}{s+2}+\dfrac{-1/4}{s-2},-2<\mathrm{Re}(s)<2$

$\phi_{xx}(t)=\dfrac{1}{4}e^{-2t}u(t)+\dfrac{1}{4}e^{2t}u(-t)=\dfrac{1}{4}e^{-2|t|}$。

（5 分）

试题九、（共 15 分）解

(1) 利用时移、反折性质，得：

$h[-n] \xleftrightarrow{ZT} H(z^{-1})$，$h[N-n] \xleftrightarrow{ZT} z^{-N}H(z^{-1})$，

因为 $h[n]=h[N-n]$，$H(z)=z^{-N}H(z^{-1})$。

（4 分）

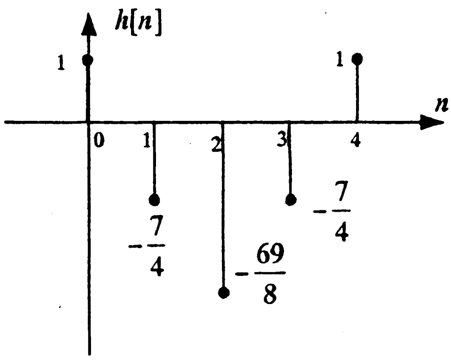
（2）　由（1）的结论，知：若$H(z_i)=0$，则$H(z_i^{-1})=0$。即z_i, z_i^{-1}必然同为$H(z)$的 零点。

若已知$H(z)=(1+2z^{-1})(1-\frac{1}{4}z^{-1})(1-az^{-1})(1-bz^{-1})$，即-2，1/4 为$H(z)$的零点，则必然-1/2，4 同为$H(z)$的 零点。

$a=-1/2$，b=4。或$b=-1/2$，a=4。（3 分）

展开 $H(z)=1-\frac{7}{4}z^{-1}-\frac{69}{8}z^{-2}-\frac{7}{4}z^{-3}+z^{-4}$（2 分）

（图形 2 分）



（3）因为$h[n]$是因果实序列，所以$c=-e^{-j\frac{\pi}{4}}$。

$h[n]$的 DTFT 变换$H(e^{j\omega})$在$\omega=0$处的数值

$H(e^{j0})=H(1)=(1+e^{j\frac{\pi}{4}})(1+1)(1+e^{-j\frac{\pi}{4}})=2(2+\sqrt{2})$。（2 分）

$h[n]$的 DTFT 变换$H(e^{j\omega})$在$\omega=\pi$处的数值

$$H(e^{j\pi}) = H(-1) = (1+e^{j\frac{\pi}{4}})(1-1)(1-e^{j\frac{\pi}{4}}) = 0$$ 。（2 分）

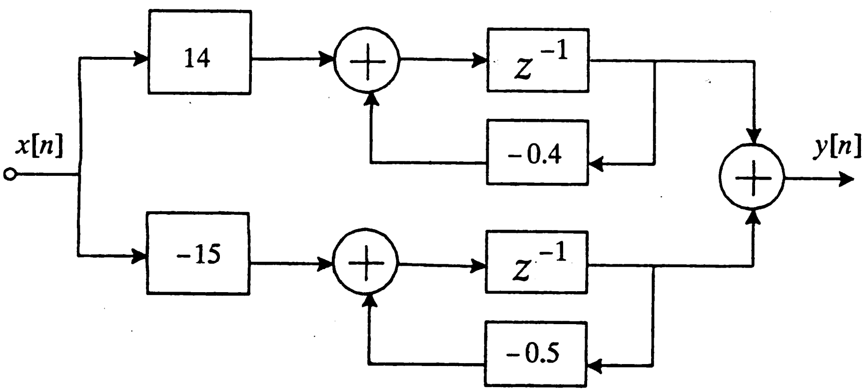
注意：思路正确，但计算错误给 7-9 分。

试题十、（共 15 分）解

$$H(z) = \frac{z^{-1}+z^{-2}}{1+0.9z^{-1}+z^{-2}} = \frac{z+1}{(z+0.5)(z+0.4)}$$ （3 分）

（1）部分分式展开，得：

$H(z) = \dfrac{-15}{z+0.5} + \dfrac{14}{z+0.4}$，正确的方框图（3 分）



（2）系统的单位冲激响应$h[n] = -15(-0.5)^{n-1}u[n-1] + 14(-0.4)^{n-1}u[n-1]$

（3 分）

该系统是稳定的。（2 分）

（3）当 $x[n]=\cos(\pi n)=(-1)^n, -\infty<n<\infty$ 时，系统的零状态响应

$y[n]=H(-1)(-1)^n=0$。（4 分）

注意：思路正确，但计算错误给 7-9 分。