

摘 要

本文介绍了光纤通信的发展史、系统组成、发展趋势和光在光纤中传输的基础理论, 然后根据 MNLS 方程, 采用变分法, 推导出在一般情况、无微扰、小损耗微扰、高阶色散微扰、五阶非线性微扰、耦合相互作用微扰等六种不同情况下类明孤子脉冲各参数(振幅 A 、脉宽 a 、啁啾 b 、频率 ω 、中心位置 ξ 、相位 ϕ) 随传输距离 Z 的演化方程组; 讨论了各参数随传输距离 Z 的演化特性, 得到了无微扰、小损耗微扰、高阶色散微扰、五阶非线性微扰四种作用下的各参数的解析解并作出了脉宽随距离演化的曲线和脉宽-啁啾曲线, 并得到以下结论:

(1) 各种情况下, 类明孤子脉冲的初始啁啾对各参数的演化均有影响, 它使脉冲的脉宽展宽, 使 b 、 ω 、 ϕ 非线性形漂移;

(2) 小损耗微扰影响孤子相位随距离的演化关系, 它导致孤子峰值功率的衰减;

(3) 高阶色散微扰对脉宽有展宽作用, 而且加剧 b 、 ω 、 ϕ 的非线性形漂移;

(4) 五阶非线性对脉宽有压缩作用, 加剧 b 、 ω 、 ϕ 的非线性形漂移;

(5) 耦合相互作用微扰产生的啁啾与高阶色散微扰作用的情况相似, 对振幅、脉宽、频率、中心位置、相位的演化规律都有直接的影响, 而且破坏了类明孤子脉冲的绝热特性;

(6) 初始啁啾对脉宽的影响比高阶色散微扰和五阶非线性微扰对脉宽的影响更为严重, 为确保类明孤子脉冲的高质量传输, 人们必须采用初始啁啾小的类明孤子脉冲源和恰当非线性和色散的光纤。

关键词: 类明孤子脉冲, MNLS 方程, 微扰, 小损耗, 啁啾, 高阶色散, 五阶非线性, 耦合相互作用

ABSTRACT

This paper firstly makes a brief introduction to the origin, current research and prospect of optical fiber communication and the theory of laser transmit in fibers. By using the method of variational principle it deduces the evolution equations for the parameters [amplitude(A), frequency band width(a), chirp(b), frequency(ω), center position(ξ), phase(ϕ)] of bright-soliton-like pulses in common situation, in situation of without perturbation, small dielectric loss, higher-order dispersion, the fifth-order nonlinear and couple-interaction. Based on these equations it discusses the evolution of the parameters when distance change, gets the curves of relationship between frequency band width and distance, between chirp and frequency band width in the situation of without perturbation, higher -order dispersion and the fifth-order nonlinearity.

The conclusions are:

(1) The effects of initial chirp exist in all cases while bright-soliton-like pulses transmitting in fibers;

(2) The small dielectric loss affects the evolution of phase to distance, it led to the decrease of power of bright-soliton-like Pulses;

(3) Higher-order dispersion widens the width of bright-soliton-like pulses, aggravates the nonlinear shift of chirp, frequency and phase;

(4) The fifth-order nonlinearity compresses the width of bright-soliton-like pulses, aggravates the nonlinear shift of chirp, frequency and phase;

(5) The coupled interaction spoils the properties of evolution of amplitude, frequency band width, chirp, frequency, center position and phase;

(6) The initial chirp has a greater adverse effect than higher-order dispersion and the fifth-order nonlinearity. In order to guarantee bright-soliton-like pulses being transferred efficiently the good source of bright-soliton-like pulses and good optical fibers should be made.

Keywords: bright-soliton-like pulses; MNLS equation; perturbation; chirp; small dielectric loss; higher-order dispersion; fifth-order nonlinearity; coupled interaction

第 1 章 引 言

通信技术的发展历史悠久，而近代通信技术则是始于十九世纪，它可分为电通信和光通信两大类。通信技术的发展过程中，人们围绕增加信息传输的速率和距离，提高系统的有效性、可靠性和经济性做了许多工作并取得瞩目的成就。光通信技术是当代通信技术发展的最新成就，已成为现代通信的基石。目前广泛使用的光通信方式是利用光导纤维来传输光波信号，这种通信方式称为光纤通信。

1.1 光纤通信的发展史

近代光通信的雏形可追溯到 1880 年 Bell 发明的光电话，他利用太阳光作为光源，硒晶体作为光接受检测器件，通过 200m 的大气空间成功地传送了语音信号，但由于缺乏合适的光源加上严重的大气衰减，这种大气光电话没有得到充分的发展。

1960 年第一台红宝石激光器的发明解决了光源的问题，随后人们的注意力集中到寻找用激光进行通信的途径。1966 年，英籍华人高锟博士首先提出光纤可能作为导光与光信号传输的有效手段，因为它能象铜线传导电子那样导光。实现光纤通信的主要困难在于光纤的高损耗，因为 20 世纪 60 年代可能得

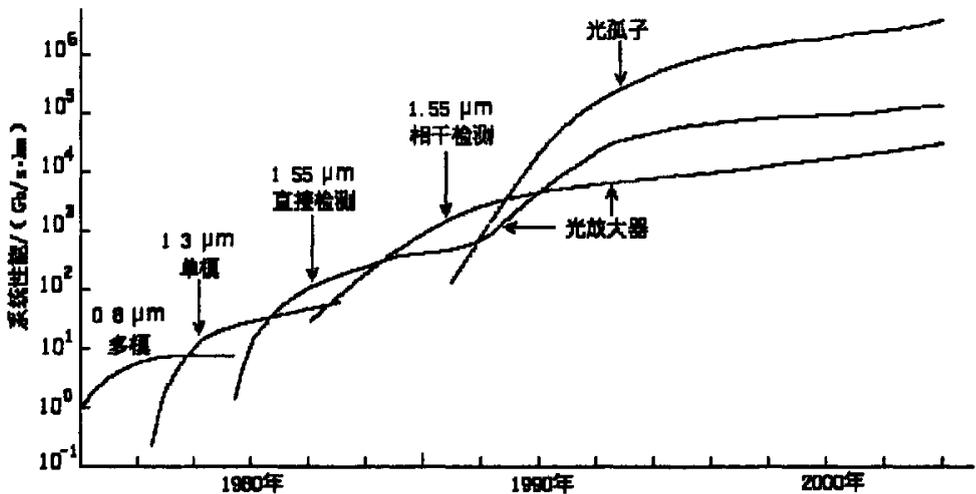


图 1-1-1 光波通信技术的进展

到的光纤损耗超过 1000dB/km。1970 年，美国康宁玻璃公司首次拉制出第一

根可实用的光纤，它在 $1\mu\text{m}$ 附近波长区光纤损耗降低到约 20dB/km ，几乎同时研究成功了室温下运行的 GaAs 激光器。由于小型光源和低损耗光纤的同时问世，全世界范围内掀起了发展光纤通信的高潮。在不到 20 年的时间里，光纤通信的比特率-距离积增加了几个数量级，在技术上经历了各具特色的 5 个发展阶段^[1]（或五代光波通信系统）。图 1-1-1 展示了自 1974 年后光波通信系统性能的变化，曲线显示了五代光纤通信系统比特率-距离积随年代的增长概况。

经过大量研究工作和现场实验后，第一代光波系统于 1978 年正式投入商业应用，其比特率在 $20\sim 100\text{Mb/s}$ 之间，最大中继间距约 10km ，最大通信容量(BL)约 $500\text{Mb/s}\cdot\text{km}$ 。与同轴电缆系统相比，它的中继间距长，投资和维护费用低，具有很大的优越性。

1970 年人们就认识到，使光波系统工作于 $1.3\mu\text{m}$ 时，光纤损耗小于 1.0dB/km ，而且具有最低色散，可大大增加中继距离，这推动了全世界努力发展 $1.3\mu\text{m}$ 的 InGaAs 半导体激光器和检测器。1977 年研制出了这种激光器。接着在 20 世纪 80 年代初，采用多模光纤的第二代光波传输系统问世，但由于多模光纤模间色散，该系统的比特率被限制在 100Mb/s 以下。采用单模光纤可以克服这种限制，1987 年单模光纤第二代光波系统开始投入商业运营，其比特率高达 1.7Gb/s ，中继距离约 50km 。

第二代光波系统中继距离受到 $1.3\mu\text{m}$ 附近光纤损耗限制。理论研究发现，石英光纤最低损耗在 $1.55\mu\text{m}$ 附近，但由于 $1.55\mu\text{m}$ 处的相对较高色散及当时多纵模同时振荡的常规 InGaAs 半导体激光器的频谱展宽问题尚未解决，推迟了第三代光波系统的问世。1990 年，采用具有最小损耗和接近零色散的色散位移光纤(DSF)与单纵模激光器相配合，使得工作于 $1.55\mu\text{m}$ 比特率达 2.4Gb/s 的第三代光波传输系统正式提供通信商业服务。通过精心设计激光器和光接受机，第三代光波传输系统的比特率可超过 10Gb/s ，中继距离超过 100km 。

第四代光波系统以采用光放大器增加中继距离和采用频分和波分复用与增加比特率为特征，这种系统有时采用零差和外差方案，称为相干光波通信系统，该系统于 20 世纪 80 年代在全世界得到了发展。20 世纪 90 年代初，光纤放大器的问世引起了光纤通信领域的重大变革。

第五代光波通信系统的研究与发展也经历了近 20 年历程，已取得突破性进展。它基于光纤非线性压缩抵消光纤色散展宽产生光孤子的新概念，实现了光脉冲信号保形传输，虽然这种基本思想 1973 年就已提出，但直到 1988 年才

由贝尔(Bell)实验室采用受激喇曼散射增益补偿光纤损耗,将数据传输了4000km,次年又将传输距离延长到6000km。掺铒光纤放大器(EDFA)用于光子放大开始于1989年,它在工程实践中有很多优点。自那以后,国际上一些著名实验室纷纷开始验证光孤子通信作为高速长距离通信的巨大潜力。1990-1992年在美国与英国的实验室,采用循环回路曾将2.5与5Gb/s的数据传输 10^4 km以上。日本的实验室则将10Gb/s的数据传输了 10^6 km。1995年,法国的实验室则将20Gb/s的数据传输了 10^6 km,中继距离达140km。1995年线形试验也将20Gb/s的数据传输了8100km,40Gb/s传输5000km。线形光子系统的现场试验也在日本东京周围的城域网中进行,分别将10Gb/s与20Gb/s的数据传输了2500km与1000km。1994年和1995年80Gb/s和160Gb/s的高速数据也分别传输了500km和200km。

光波通信的发展至今不到40年,但其进展之快,对通信技术影响之大,始所未料,目前新的理论与技术研究和开展工作正在如火如荼地继续进行。

1.2 光孤子通信的研究现状及展望

1.2.1 孤子概念的提出

孤子的发现及概念的提出可追溯到1834年,当时英国的造船工程师Scott Russell观察到一种水波不变形稳定传播的现象^[2]。1844年,Russell在不列颠科学发展年会上发表了观察结果。

1895年,两名年轻的荷兰科学家Korteweg和de Vries在研究浅水波时导出了著名的KdV方程^[3],即

$$\mu_t + c\left(1 + \frac{3\mu}{2h}\right)\mu_x + r\mu_{xxx} = 0, \quad (1-2-1)$$

其中 $\mu(x,t)$ 代表深为 h 的水道中水波偏离水平面的位移; c 是水波的速度(在波动很小而波长很大时 μ/h 和三阶微商可忽略);最后一项描述波的色散,因为该项依赖三阶微商所以称为高阶色散。Russell观察到的不变形水波即为此方程的解。这类波由于波速与振幅有关,它们能够发生碰撞,振幅较大的波比振幅较小的波跑得快因而可以追上并超过它。

光学中的首例孤子与自感透明有关,这种效应在60年代由Erwin Hahn和Sam Mccall首先详细研究。一个光脉冲通过二能级吸收介质,如果介质的驰豫时间比脉冲长得多,此脉冲就可以无净吸收地冲前沿被通过。脉反转介质吸收,

在跃迁回基态的过程中, 介质吸收的能量又辐射出来, 于是光脉冲的能量又得以恢复。接着, 前苏联的 Zakharov 和 Shabat 证明, 描述光波在光纤中传播的非线性薛定谔方程 (NLSE) 存在有可以用逆散射法得到的孤子解^[4]。此方程为

$$\mu_z = -i \frac{k''}{2} \mu + ik |\mu|^2 \mu. \quad (1-2-2)$$

将此应用于光纤光学模式, 可描述电场包络 $u(z, t)$ 的峰值振幅在以群速运动的坐标系中的传播过程。实际光场形式是 $u(z, t) \exp[-i(\omega_0 t - \beta_0 z)]$, 其中 ω_0 为载波频率, β_0 是圆频率为 ω_0 波的波数。上式右边第一项给出因群速色散引起的波的相移, 这便是二阶微商项, 其系数 $k'' = \frac{d^2 k}{d\omega^2}$ 表示群速与频率有关。另外一项称为克尔效应, 其相移依赖于光强, 并与系数 k 成正比。后来人们把具有以下性质的非线性方程的解称为孤子解^[5]:

- (1) 解具有行波特性;
- (2) 波只分布在定域内;
- (3) 孤子间的相互作用为弹性碰撞;
- (4) 随着时间的演变, 其形状不变或呈周期变化特性。

1.2.2 光孤子通信的研究现状及展望

1973 年, A. Hasegawa 和 F.Tappert 首次从理论上指出, 在光纤的反常色散区能够形成光孤子^[6]。1980 年, 美国贝尔实验室的 L.F.Mollenauer 等人从实验上证实了光孤子的存在^[7]。这类孤子实际上就是时间光孤子, 可以由下式来描述:

$$i\mu_z = -\frac{1}{2} \alpha \mu + \frac{1}{2} \beta_2 \mu_{TT} - \gamma |\mu|^2 \mu, \quad (1-2-3)$$

式中 $\mu(z, t)$ 为孤子脉冲包络振幅, $T = t - z/v_g$ 为以群速 v_g 运动的坐标系中的时间, 右边第一项描述光纤的线性损耗, 第二项描述光纤的群速色散 (GVD), 第三项描述光纤的自相位调制 (SPM) 效应。时间光孤子的发现掀起了光孤子理论和实验研究的热潮。1984 年 Mollenauer 等人又成功地研制出了色心孤子激光器^[8], 1991 年 Smith 等人研制成功全光纤集成的掺铒光孤子激光器^[9], 同年 Mollenauer 等人利用周期掺铒光纤实现了 12000 km 的光孤子传输^[10]。在我国, 北京邮电大学的光孤子实验室也很早就展开了对时间光孤子的研究, 清华大学、东南大学、中国科技大学、上海交通大学、华南师范大学、西安光机所等单位也积极地展开了对时间光孤子的研究。

空间光孤子的研究高潮的出现稍晚一些。1964年, R.Y.Chiao 等人就开展了对自聚焦方面的研究^[11], 但直到 1972 年 Zakharov 和 Shabat 给出了非线性薛定谔方程 (NLSE) 的孤子理论人们才认识自聚焦其实就是一种空间亮孤子。忽略介质损耗, 空间光孤子传播的 NLSE 的方程为:

$$\partial \varepsilon / \partial \xi + \partial^2 \varepsilon / \partial \zeta^2 - 2|\varepsilon|^2 \varepsilon = 0, \quad (1-2-4)$$

式中 $\varepsilon = E/E_0$ 为归一化场振幅, $\xi = Z/Z_0$ 为归一化纵坐标, $\zeta = X/X_0$ 为归一化横坐标, E_0 为场最大振幅, $Z = 2n_0 / (\beta \cdot |n_2| \cdot |E_0|^2)$ 为孤子传播的特征尺度, $X_0 = n_0^{1/2} / (\beta \cdot |n_2|^{1/2} \cdot |E_0|)$ 为孤子宽度的特征尺度, n_0 为线性折射率, β 为光在介质中的传播常数, n_2 为非线性折射率。亮空间孤子的光场能量主要集中在空间的一个窄域内, 亮空间孤子可以存在于自聚焦的 Kerr 型非线性光学介质中, 在光强的传播过程中表现出光束横向尺度的不扩散性, 即衍射与自聚焦平衡。1985 年, A.Barthelemy 等人第一次从空间孤子的角度出发, 用实验证明了在 Kerr 型介质中光束的衍射效应与自聚焦效应可以平衡, 光束可以无发散地以亮空间孤子的形式传播^[12], 从而掀起了亮空间孤子的研究热潮。1988 年 S.Maneuf 等人在 KDP 晶体中观察到基阶、二阶、三阶亮空间孤子^[13], 1993 年, G.C.Duree 等人在光折变晶体中观察到亮空间孤子。对亮空间孤子的研究主要集中在光折变晶体中的孤子现象, 近几年光折变空间孤子的研究一直是科学研究的热点及前沿, 已发现的光折变空间孤子主要有三种, 即屏蔽孤子、准稳态孤子和光伏孤子。准稳态孤子是最早发现的光折变空间孤子, 1992 年, Segev 等就从理论上预言了光波各平面分量的二波耦合效应与衍射效应相抵消的准稳态亮孤子, 其后不久余卫龙等首次发现并报道了不需外加电场的全光准稳态孤子、全光双准稳态孤子的实验结果, 这种新的准稳态孤子有明显的全光开关效应。光伏孤子的研究始于 1994 年, Valley 等首先对光伏暗孤子作了理论上的分析, 1995 年 Taya 等在实验上观察到暗孤子^[14], 1999 年他们利用暗孤子在光伏晶体中实现了 Y 形连接, 为通信应用作好了准备。光伏亮孤子的理论很早就已给出, 1999 年余卫龙等首次实验观察到二维光伏亮孤子^[16], 刘克松和卢克清理论分析证明, 在光伏晶体外加电场可以形成屏蔽孤子, 随后侯春风等作出了非相干耦合屏蔽光伏孤子的理论。我国山东大学晶体研究所和西安光机所都积极投入这方面的研究, 这个领域的研究无疑将有力地推动光信息的发展。

1987 年, Pierre Andre Bedanger 和 Pierce Mathieu 第一次从自聚焦的 Kerr

型非线性介质中光场的 NLSE 方程出发,证明了在自聚焦的 Kerr 型介质中可能存在 TE 模线偏振的 (1+1) 维暗空间孤子^[16]。1991 年, G.A.Swartzland 等人在 Na 蒸汽中用连续激光第一次观察到了以暗带和暗网格形式存在的 (1+1) 维暗空间孤子,通过对暗空间光孤子的远场、近场衍射图案进行数值模拟,强有力地证明了所观察到的暗结构确是暗空间光孤子现象。能够观察到暗空间光孤子的介质还有半导体材料 ZnSe、叶绿素丙酮溶液、视紫红酯等。暗空间光孤子理论的发展更为迅速, H.T.Tran 采用线性分析的方法分析了 (1+1) 维暗空间孤子的稳定性; G.S.Medonald 等用数值计算方法分析了 (1+1) 维暗空间孤子的三维稳定性,并发现了(1+1)维暗空间孤子向相位奇点演变的现象; Yijiang Chen 分析了介质吸收和增益对 TE 模暗空间孤子的影响, Wieslaw Krolikons 则考虑了饱和非线性对暗空间孤子的影响。在我国,哈尔滨工业大学的研究小组细致地研究了 C₆₀ 甲苯溶液中的暗空间光孤子现象,上海交通大学的研究小组则成功地在染料中观察到了暗空间孤子,中国科技大学的研究小组用量子光学方法计算了暗空间孤子的态函数。

时间光孤子的应用主要在于全光通信技术,其核心是孤子的传输和激光器的研制。空间光孤子的应用主要在于全光的光子器件,如可控的柔性波导, X、Y 方向耦合器,光开关,光放大器和光束扫描器等。

1.3 本论文的主要工作

在光纤孤子通信系统中,由于光孤子激光器产生的光孤子脉冲都具有初始啁啾,这种孤子源频率上的啁啾使光孤子脉冲传输过程中加剧色散展宽作用,使光孤子质量恶化,同时光纤中一些微扰的存在也导致光孤子脉冲传输过程中质量恶化,这些因素使得光纤输出的不是理想的光孤子。

本文所做的工作是:从含修正项的非线性薛定谔方程出发,采用变分法,导出了相应的类明孤子脉冲参数随传输距离的演化方程组,在此基础上,求出了脉冲的中心位置、频率、脉宽等参量的解析解。研究了含修正项的一般式、无微扰、小损耗、高阶色散、五阶非线性微扰、耦合光纤相互作用等情况下光纤中类明孤子脉冲的传输特性。通过数值计算和图象的描述与分析,着重讨论了无微扰、高阶色散微扰、五阶非线性微扰三种情况下,初始啁啾对脉宽 a 的影响及高阶色散系数 β 和五阶非线性微扰系数对脉宽的影响。研究结果表明:各种情况下,类明孤子脉冲的初始啁啾对各参数的演化均有影响,它使脉

冲的脉宽展宽，使啁啾 b 、频率 ω 、相位 ϕ 非线性漂移；高阶色散微扰对脉宽有展宽作用，而且加剧啁啾 b 、频率 ω 、相位 ϕ 的非线性漂移；五阶非线性对脉宽有压缩作用，加剧啁啾 b 、频率 ω 、相位 ϕ 的非线性漂移；耦合相互作用微扰产生的啁啾与高阶色散微扰作用的情况相似，对振幅 A 、脉宽 a 、频率 ω 、中心位置 ξ 、相位 ϕ 的演化规律都有直接的影响，而且破坏了类明孤子脉冲的绝热特性；初始啁啾对脉宽的影响比高阶色散微扰和五阶非线性微扰对脉宽的影响更为严重，为确保类明孤子脉冲的高质量传输，我们必须改善光孤子源的质量，减小光纤的损耗，改善光纤的色散特性和非线性特性，将影响孤子传输的不利因素控制在尽量小的范围内。

第 2 章 光纤传输的理论基础

2.1 光纤的特性

光纤是光导纤维的简称，它是工作在光波波段的一种介质波导，通常是圆柱形。它把以光的形式出现的电磁波能量通过全反射约束在其界面内，并引导光波沿着光纤轴线的方向前进。光纤的基本结构是两层圆柱状媒质，内层为纤芯，外层为包层；纤芯的折射率 n_1 比包层折射率 n_2 稍大，当满足一定的入射条件时，光波就能沿着纤芯向前传播。图 2-1-1 是单根光纤结构图。实际的光纤在包层外还有一层保护层，用途是保护光纤免受环境污染和机械损伤，有的光纤结构还更复杂以满足不同的使用要求。



图2-1-1 单根光纤结构简图

光波在光纤中传输时，由于纤芯边界的限制，其电磁场解是不连续的，这种不连续的场解称为模式。光纤分类的方法有多种，按传输的模式数量可分为单模光纤和多模光纤；按纤芯折射率分布的方式可分为阶跃折射率光纤和梯度折射率光纤；按传输的偏振态单模光纤可分为非偏振保持光纤（简称非保偏光纤）和偏振保持光纤（简称保偏光纤）。

在光纤通信、光纤传感、光纤非线性效应的研究中，光纤的损耗、色散、偏振都是十分重要的特性参量。由于存在损耗，在光纤中信号的能量将不断衰减，为了实现长距离光通信和光传输，就必须在一定距离建立中继站，把衰减了的信号反复增强。损耗决定了光信号在被增强之前可传输的最大距离。但是两个中继站可允许的距离不仅由光纤的损耗决定，而且还受色散的限制。在光纤中，脉冲色散越小，它所携带的信息容量就越大。另外，一般单模光纤不能传输偏振光，为此需要采用保偏光纤，所以对于光纤通信、光纤传感、光纤非线性效应的研究中都需要了解光纤的偏振特性、保偏、消偏和偏振控制的方法。

2.1.1 光纤的损耗特性

在一般情况下，光纤内光功率的衰减为

$$\frac{dP}{dz} = -aP, \quad (2-1-1)$$

式中 P 为光功率， z 是传输距离， a 为衰减常数，它是由各种因素造成的功率

损耗引起的。

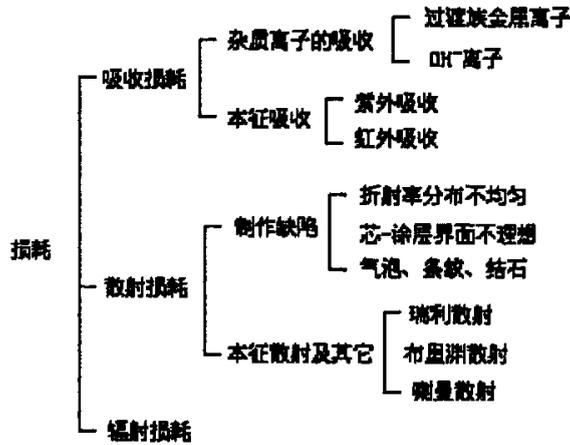
对式 (2-1-1) 积分, 得

$$P_{out} = P_{in} e^{-\alpha L}, \quad (2-1-2)$$

其中 P_{out} 为输出端光功率, P_{in} 为输入端光功率, 通常 α 表示为以 dB/km 为单位的形式:

$$\alpha = -\frac{10}{L} \lg\left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right). \quad (2-1-3)$$

光纤的损耗分类如下图所示:



光纤的损耗主要由材料的吸收损耗和散射损耗决定。

2.1.2 光纤的色散特性

信号在光纤中是由不同的频率成分和不同模式成分携带的, 这些不同的频率成分和模式成分有不同的传播速度, 从而引起色散, 也就是光脉冲在通过光纤传播期间, 其波形在时间上发生了展宽, 这种现象就称为色散^[17, 18]。输入的光脉冲在传播过程中被展宽了就容易产生码间干扰, 增大误码率, 这样就会限制通信容量。

引起光纤色散的原因很多, 由于信号不是单一频率而引起的色散有材料色散和波导色散, 由于信号不是单一模式引起的色散称为模式色散。

色散的程度用时延差表示, 时延差越大, 色散越严重。

(1) 材料色散 它是由于材料折射率随光波长非线性变化引起的变化。

由于折射率 $n = n(\lambda)$, 故

$$\beta = \frac{2\pi n(\lambda)}{\lambda}, \quad (2-1-4)$$

进而可得

$$D_m = \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{1}{v_g} \right) = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2}, \quad (2-1-5)$$

$$\Delta\tau_m = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \Delta\lambda, \quad (2-1-6)$$

式中 β 为电磁波的相位常数, c 为真空中光速, λ 为光的波长, D_m 为材料色散系数, $\Delta\tau_m$ 为材料色散引起的单位长度的时延差。对于 SiO_2 , 在 $\lambda_0 = 1.27 \mu\text{m}$ 时时延差最小, 这个波长称为材料的零色散波长。

(2) 波导色散 在不同的频率下, 相位常数 β 不同引起的色散叫波导色散。

对于多模光纤, 波导色散比材料色散小得多, 通常可以忽略不计。但对于单模光纤, 波导色散则不能忽略。

由于波导色散引起的色散系数和时延差为:

$$D_w = -\frac{n_2 \Delta}{c\lambda} V \frac{d^2(Vb)}{dV^2}, \quad (2-1-7)$$

$$\Delta\tau_w = -\frac{n_2 \Delta}{c\lambda} V \frac{d^2(Vb)}{dV^2} \Delta\lambda. \quad (2-1-8)$$

式中 V 为归一化频率, b 为归一化传播常数, Δ 为相对折射率指数差。

(3) 模式色散 模式色散是指光纤不同模式的群速不同而引起的色散。

模式色散可以用光纤中传输的最高模式与最低模式之间的时延差来表示。多模光纤的折射率分布不同时, 其色散特性不同。多模阶跃型光纤的色散和相对折射率指数差 Δ 有关, 弱导波光纤的折射率指数差很小, 因此使用弱导波光纤可以减小模式色散。对于纤芯折射指数呈渐变的多模光纤, 当折射指数分布不同时, 其色散特性不同。多模渐变型光纤的模式群的时延差不同, 最大模式群与 $p=0$ 的模式群之间的时延差用 $\Delta\tau_{p\max}$ 表示

$$\Delta\tau_{p\max} = \begin{cases} \frac{N\Delta^2}{2c} & \alpha = 2 \\ \frac{N\Delta}{c} \frac{\alpha-2}{\alpha+2} & \alpha \neq 2 \end{cases} \quad (2-1-9)$$

式中 $N = \frac{d\beta}{dk} = n + k_0 \frac{dn}{dk_0}$ 为材料的群指数, α 为表征折射率按指数规律变化的系数。

由式 (2-1-9) 可知, $\alpha = 2$ 的平方律型指数分布光纤模式色散最小, 折射率分布即是最佳折射指数分布形式。

2.2 线性光纤传输的光线理论与模式理论

分析光波在光纤中的传播特性有两种基本方法: 几何光学方法和波动光学方法。

几何光学方法 (即光线理论) 可以直观定性描绘光线在光纤中的传输特性^[19]。

2.2.1 均匀折射率光纤传输的光线理论

通过光纤中心轴的任何平面都称为子午面, 位于子午面内的光线则称为子午光线。如图 2-2-1, n 为介质折射率, 在均匀折射率光纤里, 要使光能完全限制在光纤内传输, 应使光线在纤芯-包层分界面上的入射角 ψ 大于 (至少等于) 临界角 ψ_0 , 即

$$\sin \psi_0 = \frac{n_2}{n_1}, \quad \psi \geq \psi_0 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right),$$

$$\text{也即 } \sin \theta \leq \sin \theta_0 = \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}.$$

由图 2-2-1 中的几何关系, 可得长度为 L 的光纤中, 其总光路的长度 S' 和总反射次数 η' 分别为

$$S' = \frac{L}{\cos \theta}, \quad (2-2-1)$$

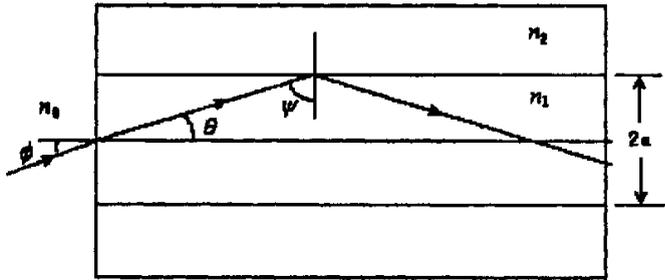


图 2-2-1 子午光线的全反射

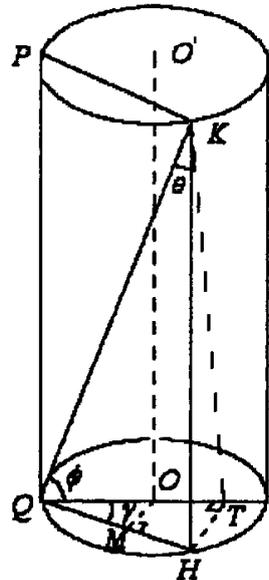


图 2-2-2 斜光线的全反射光路

$$\eta' = \frac{L \tan \theta}{2a} \quad (2-2-2)$$

对于不在子午面内的斜光线，其光路轨迹是空间螺旋折线，如图 2-2-2 可得出斜光线的全反射条件为

$$\cos \gamma \sin \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

再利用折射定律，可得光纤中传播的斜光线应满足如下条件：

$$\sin \phi \cos \gamma \leq \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0} \quad (2-2-3)$$

单位长度的光纤斜光线的光路长度 $S_{\text{斜}}$ 和总反射次数 $\eta_{\text{斜}}$ 分别为

$$S_{\text{斜}} = \frac{1}{\cos \theta} = S_{\text{子}}, \quad (2-2-4)$$

$$\eta_{\text{斜}} = \frac{\tan \theta}{2a \cos \gamma} = \frac{\eta_{\text{子}}}{\cos \gamma} \quad (2-2-5)$$

2.2.2 变折射率光纤的光线理论

对于实际的光纤，在光纤的芯-皮分界面上和纤芯中心部分，其折射率总存在梯度变化，当这种折射率变化区大于入射光波长时必须用变折射率光纤的模型来分析其传输模式，另外光纤所具有的色散也需用变折射率光纤模型来处理。把光的波长看作无限小，利用麦克斯韦方程组可求得变折射率光纤中光的传输方程即色散方程

$$\left| \begin{array}{cc} \nabla[k_0 \phi(\vec{r})] \times & -\omega \mu \\ \omega \varepsilon & \nabla[k_0 \phi(\vec{r})] \times \end{array} \right| = 0 \quad (2-2-6)$$

式中 $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ ，对于各向同性的介质， ε, μ 一般是 r 的函数，式 (2-2-6) 简化为

$$|\nabla[k_0 \phi(\vec{r})]|^2 = k^2(\vec{r}) \quad (2-2-7)$$

利用色散方程可推导光线的微分方程即光线方程。设光波在各向同性媒质中传

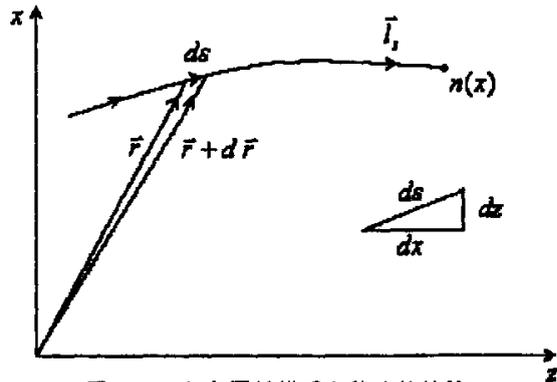


图 2-2-3 各向同性媒质中的光线轨迹

播, 光线形状如图 2-2-3 所示, \vec{r} 代表光线上某一点的坐标, $d\vec{r}$ 和 \vec{k} 同方向, ds 为沿光线方向的弧元, 引入单位矢量 $\vec{l}_s = d\vec{r}/ds$, \vec{l}_s 与 \vec{E} 和 \vec{H} 正交, 这时式 (2-2-7) 可写成

$$\nabla\phi(\vec{r}) = \vec{l}_s n(\vec{r}), \quad (2-2-8)$$

因此

$$\frac{d\phi(\vec{r})}{ds} = \vec{l}_s \cdot \nabla\phi(\vec{r}) = n(\vec{r}). \quad (2-2-9)$$

把式 (2-2-8) 对 s 求导, 有

$$\frac{d}{ds} \left[n(\vec{r}) \frac{d\vec{r}}{ds} \right] = \nabla n(\vec{r}). \quad (2-2-10)$$

上式一般被称为光线方程。

在理想情况下, 变折射率光纤中的折射率分布为轴对称, 折射率分布随离轴距离的增加不断改变, 其一般形式是

$$n^2(r) = n^2(0) \left[1 - \frac{n^2(0) - n^2(a)}{n^2(0)} \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right], \quad (2-2-11)$$

式中 a 为纤芯半径; $n(0)$ 是光纤轴上的折射率; $n(r)$ 为离轴距离 r 处的折射率。

采用柱坐标, 取光纤轴为 z , 式 (2-2-10) 的径向、轴向和圆周分量分别为

$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{dr}{ds} \right) - nr \left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 = \frac{dn}{dr}, \quad (2-2-12)$$

$$n \frac{dr}{ds} \frac{d\phi}{ds} + \frac{d}{ds} \left(nr \frac{d\phi}{ds} \right) = 0, \quad (2-2-13)$$

$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{dz}{ds} \right) = 0. \quad (2-2-14)$$

如图 2-2-4, 当一条光线从折射率为 n_0 的自由空间入射到光纤的端面 $z=0$,

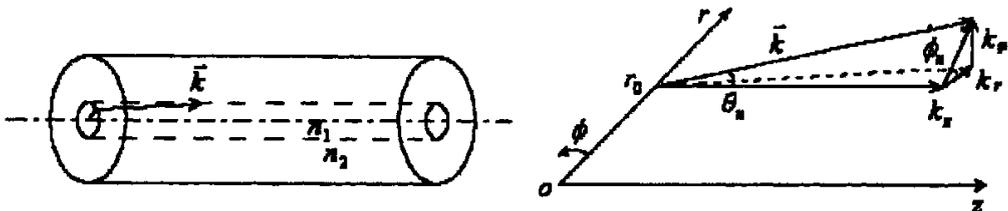


图 2-2-4 光纤端面处光的波矢及其分量

$r=r_0$, $\phi=\phi_0$ 处, 入射角为 θ_0 , 入射平面和过光纤轴线的参考平面的夹

角是 $\phi = \phi_0$ ，折射角为 θ_n 。根据初始条件，可求出

$$k_z = n(r_0)K \cos \theta_n, \quad (2-2-15)$$

$$k_\phi = \frac{r_0}{r} n(r)K \sin \theta_n \sin \phi_0, \quad (2-2-16)$$

$$\frac{dr}{dz} = \left[\frac{n^2(r)}{n^2(r_0) \cos^2 \theta_n} - 1 - \tan^2 \theta_n \sin^2 \phi_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2-2-17)$$

2.2.3 阶跃光纤的模式理论

对光纤传输特性更为精确的研究应采用电磁波理论即波动理论^[1]，不考虑光纤的非线性特性，并假定光纤各向同性，且不存在电流和自由电荷，由麦克斯韦方程组可得到

$$\nabla^2 \vec{E} + \nabla \left(\frac{1}{\varepsilon} \vec{E} \cdot \nabla \varepsilon \right) = \varepsilon \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (2-2-18)$$

$$\nabla^2 \vec{H} + \left(\frac{1}{\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) \times \nabla \times \vec{H} = \varepsilon \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \quad (2-2-19)$$

式中 ε 为光纤媒质的介电常数， μ_0 为磁导率。上两式为描述光波在非均匀介质中传播的基本方程，称为矢量亥姆霍兹方程。设光纤中式 (2-2-18)、(2-2-19) 的解为如下形式

$$\vec{E} = \vec{E}_0(r, \phi) \exp[j(\omega t - \beta z)], \quad (2-2-20)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0(r, \phi) \exp[j(\omega t - \beta z)]. \quad (2-2-21)$$

将 \vec{E} 、 \vec{H} 分解成横向分量和纵向分量，代入矢量亥姆霍兹方程，得

$$[\nabla_t^2 + k_0^2 n^2 - \beta^2] \vec{E}_t = -\nabla_t (\vec{E}_t \cdot \nabla_t \ln n^2), \quad (2-2-22)$$

$$[\nabla_t^2 + k_0^2 n^2 - \beta^2] \vec{H}_t = (\nabla_t \times \vec{H}_t) \times \nabla_t \ln n^2, \quad (2-2-23)$$

$$[\nabla_t^2 + k_0^2 n^2 - \beta^2] E_z = j\beta \vec{E}_t \cdot \nabla_t \ln n^2, \quad (2-2-24)$$

$$[\nabla_t^2 + k_0^2 n^2 - \beta^2] H_z = (\nabla_t H_z + j\beta \vec{H}_t) \cdot \nabla_t \ln n^2. \quad (2-2-25)$$

式 (2-2-24) 和 (2-2-25) 是标量波动方程。对于阶跃光纤，在芯区和包层中 ε 和 n 是均匀的，且对光频， $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ ，上两式变为齐次标量波动方程

$$[\nabla_t^2 + k_0^2 n^2 - \beta^2] E_z = 0, \quad (2-2-26)$$

$$[\nabla_t^2 + k_0^2 n^2 - \beta^2] H_z = 0. \quad (2-2-27)$$

对于横向场分量，可先由 (2-2-24) 和 (2-2-25) 求出场的纵向分量，再

代入式 (2-2-22) 和 (2-2-23) 求解横向场分量

$$E_r = -\frac{j}{k_0^2 n^2 - \beta^2} \left[\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} + \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{k_0}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right], \quad (2-2-28)$$

$$E_\phi = -\frac{j}{k_0^2 n^2 - \beta^2} \left[\frac{\beta}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{k_0}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} \right], \quad (2-2-29)$$

$$H_r = -\frac{j}{k_0^2 n^2 - \beta^2} \left[\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{k_0 n^2}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right], \quad (2-2-30)$$

$$H_\phi = -\frac{j}{k_0^2 n^2 - \beta^2} \left[\frac{\beta}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{k_0 n^2}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} \right]. \quad (2-2-31)$$

为求解 (2-2-24) 和 (2-2-25), 可采用分离变量法, 设场 ψ (E_z 和 H_z) 有如下形式的解

$$\psi(r, \phi) = \psi(r) \exp(jm\phi), \quad (2-2-32)$$

其中 m 为整数, 表示场沿圆周变化的周期数。

将式 (2-2-32) 代入式 (2-2-26) 可得

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \left(k_1^2 - \beta^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) \psi = 0 \quad (\text{芯区}) \quad (2-2-33)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \left(k_2^2 - \beta^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) \psi = 0 \quad (\text{包层}) \quad (2-2-34)$$

式中 $k_1^2 = \omega^2 \epsilon_1 \mu_0 = k_0^2 n_1^2$; $k_2^2 = \omega^2 \epsilon_2 \mu_0 = k_0^2 n_2^2$ 。

上两式是贝塞尔函数的微分方程, 有多种 $\psi(r)$ 与多个分立 β 的组合都可使方程成立, 每一种组合称为一个导波模式。根据芯区和包层场的性质和边界条件, 得出

$$E_z^a = A J_m(\mu r) e^{jm\phi} e^{-j(\alpha z - \beta z)} \quad (\text{芯区}) \quad (2-2-35)$$

$$E_z^b = C K_m(wr) e^{jm\phi} e^{-j(\alpha z - \beta z)} \quad (\text{包层}) \quad (2-2-36)$$

$$H_z^a = B J_m(\mu r) e^{jm\phi} e^{-j(\alpha z - \beta z)} \quad (\text{芯区}) \quad (2-2-37)$$

$$H_z^b = D K_m(wr) e^{jm\phi} e^{-j(\alpha z - \beta z)} \quad (\text{包层}) \quad (2-2-38)$$

式中 $\mu^2 = k_1^2 - \beta^2 = k_0^2 n_1^2 - \beta^2$, $w^2 = \beta^2 - k_2^2 = \beta^2 - k_0^2 n_2^2$, J_m 和 K_m 分别为第一类贝塞尔函数和第二类变型贝塞尔函数, A 、 B 、 C 、 D 为待定系数, 由入射

光场决定。将两区中求得的 E_z 和 H_z 代入式 (2-2-28) ~ (2-2-31), 即可求得电磁场的横向分量。

利用 $r = a$ 处的边界条件可得 A 、 B 、 C 、 D 满足的四个齐次方程组成的方程组, 仅当系数矩阵的行列式为零时, 方程组才有非奇异解, 这个条件提供了确定传播常数 β 的本征方程, 其形式为

$$\left(\frac{J'_m(\mu a)}{\mu J_m(\mu a)} + \frac{K'_m(wa)}{wK_m(wa)} \right) \left(\frac{J'_m(\mu a)}{\mu J_m(\mu a)} + \frac{n_2^2 K'_m(wa)}{n_1^2 wK_m(wa)} \right) = \left(\frac{m\beta}{k_0 n_1 a} \right)^2 \left(\frac{1}{\mu^2} + \frac{1}{w^2} \right)^2. \quad (2-2-39)$$

用数值方法求解此方程发现, 只存在介于 k_1 和 k_2 之间的某些离散的 β 值, 当给定参数 a 、 k_0 、 n_1 和 n_2 后, 即可求得传播常数 β 。通常对于每个整数 m 都存在 n 个解, 对于给定的 $n = 1, 2, \dots$, 记为 β_{mn} 。每一个 β_{mn} 值对应于由式 (2-2-35) ~ (2-2-38) 确定的, 能在光纤中传播的光场的一个空间分布, 这种空间分布在传播过程中只有相位的变化, 没有形状变化, 且始终满足边界条件。这种空间分布称为模式。根据不同的 m 与 n 组合, 将存在许多模式。

在光纤中的电磁模式不同于平面波导, 有其明显的特点, 除 $m = 0$ 的个别情况外, 其 E_z 和 H_z 都不为零, 因而光纤的模式称为混合模。根据是磁场的贡献为主还是电场的贡献为主可标记为 HE_{mn} 或 EH_{mn} 。对于 $m = 0$ 的特殊情况, HE_{0n} 和 EH_{0n} 可分别标记为 TE_{0n} 和 TH_{0n} , 因为它们对应于横电模或横磁模传播。另一种模式标记为 LP_{mn} , 用于弱导光纤中, 这种光纤中 E_z 和 H_z 都近似为零。LP 模代表一种线偏振模。

一个模式由它的传播常数 β 唯一地确定, 定义归一化频率 V

$$V = k_0 a (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}, \quad (2-2-40)$$

V 值越大, 能够传播的模式越多。当 V 值小于一定的数值时, 除了 HE_{11} 模以外, 其他模式均截止, 只传输单个模式, 这种光纤称为单模光纤。

单模光纤中传播的光场的每一个频率分量都可表示为平面波, 即可用下式表示^[1]

$$\tilde{E}(\vec{r}, \omega) = \hat{e} \tilde{F}(x, y) \tilde{G}(0, \omega) \exp(j\beta z), \quad (2-2-41)$$

式中 \hat{e} 为单位极化矢量, $\tilde{G}(0, \omega)$ 为初始振幅, β 为模式传播常数, $F(x, y)$ 为模式场分布。通常 $\tilde{F}(x, y)$ 也与频率和非线性有关, 但对谱宽 $\Delta\omega \ll \omega_0$ 的光脉冲和弱非线性近似下, 其依存关系可以忽略不计。这里 ω_0 是脉冲频谱的中心频率, 称为载频。在 $\Delta\omega$ 范围的不同频谱分量的光场在光纤中按如下关系传输^[1]

$$\tilde{G}(z, \omega) = \tilde{G}(0, \omega) \exp(j\beta z), \quad (2-2-42)$$

对上式作傅氏逆变换, 得

$$G(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}(z, \omega) \exp(-j\omega t) d\omega. \quad (2-2-43)$$

脉冲展宽是由 β 的频率依赖性引起的, 不同频率分量的光场将以不同的 $\beta(\omega)$ 传输。

将 $G(z, t)$ 分解为按载频 ω_0 变化的快变部分 $\exp(-j\omega_0 t)$ 和按 $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ 而变化的慢变部分 $A(z, t)$, 可得

$$G(z, t) = A(z, t) \exp[j(\beta_0 z - \omega_0 t)], \quad (2-2-44)$$

则可发现慢变包络振幅 $A(z, t)$ 为^[1]

$$A(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(0, \Delta\omega) \exp[j\beta_1 z \Delta\omega + \frac{1}{2} j\beta_2 z (\Delta\omega)^2 + \frac{1}{6} j\beta_3 z (\Delta\omega)^3 + \dots - j\Delta\omega t] d(\Delta\omega) \quad (2-2-45)$$

式中 $\tilde{A}(0, \Delta\omega) = \tilde{G}(0, \Delta\omega)$, 为 $A(0, t)$ 的傅氏变换; $\beta_m = d^m \beta / d\omega^m$; $\beta_1 = 1/v_g$, v_g 为群速度; β_2 称一阶色散, $m \geq 3$ 称高阶色散。

为了分析慢变包络随距离的演化规律, 由上式对 Z 求导, 并将 $\Delta\omega$ 用 $j\partial/\partial t$ 代替, 则慢包络方程可写为^[1]

$$\frac{\partial A}{\partial Z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} = 0 \quad (2-2-46)$$

上式是决定光脉冲在线性光纤中传输演变的基本方程, 由此可见, 在光脉冲传输过程中, 其波形受光纤色散的影响。

2.3 光纤中的非线性效应和 MNLs 方程

在光纤传输大功率信号 (即强场) 的情况下, 光纤的非线性效应将起重要作用。为了分析光脉冲信号在非线形色散光波系统中的传输特性, 需建立和求解相应的描述介质中信号传输的波动方程。为简便起见, 这里借助在群色散(GVD)影响下缓变包络 $A(z, t)$ 满足的传播方程 (2-2-46) 式, 然后再对其进行修正, 以考虑光纤非线性产生的自相位调制(SPM)的影响。这是考虑到: 在石英光纤中, 光强导致的折射率变化很小, 通常小于 10^{-6} , 非线性效应较弱。加入一个非线性项后, 传播方程 (2-2-46) 变为^[1]

$$\frac{\partial A}{\partial Z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} = i\gamma |A|^2 A \quad (2-3-1)$$

上式即为非线性色散光波系统中信号传输的基本方程。参数 β_2 代表 GVD 效应, γ 代表 SPM 效应。

对于超强超短脉冲(飞秒级脉冲), 还应考虑受激喇曼散射(SRS)、受激布里渊散射(SBS)和交叉相位调制(XPM)的影响。因此, 方程(2-3-1)还不具备普遍适用性, 为了更精确地描述光脉冲在非线性色散光系统中传输的演化规律, 必须对方程(2-3-1)作进一步修正, 从而采用下列普遍适用的方程描述光信号的传输^[1]

$$\frac{\partial A}{\partial Z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} = i\gamma |A|^2 A - \frac{\alpha}{2} A + a_1 \frac{\partial}{\partial t} (|A|^2 A) - a_2 A \frac{\partial |A|^2}{\partial t} \quad (2-3-2)$$

上式右边增加了三项, 其中 $\frac{\alpha}{2} A$ 代表光纤损耗, α 为光纤损耗系数; $a_1 \frac{\partial}{\partial t} (|A|^2 A)$

由非线性极化强度慢变部分时变项引起, $a_1 = 2\gamma/\omega_0$; $a_2 A \frac{\partial |A|^2}{\partial t}$ 起因于延滞非线性响应, 与三阶电极化率 $\chi^{(3)}(\omega)$ 有关, $a_2 = i\gamma T_R$, T_R 对应于喇曼增益的斜率, $T_R \approx 5 \text{ fs}$ 。

当忽略掉式(2-3-2)中的高阶色散(β_3)与非线性项(a_1, a_2), 并选择合适的工作波长和脉宽时, 式(2-3-2)可简化为

$$\frac{\partial A}{\partial Z} = -\frac{\alpha}{2} A - \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i\gamma |A|^2 A \quad (2-3-3)$$

在一般光波系统中, 损耗、群色散和非线性效应是影响信号传输特性的三个基本因素, 以下分两种特殊情况讨论:

(1) 当仅考虑光纤损耗的影响时, 即 $\alpha \neq 0$, $\beta_2 = 0$, $\gamma = 0$, 则有

$$\frac{\partial A}{\partial Z} = -\frac{\alpha}{2} A \quad (2-3-4)$$

由(2-3-4)式解得

$$A(z) = A_0 \exp\left(-\frac{\alpha}{2} z\right) \quad (2-3-5)$$

(2-3-5)式说明受损耗影响, 脉冲包络振幅在传输过程中按指数衰减。

(2) GVD 和非线性同时存在, 而损耗可忽略($\alpha = 0$)时的影响

设光纤长度为 L , 脉冲的初始脉宽为 T_0 , 峰值功率为 P_0 , 引入归一化包络振幅 U 和时间参数 τ 分别为

$$U = A/\sqrt{P_0}, \quad (2-3-6)$$

$$\tau = \frac{T}{T_0} = (t - \frac{z}{v_g})/T_0, \quad (2-3-7)$$

则式 (2-3-3) 可改写成下列形式^[1]

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} = \frac{1}{2} \frac{\beta_2}{T_0^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - \gamma P_0 |U|^2 U. \quad (2-3-8)$$

令 $\frac{\text{sgn}(\beta_2)}{L_D} = \frac{\beta_2}{T_0^2}$; $L_D = T_0^2 / |\beta_2|$ ——色散长度; $L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$ ——非线性长度,

则式 (2-3-8) 化为

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2L_D} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - \frac{1}{L_{NL}} |U|^2 U. \quad (2-3-9)$$

由于 L_D 与 L_{NL} 存在大小不同的情况, 因此光波系统存在下列四中传输状态:

(i) 当 $L_D \gg L$, $L_{NL} \gg L$, 即 T_0 很大, $|\beta_2|$ 和 P_0 均很小, 此时色散、非线性影响均很弱, 可忽略不计, 系统为无色散线性系统。则 (2-3-9) 式变为

$$\frac{\partial U}{\partial Z} = 0, \quad (2-3-10)$$

其解为 $U(z, \tau) = U(0, \tau)$, 表明脉冲在传输过程中不会发生畸变, 实现保形传输。

(ii) 当 $L_D \leq L$, $L_{NL} \gg L$; 即 β_2 很大、 T_0 和 P_0 很小。这样非线性效应可以忽略, 色散起支配作用, 脉冲在传输过程中被展宽。

(iii) 当 $L_D \gg L$, $L_{NL} \leq L$; 即 β_2 很小、 T_0 和 P_0 很大。此时 β_2 色散影响可忽略 (但是在 $\lambda = \lambda_0$ (零色散波长) 处, β_3 起作用), 非线性起主要作用, 可使脉冲压缩。

(iv) 调整 T_0 、 P_0 和 β_2 , 使得色散和非线性影响强度相当, 即 $L_D \sim L_{NL} \sim L$, 并共同作用于光脉冲时, 结果产生一种特殊的信号传输机制——色散展宽与非线性压缩相互抵消, 从而实现脉冲的保形传输, 称之为光孤子传输。

1968 年, 埃克玛瑙 (A. Akhmanov) 等人在研究非线性媒质中光的自聚焦和衍射问题时发现, 脉宽为 10ps、功率为 30mw 的光脉冲通过光纤时, 媒质的非线性效应与色散效应可以相互比拟。在这个基础上, 哈瑟加瓦 (Hasegawa) 等人致力于光纤中光脉冲传输问题的研究, 于 1973 年用慢包络近似和模场平均法

建立了单模光纤中非线性包络演化方程, 即 NLS 方程^[6]。

在光纤的反常色散区 ($k'' = \partial^2 k / \partial \omega^2 < 0$, k 为传播常数), 无损耗理想归一化 NLS 方程为^[20]

$$i \frac{\partial \psi}{\partial Z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2} + |\psi|^2 \psi = 0 \quad (2-3-11)$$

其中 $\psi(z, T)$ 为无量纲化的传输脉冲的包络函数, Z 和 T 分别表示无量纲化的传输距离和时间。方程 (2-3-11) 有解析的、精确的孤子解。

随着人们对光纤传输特性研究的深入, 后来的高功率和超短脉冲实验观察到光纤中的孤子自频移现象要求考虑横向不均匀, 非线性色散和耗散至高阶修正, Y. Kodama 和 A. Hasegawa 提出了带高阶修正的 NLS 方程^[21]

$$i \frac{\partial \psi}{\partial Z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2} + |\psi|^2 \psi = i \varepsilon R[\psi] \quad (2-3-12)$$

其中

$$i \varepsilon R[\psi] = -i \Gamma \psi + i \beta_3 \frac{\partial^3 \psi}{\partial T^3} + \alpha_1 \psi \frac{\partial |\psi|^2}{\partial T} + i \alpha_2 \psi \frac{\partial |\psi|^2}{\partial T} + i \alpha_3 \frac{\partial}{\partial T} (|\psi|^2 \psi). \quad (2-3-13)$$

式中各项分别表示光纤损耗 ($\Gamma > 0$)、高阶色散、内脉冲拉曼散射 (TRS)、非线性色散和随时间变化的三阶非线性, 系数 β_3 、 α_j ($j=1, 2, 3$) 为实数。式 (2-3-12)、(2-3-13) 与式 (2-3-2) 等价。

在文章[22]中, 郭旗教授等利用奇异摄动多尺度导数展开法, 从非线性介质中的原始 Maxwell 方程出发, 导出了类似的修正非线性 *Schrödinger* 方程。

许多学者进一步利用微扰法、逆散射法、变分法对各种微扰情况下光纤的传输特性作了研究^[23-29]。

随着对光纤传输系统的研究和改进, 人们开始采用色散管理光纤来实现光孤子传输, 此时 (2-3-11) 形式的 *Schrödinger* 方程修正为

$$i \frac{\partial \psi}{\partial Z} + \frac{D(Z)}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2} + |\psi|^2 \psi = 0 \quad (2-3-14)$$

考虑有微扰的情况时, (2-3-12) 形式的 *Schrödinger* (MNLS) 方程修正为^[30]:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial Z} + \frac{D(Z)}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2} + |\psi|^2 \psi = i \varepsilon R[\psi] \quad (2-3-15)$$

式中 $D(z)$ 与 Z 有关, 体现色散管理情况, 本文考虑的是弱色散管理, 因此在以下计算中我们取 $D=1$ 。

第 3 章 高阶微扰对类明孤子脉冲传输特性的影响

3.1 类明孤子脉冲在光纤中传输时参数演化方程的一般形式

含修正项的 *Schrödinger* 方程一般难于找到其解析解, 较多的采用分步傅里叶方法求其数值解^[31~34], 这种方法虽然直观, 但不便于作理论分析。而变分法恰好能克服前一方法的缺点, 利用它可以导出脉冲参数随传输距离演化的解析规律^[35~38], 因而不失为此类问题研究方法的一个补充。本文采用变分法, 导出类明孤子脉冲参数的演化方程, 在此基础上, 通过进一步的解析推演和数值计算, 来分析诸因素对脉冲传输特性的影响。

在光纤孤子通信系统中, 孤子源一般采用增益开关分布反馈激光二极管或外腔锁模二极管。半导体激光二极管输出高斯型脉冲, 通过外调制成 Sech 形脉冲, 或在光纤中演化成为渐进光孤子脉冲, 因此这些激光二极管实际上是一种准光孤子源, 人们通常把 Sech 形脉冲称为类明孤子脉冲。

随着人们对光孤子研究的深入, 实验发现超强超短脉冲在传输中须考虑色散、非线性、自频移和其它高阶因素的影响, 此时类明孤子脉冲的传输可由式 (2-3-15) 来描述。

设在输入端 (即 $Z=0$ 处) 注入的初始类明孤子脉冲为

$$\psi(0, T) = A(0) \operatorname{sech} \left[\frac{T - \xi(0)}{a} \right] \exp [i\omega(0)T + ib(0)T^2]. \quad (3-1-1)$$

一般无法严格求出方程 (3-1-1) 的解, 若式 (2-3-15) 右边的项可作为微扰来处理时, 可取下列解作为方程 (3-1-1) 的尝试解为

$$\psi(Z, T) = A(Z) \operatorname{sech} \left[\frac{T - \xi(Z)}{a(Z)} \right] \exp \{ i\omega(Z)[T - \xi(Z)] + ib(Z)T^2 + i\phi(Z) \}. \quad (3-1-2)$$

为方便起见, 下面将 $A(Z)$ 、 $a(Z)$ 、 $b(Z)$ 、 $\omega(Z)$ 、 $\xi(Z)$ 、 $\phi(Z)$ 简记为 A 、 a 、 b 、 ω 、 ξ 、 ϕ , 分别表示类明孤子脉冲的振幅、脉宽、啁啾、频率、中心位置和相位。

设对应于方程 (2-3-15) 右端微扰项的附加拉氏密度函数为 L_p , 则方程 (2-3-15) 的拉氏密度函数为

$$L = \frac{i}{2} (\psi \frac{\partial \psi^*}{\partial z} - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial z}) + \frac{1}{2} \left| \frac{\partial \psi}{\partial T} \right|^2 - \frac{1}{2} |\psi|^4 + L_p, \quad (3-1-3)$$

其正确性可由经典场论中的 Euler-lagrange 方程^[39]

$$\frac{\partial}{\partial T} \frac{\partial L}{\partial(\partial_T \psi)} = \frac{\partial L}{\partial \psi} - \nabla \cdot \frac{\partial L}{\partial(\nabla \psi)} \quad (3-1-4)$$

导出方程(2-3-15)而得到验证。用 $\langle L \rangle$ 表示平均拉氏密度, 它由下式定义^[38]:

$$\langle L \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} L dT, \quad (3-1-5)$$

将式(3-1-3)代入式(3-1-5), 得

$$\begin{aligned} \langle L \rangle = & 2aA^2 \left(\frac{d\phi}{dZ} - \omega \frac{d\xi}{dZ} + \xi^2 \frac{db}{dZ} \right) + Ra^3 A^2 \frac{db}{dZ} \\ & + a(\omega + 2b\xi)^2 A^2 + 2Ra^3 b^2 A^2 - \frac{2}{3} aA^4 + \langle L_p \rangle. \end{aligned} \quad (3-1-6)$$

其中 $\langle L_p \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} L_p dT$, 表示由 L_p 产生的平均拉氏密度, 而

$$R = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \operatorname{sech}^2 x dx = \frac{\pi^2}{6}.$$

利用约化变分原理^[40]

$$\delta \int \langle L \rangle dZ = 0 \quad (3-1-7)$$

可推得脉冲参数的演化方程组为^[40]:

$$\frac{\delta \langle L \rangle}{\delta x_i} = 0, \quad (3-1-8)$$

其中 x_i 分别表示 A 、 a 、 b 、 ω 、 ξ 、 ϕ 六个参数。

将式(3-1-6)代入式(3-1-8)并分别根据 $\delta \langle L \rangle / \delta A = 0$ 、 $\delta \langle L \rangle / \delta a = 0$ 、 $\delta \langle L \rangle / \delta b = 0$ 、 $\delta \langle L \rangle / \delta \phi = 0$ 、 $\delta \langle L \rangle / \delta \xi = 0$ 、 $\delta \langle L \rangle / \delta \omega = 0$ 可得

$$\begin{aligned} 4aA \left(\frac{d\phi}{dZ} - \omega \frac{d\xi}{dZ} + \xi^2 \frac{db}{dZ} \right) + 2Ra^3 A \frac{db}{dZ} + \frac{2A}{3a} \\ + 2Aa(\omega + 2b\xi)^2 + 4Ra^3 b^2 A - \frac{8aA^3}{3} + \frac{\delta \langle L_p \rangle}{\delta A} = 0; \end{aligned} \quad (3-1-9)$$

$$\begin{aligned} 2A^2 \left(\frac{d\phi}{dZ} - \omega \frac{d\xi}{dZ} + \xi^2 \frac{db}{dZ} \right) + 3Ra^2 A^2 \frac{db}{dZ} - \frac{A^2}{3a} \\ + A^2(\omega + 2b\xi)^2 + 6Ra^2 b^2 A^2 - \frac{2A^2}{3} + \frac{\delta \langle L_p \rangle}{\delta a} = 0; \end{aligned} \quad (3-1-10)$$

$$4aA^2 \xi(\omega + 2b\xi) + 4Ra^3 bA^2 - \frac{d}{dZ} (2aA^2 \xi^2 + Ra^3 A^2) + \frac{\delta \langle L_p \rangle}{\delta b} = 0; \quad (3-1-11)$$

$$\frac{\delta \langle L_p \rangle}{\delta b} - 2 \frac{d(aA^2)}{dZ} = 0; \quad (3-1-12)$$

$$4aA^2 \xi \frac{db}{dZ} + 4abA^2(\omega + 2b\xi) + 2 \frac{d}{dZ}(aA^2\omega) + \frac{\delta \langle L_p \rangle}{\delta \xi} = 0; \quad (3-1-13)$$

$$-2aA^2 \frac{d\xi}{dZ} + 2aA^2(\omega + 2b\xi) + \frac{\delta \langle L_p \rangle}{\delta \omega} = 0. \quad (3-1-14)$$

方程 (3-1-9) ~ (3-1-14) 为微扰情况下的类明孤子脉冲参数的演化方程组。

通过上面推导得到的类明孤子脉冲参数的演化方程组可知, 在一般微扰的情况下, 类明孤子脉冲的各个参数均受到微扰因子 $\text{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon R dT$ 的影响, 但是它们各自所受影响的程度是不一样的。如果知道微扰因子的具体表达式, 便可求出类明孤子脉冲参数的演化方程组。

3.2 无微扰情况下类明孤子脉冲在光纤中的传输特性

3.2.1 脉冲参数演化规律的推导

在忽略微扰的情况下, 类明孤子脉冲在光纤中的传输规律由下列非线性 Schrödinger 方程 (NLSE) 来描述^[41]

$$i \frac{\partial \psi}{\partial Z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2} + |\psi|^2 \psi = 0 \quad (3-2-1)$$

为了进一步研究初始啁啾对类明孤子脉冲参数的影响, 方程 (3-2-1) 的尝试解取作:

$$\psi(Z, T) = A(Z) \text{sech} \left[\frac{T - \xi(Z)}{a(Z)} \right] \exp \{ i\omega(Z)[T - \xi(Z)] + ib(Z)T^2 + i\phi(Z) \}. \quad (3-2-2)$$

在无微扰情况下, 满足方程 (3-2-1) 的拉氏密度函数为

$$L = \frac{i}{2} \left(\psi \frac{\partial \psi^*}{\partial Z} - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial Z} \right) + \frac{1}{2} \left| \frac{\partial \psi}{\partial T} \right|^2 - \frac{1}{2} |\psi|^4, \quad (3-2-3)$$

其正确性可由变分原理

$$\delta \iint L \left(\psi, \frac{\partial \psi}{\partial Z}, \frac{\partial \psi}{\partial T}, \psi^*, \frac{\partial \psi^*}{\partial Z}, \frac{\partial \psi^*}{\partial T} \right) dT dZ = 0 \quad (3-2-4)$$

导出方程 (3-2-1) 而得到验证。式 (3-2-3) 代入式 (3-2-4) 得到约化变分原理:

$$\delta \int \langle L \rangle dZ = 0, \quad (3-2-5)$$

其中 $\langle L \rangle$ 为平均拉氏密度, 由下式给出:

$$\langle L \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} L dT. \quad (3-2-6)$$

式 (3-2-3) 代入 (3-2-6) 式, 得

$$\begin{aligned} \langle L \rangle = & 2aA^2 \left(\frac{d\phi}{dZ} - \omega \frac{d\xi}{dZ} + \xi^2 \frac{db}{dZ} \right) + \frac{1}{6} \pi^2 a^3 A^2 \frac{db}{dZ} + \frac{A^2}{3a} \\ & + a(\omega + 2b\xi)^2 A^2 + \frac{1}{3} \pi^2 a^3 b^2 A^2 - \frac{2}{3} aA^4. \end{aligned} \quad (3-2-7)$$

利用约化变分原理式 (3-2-5), 我们可求得类明孤子参数的变分方程组:

$$\frac{\delta \langle L \rangle}{\delta y_i} = 0, \quad (3-2-8)$$

其中 y_i 表示 A 、 a 、 b 、 ω 、 ξ 、 ϕ 六个类明孤子参数。式 (3-2-7) 代入式 (3-2-8), 得

$$aA^2 = E_0 \quad (E_0 \text{ 为常数}); \quad (3-2-9)$$

$$\frac{da}{dZ} = 2ab; \quad (3-2-10)$$

$$\frac{db}{dZ} = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{1}{a^4} - \frac{E_0}{a^3} \right) - 2b^2; \quad (3-2-11)$$

$$\frac{d\xi}{dZ} = \omega + 2b\xi; \quad (3-2-12)$$

$$\frac{d\omega}{dZ} = -2\xi \frac{db}{dZ} - 2b(\omega + 2b\xi); \quad (3-2-13)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dZ} = & \left(\omega \frac{d\xi}{dZ} - \xi^2 \frac{db}{dZ} \right) - \frac{1}{12} \pi^2 a^2 \frac{db}{dZ} - \frac{1}{6} \pi^2 a^2 b^2 \\ & - \left(\frac{1}{6a^2} - \frac{2}{3} A^2 \right) - \frac{1}{2} (\omega + 2b\xi)^2. \end{aligned} \quad (3-2-14)$$

设 $Z=0$ 时, 类明孤子脉冲的初始振幅、初始脉宽、初始频率、初始啁啾、初始中心位置和初始相位分别为 A_0 、 a_0 、 b_0 、 ξ_0 、 ω_0 、 ϕ_0 , 由式 (3-2-12)、式 (3-2-13) 并结合初始条件, 可得

$$\omega + 2b\xi = \omega_0 + 2b_0\xi_0 \quad (\text{常数}); \quad (3-2-15)$$

$$\xi = \xi_0 + (\omega_0 + 2b_0\xi_0)Z. \quad (3-2-16)$$

用式 (3-2-11) 除以式 (3-2-10) 得

$$\frac{db}{da} = \frac{1}{\pi^2} \left(\frac{1}{a^3 b} - \frac{E_0}{a^4 b} \right) - \frac{b}{a}, \quad (3-2-17)$$

即

$$\frac{d(b^2)}{da} + \frac{2b^2}{a} = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{1}{a^3} - \frac{E_0}{a^4} \right). \quad (3-2-18)$$

式 (3-2-18) 满足初始条件的解为

$$b^2 = e^{-\int_a^2 da} \left[\frac{2}{\pi^2} \int \left(\frac{1}{a^3} - \frac{E_0}{a^4} \right) e^{\int_a^2 da} da + C \right] = \frac{1}{a^2} \left[\frac{2}{\pi^2} \left(-\frac{1}{2a^2} + \frac{E_0}{a} \right) + C \right]. \quad (3-2-19)$$

代入初始条件: $Z=0$ 时, $a=a_0$, $b=b_0$, 得

$$b^2 = \frac{2}{\pi^2 a^2} \left(\frac{E_0}{a} - \frac{E_0}{a_0} - \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2a_0^2} \right) + \frac{a_0^2 b_0^2}{a^2}. \quad (3-2-20)$$

式 (3-2-14) 则可写成以下形式

$$\frac{d\phi}{dZ} = \frac{1}{2} \omega^2 - \frac{2}{\pi^2} \xi^2 \left(\frac{1}{a^4} - \frac{E_0}{a^3} \right) - \frac{1}{3a^2} + \frac{5E_0}{6a}. \quad (3-2-21)$$

式 (3-2-9)、(3-2-10)、(3-2-11)、(3-2-15)、(3-2-16)、(3-2-21) 描述了无微扰情况下类明孤子脉冲各参量随传输距离演化的规律, 式 (3-2-20) 是我们得到的脉宽和啁啾间的一个重要约束关系。

下面, 我们重点来讨论一下初始啁啾对脉宽演化的影响。由式 (3-2-10)、(3-2-20) 得

$$\frac{da}{dZ} = \pm \frac{2}{\pi a_0 a} \sqrt{Pa^2 + Qa - a_0^2} \quad (b > 0 \text{ 时取“+”, } b < 0 \text{ 时取“-”}), \quad (3-2-22)$$

式中

$$P = 1 - 2a_0 E_0 + \pi^2 a_0^4 b_0^2 \quad (3-2-23)$$

$$Q = 2a_0^2 E_0 \quad (3-2-24)$$

式 (3-2-22) 的解分三种情况:

i) 当 b_0 较小, 使 $P < 0$ 时, 其解为

$$\begin{aligned} \pm Z = & \frac{Q\pi a_0}{4(-P)^{3/2}} \left[\arcsin \frac{2Pa_0 + Q}{\sqrt{Q^2 + 4Pa_0^2}} - \arcsin \frac{2Pa + Q}{\sqrt{Q^2 + 4Pa^2}} \right] \\ & + \frac{\pi a_0}{2P} \left[\sqrt{Pa^2 + Qa - a_0^2} - \sqrt{Pa_0^2 + Qa_0 - a_0^2} \right]. \end{aligned} \quad (3-2-25)$$

ii) 当 b_0 的取值使 $P=0$ 时, 其解为

$$\pm Z = \frac{\pi a_0}{3Q^2} \left[(Qa + 2a_0^2) \sqrt{Qa - a_0^2} - (Qa_0 + 2a_0^2) \sqrt{Qa_0 - a_0^2} \right]. \quad (3-2-26)$$

iii) 当 b_0 较大, 使 $P > 0$ 时, 其解为

$$\pm Z = \frac{\pi a_0}{2P} \left[\sqrt{Pa^2 + Qa - a_0^2} - \sqrt{Pa_0^2 + Qa_0 - a_0^2} \right]$$

$$-\frac{\pi a_0 Q}{4P^{3/2}} \ln \frac{2Pa + Q + 2\sqrt{P}\sqrt{Pa^2 + Qa - a_0^2}}{2Pa_0 + Q + 2\sqrt{P}\sqrt{Pa_0^2 + Qa_0 - a_0^2}} \quad (3-2-27)$$

3.2.2 数值计算结果

取 $A_0 = a_0 = 1$ ，分别取 $|b_0| = 0, 0.0001, 0.001, 0.01, 0.1, 0.3, \frac{1}{\pi}, 0.5$ ，根据式 (3-2-10)、(3-2-11)、(3-2-20)，算出相应的最小脉宽和最大脉宽如表 1 所示：

$ b_0 $	0	0.0001	0.001	0.01	0.1	0.3	$1/\pi$	0.5
a_{\min}	1.0000	0.9997	0.9969	0.9695	0.7609	0.5148	0.5000	0.3890
a_{\max}	1.0000	1.0003	1.0032	1.0324	1.4581	17.384	∞	∞

表 3-2-1. 脉宽取值范围和初始啁啾绝对值大小的关系

图 3-2-1 是 $|b_0| = 0.001, 0.3, 0.5$ 时脉宽 a 随传输距离 Z 的演化曲线。图 3-2-2 是 $|b_0| = 0.001, 0.3$ 时啁啾 b 与脉宽 a 的关系曲线。

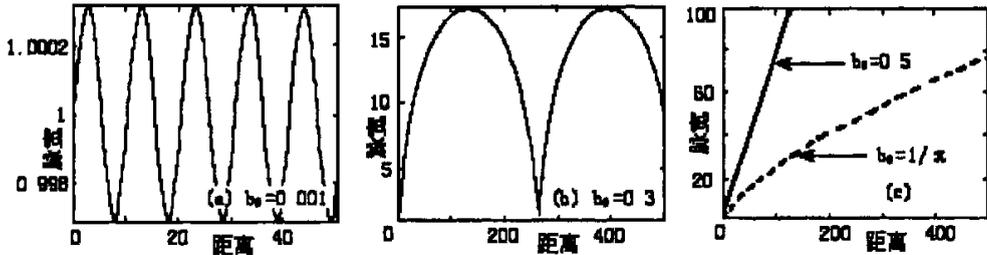


图 3-2-1 孤子脉宽与距离之间的关系 (a) $b_0=0.001$; (b) $b_0=0.3$; (c) $b_0=0.5$ 和 $b_0=1/\pi$

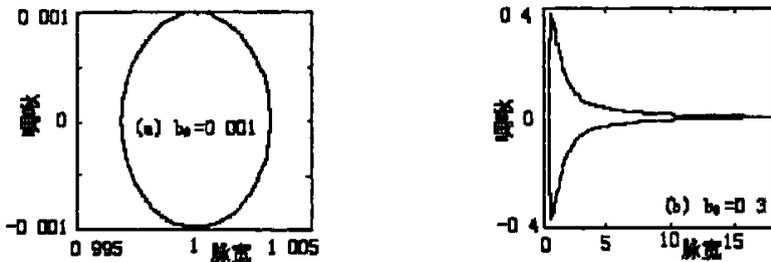


图 3-2-2 孤子啁啾与脉宽之间的关系 (a) $b_0=0.001$; (b) $b_0=0.3$

3.2.3 分析讨论

式 (3-2-9) 说明：无微扰情况下，光纤中的类明孤子具有绝热特性，振幅和脉宽此消彼长，这一性质与啁啾无关。

式(3-2-16)说明类明孤子的中心位置 ξ 随 Z 呈线性漂移关系, 漂移速率是个常数。

约束条件式(3-2-15)的意义可以这样来理解: 把脉冲振幅的总相位记作 Φ , 等效频率记作 Ω , 则有 $\Phi(T) = \omega T + bT^2 + \phi$, $\Omega(T) = \frac{d\Phi}{dT} = \omega + 2bT$, 因而任意时刻脉冲中心 $T = \xi$ 的等效频率为 $\Omega(\xi) = \omega + 2b\xi$ 。所以式(3-2-15)表明: 尽管 ω 、 b 、 ξ 随 Z 变化, 但脉冲中心的等效频率保持为常数, 这是只计及线性啁啾项的结果。

式(3-2-20)说明类明孤子的相位随 Z 呈非线性漂移关系。

式(3-2-25)描述的是一个振荡函数。 b_0 很小(如 $b_0=0.001$)时, a 在平衡位置 a_0 附近近似对称地振荡(图3-2-1(a)), 即脉冲在传输过程中交替地展宽与压缩。 $a \sim b$ 曲线呈闭合状, 上下左右基本对称且变化范围很小(图3-2-2(a))。此时, 类明孤子脉冲基本上能够实现保形传输。 b_0 逐渐增大(如 $b_0=0.3$)时, a 仍然交替地展宽与压缩, 但振荡的对称性遭到破坏(图3-2-1(b)), 大部分时间里脉冲被展宽, 交替周期大大增加。 $a \sim b$ 曲线虽呈闭合状, 但不具对称性, 且 a 的展宽倍数大大增加(图3-2-2(b)), 容易引起误码。值得注意的是: 无微扰时, 在光纤中传输的类明孤子脉冲实现周期性演化的条件是:

$$P = 1 - 2a_0 E_0 + \pi^2 a_0^4 b_0^2 < 0. \quad (3-2-28)$$

(3-2-26)、(3-2-27)两式都不再是振荡函数。(图3-2-1(c))绘制了 $b_0 = 1/\pi$, 0.5时脉宽 a 随传输距离的演化曲线。由图可见, 此时脉宽 a 是被无限展宽的, 再由(3-2-9)式知道, 其振幅将无限衰减。因此, 此时类明孤子无法实现保形传输。

综上所述, 采用变分法可以导出光纤中传输的孤子脉冲各参量随传输距离的演化方程组。解析推导表明, 无微扰情况下, 初始参量给定后, 振幅 A 和脉宽 a 满足绝热条件(3-2-9)式, 频率 ω 、啁啾 b 和中心位置 ξ 满足约束关系(3-2-15)式, 脉宽 a 和啁啾 b 满足约束关系式(3-2-20)。数值计算结果表明, 初始啁啾对类明孤子脉冲在光纤中的保形传输是个不利因素。绝对值大的初始啁啾会导致误码, 甚至使脉宽无限展宽振幅无限衰减。为了实现类明孤子的稳定传输, 必须使初始啁啾 b_0 的绝对值控制在0.01的数量级范围内, 这一结果可为孤子光源的制备和孤子的注入技术提供理论参考。

3.3 小损耗对光纤中类明孤子脉冲传输特性的影响

3.3.1 脉冲参数演化规律的推导

光纤的损耗和色散特性是影响孤子脉冲传输的重要因素，人们做了大量的工作以研究光纤的损耗^[42]和色散^[43~45]特性。

考虑到有小损耗存在情况下，微扰项为 $\epsilon R[\psi] = -i\Gamma\psi$ ，相应情况下的 MNLSE 为

$$i\frac{\partial\psi}{\partial Z} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial T^2} + |\psi|^2\psi = -i\Gamma\psi. \quad (3-3-1)$$

满足方程 (3-3-1) 的拉氏密度函数为

$$L = \frac{i}{2}\left(\psi\frac{\partial\psi^*}{\partial Z} - \psi^*\frac{\partial\psi}{\partial Z}\right) + \frac{D}{2}\left|\frac{\partial\psi}{\partial T}\right|^2 - \frac{1}{2}|\psi|^4 - i\Gamma|\psi|^2, \quad (3-3-2)$$

其正确性可由变分原理

$$\delta \iint L(\psi, \frac{\partial\psi}{\partial Z}, \frac{\partial\psi}{\partial T}, \psi^*, \frac{\partial\psi^*}{\partial Z}, \frac{\partial\psi^*}{\partial T}) dT dZ = 0 \quad (3-3-3)$$

导出方程 (3-3-1) 而得到验证。式 (3-3-2) 代入式 (3-3-3) 得到约化变分原理

$$\delta \int \langle L \rangle dZ = 0. \quad (3-3-4)$$

其中 $\langle L \rangle$ 为平均拉氏密度，由下式给出：

$$\langle L \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} L dT. \quad (3-3-5)$$

(3-3-1) 式代入 (3-3-5) 得：

$$\begin{aligned} \langle L \rangle = & 2aA^2\left(\frac{d\phi}{dZ} - \omega\frac{d\xi}{dZ} + \xi^2\frac{db}{dZ}\right) + Ra^3A^2\frac{db}{dZ} + \frac{A^2}{3a} \\ & + a(\omega + 2b\xi)^2A^2 + 2Ra^3b^2A^2 - \frac{2}{3}aA^4 - 2iaA^2\Gamma. \end{aligned} \quad (3-3-6)$$

利用约化变分原理式 (3-3-5)，我们可导得类明孤子参数的变分方程组：

$$\frac{\delta \langle L \rangle}{\delta x_i} = 0, \quad (3-3-7)$$

其中 x_i 表示 A 、 a 、 b 、 ω 、 ξ 、 ϕ 六个类明孤子参数，即有

$$aA^2 = E_0 \quad (E_0 \text{ 为常数}); \quad (3-3-8)$$

$$\frac{da}{dZ} = 2ab; \quad (3-3-9)$$

$$\frac{db}{dZ} = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{1}{a^4} - \frac{E_0}{a^3} \right) - 2b^2 ; \quad (3-3-10)$$

$$\frac{d\xi}{dZ} = \omega + 2b\xi ; \quad (3-3-11)$$

$$\frac{d\omega}{dZ} = -2\xi \frac{db}{dZ} - 2b(\omega + 2b\xi) ; \quad (3-3-12)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dZ} = & \left(\omega \frac{d\xi}{dZ} - \xi^2 \frac{db}{dZ} \right) - \frac{1}{12} \pi^2 a^2 \frac{db}{dZ} - \frac{1}{6} \pi^2 a^2 b^2 \\ & - \left(\frac{1}{6a^2} - \frac{2}{3} A^2 \right) - \frac{1}{2} (\omega + 2b\xi)^2 + i\Gamma . \end{aligned} \quad (3-3-13)$$

同无微扰情形类似, 根据初始条件可得

$$\omega + 2b\xi = \omega_0 + 2b_0\xi_0 \quad (\text{常数}); \quad (3-3-14)$$

$$\xi = \xi_0 + (\omega_0 + 2b_0\xi_0)Z . \quad (3-3-15)$$

$$b^2 = \frac{2}{\pi^2 a^2} \left(\frac{E_0}{a} - \frac{E_0}{a_0} - \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2a_0^2} \right) + \frac{a_0^2 b_0^2}{a^2} . \quad (3-3-16)$$

$$\frac{d\phi}{dZ} = \frac{1}{2} \omega^2 - \frac{2}{\pi^2} \xi^2 \left(\frac{1}{a^4} - \frac{E_0}{a^3} \right) - \frac{1}{3a^2} + \frac{5E_0}{6a} + i\Gamma . \quad (3-3-17)$$

根据式 (3-3-9)、式 (3-3-16) 得

$$\frac{da}{dZ} = \pm \frac{2}{\pi a_0} \sqrt{Pa^2 + Qa - a_0^2} . \quad (3-3-18)$$

式中

$$P = 1 - 2a_0 E_0 + \pi^2 a_0^4 b_0^2 \quad (3-3-19)$$

$$Q = 2a_0^2 E_0 \quad (3-3-20)$$

式 (3-3-18) 的解分三种情况:

i) 当 b_0 较小, 使 $P < 0$ 时, 其解为

$$\begin{aligned} \pm Z = & \frac{Q\pi a_0}{4(-P)^{3/2}} \left[\arcsin \frac{2Pa_0 + Q}{\sqrt{Q^2 + 4Pa_0^2}} - \arcsin \frac{2Pa_0 + Q}{\sqrt{Q^2 + 4Pa_0^2}} \right] \\ & + \frac{\pi a_0}{2P} \left[\sqrt{Pa^2 + Qa - a_0^2} - \sqrt{Pa_0^2 + Qa_0 - a_0^2} \right] . \end{aligned} \quad (3-3-21)$$

ii) 当 b_0 的取值使 $P = 0$ 时, 其解为

$$\pm Z = \frac{\pi a_0}{3Q^2} \left[(Qa + 2a_0^2) \sqrt{Qa - a_0^2} - (Qa_0 + 2a_0^2) \sqrt{Qa_0 - a_0^2} \right] . \quad (3-3-22)$$

iii) 当 b_0 较大, 使 $P > 0$ 时, 其解为

$$\pm Z = \frac{\pi a_0}{2P} \left[\sqrt{Pa^2 + Qa - a_0^2} - \sqrt{Pa_0^2 + Qa_0 - a_0^2} \right] - \frac{\pi a_0 Q}{4P^{3/2}} \ln \frac{2Pa + Q + 2\sqrt{P}\sqrt{Pa^2 + Qa - a_0^2}}{2Pa_0 + Q + 2\sqrt{P}\sqrt{Pa_0^2 + Qa_0 - a_0^2}}. \quad (3-3-23)$$

式 (3-3-8)、(3-3-14)、(3-3-15)、(3-3-16)、(3-3-17)、(3-3-18)、描述了小损耗微扰情况下类明孤子脉冲各参量随传输距离演化的规律

3.3.2 分析讨论

比较 3.2 节与 3.3 节脉冲参数演化规律的推导结果, 我们发现: 存在小损耗时与无微扰时振幅参数 A 和脉宽 a 之间的绝热关系 [(3-2-9) 与 (3-3-8)]、脉冲中心位置 ξ 的演化规律 [(3-2-16) 与 (3-3-15)]、频率 ω 啁啾 b 中心位置 ξ 间的约束关系 [(3-2-15) 与 (3-3-14)]、啁啾 b 和脉宽 a 之间的约束关系 [(3-2-20) 与 (3-3-16)]、脉宽 a 随传输距离 Z 的演化规律 [(3-2-22) 与 (3-3-18)] 都相同, 即微扰项 $\epsilon R[\psi] = -i\Gamma\psi$ 对 A 、 a 、 b 、 ω 、 ξ 的演化无影响, 只对相角 ϕ 有影响。将 (3-3-13) 代入 (3-2-2) 容易看出: 在小损耗项存在时, 类明孤子的幅度随传输距离以 $e^{-\Gamma Z}$ 指数形式衰减, 而峰值功率则随传输距离以 $e^{-2\Gamma Z}$ 指数形式衰减。对于类明孤子的峰值功率随传输距离的衰减, 可利用光纤放大器来补充类明孤子传输过程中的能量, 从而实现近似的保形传输。

考虑小损耗时, 在光纤中传输的类明孤子脉冲实现周期性演化的条件依然是

$$P = 1 - 2a_0 E_0 + \pi^2 a_0^4 b_0^2 < 0. \quad (3-2-24)$$

3.4 高阶色散对光纤中类明孤子脉冲传输特性的影响

3.4.1 脉冲参数演化规律的推导

超强超短脉冲在光纤中传输时,在零色散点附近,应考虑高阶色散的影响,相应情况下的 MNLSE 为^[38]

$$i \frac{\partial \psi}{\partial Z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2} + |\psi|^2 \psi = i\beta \frac{\partial^3 \psi}{\partial T^3}, \quad (3-4-1)$$

式中 $\psi(Z, T)$ 为传输脉冲的归一化包络函数, Z 和 T 分别表示归一化的传输距离和时间。

设在输入端 ($Z=0$) 注入下列形式的类明孤子脉冲:

$$\psi(0, T) = A_0 \text{Sech}\left[\frac{T - \xi_0}{a_0}\right] \exp\{i\omega_0[T - \xi_0] + ib_0 T^2 + i\phi_0\}, \quad (3-4-2)$$

式中 A_0 、 a_0 、 b_0 、 ξ_0 、 ω_0 、 ϕ_0 分别为类明孤子脉冲的初始振幅、初始脉宽、初始啁啾、初始中心位置、初始频率和初始相位。

高阶色散很小时,可把它当作微扰来处理,因而可设方程 (3-4-1) 的尝试解为

$$\psi(Z, T) = A(Z) \text{Sech}\left[\frac{T - \xi(Z)}{a(Z)}\right] \exp\{i\omega(Z)[T - \xi(Z)] + ib(Z)T^2 + i\phi(Z)\}. \quad (3-4-3)$$

$A(Z)$ 、 $a(Z)$ 、 $b(Z)$ 、 $\omega(Z)$ 、 $\xi(Z)$ 、 $\phi(Z)$ 分别表示类明孤子脉冲的振幅、脉宽、啁啾、频率、中心位置和相位。

满足方程 (3-4-1) 的拉氏密度函数为

$$L = \frac{i}{2} \left(\psi \frac{\partial \psi^*}{\partial Z} - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial Z} \right) + \frac{1}{2} \left| \frac{\partial \psi}{\partial T} \right|^2 - \frac{1}{2} |\psi|^4 - \frac{i}{2} \beta \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial T} \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2} - \frac{\partial \psi}{\partial T} \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial T^2} \right). \quad (3-4-4)$$

其正确性可由变分原理

$$\delta \iint L \left(\psi, \frac{\partial \psi}{\partial Z}, \frac{\partial \psi}{\partial T}, \psi^*, \frac{\partial \psi^*}{\partial Z}, \frac{\partial \psi^*}{\partial T} \right) dT dZ = 0 \quad (3-4-5)$$

导出方程 (3-4-1) 而得到验证。定义平均拉氏密度:

$$\langle L \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} L dT. \quad (3-4-6)$$

式 (3-4-4) 代入式 (3-4-6), 得

$$\langle L \rangle = 2aA^2 \left(\frac{d\phi}{dZ} - \omega \frac{d\xi}{dZ} + \xi^2 \frac{db}{dZ} \right) + \frac{1}{6} \pi^2 a^3 A^2 \frac{db}{dZ} + \frac{A^2}{3a} + a(\omega + 2b\xi)^2 A^2$$

$$+\frac{1}{3}\pi^2 a^3 b^2 A^2 - \frac{2}{3}aA^4 + 2\beta(\omega + 2b\xi)aA^2 \left[\frac{1}{a^2} + (\omega + 2b\xi)^2 + \pi^2 a^2 b^2 \right]. \quad (3-4-7)$$

根据变分原理, 应有

$$\frac{\delta \langle L \rangle}{\delta y_i} = 0, \quad (3-4-8)$$

其中 y_i 表示 A 、 a 、 b 、 ω 、 ξ 、 ϕ 六个类明孤子参数。将 (3-4-7) 代入 (3-4-8), 导得高阶色散情况下类明孤子参数满足下列演化方程组:

$$aA^2 = E_0 \quad (E_0 \text{ 为常数}); \quad (3-4-9)$$

$$\frac{db}{dZ} = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{1}{a^4} - \frac{E_0}{a^3} \right) - 2b^2 - \frac{12}{\pi^2 a^2} \beta (\pi^2 a^2 b^2 - \frac{1}{a^2}) (\omega + 2b\xi); \quad (3-4-10)$$

$$\frac{d\xi}{dZ} = (\omega + 2b\xi) + \beta \left[\frac{1}{a^2} + 3(\omega + 2b\xi)^2 + \pi^2 a^2 b^2 \right]; \quad (3-4-11)$$

$$\frac{d\omega}{dZ} = -2\xi \frac{db}{dZ} - 2b(\omega + 2b\xi) - 2b\beta \left[\frac{1}{a^2} + 3(\omega + 2b\xi)^2 + \pi^2 a^2 b^2 \right]; \quad (3-4-12)$$

$$\frac{da}{dZ} = 2ab + 12\beta ab(\omega + 2b\xi); \quad (3-4-13)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dZ} = & (\omega \frac{d\xi}{dZ} - \xi^2 \frac{db}{dZ}) - \frac{1}{12} \pi^2 a^2 \frac{db}{dZ} - \left(\frac{1}{6a^2} - \frac{2}{3} A^2 \right) - \frac{1}{2} (\omega + 2b\xi)^2 \\ & - \frac{1}{6} \pi^2 a^2 b^2 - \beta (\omega + 2b\xi) \left[\frac{1}{a^2} + (\omega + 2b\xi)^2 + \pi^2 a^2 b^2 \right]. \end{aligned} \quad (3-4-14)$$

由方程 (3-4-11)、(3-4-12) 结合初值条件, 可得

$$\omega + 2b\xi = \omega_0 + 2b_0\xi_0 \quad (\text{常数}). \quad (3-4-15)$$

用式 (3-4-10) 除以式 (3-4-13) 得

$$\frac{db}{da} = \frac{1}{\pi^2 b(1+6\beta M)} \left(\frac{1}{a^5} + \frac{6\beta M}{a^5} - \frac{E_0}{a^4} \right) - \frac{b}{a}. \quad (3-4-16)$$

即

$$\frac{d(b^2)}{da} + \frac{2b^2}{a} = \frac{2}{\pi^2(1+6\beta M)} \left(\frac{1}{a^5} + \frac{6\beta M}{a^5} - \frac{E_0}{a^4} \right). \quad (3-4-17)$$

方程 (3-4-17) 的通解为

$$\begin{aligned} b^2 = & e^{-\int_a^2 da} \left[\frac{2}{\pi^2} \int \frac{1}{1+6\beta M} \left(\frac{1}{a^5} + \frac{6\beta M}{a^5} - \frac{E_0}{a^4} \right) e^{\int_a^2 da} da + C \right] \\ = & \frac{1}{\pi^2 a^2} \left[-\frac{1}{a^2} + \frac{2E_0}{(1+6\beta M)a} + C' \right]. \end{aligned} \quad (3-4-18)$$

由初始条件可得

$$C' = \pi^2 a_0^2 b_0^2 + \frac{1}{a_0^2} \frac{2E_0}{(1+6\beta M)a_0}, \quad (3-4-19)$$

所以

$$b^2 = \frac{1}{\pi^2 a^2} \left(\frac{1}{a_0^2} - \frac{1}{a^2} + \frac{2E_0}{(1+6\beta M)a} - \frac{2E_0}{(1+6\beta M)a_0} + \pi^2 a_0^2 b_0^2 \right). \quad (3-4-20)$$

由 (3-4-20)、(3-4-13) 式, 得

$$\frac{da}{dZ} = \pm \frac{2(1+6\beta M)}{\pi a_0 a} \sqrt{Pa^2 + Qa - a_0^2}. \quad (3-4-21)$$

$$\text{式中 } P = 1 + \pi^2 a_0^4 b_0^2 - \frac{2E_0 a_0}{1+6\beta M}, \quad (3-4-22)$$

$$Q = \frac{2E_0 a_0^2}{1+6\beta M}. \quad (3-4-23)$$

(3-4-21) 式的解分三种情况:

i) 当 $P < 0$, 即 $1 + \pi^2 a_0^4 b_0^2 < \frac{2E_0 a_0}{(1+6\beta M)}$ 时, 其解为

$$\begin{aligned} \pm Z = & \frac{\pi a_0 Q}{4(1+6\beta M)(-P)^{3/2}} \left[\arcsin \frac{2Pa_0 + Q}{\sqrt{Q^2 + 4Pa_0^2}} - \arcsin \frac{2Pa + Q}{\sqrt{Q^2 + 4Pa^2}} \right] \\ & + \frac{\pi a_0 (\sqrt{Pa^2 + Qa - a_0^2} - \sqrt{Pa_0^2 + Qa_0 - a_0^2})}{2(1+6\beta M)P}. \end{aligned} \quad (3-4-24)$$

ii) 当 $P = 0$, 即 $1 + \pi^2 a_0^4 b_0^2 = \frac{2E_0 a_0}{(1+6\beta M)}$ 时, 其解为

$$\pm Z = \frac{\pi a_0}{3(1+6\beta M)Q^2} \left[(Qa + 2a_0^2)\sqrt{Qa - a_0^2} - (Qa_0 + 2a_0^2)\sqrt{Qa_0 - a_0^2} \right]. \quad (3-4-25)$$

iii) 当 $P > 0$, 即 $1 + \pi^2 a_0^4 b_0^2 > \frac{2E_0 a_0}{(1+6\beta M)}$ 时, 其解为

$$\begin{aligned} \pm Z = & \frac{\pi a_0}{2P(1+6\beta M)} (\sqrt{Pa^2 + Qa - a_0^2} - \sqrt{Pa_0^2 + Qa_0 - a_0^2}) \\ & - \frac{\pi Q a_0}{4P^{3/2}(1+6\beta M)} \ln \left(\frac{2Pa + Q + 2\sqrt{P}\sqrt{Pa^2 + Qa - a_0^2}}{2Pa_0 + Q + 2\sqrt{P}\sqrt{Pa_0^2 + Qa_0 - a_0^2}} \right). \end{aligned} \quad (3-4-26)$$

3.4.2 数值计算结果及讨论

当 $\beta=0$ 时, 式 (3-4-9) 至 (3-4-14) 可化为 3.2 节所讨论的问题。

式 (3-4-9) 是振幅和脉宽之间应满足的解析约束关系, 此式表明光纤中传输的类明孤子具有绝热特性, 振幅和脉宽此消彼长。

从式 (3-4-10) 至 (3-4-14) 可以看出, 高阶色散直接影响到啁啾、中心位置、频率、脉宽、相位的演化, 并且通过约束关系 (3-4-9) 影响到振幅的演化。

式 (3-4-15) 是频率、啁啾、中心位置之间应满足的解析约束关系, 如前所述, 其意义为脉冲中心的等效频率保持为常数, 这是只计及线性啁啾项的结果。

式 (3-4-20) 是脉宽和啁啾之间应满足的解析约束关系。为了看清这一关系的意义, 取 $A_0 = a_0 = 1$, $\omega_0 = 0.2$, $\xi_0 = 0$, 通过数值计算, 求出脉宽的最小值和最大值如下表所示:

b_0	$\beta=0$		$\beta=0.0001$		$\beta=0.01$		$\beta=0.3$	
	a_{min}	a_{max}	a_{min}	a_{max}	a_{min}	a_{max}	a_{min}	a_{max}
0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0002	1.0000	1.0243	1.0000	2.1249
± 0.001	0.9968	1.0031	0.9970	1.0033	0.9996	1.0246	1.0000	2.1249
± 0.01	0.9695	1.0324	0.9696	1.0327	0.9786	1.0478	0.9982	2.1334
± 0.3	0.5148	17.385	0.5148	17.485	0.5170	21.940	0.5833	∞
± 0.5	0.3890	∞	0.3890	∞	0.3908	∞	0.4295	∞

表 3-4-1. 脉宽取值范围和初始啁啾绝对值、高阶色散系数大小的关系

图 3-4-1 和图 3-4-2 是根据式 (3-4-20) 绘制的 $a \sim b$ 曲线图 (横轴表示脉宽 a , 纵轴表示啁啾 b)。当 $P < 0$ 时, 图形为有限区域内的封闭曲线, 此时



图 3-4-1 $b_0 = 0.1$ 时孤子啁啾与脉宽之间的关系. (a) $\beta=0.0001$, (b) $\beta=0.01$, (c) $\beta=0.3$, (d) $\beta=0.9$

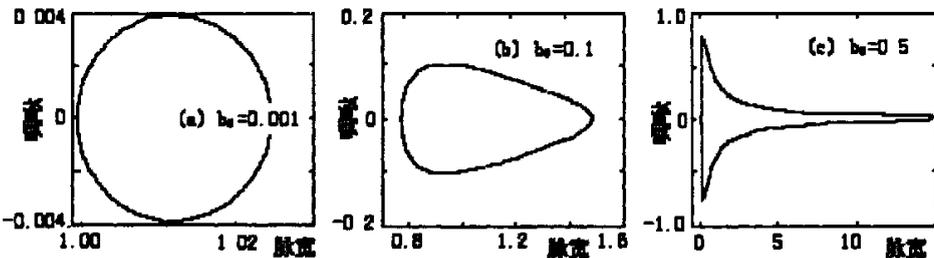


图 3-4-2 $\beta=0.01$ 时孤子啁啾与脉宽之间的关系. (a) $b_0=0.001$; (b) $b_0=0.1$, (c) $b_0=0.5$

脉冲交替地展宽和压缩。 b_0 相同时,随着 β 的增大, a 的最小值和最大值均增大,且 a 的变化范围增大。 β 相同时, b_0 越大, a 的最小值越小, a 的最大值越大, a 的变化范围越大。当 $P \geq 0$ 时(相当于 β 或 b_0 较大时),曲线向右无限延伸,脉冲将被无限展宽。

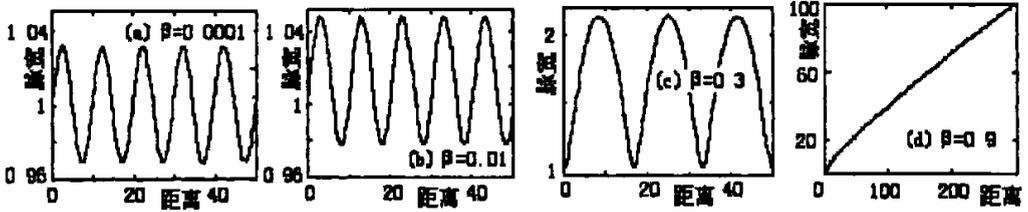


图 3-4-3 $b_0=0.01$ 时孤子脉宽与距离之间的关系。(a) $\beta=0.0001$; (b) $\beta=0.01$; (c) $\beta=0.3$; (d) $\beta=0.9$

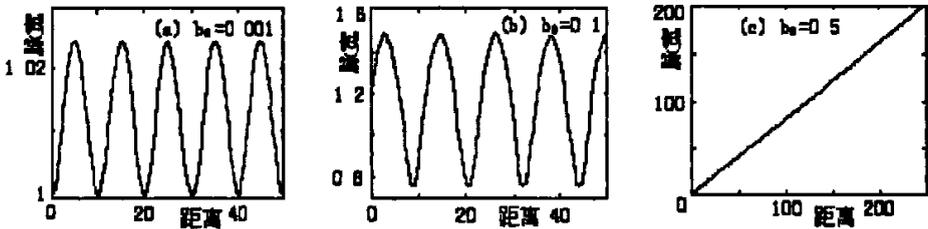


图 3-4-4 $\beta=0.01$ 时孤子脉宽与距离之间的关系。(a) $b_0=0.001$; (b) $b_0=0.1$; (c) $b_0=0.5$

图 3-4-3 和图 3-4-4 是根据式 (3-4-21) 三种不同情况下的解绘出的脉宽随传输距离的演化曲线(横轴表示传输距离 Z , 纵轴表示脉宽 a)。结合前述数值列表及图 3-4-3 和图 3-4-4 可以看出, $b_0 = 0$ 而高阶色散存在时, 类明孤子单纯地被展宽; $b_0 \neq 0$ 而高阶色散存在时, 类明孤子既会被展宽, 也会被压缩, 但展宽和压缩不是对称的, 大部分过程中脉冲是被展宽的。

值得注意的是: 式 (3-4-24) 表示的是一个周期性的解, 而式 (3-4-25)、(3-4-26) 表示的则是非周期性的解。可见, 考虑高阶色散时, 在光纤中传输的类明孤子脉冲实现周期性演化的条件是:

$$P = 1 + \pi^2 a_0^4 b_0^2 - \frac{2E_0 a_0}{1 + 6\beta M} < 0. \quad (3-4-27)$$

综上所述, 考虑高阶色散的微扰影响, 光纤中类明孤子脉冲的振幅与脉宽、频率与啁啾及中心位置、脉宽与啁啾之间分别满足式 (3-4-9)、(3-4-15)、(3-4-20) 三个解析约束关系; 本节导出了相应情况下脉宽随传输距离演化的解析解[式 (3-4-24)、(3-4-25)、(3-4-26)]; 从理论推导和数值计算结果可以看出, 高阶色散对啁啾、脉宽、频率、中心位置、相位均有影响。在高阶色散和

初始啁啾的共同作用下，在大部分过程中脉冲被展宽。当式(3-4-27)成立时，在光纤中传输的类明孤子脉冲可以实现周期性演化；否则，脉冲将被无限展宽。

3.5 五阶非线性对光纤中类明孤子脉冲传输特性的影响

3.5.1 脉冲参数演化规律的推导

考虑五阶非线性的影响,且把它当作微扰项来处理,类明孤子在光纤中传输时,传输脉冲的无量纲化的包络函数 $\psi(Z,T)$ 满足下列修正的非线性 Schrödinger 方程^[46]:

$$i\frac{\partial\psi}{\partial Z} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial T^2} + |\psi|^2\psi = -\gamma|\psi|^4\psi. \quad (3-5-1)$$

令方程(3-5-1)的尝试解为

$$\psi(Z,T) = A(Z)\text{Sech}\left[\frac{T-\xi(Z)}{a(Z)}\right]\exp\{i\omega(Z)[T-\xi(Z)] + ib(Z)T^2 + i\phi(Z)\}. \quad (3-5-2)$$

五阶非线性扰动情况下,满足方程(3-5-1)的拉氏密度函数为

$$L = \frac{i}{2}(\psi\frac{\partial\psi^*}{\partial Z} - \psi^*\frac{\partial\psi}{\partial Z}) + \frac{1}{2}\left|\frac{\partial\psi}{\partial T}\right|^2 - \frac{1}{2}|\psi|^4 - \frac{1}{3}\gamma|\psi|^6. \quad (3-5-3)$$

其正确性可由变分原理导出方程(3-5-1)而得到验证。相应的平均拉氏密度为

$$\begin{aligned} \langle L \rangle = & 2aA^2\left(\frac{d\phi}{dZ} - \omega\frac{d\xi}{dZ} + \xi^2\frac{db}{dZ}\right) + \frac{1}{6}\pi^2a^3A^2\frac{db}{dZ} + \frac{A^2}{3a} \\ & + a(\omega + 2b\xi)^2A^2 + \frac{1}{3}\pi^2a^3b^2A^2 - \frac{2}{3}aA^4 - \frac{16}{45}\gamma aA^6. \end{aligned} \quad (3-5-4)$$

利用约化变分原理,可导出类明孤子参数的下列演化方程组:

$$aA^2 = E_0 \quad (E_0 \text{ 为常数}); \quad (3-5-5)$$

$$\frac{da}{dZ} = 2ab; \quad (3-5-6)$$

$$\frac{db}{dZ} = \frac{2}{\pi^2}\left(\frac{1}{a^4} - \frac{E_0}{a^3}\right) - 2b^2 - \frac{32}{15}\frac{\gamma A^4}{\pi^2 a^2}; \quad (3-5-7)$$

$$\frac{d\xi}{dZ} = \omega + 2b\xi; \quad (3-5-8)$$

$$\frac{d\omega}{dZ} = -2\xi\frac{db}{dZ} - 2b(\omega + 2b\xi); \quad (3-5-9)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dZ} = & \left(\omega\frac{d\xi}{dZ} - \xi^2\frac{db}{dZ}\right) - \frac{1}{12}\pi^2a^2\frac{db}{dZ} - \left(\frac{1}{6a^2} - \frac{2}{3}A^2\right) \\ & - \frac{1}{2}(\omega + 2b\xi)^2 - \frac{1}{6}\pi^2a^2b^2 + \frac{8}{15}\gamma A^4. \end{aligned} \quad (3-5-10)$$

设类明孤子脉冲的初始振幅、初始脉宽、初始频率、初始啁啾、初始中心

位置和初始相位分别为 A_0 、 a_0 、 b_0 、 ξ_0 、 ω_0 、 ϕ_0 。对式 (3-5-8) ~ (3-5-10)

作进一步化简, 得

$$\xi = \xi_0 + (\omega_0 + 2b_0\xi_0)Z; \quad (3-5-11)$$

$$\omega + 2b\xi = \xi_0 + 2b_0\xi_0; \quad (3-5-12)$$

$$\frac{d\phi}{dZ} = \frac{1}{2}(\omega_0 + 2b_0\xi_0)^2 - \xi^2 \frac{db}{dZ} - 2(\omega_0 + 2b_0\xi_0)b\xi - \frac{1}{3a^2} + \frac{5}{6a} + \frac{32\gamma E_0^2}{45a^2}. \quad (3-5-13)$$

用式 (3-5-7) 除以式 (3-5-6) 得

$$\frac{db}{da} = \frac{1}{\pi^2 b} \left(\frac{1}{a^3} - \frac{16\gamma E_0^2}{15a^5} - \frac{E_0}{a^4} \right) - \frac{b}{a}, \quad (3-5-14)$$

即

$$\frac{d(b^2)}{da} + \frac{2b^2}{a} = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{1}{a^3} - \frac{16\gamma E_0^2}{15a^5} - \frac{E_0}{a^4} \right). \quad (3-5-15)$$

式 (3-5-15) 满足初始条件的解为

$$\begin{aligned} b^2 &= e^{-\int_a^2 da} \left[\frac{2}{\pi^2} \int \left(\frac{1}{a^3} - \frac{8\gamma E_0^2}{15a^5} - \frac{E_0}{a^4} \right) e^{\int_a^2 da} da + C \right] \\ &= \frac{1}{a^2} \left[\frac{2}{\pi^2} \left(-\frac{1}{2a^2} + \frac{4\gamma E_0^2}{15a^2} + \frac{E_0}{a} \right) + C \right]. \end{aligned} \quad (3-5-16)$$

代入初始条件, 得

$$C = a_0^2 b_0^2 - \frac{2}{\pi^2} \left(-\frac{1}{2a_0^2} + \frac{4\gamma E_0^2}{15a_0^2} + \frac{E_0}{a_0} \right). \quad (3-5-17)$$

所以

$$b^2 = \frac{2}{\pi^2 a^2} \left(\frac{E_0}{a} - \frac{E_0}{a_0} - \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2a_0^2} + \frac{4\gamma E_0^2}{15a^2} - \frac{4\gamma E_0^2}{15a_0^2} \right) + \frac{a_0^2 b_0^2}{a^2}. \quad (3-5-18)$$

由式 (3-5-18) 解出 ab , 代入式 (3-5-6), 得:

$$\frac{da}{dZ} = \pm \frac{2}{\pi a_0 a} \sqrt{Pa^2 + Qa + R}, \quad (3-5-19)$$

$$\text{式中 } P = 1 - 2E_0 a_0 + \pi^2 a_0^4 b_0^2 - \frac{8\gamma E_0^2}{15}, \quad (3-5-20)$$

$$Q = 2a_0^2 E_0, \quad (3-5-21)$$

$$R = -a_0^2 + \frac{8\gamma E_0^2 a_0^2}{15}. \quad (3-5-22)$$

式 (3-5-19) 的解分三种情况:

i) $P < 0$ 时, 其解为

$$\begin{aligned} \pm Z = & \frac{Q\pi a_0}{4(-P)^{3/2}} \left[\arcsin \frac{2Pa_0 + Q}{\sqrt{Q^2 + 4Pa_0^2}} - \arcsin \frac{2Pa + Q}{\sqrt{Q^2 + 4Pa_0^2}} \right] \\ & + \frac{\pi a_0}{2P} \left[\sqrt{Pa^2 + Qa + R} - \sqrt{Pa_0^2 + Qa_0 + R} \right]. \end{aligned} \quad (3-5-23)$$

ii) 当 $P = 0$ 时, 其解为

$$\pm Z = \frac{\pi a_0}{3Q^2} \left[(Qa + 2a_0^2)\sqrt{Qa + R} - (Qa_0 + 2a_0^2)\sqrt{Qa_0 + R} \right]. \quad (3-5-24)$$

iii) 当 $P > 0$ 时, 其解为

$$\begin{aligned} \pm Z = & \frac{\pi a_0}{2P} \left[\sqrt{Pa^2 + Qa + R} - \sqrt{Pa_0^2 + Qa_0 + R} \right] \\ & - \frac{\pi a_0 Q}{4P^{3/2}} \ln \frac{2Pa + Q + 2\sqrt{P}\sqrt{Pa^2 + Qa + R}}{2Pa_0 + Q + 2\sqrt{P}\sqrt{Pa_0^2 + Qa_0 + R}}. \end{aligned} \quad (3-5-25)$$

3.5.2 数值计算结果

分别取 $A_0 = a_0 = 1$, $|b_0| = 0, 0.0001, 0.01, 0.3, 0.5$, $\gamma = 0, 0.0001, 0.01, 0.3$, 根据式 (3-5-5)、(3-5-19)、(3-5-20)、(3-5-21)、(3-5-22), 算出相应的最小脉宽和最大脉宽列出如表 1:

b_0	$\gamma=0$		$\gamma=0.0001$		$\gamma=0.01$		$\gamma=0.3$	
	a_{\min}	a_{\max}	a_{\min}	a_{\max}	a_{\min}	a_{\max}	a_{\min}	a_{\max}
0	1.0000	1.0000	0.9998	1.0000	0.9789	1.0000	0.5152	1.0000
± 0.0001	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.7241	1.0000
± 0.01	0.9693	1.0326	0.9693	1.0326	0.9693	1.0276	0.7225	1.0031
± 0.3	0.5148	17.384	0.5148	17.374	0.5127	16.567	0.4472	6.9139
± 0.5	0.3890	∞	0.3890	∞	0.3875	∞	0.3431	∞

表 3-5-1. 类明孤子脉宽的取值范围和初始啁啾、五阶非线性系数的关系

图 3-5-1 和图 3-5-2 是当根据式 (3-5-19) 的解所画的脉宽随距离演化的图象。

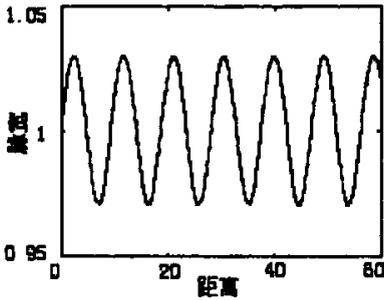


图 3-5-1 当 $b_0=0.01$ 和 $\gamma=0.0001$ 时
孤子脉宽随距离变化的关系

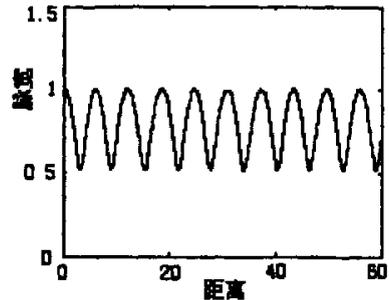


图 3-5-2 当 $b_0=0.01$ 和 $\gamma=0.3$ 时
孤子脉宽随距离变化的关系

图 3-5-3 和图 3-5-4 是当根据式 (3-5-18) 所画的啁啾~脉宽关系的图象。

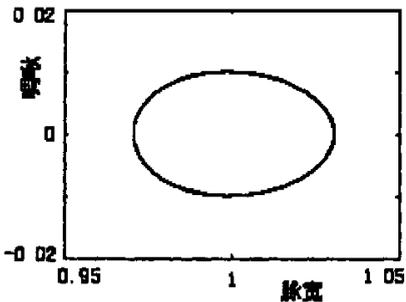


图 3-5-3 当 $b_0=0.01$ 和 $\gamma=0.0001$ 时
孤子啁啾 - 脉宽关系图



图 3-5-4 当 $b_0=0.01$ 和 $\gamma=0.3$ 时
孤子啁啾 - 脉宽关系图

3.5.3 分析及讨论

式 (3-5-5)、(3-5-11)、(3-5-12)、(3-5-13)、(3-5-18)、(3-5-19) 描绘了五阶非线性情况下类明孤子脉冲各参量随传输距离演化的规律, 式 (3-5-18) 是我们得到的脉宽和距离间的一个重要约束关系。

式 (3-5-5) 说明五阶非线性情况下, 光纤中的类明孤子具有绝热特性, 振幅和脉宽此消彼长, 这一性质与啁啾和五阶非线性无关。式 (3-5-11) 表明五阶非线性对孤子中心位置的演化没有影响, 而初始啁啾对孤子中心位置的演化有影响, 中心位置随传输距离作线性漂移。式 (3-5-12)、(3-5-13)、(3-5-18)、(3-5-19) 说明其余各参量都受到初始啁啾和五阶非线性的影响。

从表 1 可以看出, 五阶非线性对脉宽有压缩作用。当初始啁啾较小时, γ 的增大, 使脉宽的变化范围 ($a_{\max} - a_{\min}$) 加大; 而当初始啁啾较大时, γ 的增大, 则使脉宽的变化范围变小。控制 γ 不变, 当 b_0 很小 (如 $b_0 < 0.001$) 时, a 在平衡位置 a_0 附近近似对称地振荡, 即脉冲在传输过程中交替地展览与压缩, 但是振荡的幅度很小, $a \sim b$ 曲线呈闭合状, 上下左右基本对称且变化范围很小, 此时,

类明孤子脉冲基本上能够实现保形传输。 b_0 逐渐增大 (如 $b_0=0.3$), a 仍然交替地展宽与压缩, 但振荡的幅度很大, 振荡的对称性遭到破坏, 大部分时间里脉冲被展宽, 交替周期大大增加, $a \sim b$ 曲线虽呈闭合状, 但不具对称性, 且由于 a 的展宽倍数大大增加, 势必引起误码。控制 b_0 不变, 当 γ 很小 (如 $\gamma < 0.0001$) 时, 类明孤子脉宽受到五阶非线性的压缩作用, 但压缩作用很不明显。随着 γ 增大, 五阶非线性的压缩作用越来越明显 (图 3-5-1、3-5-2)。所以强的五阶非线性不利于类明孤子的保形传输, 但是有利于限制类明孤子的最大幅度。根据式 (3-5-18) 画出的 $a \sim b$ 曲线 (图 3-5-3、3-5-4) 可以发现, 在同样的初始啁啾情况下, 光纤中的五阶非线性使类明孤子的啁啾增大, 根据式 (3-5-12)、(3-5-13), 由于孤子的相位、频率与啁啾有关, 所以随着五阶非线性系数增大, 相位、频率非线性漂移也越严重。

式 (3-5-23) 描述的是一个振荡函数。 b_0 较小 (如 $b_0 < 0.001$) 且 γ 较大 (如 $\gamma > 0.001$) 时, a 近似对称地振荡。(3-5-24)、(3-5-25) 两式都不再是振荡函数, 此时随着距离 Z 的增大脉宽 a 也是无限增大的, 脉宽被无限展宽, 类明孤子的振幅将无限衰减, 这样的类明孤子无法传输出去。

考虑五阶非线性时, 在光纤中传输的类明孤子脉冲实现周期性演化的条件是:

$$P = 1 - 2E_0 a_0 + \pi^2 a_0^4 b_0^2 - \frac{8\gamma E_0^2}{15} < 0. \quad (3-5-26)$$

综上所述, 光纤中的五阶非线性不会影响使类明孤子中心位置但会影响类明孤子其他参量的演化, 五阶非线性使类明孤子的脉宽压缩, 可以在一定程度上抵消初始啁啾对脉宽的展宽作用, 但是五阶非线性会增大类明孤子的啁啾, 加剧相位、频率的非线性漂移。

3.6 耦合光纤对类明孤子脉冲传输特性的影响

3.6.1 脉冲参数演化规律的推导

在双全同耦合光纤中,由于存在耦合相互作用,这将对耦合光纤中传输的类明孤子产生影响。考虑及此,在双全同耦合光纤中传输的类明孤子脉冲,其包络满足下列无量纲的修正的非线性薛定谔方程(MNLS方程)^[47, 48]:

$$i \frac{\partial \psi_m}{\partial Z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi_m}{\partial T^2} + |\psi_m|^2 \psi_m = \varepsilon \psi_n, \quad (m=1,2, \text{且 } m \neq n) \quad (3-6-1)$$

ψ_n 表示对 ψ_m 产生耦合相互作用的类明孤子,而 ψ_m 表示受到 ψ_n 的耦合相互作用的类明孤子, ε 表示耦合相互作用系数。

对于弱耦合相互作用,可以把它看作微扰,因此仍可取方程(3-6-1)的尝试解为文献[4]、[5]的形式:

$$\psi_m(Z,T) = A_m(Z) \text{Sech} \left[\frac{T - \xi_m(Z)}{a_m(Z)} \right] \exp \{ i \omega_m(Z) [T - \xi_m(Z)] + i b_m(Z) T^2 + i \phi_m(Z) \}. \quad (3-6-2)$$

满足方程(3-6-1)的拉氏密度函数为:

$$L = \sum_{m=1}^2 L_m + \sum_{\substack{m,n=1 \\ m \neq n}}^2 L_{mn}, \quad (3-6-3)$$

$$\text{其中 } L_m = \frac{i}{2} (\psi_m \frac{\partial \psi_m^*}{\partial Z} - \psi_m^* \frac{\partial \psi_m}{\partial Z}) + \frac{1}{2} \left| \frac{\partial \psi_m}{\partial T} \right|^2 - \frac{1}{2} |\psi_m|^4, \quad (3-6-4)$$

$$L_{mn} = \frac{1}{2} \varepsilon (\psi_m \psi_n^* + \psi_m^* \psi_n). \quad (3-6-5)$$

其正确性可由变分原理

$$\delta \iint L(\psi_m, \frac{\partial \psi_m}{\partial Z}, \frac{\partial \psi_m}{\partial T}, \psi_m^*, \frac{\partial \psi_m^*}{\partial Z}, \frac{\partial \psi_m^*}{\partial T}) dT dZ = 0 \quad (m=1,2) \quad (3-6-6)$$

导出方程(3-6-1)而得到验证。

平均拉氏密度由下式给出:

$$\langle L \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} L dT = \sum_{m=1}^2 \langle L_m \rangle + \langle L_{mn} \rangle, \quad (3-6-7)$$

式中

$$\langle L_m \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} L_m dT = 2a_m A_m^2 \left(\frac{d\phi_m}{dZ} - \omega_m \frac{d\xi_m}{dZ} + \xi_m^2 \frac{db_m}{dZ} \right) + \frac{1}{6} \pi^2 a_m^3 A_m^2 \frac{db_m}{dZ} + \frac{A_m^2}{3a_m}$$

$$+ a_m(\omega_m + 2b_m\xi_m)^2 A_m^2 + \frac{1}{3}\pi^2 a_m^3 b_m^2 A_m^2 - \frac{2}{3}a_m A_m^4. \quad (3-6-8)$$

$$\langle L_{mn} \rangle = \sum_{\substack{m,n=1 \\ m \neq n}}^2 \int_{-\infty}^{+\infty} L_{mn} dT = 2\varepsilon A_m A_n \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Sech}\chi_m \text{Sech}\chi_n \cos(\theta_m - \theta_n) dT. \quad (3-6-9)$$

$$\text{其中 } \chi_j = \frac{T - \xi_j}{a_j}, \quad (j=m \text{ 或 } n) \quad (3-6-10)$$

$$\theta_j = \omega_j(T - \xi_j) + b_j T^2 + \phi_j. \quad (j=m \text{ 或 } n) \quad (3-6-11)$$

为了方便起见, 设 $a_m \approx a_n$ 、 $\omega_m \approx \omega_n$ 、 $b_m \approx b_n$, 则有

$$\begin{aligned} \langle L_{mn} \rangle &= 2\varepsilon A_m A_n \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Sech}\chi_m \text{Sech}\chi_n \cos[\omega_m(\xi_m - \xi_n) + \phi_m - \phi_n] dT \\ &= 4\varepsilon A_m A_n (\xi_m - \xi_n) \cos[\omega_m(\xi_m - \xi_n) + \phi_m - \phi_n] / \text{sh}\left(\frac{\xi_m - \xi_n}{a_m}\right). \end{aligned} \quad (3-6-12)$$

由 $\frac{\delta \langle L \rangle}{\delta y_i} = 0$ (其中 y_i 表示 A_m 、 a_m 、 b_m 、 ω_m 、 ξ_m 、 ϕ_m 六个类明孤子参数),

可得

$$\frac{d(a_m A_m^2)}{dZ} = \frac{1}{2} \frac{\delta \langle L_{mn} \rangle}{\delta \phi_m}; \quad (3-6-13)$$

$$\frac{db_m}{dZ} = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{1}{a_m^4} - \frac{A_m^2}{a_m^2} \right) - 2b_m^2 + \frac{3}{2\pi^2 a_m^3 A_m^2} \left(A_m \frac{\delta \langle L_{mn} \rangle}{\delta A_m} - 2a_m \frac{\delta \langle L_{mn} \rangle}{\delta a_m} \right); \quad (3-6-14)$$

$$\frac{d\xi_m}{dZ} = \omega_m + 2b_m \xi_m + \frac{1}{2a_m A_m^2} \frac{\delta \langle L_{mn} \rangle}{\delta A_m}; \quad (3-6-15)$$

$$\frac{d\omega_m}{dZ} = -2\xi_m \frac{db_m}{dZ} - 2b_m(\omega_m + 2b_m \xi_m) - \frac{1}{2a_m A_m^2} \left(\omega_m \frac{\delta \langle L_{mn} \rangle}{\delta \phi_m} + \frac{\delta \langle L_{mn} \rangle}{\delta \xi_m} \right). \quad (3-6-16)$$

$$\frac{da_m}{dZ} = 2a_m b_m + \frac{6\xi_m}{\pi^2 a_m^2 b_m^2} \frac{\delta \langle L_{mn} \rangle}{\delta \omega_m} - \frac{3\xi_m^2}{\pi^2 a_m^2 A_m^2} \frac{\delta \langle L_{mn} \rangle}{\delta \phi_m} - \frac{1}{4A_m^2} \frac{\delta \langle L_{mn} \rangle}{\delta \phi_m}; \quad (3-6-17)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_m}{dZ} &= \left(\omega_m \frac{d\xi_m}{dZ} - \xi_m^2 \frac{db_m}{dZ} \right) - \frac{1}{12} \pi^2 a_m^2 \frac{db_m}{dZ} - \left(\frac{1}{6a_m^2} - \frac{2}{3} A_m^2 \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} (\omega_m + 2b_m \xi_m)^2 - \frac{\pi^2}{6} a_m^2 b_m^2 - \frac{1}{4a_m A_m} \frac{\delta \langle L_{mn} \rangle}{\delta A_m}. \end{aligned} \quad (3-6-18)$$

其中

$$\frac{\delta \langle L_{mn} \rangle}{\delta A_m} = 4\varepsilon A_n (\xi_m - \xi_n) \cos[\omega_m (\xi_m - \xi_n) + \phi_m - \phi_n] / \operatorname{sh}\left(\frac{\xi_m - \xi_n}{a_m}\right). \quad (3-6-19)$$

$$\frac{\delta \langle L_{mn} \rangle}{\delta a_m} = \frac{4\varepsilon A_m A_n (\xi_m - \xi_n)^2 \cos[\omega_m (\xi_m - \xi_n) + \phi_m - \phi_n] \operatorname{ch}\left(\frac{\xi_m - \xi_n}{a_m}\right)}{a_m^2 \operatorname{sh}^2\left(\frac{\xi_m - \xi_n}{a_m}\right)}, \quad (3-6-20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta \langle L_{mn} \rangle}{\delta \xi_m} &= 4\varepsilon A_m A_n \cos[\omega_m (\xi_m - \xi_n) + \phi_m - \phi_n] / \operatorname{sh}\left(\frac{\xi_m - \xi_n}{a_m}\right) \\ &\quad - 4\varepsilon A_m A_n \omega_m (\xi_m - \xi_n) \sin[\omega_m (\xi_m - \xi_n) + \phi_m - \phi_n] / \operatorname{sh}\left(\frac{\xi_m - \xi_n}{a_m}\right) \\ &\quad - \frac{4\varepsilon A_m A_n (\xi_m - \xi_n)}{a_m \operatorname{sh}^2\left(\frac{\xi_m - \xi_n}{a_m}\right)} \cos[\omega_m (\xi_m - \xi_n) + \phi_m - \phi_n] \operatorname{ch}\left(\frac{\xi_m - \xi_n}{a_m}\right), \end{aligned} \quad (3-6-21)$$

$$\frac{\delta \langle L_{mn} \rangle}{\delta \phi_m} = -4\varepsilon A_m A_n (\xi_m - \xi_n) \sin[\omega_m (\xi_m - \xi_n) + \phi_m - \phi_n] / \operatorname{sh}\left(\frac{\xi_m - \xi_n}{a_m}\right). \quad (3-6-22)$$

$$\frac{\delta \langle L_{mn} \rangle}{\delta \omega_m} = -4\varepsilon A_m A_n (\xi_m - \xi_n)^2 \sin[\omega_m (\xi_m - \xi_n) + \phi_m - \phi_n] / \operatorname{sh}\left(\frac{\xi_m - \xi_n}{a_m}\right). \quad (3-6-23)$$

3.6.2 讨论

1) 从式 (3-6-13)、(3-6-22) 我们发现, 全同耦合相互作用微扰项对于类明孤子的影响同其它微扰相比, 有如下特点: 与类明孤子相位有关的微扰, 使得原本存在的 $a_m A_m^2 = E_0$ (E_0 为常数) 的结果不再成立。这是因为耦合相互作用, 破坏了孤子的独立性。因此, 在实际传输中, 我们要尽量减少耦合相互作用 (即要使 ε 很小), 才能使孤子实现长距离稳定传输。

2) 当 $\varepsilon = 0$, 即无耦合相互作用微扰项时, 方程组 (3-6-13) ~ (3-6-18) 可化为:

$$aA^2 = E_0 \quad (E_0 \text{ 为常数}); \quad (3-6-24)$$

$$\frac{db}{dZ} = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{1}{a^4} - \frac{E_0}{a^3} \right) - 2b^2; \quad (3-6-25)$$

$$\xi = \xi_0 + (\omega_0 + 2b_0 \xi_0) Z; \quad (3-6-26)$$

$$\omega + 2b\xi = \omega_0 + 2b_0 \xi_0; \quad (3-6-27)$$

$$\frac{da}{dZ} = 2ab; \quad (3-6-28)$$

$$\frac{d\phi}{dZ} = \frac{1}{2}(\omega_0 + 2b_0\xi_0)^2 - \xi^2 \frac{db}{dZ} - 2(\omega_0 + 2b_0\xi_0)b\xi - \frac{1}{3a^2} + \frac{5}{6}A^2. \quad (3-6-29)$$

这即是无微扰时类明孤子参数随 Z 的演化方程组。

3) 在式(3-6-13)~(3-6-18)中,令 $b_m = 0$ (即忽略啁啾效应), 并取 $A_m = 2\nu_m$ 、 $\omega_m = 2\mu_m$ 、 $\phi_m = \delta_m$, 且给定初始包络函数:

$$\psi(0, T) = 2\nu_m(0) \text{Sech}\{2\nu_m(0)[T - \xi_m(0)]\} \exp\{i\omega_m(0)[T - \xi_m(0)] + i\delta_m(0)\},$$

可得光纤中明孤子耦合相互作用的情形, 结果同文献[47]相同。

4) 从式(3-6-15)、(3-6-19)可发现, 类明孤子间的相互作用对 ξ_m 的影响, 与 ε 大小有关, 也与两类明孤子的相位差 ($\phi_m - \phi_n$)、中心位置间距 ($\xi_m - \xi_n$) 有关。对于类明孤子间的间距演化规律, 从式(3-6-15)中可求出, 但形式很复杂, 这说明全同耦合相互作用微扰项对类明孤子间的间距变化影响很大。

5) 从(3-6-15)、(3-6-16)两式可见, 存在耦合相互作用微扰项时的 ω_m 、 ξ_m 的方程不可直接求出解析解, 不再存在类似式(3-6-27)的约束关系, ξ_m 随 Z 呈非线性关系, 这与五阶非线性、高阶色散等微扰不同。

6) 从式(3-6-13)~(3-6-23)中可知, 耦合相互作用微扰项对 A_m 、 a_m 、 b_m 、 ω_m 、 ξ_m 、 ϕ_m 的影响很复杂。

第4章 结 语

通信技术发展日新月异,光孤子脉冲在通信中具有诱人的发展前景。超短超强光孤子脉冲在光纤中的传输规律由含修正项的 Schrödinger 方程 (MNLSE) 来描述。一般情况下, MNLSE 的解析解是不存在的,较多的是用分步傅里叶方法求其数值解,其结果直观但不便于作理论分析。

本文采用变分法在导出一般情况下类明孤子脉冲参数随传输距离演化方程组的基础上,分别对无微扰、小损耗、高阶色散、五阶非线性、耦合相互作用等情况作了进一步的解析推演和数值计算,获得了如下很有意义的结果:

1. 无微扰、小损耗、高阶色散、五阶非线性情况下,脉宽 a 和振幅参数 A 均满足绝热关系。耦合相互作用下,由于存在脉冲间的能量转移,这一关系不再成立。

2. 无微扰、小损耗、高阶色散、五阶非线性情况下,脉冲频率 ω 、啁啾 b 、中心位置 ξ 三者均满足约束关系: $\omega + 2b\xi = \text{常数}$ 。我们还揭示了这一关系的物理意义:脉冲中心的等效频率保持不变。

3. 无微扰、小损耗、高阶色散、五阶非线性情况下,脉宽 a 和啁啾 b 之间均存在一个漂亮的解析约束条件[即 (3-2-20) (3-3-16) (3-4-20) (3-5-18) 式]。我们认为,这一关系存在的普遍性不是偶然的,这揭示了在色散和非线性给定情况下,啁啾是制约脉宽的一个关键因素。

4. 我们导出了无微扰、小损耗、高阶色散、五阶非线性情况下,在光纤中传输的高斯脉冲实现周期性演化的条件[即(3-2-28)(3-3-24)(3-4-27) (3-5-26) 式]。数值计算结果表明,当此类条件满足时,脉宽-啁啾曲线为一闭合环。

5. 分析表明,初始啁啾是影响类明孤子脉冲传输特性的一个重要因素。上述各种情况下,初始啁啾对脉冲的各个参数均有影响。初始啁啾较小,实现脉冲的周期性演化才有可能;初始啁啾增大,恢复周期变长;初始啁啾较大时,脉冲将无限展宽。小损耗形式上仅影响脉冲相位,其实质是使脉冲振幅按指数规律衰减。高阶色散使脉冲展宽,五阶非线性使脉冲压缩。

6. 对光纤中类明孤子脉冲的耦合相互作用,我们导出了脉冲参数的演化方程组,为进一步研究奠定了基础。

7. 初始啁啾使 b 、 ω 、 Φ 在随距离的演化过程中产生非线性漂移,高

阶色散和五阶非线性加剧这种非线性漂移。

对于实际情况，MNLSE 的修正项可能同时有若干项。另外，只有当修正项很小时，才能把它当作微扰来处理。因此，本文所用的方法是简化的、近似的，但它便于理论分析，有助于人们理解各种因素对脉冲传输特性的影响机制，因而是一研究脉冲传输特性的便捷的、行之有效的方法。要对脉冲在光纤中的传输特性获得形象的认识，可以将变分法的结果用计算方法进行数值模拟。

参 考 文 献

- [1] 杨祥林. 光纤通信系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.
- [2] Scott Russell .Report on waves[J], Proc. Roy. Soc., Edinbergh, 319,1844.
- [3] 谷超豪主编. 孤子理论与应用[M]. 杭州: 浙江科学技术出版社. 1990.
- [4] Maneuf S and Reynaud F, [J]. Opt Commun, 101(3,4), 223, 1990.
- [5] 余守宪, 孤立子及其相互作用的初等分析[J], 大学物理, 15(11), 1996.
- [6] Hasegawa A and Tappert F, [J]. Appl Phys Lett , 1973, 23(4), 171.
- [7] Mollenauer L F, Stolen. R H, and Gordon J P, [J]. Phys rev Lett . 1980, 45(13): 1095.
- [8] Mollenauer L F. [J]. Opt Lett , 1984, 9:13.
- [9] Smith K. [J]. electron lett, 1991, 27:224.
- [10] Mollenauer L F. [J]. electron lett, 1991, 27:178.
- [11] Soto-Crespo J M. [J]. Opt Commun, 1990, 101(34):23.
- [12] Barthele my A, Maneuf S and Frochly C. [J]. Opt Commun, 1985, 55:201.
- [13] Maneuf S, Barthele my A and Frochly C. [J]. Opt Commun, 1988, 65:193.
- [14] TAYA M , BASHAW M C, FEJER M M, et al. Oberservation of Dark Photovoltaic Spatial Solitons[J]. Phys rev A, 1995, 52(4):3095-3100.
- [15] SHE W L, LEE K K, LEE W K, .Oberservation of two-dimentional Bright Photovoltaic Spatial Solitons[J]. Phys Rev Lett, 1999, 83(16):3182-3185.
- [16] Belanger P A, Mathieu. [J]. Appl Opt. 1987, 26(1):111.
- [17] 叶培大. 光纤理论[M]. 北京: 知识出版社, 1985
- [18] Jeunhomme Luc B. Single-mode Fiber Optics: Principles and Applications[M]. Marcel Dekker, Inc., 1983.
- [19] 廖延彪. 光纤光学[M]. 北京:清华大学出版社, 2000.
- [20] Hasegawa A and F Tappert[J], Appl Phys Lett , 1973, 23: 142,
- [21] Kodama Y and Hasegawa A, [J]. Quantum Electron, 1987, QE-23, 5: 510,
- [22] 郭旗, 周国生, 林为干. [J]. 中国科学(A辑), 1991, 2:200.
- [23] 杨祥林, 陈健. 增益噪声对光纤孤子通信系统码率距离积的限制[J]. 物理学报, 1993, 42 (1)
- [24] Anderson D. and M. Lisak, [J]. Phy. , Rev. A, 32, 4:2270
- [25] Anderson D. et al. [J]. Opt. Lett., 10, 134, 1985
- [26] Wai P. K. A. et al. [J]. Opt. Lett., 1983, 12, 8,
- [27] 谢应茂, 冯郁. 单模光纤中的三阶色散对光孤子传输的影响[J]. 江西科学[J], 1991, 9 (1): 1-3.
- [28] MOLMEDBA. Formation of a solition in an inhomogeneous nonlinear wave guide [J], Phys Scripts, 1997, 47: 797-799.
- [29] Xie Yingmao. A variational study on nonlinear propagation properties of

- optical Gaussian shaped pulse in monomode optical fibers[J]. Jiangxi science, 2000, 18(4): 191-192.
- [30] Kodama Y and Hasegawa A. [J]. IEEE J. Quantum Electron. 1987, QE-23. 5:510.
- [31] Hasegawa A. et. Al, Reduction of collision-induced time jitters indispersion-manage soliton transimission systems[J], Opt Lett, 1996, 12(1):39-41.
- [32] Chen Lujun, Liang Changhong. The Theory and Application of Soliton [M] Xi'an: Xidian University Press, 1997.
- [33] Sang Minghuang, Luo Kaiji. Behavior of Soliton in the Neighborhood of Zero-dispersion Propagation in a Single Model Optical Fiber[J]. Journal of Jiangxi Normal University, 1995, 19 (3): 226-231.
- [34] 张书敏, 徐文成, 罗爱平等. 光纤中飞秒基孤子压缩的一种改进性方法[J]. 光子学报, 2001, 30(3):280-283.
- [35] LI QI-Liang, CHEN Xiang-dong, TANG Xiang-hong, etc. Interaction-Induced Timing-Displacement Analysis in a WDM Optical Soliton Transmission System with Dispersion Management[J]. CHINESE JOURNAL OF LASERS. 2004, 31(2): 199-204
- [36] XU Ming, YANG Xiang-lin, Hu Yu. Timing Jitter in Wavelength-division-multiplexed Dispersion-Managed Soliton Communication Systems [J]. CHINESE JOURNAL OF LASERS. 2002, 29(1):47-52.
- [37] Zhang Fan, Ye Peida. Timing Jitter in Dispersion-Managed Soliton Systems Controlled in Time and Frequency Domain[J]. ACTA PHOTONICA SINICA. 2003, 32(2):133-136.
- [38] 罗开基, 刘庆仪. 光纤中三阶色散对类明孤子传输特性的影响[J]. 量子电子学报, 2002, 19(2):174-179.
- [39] 罗辽复. 量子场论[M]. 江苏科学技术出版社, 1985: 79-81
- [40] 谢应茂. 类明孤子在光纤中传输特性的变分研究[J]. 光学学报, 2004, 24(4):452-455.
- [41] 刘庆仪. 类明孤子在光纤中的传输特性研究(硕士论文), 2001.
- [42] 刘庆仪, 罗开基. 光纤中小损耗对类明孤子传输特性的影响[J]. 江西科学, 2001, 19(1): 11-13.
- [43] 谢应茂, 冯郁. 单模光纤中的高阶色散对光孤子传输的影响[J]. 江西科学[J], 1991, 9(1): 1-3.
- [44] Zhang Fan, Wu Jian, Zhang Min, Ye Peida, Ling Jingtong. EVOLUTION OF STRONG DISPERSION MANAGED SOLITON IN DENSE PERIOD FIBERS[J]. ACTA PHOTONICA SINICA. 2003, 32(2):133-136.
- [45] 张向阳, 王向朝. 双折射光纤中高阶色散对孤子脉冲传输的影响[J]. 光学学报, 2004, 24(1):16-20.

- [46] 刘庆仪, 罗开基. 光纤中五阶非线性对类明孤子传输特性的影响[J]. 激光杂志, 2001, 22 (5): 43-44.
- [47] 谢应茂. 耦合光纤中孤子传输特性的变分研究[J]. 江西师范大学学报(自然科学版), 1992, 16(1).
- [48] 罗开基, 刘庆仪, 桑明煌. 耦合相互作用对光纤中类明孤子传输特性的影响[J]. 激光杂志, 2002, 23(6):48-49.

论 文 发 表 情 况

1. 无微扰情况下初始啁啾对类明孤子传输特性的影响.
《江西师范大学学报》, 2005, 第 5 期, 第一作者
2. 高阶色散情况下光纤中类明孤子演化特性的研究
《激光杂志》, 已录用, 第一作者
3. 单缝菲涅尔衍射的光强分布
《师大研究生》, 2004, 1、2 期合刊, 第一作者
4. 光纤中五阶非线性对类明孤子传输特性的影响
待发
5. 高阶色散对光纤中高斯型脉冲传输特性的影响
《量子电子学报》, 2005, Vol.22, No.6 (桑志文、罗开基、桑明煌、王永祥)

致 谢

三年前，我怀着激动的心情，来到仰慕已久的江西师范大学求学。现在三年就要过去了，在各位老师的指导下，我系统地学习了光学专业的基础知识，掌握了基本的科研方法。理电学院浓郁的学习气氛和老师们渊博的学识让我增长了见识，开阔了眼界，这将对我今后的学习工作产生深刻的影响。

在这三年里，恩师罗开基先生给了我无私的教诲和帮助。罗老师学识渊博，治学严谨，他实事求是的工作态度、孜孜以求的探索精神永远值得学生学习。我的专业基础并不好，刚写论文时无从下手，是罗老师用他严密的推导、精辟的见解让我克服了畏难情绪。由于罗老师的严格要求，我才逐渐形成勤奋刻苦的学习习惯，也正是由于罗老师的无私帮助，我才能在学业上取得长足的进步。值此毕业之际，我向罗老师表示衷心的感谢！并祝福罗老师工作顺利，全家安康！

感谢雷敏生教授、聂义友教授、马善钧教授、嵇英华教授、叶志清教授、陶向阳教授、谢芳森教授、汪胜前教授、桑明煌副教授、熊小华副教授及理电学院的其他教职员工们，感谢他们在学习上给予我的关心、帮助和指导！

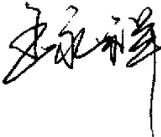
另外，我还要感谢师兄、师姐、同学、师弟给我的关心、支持和帮助！

最后，我还要感谢我的父母、姐姐和弟弟，他们一直给予我物质和精神上坚定的支持。

毕业后我将更加认真地投入工作到工作中去，以取得更好的成绩来回报社会，回报所有关心和帮助过我的老师、朋友和亲人。

独创性声明

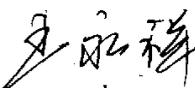
本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

学位论文作者签名： 签字日期：2006年5月16日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解江西师范大学研究生学院有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权江西师范大学研究生学院可以将学位论文的全部或部分内 容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

(保密的学位论文在解密后适用本授权书)

学位论文作者签名：
签字日期：2006年5月16日

导师签名：
签字日期：2006年5月20日