

基于小波分析的框架结构 故障诊断方法研究

摘 要

结构动态检测法是近些年来国内外研究非常活跃的检测方法之一，它利用工程振动测试技术实测结构所受的激励和动态响应，从而评定结构的实际可靠度和结构健康状况。它在航空航天、机械、交通和土木工程等多个领域得到了广泛地应用，但是在这些领域中的应用并不平衡，在土木工程领域中，由于结构本身和边界条件的复杂性以及材料的离散性，使得这一方法的应用较其它领域更为困难和复杂。针对这种情况，本文在根据小波基本理论基础提出了基于小波进行框架结构缺陷动态检测方法。论文主要包括：1. 通过对结构响应信号进行小波变换，并计算响应信号变换后的范数，提出了一种“范数——缺陷”的框架结构缺陷检测法；2. 通过对结构响应信号进行小波包分解，提出了一种“能量——缺陷”的框架结构缺陷检测法；3. 通过对结构响应信号进行多分辨分析，并计算响应信号的多分辨统计熵指数，提出了一种“多分辨统计熵指数——缺陷”的框架结构缺陷检测法。

通过对三层框架结构的试验，结果表明本文提出的方法具有较强的可行性和实用性。

关键词：框架结构；小波；缺陷检测；多分辨统计熵指数；范数；小波包；小波变换

Research on The Method of Fault Diagnosis of Frame Structure Based on Wavelet Analysis

Abstract

The method of dynamic detection of structure is one of the methods researched actively in the world at recent years. It uses the measurement technology of vibration to measure structural excitation and dynamic response, then evaluates actual reliability of structure and health condition of structure. It is applied widely in some domains, such as aviation、 machine、 transportation and civil engineer etc. But it is not balance to be applied in these domains. In the domain of civil engineer, because of the complex nature of structure and boundary condition and the dispersed nature of material, this method is applied difficultly. In order to solve these problems, on the base of wavelet theory this thesis advance the method of fault diagnosis of frame structure based on wavelet analysis. This thesis mainly includes: 1. Through wavelet transform of structural response signal and calculation of its norm, the method of frame structure fault detection of “norm——fault” is presented; 2. Through wavelet decomposition of structural response signal, the method of frame structure fault detection of “energy——fault” is presented; 3. Through multi-resolution analysis of structural response signal and calculation of multi-resolution entropy of response signal, the method of frame structure fault detection of “multi-resolution entropy——fault” is presented.

By virtue of the experiment of three-floor frame structure, the results show that these methods are feasibility and practicality.

Keywords: frame structure; wavelet; fault detection; multi-resolution entropy; norm; wavelet packet; wavelet transform

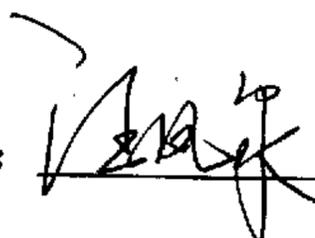
学位论文独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得东南大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

签 名：_____日 期：_____

关于学位论文使用授权的说明

东南大学、中国科学技术信息研究所、国家图书馆有权保留本人所送交学位论文的复印件和电子文档，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文。本人电子文档的内容和纸质论文的内容相一致。除在保密期内的保密论文外，允许论文被查阅和借阅，可以公布（包括刊登）论文的全部或部分内容。论文的公布（包括刊登）授权东南大学研究生院办理。

签 名：_____导师签名：日 期 2003

第一章 绪论

1.1 无损检测的现状^{[34][35]}

混凝土是当代建筑工程中最主要的结构材料之一。由于混凝土通常是在工地进行配料、搅拌、成型、养护，所以每一个环节稍有不慎都将影响其质量，危及整个结构的安全。混凝土和钢筋混凝土结构物，有时因施工管理不善或受使用环境及自然灾害的影响，其内部可能存在不密实、夹渣、孔洞，其外形形成蜂窝麻面、裂缝或损伤层等缺陷。这些缺陷的存在会严重影响结构的承载力和耐久性，采用无损检测方法查明混凝土缺陷的性质、范围及尺寸，以便进行技术处理，防患于未然。所谓无损检测^[2]，就是指在不影响结构或构件受力性能或其它使用性能的前提下，直接在结构或构件上通过测定某些适当的物理量，并通过这些物理量与混凝土强度的相关关系推定混凝土强度、均匀性、连续性、耐久性等一系列质量性能指标。

目前无损检测技术已比较成熟,几乎涉及现代科学的每一分支,如射线检测、声与超声检测、电学与电磁检测、热力学与化学检测等,具体而言,如 x 射线法、超声法、超声回弹法、硬度测试法、磁粉法、同位素法^{[27][28]}等。与常规标准试块破坏实验相比,无损检测技术具有以下优点:(1)不破坏构件或建筑物的结构;(2)可进行全面检测,能较真实地反映混凝土的质量与强度;(3)能对内部空洞、开裂、表层烧伤等进行检测;(4)可用于老建筑物的检测;(5)非接触检测,简便快捷;(6)可进行连续测试及重复测试。但是,这些方法的费用高,有些部位难以接近,特别对大型复杂结构在事先无法预测损伤位置的情况下较难进行^[36]。

1.2 基于小波分析的结构动态检测法

近些年来利用结构动态检测方法对结构进行缺陷检测是目前国内外研究的热点,许多模态参数被用来判断故障的存在及其程度大小。基本思路是首先探测出结构振动响应或结构动态特性的变化,然后利用结构的固有特性如特征方程、振型的正交性等建立结构动态特性变化与结构参数变化的关系,进而判定结构缺陷的位置和程度^[36],它是一个有约束的优化问题^[1]。文献[29]采用能量传递率来检测故障;文献[30]

依靠静态分析与模态测试相结合的方法来进行损伤估计；文献[31]认为曲率模态的变化能准确地显示故障点所在；文献[32]则提出了直接利用频响函数来定位损伤位置的方法。但是由于土木结构本身和边界条件的复杂性以及材料的离散性，使得这些方法的应用较其它领域更为困难和复杂^[33]，目前主要用于那些结构形式较为简单的结构，例如桥梁的检测，而在建筑结构中的应用仅仅局限于实测其振动的模态特性，对于建筑结构物理参数的准确识别还缺少有效方法。

由于小波变换能将任何信号映射到由一个母小波伸缩（变换频率）、平移（搜索非平稳性）而组成的一组基函数上，可以实现信号在不同时刻、不同频带的合理分离而不丢失原始信息，这些功能为信号处理及微弱信息的提取提供了高效、有力的工具。因此本文在根据小波理论的基础上，展开了基于小波进行框架结构缺陷动态检测方法研究，试验结果表明本文提出的方法不仅能准确地对框架结构缺陷进行识别，而且无需被测对象的数学模型，这大大地降低了对检测对象的要求。

1.3 国内外研究进展

近些年来，基于小波分析的故障诊断方法是国内外研究的热点。小波分析出现的时间不长，但由于它在时域和频域同时具有良好的局部化性质，越来越被广泛地应用于信号处理、图像处理、量子场论、地震勘探、语音识别和合成、音乐、雷达、CT 成像、彩色复印、流体湍流、天体识别、机器视觉、机械故障诊断与监控、分形以及数字电视等科技领域。传统上使用傅里叶分析的地方，都可以用小波分析取代。在国外，Wang, W.J 等^[8]根据测得的系统响应信号选择相应的小波，绘制出了时间—频率—尺度分布图，进而用其诊断出机械故障部位；Moyo,P.等^[9]应用小波变换来监测桥梁的突变和渐变情况；Z.Hou 等^[10]用小波分解对含有由突变破坏和疲劳积累引起的多种裂缝的框架结构进行健康检测。在国内，文献[11][12][13][14][15]提出用小波变换对故障进行检测的方法；文献[16]提出了基于脉冲响应函数的正交小波变换系数对故障进行检测的方法；文献[17]采用多分辨信息熵进行故障检测，并取得很好的效果；文献[18]提出了基于小波网络的故障检测方法。

1.4 小波分析简述

小波 (Wavelet) 分析是一个新的数学分支, 它是泛函分析、Fourier 分析、样条分析、调和分析、数值分析的完美结晶。小波理论是八十年代发展起来的, 它与传统的傅里叶 (Fourier) 理论有密切的关系。小波函数存在性证明依赖于傅里叶分析, 但它是傅里叶分析的新发展, 它与傅里叶理论相辅相成, 为应用科学提供了新的强有力的工具^[7]。它属于时频分析的一种, 传统的信号分析是建立在傅里叶变换的基础之上的, 由于傅里叶分析使用的是一种全局的变换, 要么完全在时域, 要么完全在频域, 因此无法表述信号的时频局域性质, 而这种性质恰恰是非平稳信号最根本和最关键的性质。为了分析和处理非平稳信号, 人们对傅里叶分析进行了推广乃至根本性的革命, 提出并发展了一系列新的信号分析理论: 短时傅里叶变换、Gabor 变换、时频分析、小波变换、Randon-Wigner 变换、分数阶傅里叶变换、线调频小波变换、循环统计量理论等。其中, 短时傅里叶变换和小波变换也是应传统的傅里叶变换不能够满足信号处理的要求而产生的。短时傅里叶变换分析的基本思想是: 假定非平稳信号在分析窗函数 $g(t)$ 的一个短时间间隔内是平稳的, 并移动分析窗函数, 使 $f(t)g(t-\tau)$ 在不同的有限时间宽度内是平稳信号, 从而计算出各个不同时刻的功率谱。但从本质上讲, 短时傅里叶变换是一种单一分辨率的信号分析方法, 因为它使用一个固定的短时窗函数, 因而短时傅里叶变换在信号分析上还是存在着不可逾越的缺陷。

小波变换是一种信号的时间—尺度 (时间—频率) 分析方法^[19], 它具有多分辨率分析的特点, 而且在时频两域都具有表征信号局部特征的能力, 是一种窗口大小固定不变但其形状可改变、时间窗和频率窗都可以改变的时频局部化分析方法, 即在低频部分具有较高的频率分辨率和较低的时间分辨率, 在高频部分具有较高的时间分辨率和较低的频率分辨率, 很适合于探测正常信号中夹带的瞬态反常现象并展示其成分, 被称为分析信号的显微镜, 利用连续小波变换进行动态系统故障检测与诊断具有良好的效果^[20]。

小波分析方法的提出, 可以追溯到 1910 年 Haar 提出的小“波”规范正交基及 1938 年 Littlewood-Paley 对傅里叶级数建立的 $L-P$ 理论, 即按二进制频率成分分组傅里叶变换的相位变化本质上不影响函数的形状及大小。其后, Calderon 于 1975 年用其早年发现的再生公式给出抛物型空间上 H^1 的原子分解, 这个公式后来成了许多函数分解的出发点, 它的离散形式已接近小波展开, 只是还无法得到组成一正交系结论, 1981 年 Stromberg 对 Haar 系进行了改进, 证明了小波函数的存在性, 1982 年 Battle 在构造量

子场理论中使用了类似 Calderon 再生公式的展开, 法国地球物理学家 J. Morlet 于 1980 年首先提出小波变换并用于地震数据分析, 随后与另一位法国理论物理学家 A. Grossman 共同提出了连续小波变换的几何体系, 其基础是仿射群 (即平移和伸缩) 下的不变性^[21], 这使我们能够将一个信号分解成对空间和尺度 (即时间和频率) 的独立贡献, 同时又保留原信号所包含的信息。Meyer 于 1986 年创造性地构造出具有一定衰减性的光滑函数, 其二进制伸缩与平移构成 $L^2(R)$ 的规范正交基, 才使小波变换方法得到发展, 继 Meyer 提出小波变换之后, Lemarie 和 Battle 又分别独立地给出了具有指数衰减的小波函数, S. Mallat 于 1989 年首次提出多分辨分析 (Multiresolution Analysis) 并应用于小波分析中^[22], 从而成功地统一了在此之前的 Stromberg、Meyer、Lemarie 和 Battle 提出的各种具体的小波构造方法, 给出了构造正交小波的一般方法和快速小波塔式算法。与此同时, Daubechies 构造了具有有限支集的正交小波基, 这样小波分析的系统理论初步得到了建立。1988 年, Arneodo 及 Grasseau 等人将小波变换运用于混沌动力学及分形理论以研究湍流及分形生长现象^[23], 1990 年崔锦泰和王建忠构造了基于样条函数的所谓单正交小波函数, 并讨论了具有最好局部化性质的多尺度分析的生成函数及相应的小波函数。1991 年, Jaffard 及 Laurencot 将小波变换应用于偏微分方程数值解, 而 Wickerhanser 等将 Mallat 算法进一步深化, 得到了小波包算法。

小波分析是傅里叶分析思想方法的发展与延拓, 自产生以来就一直与傅里叶分析密切相关, 它的存在性证明、小波基构造以及结果分析都依赖于傅里叶分析, 二者是相辅相成的。两者相比主要有以下不同:

(1) 傅里叶变换的实质是把能量有限信号 $f(t)$ 分解到以 $\{e^{i\omega t}\}$ 为正交基的空间上去; 小波变换的实质是把能量有限信号 $f(t)$ 分解到 W_j ($j=1, 2, \dots, J$) 和 V_j 所构成的空间上去。

(2) 傅里叶变换用到的基本函数只有 $\sin(\omega t)$, $\cos(\omega t)$, $\exp(i\omega t)$, 具有唯一性; 小波分析用到的函数则具有不唯一性, 小波函数的选用是小波分析应用到实际中的难点, 也是研究的热点问题。

(3) 在频域中, 傅里叶变换具有较好的局部化能力, 但在时域中, 傅里叶变换没有局部化能力, 无法从信号 $f(t)$ 的傅里叶变换 $f(\omega)$ 中看出 $f(t)$ 在任一时间点附近的

性态。

(4) 在小波分析中, 尺度 a 的值越大相当于傅里叶变换中 $\bar{\omega}$ 的值越小。

1.5 论文的主要内容

1.5.1 研究的目及意义

框架结构是土木工程结构的重要结构形式, 它的使用期限长达几十年, 甚至上百年, 在其服役过程中, 由于环境载荷作用、疲劳效应、腐蚀效应和材料老化等不利因素的影响, 结构将不可避免的会产生损伤积累, 抗力衰减, 甚至导致突发事故。已建成使用的许多结构和设施急需采用有效的手段检测和评定其安全状况、修复和控制损伤。

前面所提到的各种无损检测方法费用高, 有些部位难以接近, 对大型结构在事先无法预测损伤位置的情况下无法进行。正因为如此, 通过对结构动态特性的测量来诊断与评价损伤。这一方法对损伤快速定位具有特别重要的意义。

1.5.2 论文的主要贡献

论文的主要贡献在于:

1. 应用计算机进行仿真试验分析了框架结构的瞬态响应情况, 得出不同模式的响应。
2. 提出了一种基于小波包分解的“能量——缺陷”框架结构缺陷检测方法。
3. 提出了一种基于小波分析的“范数——缺陷”框架结构缺陷检测方法。
4. 提出了一种基于多分辨统计熵的“统计熵指数——缺陷”框架结构缺陷检测方法。

第二章 小波分析基本理论

2.1 窗口傅里叶变换 WFT 及其时频局部化特性^[7]

最初人们为了解决信号分析中存在的一对基本矛盾,即时频局部化问题,在当时掌握了傅里叶变换的基础上,对其改进而有了所谓窗口傅里叶变换 WFT (Window Fourier Transform)。该方法将非稳态时变信号分为许多小的不同时段,在某个时段内认为信号是平稳的,然后在该时段内对信号进行 FFT 分析。设实现信号 $f(t)$ 时间分段的函数为 $g(t)$,且 $g(t) \in L^2(R)$, $t \cdot g(t) \in L^2(R)$, 则称 $g(t)$ 为窗口函数。窗口傅里叶变换 (WFT) 的定义如下: 当 $g(t) \in L^2(R)$ 时, 定义二元函数:

$$F[f(\omega, \tau)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} f(t) g(t - \tau) e^{-i\omega\tau} dt \quad (2-1)$$

式 (2-1) 中 ω 为频域变量, t 为时域变量, τ 为时延。则 $F[f(\omega, \tau)]$ 称为 $f(t)$ 的以 $g(t)$ 为窗口函数的窗口傅里叶变换 WFT, 式 (2-1) 还可写成如下的频域表示形式:

$$f(t) = \frac{e^{-i\nu t}}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} F[f(\omega, \tau)] g^*(\omega - \nu) e^{-i\omega t} d\omega \quad (2-2)$$

其中 ν 为频延。设相空间的点 (t_0, ω_0) :

$$\left. \begin{aligned} t_0 &= \int_{\mathbb{R}} [t |g(t)|^2 / \|g(t)\|^2] dt \\ \omega_0 &= \int_{\mathbb{R}} [\omega |g^*(\omega)|^2 / \|g^*(\omega)\|^2] d\omega \end{aligned} \right\} \quad (2-3)$$

称为窗函数 $g(t)$ 的中心, 而参数:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_g &= \sqrt{\int_{\mathbb{R}} [(t - t_0) |g(t)|^2 / \|g(t)\|^2] dt} \\ \Delta_g^* &= \sqrt{\int_{\mathbb{R}} [(\omega - \omega_0) |g^*(\omega)|^2 / \|g^*(\omega)\|^2] d\omega} \end{aligned} \right\} \quad (2-4)$$

分别称为窗函数 $g(t)$ 的时宽和频宽。相空间中以 (t_0, ω_0) 为中心, $2\Delta_g$ 为长边, $2\Delta_g^*$ 为宽边的平行于坐标轴的矩形, 称为由 $g(t)$ 所决定的时-频窗口, 它在时-频平面上的局部化特性如图 2.1。时-频窗口是对窗口函数时-频局部化特性的刻画, 由窗口尺度来表征其局

部性，利用它可以对信号进行时-频局部化分析，参数 Δ_g 和 Δ_g^* 越小， $g(t)$ 在时-频两域的局部化程度越高。虽然 WFT 具有一定的时-频局部化分析能力，但由 Heiserber 测不准原理可知，信号的时域波形与其频谱不可能同时任意缩小，应满足规律

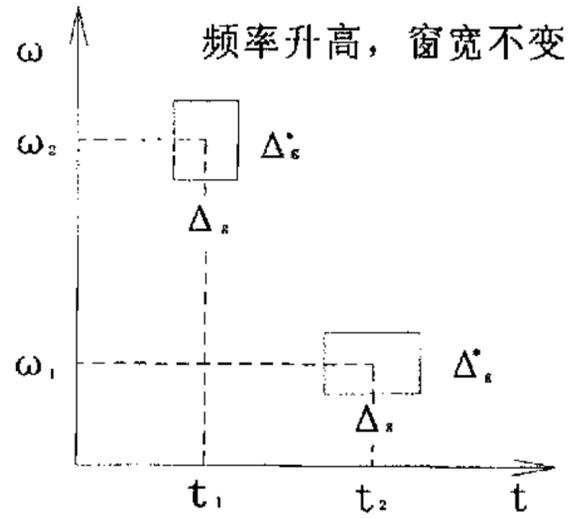


图 2.1 WFT 及其时频局部化特性

$\Delta_g \cdot \Delta_g^* \geq 1/2$ ，因此，在利用 WFT 来分析信号的局部性质的同时，一旦窗口函数 $g(t)$ 取定，其窗口尺寸也随之确定，这就产生了两个问题：（1）对于短时高频及变频信号，使用 WFT 方法不能同时兼顾高低频各种成分，为了分析高频信号而缩小时窗宽会降低频率分辨率且对低频分量不利，为了分析低频信号需加大时窗宽则对高频信号不利，故难以取得期望的效果；（2）窗口取定则频率分辨率取定，欲提高频率分辨率，需要加大窗口函数 $g(t)$ 的宽度，这必将导致短时内平稳性的前提失效。

2.2 连续小波变换 CWT 及其时频局部化特性^[7, 24]

连续小波变换 CWT(Continue Wavelet Transform)的基本思想是用一族同一空间的函数表示或逼近某一信号，这一族函数称为“小波函数系”，它是通过某个称之为“基本小波函数”的不同尺度平移和伸缩构成的。设 $\psi(t)$ 是给定的一个基本小波函数，对于存在于 $L^2(R)$ 中的任意函数 $f(t)$ ，它的 CWT 定义为：

$$W_f(a, b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = |a|^{-1/2} \int_{\mathbb{R}} f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (2-5)$$

式 (2-5) 其重构公式（逆变换）为：

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{a^2} W_f(a, b) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) da db \quad (2-6)$$

式 (2-5) 中的函数 $\psi_{a,b}(t)$ 满足相容性条件：

$$C_{\psi} = \int_{\mathbb{R}} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (2-7)$$

$$\int_{\mathbb{R}} \psi(t) dt = 0$$

式 (2-5)、式 (2-7) 中的 a 为伸缩尺度因子, b 为平移尺度因子, 且 $\hat{\psi}(\omega)$ 为 $\psi(t)$ 的傅里叶变换。

设小波函数 $\psi(t)$ 的中心为 t^* , 半窗宽为 Δ_{ψ} ; $\hat{\psi}(\omega)$ 的中心为 ω^* , 半窗宽为 Δ_{ψ}^* ; 则由式 (2-5) 的连续小波变换 CWT 为信号 $f(t)$ 提供了如下的时-频窗:

$$\left. \begin{aligned} t &\in [b + at^* - a\Delta_{\psi}, b + at^* + a\Delta_{\psi}] \\ \omega &\in [(\omega^* - \Delta_{\psi}^*)/a, (\omega^* + \Delta_{\psi}^*)/a] \end{aligned} \right\} \quad (2-8)$$

其中的时窗宽度随伸缩尺度因子 a 的变化而变化, 频窗实际上是具有中心频率 ω^*/a , 带宽为 $2\Delta_{\psi}^*/a$ 的一个变频带, 也随 a 的变化而变化; 时窗宽度与频窗宽度的乘积为常数:

$$\begin{aligned} [b + at^* - a\Delta_{\psi}, b + at^* + a\Delta_{\psi}] \cdot [(\omega^* - \Delta_{\psi}^*)/a, \\ (\omega^* + \Delta_{\psi}^*)/a] = (2a\Delta_{\psi}) \cdot (2\Delta_{\psi}^*/a) = 4\Delta_{\psi}\Delta_{\psi}^* \end{aligned} \quad (2-9)$$

就应当注意到, 虽然时窗宽度与频窗宽度的乘积为常数 $4\Delta_{\psi}\Delta_{\psi}^*$, 但是时-频窗的时间宽度和频率宽度会随着伸缩尺度因子 a 的变化而变化, a 增大, 时窗变宽, 频窗变窄, 适宜于低频的情形; 反之 a 缩小, 时窗变窄, 频窗变宽, 适宜于高频的情形。如图 2.2 所示即为小波变换 CWT 的局部化特性, 可见小波变换具备

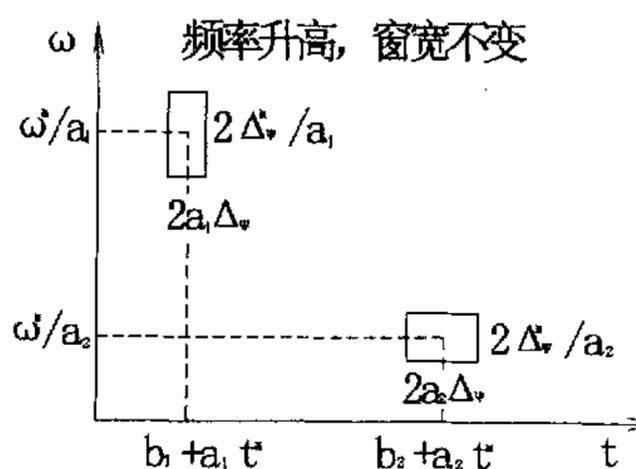


图2.2 CWT及其时频局部化特性

整体平坦部分的信息特征, 也可以在小尺度上定位信号突变部分的信息特征。

2.3 离散小波变换 DWT 以及二进小波

2.3.1 离散小波变换

实际应用中, 尤其是在计算机上实现时, 连续小波变换必须加以离散化。故要将连续小波 $\psi_{a,b}(t)$ 和连续小波变换 $W_f(a,b)$ 作离散化处理, 得到信号的离散小波和离散小波

变换 DWT (Discrete Wavelet Transform)。

在连续小波中, 考虑函数:

$$\psi_{a,b}(t) = |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2-10)$$

这里, $b \in R, a \in R_+$, 且 $a_0 \neq 0$, ψ 是容许的, 为方便起见, 在离散化中, 总限制 a 只取正值, 这样相容条件就变为

$$C_\psi = \int_{\mathbb{R}} \frac{|\hat{\psi}(\bar{\omega})|}{|\bar{\omega}|} d\bar{\omega} < \infty \quad (2-11)$$

通常把连续小波变换中伸缩尺度因子 a 和平移尺度因子 b 离散化公式分别取作:

$$\left. \begin{aligned} a &= a_0^j (a_0 > 1) \\ b &= ka_0^j b_0 (b_0 \in R), (j, k) \in Z^2 \end{aligned} \right\} \quad (2-12)$$

则式 (2-10) 所对应的离散小波函数:

$$\psi_{j,k}(t) = a_0^{-j/2} \psi\left(\frac{t - ka_0^j b_0}{a_0^j}\right) = a_0^{-j/2} \psi(a_0^{-j} t - kb_0) \quad (2-13)$$

而离散化小波变换系数则可表示为:

$$C_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{j,k}^*(t) dt = \langle f, \psi_{j,k} \rangle \quad (2-14)$$

其重构公式为:

$$f(t) = c \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (2-15)$$

c 是一个与信号无关的常数。

离散小波变换 DWT 保留了连续小波变换 CWT 的优良时频特性, 即 DWT 的离散采样点分布是非均匀的, 在时间方向上随着伸缩尺度因子 a 的增加, 采样点减少, 时域分辨率降低; 在频率方向上随着伸缩尺度因子 a 的增加, 采样点增加, 频域分辨率升高。为了保证重构信号的精确度, 网格点应尽可能密, 即 a_0 和 b_0 尽可能小。

2.3.2 二进制小波变换

为了使小波变换具有可变化的时间和频率分辨率, 适应待分析信号的非平稳性, 需改变 a 和 b 的大小, 以使小波变换具有“变焦距”的功能。在实际中, 采用的是动态的

采样网格，最常用的是二进制的动态采样网格，即 $a_0 = 2$ ， $b_0 = 1$ ，由此得到的小波：

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j/2}t - k) \quad j, k \in Z \quad (2-16)$$

称为二进小波 (Dyadic Wavelet)。所对应的二进小波变换为：

$$W_{2^j} f(k) = \langle f(t), \psi_{2^j}(k) \rangle = \frac{1}{2^j} \int_{\mathbb{R}} f(t) \psi^*(2^{-j}t - k) dt \quad (2-17)$$

其中函数序列 $\{W_{2^j} f(k)\}_{k \in \mathbb{Z}}$ 叫做 f 的二进小波变换，其相应的逆变换为：

$$f(t) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} W_{2^j} f(k) * \psi_{2^j}(t) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} \int W_{2^j} f(k) \psi_{2^j}(2^{-j}t - k) dk \quad (2-18)$$

二进小波不同于连续小波的离散小波，它只是对尺度参数进行了离散化，而对时间域上的平移参量保持连续变化，因此二进小波不破坏信号在时间域上的平移不变量。

二进小波对信号的分析具有变焦距的作用。假定有一放大倍数 $2^{-j/2}$ ，它对应为观测到信号的某部分内容。如果想进一步观看信号更小的细节，就需要增加放大倍数即减小 j 值；反之，若想了解信号更粗的内容，则可以减小放大倍数，即加大 j 值。在这个意义上，小波变换被称为数学显微镜。

2.4 多分辨分析

Meyer 于 1986 年创造性地构造出具有一定衰减性的光滑函数，其二进制伸缩与平移构成 $L^2(\mathbb{R})$ 的规范正交基，才使小波得到真正的发展。1998 年 S.Mallet 在构造正交小波基时提出了多分辨分析 (Multi-Resolution Analysis) 的概念，从空间的概念上形象地说明了小波的多分辨特性，将此之前的所有正交小波基构造法统一起来，给出了正交小波的构造方法以及正交小波变换的快速算法，即 Mallat 算法。Mallat 算法在小波分析中的地位相当于快速傅里叶变换算法在经典傅里叶分析中的地位。

对于多分辨分析的理解以一个三层的分解进行说明，其小波分解如图 2.3 所示。

下图中，A 表示低频，D 表示高频，末尾的序号数表示小波分解的层数（也即尺度数），从图中可以明显看出，多分辨分析只是对低频部分进一步分解，而高频部分则不予以考虑。分解具有关系： $S=A_3+D_3+D_2+D_1$ 。如果要进一步的分解，则可以把低频部分 A_3 分解成低频部分 A_4 和高频部分 D_4 ，以下再分解以此类推。分解的最终目的是力求构造一个在频率上高度逼近 $L^2(\mathbb{R})$ 空间的正交小波基，这些频率分辨率不同的正交

小波基相当于带宽各异的带通滤波器。多分辨分析只是对低频空间进行进一步的分解，使频率的分辨率变得越来越高。

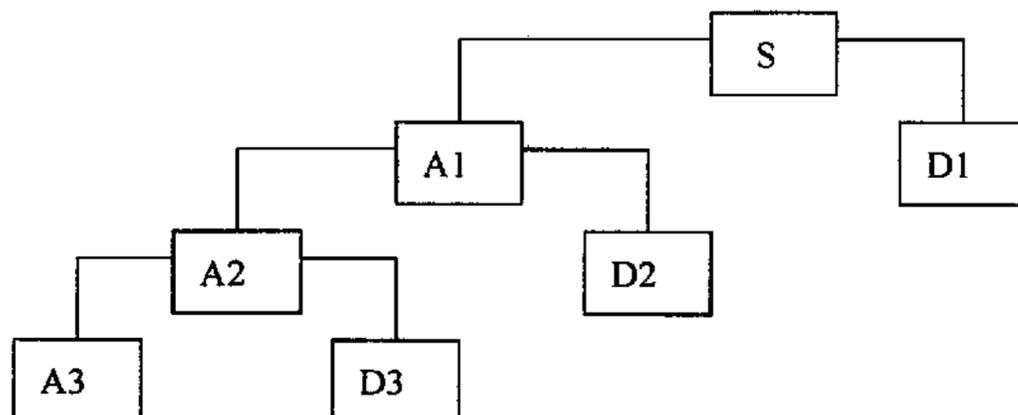


图 2.3 三层多分辨分析树结构图

空间 $L^2(R)$ 中的多分辨分析是指 $L^2(R)$ 中满足如下条件的一个空间序列 $\{V_j\}_{j \in Z}$:

- a. 调性: $V_j \subset V_{j-1}$, 对任意 $j \in Z$;
- b. 近性: $\bigcap_{j \in Z} V_j = \{0\}, \text{close}\{\bigcup_{j \in Z} V_j\} = L^2(R)$;
- c. 缩性: $f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(2t) \in V_{j-1}$, 伸缩性体现了尺度的变化、逼近正交小波函数的变化和空间的变化具有一致性;
- d. 移不变性: 对任意 $k \in Z$, 有 $\phi_j(2^{-j/2}t) \in V_j \Rightarrow \phi_j(2^{-j/2}t-k) \in V_j$;
- e. iesz 基存在性: 存在 $\phi(t) \in V_0$, 使得 $\{\phi(2^{-j/2}t-k) | k \in Z\}$ 构成 V_j 的 Riesz 基;

其中, $\phi(t)$ 称为该多分辨分析的尺度函数, 并可以由尺度函数构成 V_0 的标准正交基。

空间序列 $\{V_j\}_{j \in Z}$ 中一闭子空间 V_j 可以分解为其子空间的直接和形式:

$$V_j = W_{j+1} \oplus V_{j+1}, j \in Z \quad (2-19)$$

式中 $\phi(t) \in L^2(R)$ 为尺度空间 V_j 的尺度函数, 而 W_j 为小波函数 $\psi \in L^2(R)$ 生成的小波空间。若 $L^2(R)$ 中的信号 $f(t)$ 在某个子空间 V_N 内, 或可用函数 $f_N \in V_N$ 近似地逼近, 则 $f(t)$ 可以表示为:

$$f(t) = f_N(t) = f_{N+M}(t) + g_{N+M}(t) + \cdots + g_{N+1}(t) = \sum_{j=N+1}^{N+M} g_j(t) + f_{N+M}(t) \quad (2-20)$$

在一定的精度下， $\sum g_j(t)$ 是信号 $f(t)$ 小波展开的有限和，它代表信号的高频细节成分， $f_{N+M}(t)$ 为信号低频成分，它是信号的逼近。按 Mallat 算法，有下列分解公式：

$$\begin{cases} f_j(t) = \sum_k c_{j,k} \phi(2^j t - k) \\ g_j(t) = \sum_k d_{j,k} \psi(2^j t - k) \end{cases} \quad (2-21)$$

从尺度空间和小波空间的包含关系 $V_0 \subset V_{-1}$ ， $W_0 \subset V_{-1}$ 可得到尺度函数 $\phi(t)$ 和小波函数 $\psi(t)$ 满足的二尺度关系方程：

$$\begin{cases} \phi(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} h(k) \phi(2t - k) \\ \psi(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} g(k) \psi(2t - k) \end{cases} \quad (2-22)$$

式中 $h(k)$ 、 $g(k)$ 为与尺度函数 $\phi(t)$ 和小波函数 $\psi(t)$ 对应的二尺度关系序列，即对应低通滤波器 H 和带通滤波器 G 的脉冲响应序列， $\overline{h(k)}$ 、 $\overline{g(k)}$ 为共轭滤波器 \overline{H} 、 \overline{G} 的脉冲响应序列。则可得分解算法和重构算法如下：

分解算法：

$$\begin{cases} c(j, k-1) = \sum_l \overline{h(l-2k)} c(l, k) \\ d(j-1, k) = \sum_l \overline{g(l-2k)} d(l, k) \end{cases} \quad (2-23)$$

重构算法：

$$c(j-1, k) = \sum_l h(k-2l) c(j, l) + \sum_l g(k-2l) d(j, l) \quad (2-24)$$

式中 $c(j, l)$ 为尺度 j 上的离散小波逼近， $d(j, k)$ 为尺度 j 上的离散小波细节，信号的小波分解与重构均可以通过滤波的形式实现。

2.5 小波包分析

短时傅里叶变换对信号的频带划分是线性等间隔的。多分辨分析可以对信号进行有效的时频分解，但由于其尺度是按二进制变化的，所以在高频频段其频率分辨率较差，

而在低频频段其时间分辨率较差，即对信号的进行指数等间隔划分（具有等 Q 结构）。小波包分析（Wavelet Packet Analysis）能够为信号提供一种更加精细的分析方法，它将频带进行多层次划分，对多分辨分析没有细分的高频部分进一步分解，并能够根据被分析信号的特征，自适应地选择相应频带，使之与信号频谱相匹配，从而提高了时-频分辨率，因此小波包具有更广泛的应用价值。

关于小波包分解以一个三层的分解进行说明，其小波包分解如图 2.4 所示。图中，A 表示低频，D 表示高频，末尾的序号数表示小波包分解的层数（也即尺度数）。分解具有关系： $S=AAA_3+DAA_3+ADA_3+DDA_3+AAD_3+DAD_3+ADD_3+DDD_3$ 。

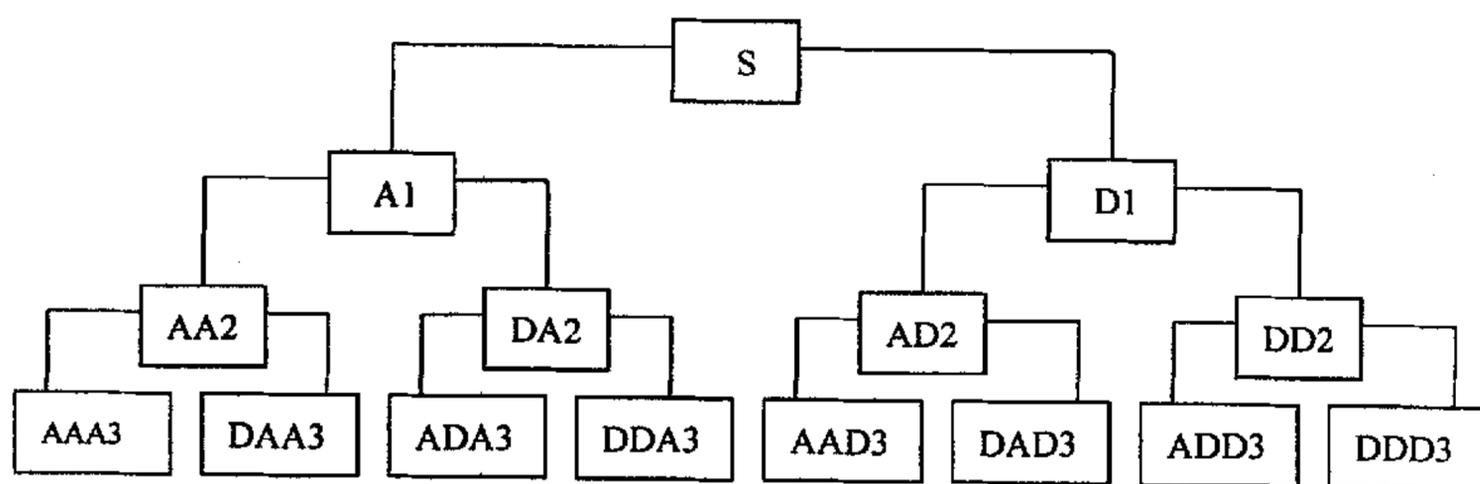


图 2.4

2.5.1 小波包的定义

在多分辨分析中， $L^2(R) = \bigoplus_{j \in Z} W_j$ ，表明多分辨分析是按照不同的尺度因子 j 把 Hilbert 空间 $L^2(R)$ 分解为所有子空间 $W_j (j \in Z)$ 的正交和的。其中， W_j 为小波函数 $\psi(t)$ 的闭包（小波子空间）。当进一步对小波子空间 W_j 按照二进制分式进行频率的细分，以提高频率分辨率，一种做法是将尺度子空间 V_j 和 W_j 用一个新的子空间 U_j^n 统一起来表征，若令

$$\left. \begin{aligned} U_j^0 &= V_j \\ U_j^1 &= W_j \end{aligned} \right\} \quad (j \in Z) \quad (2-25)$$

则 Hilbert 空间的正交分解 $V_{j+1} = V_j \oplus W_j$ 即可用 U_j^n 的分解统一为

$$U_{j+1}^0 = U_j^0 + U_j^1 \quad (j \in Z) \quad (2-26)$$

定义子空间 U_j^n 是函数 $u_n(t)$ 的闭包空间, 而 U_j^{2n} 是函数 $u_{2n}(t)$ 的闭包空间, 并令 $u_n(t)$ 满足下面的双尺度方程:

$$\left. \begin{aligned} u_{2n}(t) &= \sqrt{2} \sum_{k \in Z} h(k) u_n(2t-k) \\ u_{2n+1}(t) &= \sqrt{2} \sum_{k \in Z} g(k) u_n(2t-k) \end{aligned} \right\} \quad (2-27)$$

式中, $g(k) = (-1)^k h(1-k)$, 即两系数也具有正交关系。当 $n=0$ 时, 以上两式为

$$\left. \begin{aligned} u_0(t) &= \sqrt{2} \sum_{k \in Z} h_k u_0(2t-k) \\ u_1(t) &= \sqrt{2} \sum_{k \in Z} g_k u_0(2t-k) \end{aligned} \right\} \quad (2-28)$$

与在多分辨分析中 $\phi(t)$ 和 $\psi(t)$ 满足双尺度方程:

$$\left. \begin{aligned} \phi(t) &= \sum_{k \in Z} h_k \phi(2t-k) \\ \psi(t) &= \sum_{k \in Z} g_k \phi(2t-k) \end{aligned} \right\} \quad \{h_k\}_{k \in Z} \in l^2, \{g_k\}_{k \in Z} \in l^2 \quad (2-29)$$

向比较, $u_0(t)$ 和 $u_1(t)$ 分别退化为尺度函数 $\phi(t)$ 和小波基函数 $\psi(t)$ 。式 (2-27) 是式 (2-25) 的等价表示。把这种等价表示推广到 $n \in Z_+$ (非负整数) 的情况, 得 (2-26) 的等价表示为

$$U_{j+1}^n = U_j^{2n} + U_j^{2n+1} \quad (j \in Z; n \in Z_+) \quad (2-30)$$

由式 (2-26) 构造的序列 $\{u_n(t)\}$ (其中 $n \in Z_+$) 称为由基函数 $u_0(t) = \phi(t)$ 确定的正交小波包。当 $n=0$ 时, 为 (2-27) 式的情况

2.5.2 小波包的空间分解

令 $\{u_n(t)\}_{n \in Z}$ 是关于 h_k 的小波包族, $n=1, 2, \dots; j=1, 2, \dots$, 对 (2-26) 式作空间分解, 则有

$$\begin{aligned} W_j &= U_j^1 = U_{j-1}^2 \oplus U_{j-1}^3 \\ U_{j-1}^2 &= U_{j-2}^4 \oplus U_{j-2}^5, U_{j-1}^3 = U_{j-2}^6 \oplus U_{j-2}^7 \end{aligned}$$

因此, 得到小波子空间 W_j 的各种分解如下:

$$\left. \begin{aligned} W_j &= U_{j-1}^2 \oplus U_{j-1}^3 \\ W_j &= U_{j-2}^4 \oplus U_{j-2}^5 \oplus U_{j-2}^6 \oplus U_{j-2}^7 \\ &\dots \\ W_j &= U_{j-k}^{2^k} \oplus U_{j-k}^{2^{k+1}} \oplus \dots \oplus U_{j-k}^{2^{k+1}-2} \oplus U_{j-k}^{2^{k+1}-1} \\ &\dots \\ W_j &= U_0^{2^l} \oplus U_0^{2^l+1} \oplus \dots \oplus U_0^{2^{l+1}-1} \end{aligned} \right\} \quad (2-31)$$

W_j 空间分解子空间序列可写作 $U_{j-l}^{2^l+m}$, $m=0, 1, \dots, 2^l-1$; $l=1, 2, \dots, j$; $j=1, 2, \dots$ 。

子空间序列 $U_{j-l}^{2^l+m}$ 的标准正交基为 $\{2^{-(j-l)/2} u_{2^l+m}(2^{j-l}t-k), k \in Z\}$ 。当 $l=0$ 和 $m=0$ 时, 子空间序列 $U_{j-1}^{2^l+m}$ 简化为 $U_j^1 = W_j$, 相应的正交基简化为 $2^{-j/2} u_1(2^{-j}t-k) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t-k)$, 它恰好是标准正交小波族 $\{\psi_{j,k}(t)\}$ 。

若 n 是一个倍频程细划的参数, 即令 $n=2^l+m$, 则有小波包的简略记号 $\psi_{j,k,n}(t) = 2^{-j/2} \psi_n(2^{-j}t-k)$, 其中, $\psi_n(t) = 2^{l/2} u_{2^l+m}(2^l t)$ 。把 $\psi_{j,k,n}(t)$ 称为具有尺度指标 j 、位置指标 k 和频率指标 n 的小波包。与前面的小波 $\psi_{j,k}(t)$ 作一比较知, 小波只有离散尺度 j 和离散平移 k 两个参数, 而小波包除了这两个离散参数外, 还增加了一个频率参数 $n=2^l+m$ 。正是这个频率新参数的作用, 使得小波包克服了小波时间分辨率高时频率分辨率低的缺陷。于是, 参数 n 表示 $\psi_n(t) = 2^{l/2} u_{2^l+m}(2^l t)$ 函数的零交叉数目, 即波形的振荡次数。

2.5.3 小波包算法

设 $g_j^n(t) \in U_j^n$, 则 g_j^n 可表示为

$$g_j^n(t) = \sum_l d_l^{j,n} u_n(2^j t - l) \quad (2-32)$$

小波包分解算法 由 $\{d_l^{j+1,n}\}$ 求 $\{d_l^{j,2n}\}$ 与 $\{d_l^{j,2n+1}\}$

$$\left. \begin{aligned} d_i^{j,2n} &= \sum_k a_{k-2l} d_k^{j+1,n} \\ d_i^{2n+1} &= \sum_k b_{k-2l} d_k^{j+1,n} \end{aligned} \right\} \quad (2-33)$$

小波包重构算法

由 $\{d_i^{j,2n}\}$ 与 $\{d_i^{j,2n+1}\}$ 求 $\{d_i^{j+1,n}\}$

$$d_i^{j+1,n} = \sum_k [h_{l-2k} d_k^{j,2n} + g_{l-2k} d_k^{j,2n+1}] \quad (2-34)$$

第三章 基于小波变换的框架结构故障诊断方法研究

3.1 小波变换的基本原理

小波分析的基本思想^[25]是用一族函数去表示或逼近一信号或函数，这一组函数称为小波函数系，它是通过一基本小波函数的平移和伸缩构成。

如果 $\psi \in L^2(R)$ 满足“容许条件”： $C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty$ ，那么 ψ 称为是一个基小波^[26]。基小波通过伸缩和平移，可得到一组小波函数：

$$\psi_{a,b}(t) = |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (3-1)$$

其中系数 $|a|^{-1/2}$ 为能量归一化系数； a 为伸缩因子，它决定小波 $\psi_{a,b}(t)$ 的频域中心及带宽； b 为时移因子，它与 a 一起决定小波的时域中心。

在实际应用中，常用离散二进小波，即 $a = 2^j, b = k2^j, j, k \in \mathbb{Z}$ ，则由式 (3-1) 可以得到一族在任一尺度 j 下呈离散分布的小波函数：

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k) \quad j, k \in \mathbb{Z} \quad (3-2)$$

定义实函数 $f(t) \in L^2(R)$ 的离散二进小波变换：

$$Wf(j, k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\psi_{j,k}(t)} dt \quad (3-3)$$

则 $f(t)$ 可分解为：

$$f(t) = \sum_{j,k \in \mathbb{Z}} C_{j,k} \psi_{j,k}(t) = \sum_{j,k \in \mathbb{Z}} Wf(j, k) \psi_{j,k}(t) \quad (3-4)$$

式中 $C_{j,k}$ 是小波系数。

3.2 基于小波变换故障诊断的原理

1. 向量范数的定义

向量范数和矩阵范数的作用主要是度量向量和矩阵的“大小”，及两个向量或两个矩阵间的“距离”。

定义 1 如果向量 $x \in R^n$ 所对应的某个实值函数 $f(x)=\|x\|$ 满足以下三个条件：

a. $\|x\| \geq 0$ (等号仅在 x 为零向量 0 时成立)

b. $\|cx\| = |c| \|x\|$ (c 为任意实数)

c. $\|x+y\| \leq \|x\| + \|y\|$

则称为 $f(x)$ 是 R^n 上的向量范数。向量 x 与向量 y 差的范数 $\|x-y\|$ 称为 x 与 y 之间的距离

设 x 在 R^n 上的分量为 x_1, x_2, \dots, x_n ，即 $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ ，则向量 x 的 2 范数定义如下：

$$\|x\|_2 = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2} = \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right)^{1/2} \quad (3-5)$$

2. 故障诊断原理

系统有故障时，其传递函数将会改变，不同的故障对应着不同的传递函数。当用一个含有丰富频率成份的信号作为输入对系统进行激励时，由于系统故障对各频率成份的抑制和增强作用发生改变，通常，它会明显地对某些频率成份起着抑制作用，而对另外一些频率成份起着增强作用。因此，不同故障的系统其输出也各不相同。在对框架结构进行缺陷检测时，可以结合框架模型，建立范数到每一层出现缺陷的映射关系，得到表征每一层缺陷的特征范数序列，从而确定是否有缺陷及缺陷的位置。

为了用数值衡量小波变换进行缺陷检测的有效性，我们用如下范数定义两种缺陷模式之间的距离^[12]：

$$\|M^1 - M^2\|_2 = \left(\sum_l \sum_k (d_{l,k}^1 - d_{l,k}^2)^2 \right)^{1/2} \quad (3-6)$$

其中 M^1 和 M^2 分别代表两种缺陷模式，而 $d_{l,k}^1$ 和 $d_{l,k}^2$ 则为 M^1 、 M^2 对应的小波变换系数。此外，为了避免计算离散小波变换时遇到的边界问题，需要对原始信号进行延拓，具体方法如下：

$$S_n = \begin{cases} S_{-n}, & -N < n < 0 \\ S_{2N-n}, & N < n < 2N \end{cases} \quad (3-7)$$

其中 S 为原始信号， N 为信号的长度。

3.3 仿真实验

本文以三层框架为对象进行研究,三层框架结构如图 3.1,每层层高为 100mm;四根柱子为铝条,长 300mm,宽 18.5mm,厚 2mm; m_1 、 m_2 、 m_3 为三个铁块,质量为 1.248kg,长为 80mm,宽为 80mm,厚为 25mm。

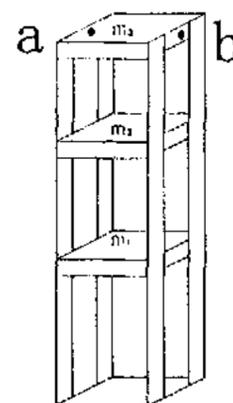


图3.1 三层框架实物模型

3.3.1 建立有限元模型

对于以上三层框架实物模型,在 ANSYS 有限元分析软件中建立模型时进行适当地简化,有限元模型如下图 3.2 所示:

模型是由两部分组成,分别为悬臂梁(尺寸如实物)和三个点质量,三个点质量

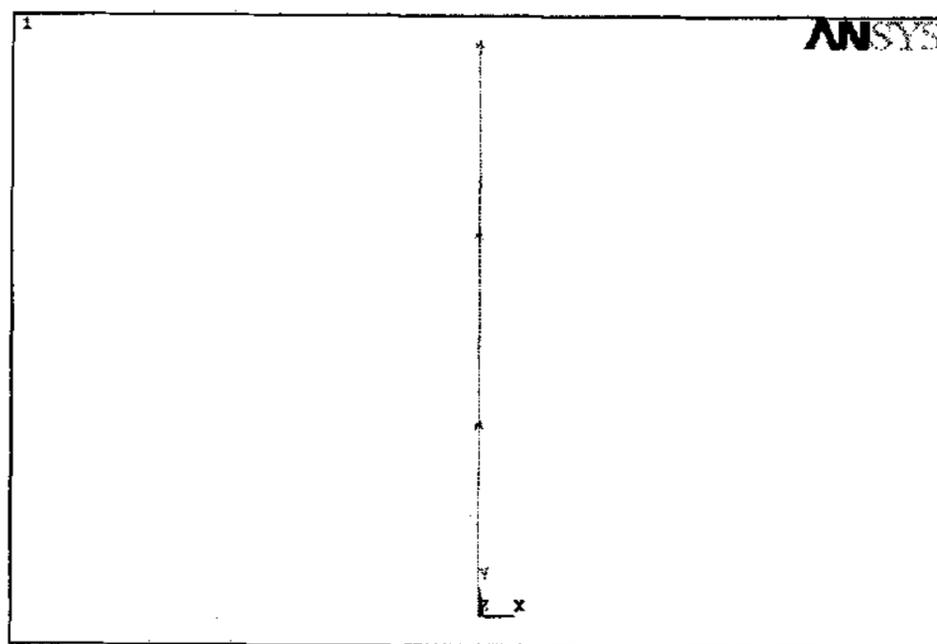


图 3.2 三层框架结构有限元模型

的质量相同,均为 0.312kg。

材料特性的确定:悬臂梁的弹性模量为 80Gpa,泊松比为 0.3,其元素类型(ET)选为 BEAM3(2-D 弹性梁),是单轴,承受拉力、压力及力矩的元素。三个点质量其元素选为 MASS21 结构点质量,MASS21 为点元素,具有 x , y , z 位移与旋转的 6 个自由度。本模型中定义三个点质量不具有转动惯量。

最下端点为固定约束($x=0$, $y=0$, $rotz=0$),其它处无约束。划分网格,建立单元,采用智能划分,在固定端和三个点质量处进行细分。

3.3.2 各种缺陷模式的有限元模型建立

框架结构有缺陷时有限元模型的建立过程同上,除缺陷处的材料特性不太一样外,其它处一样。边界条件如上;此外,划分网格时,除了在固定端和三个点质量处进行细分外,还要在缺陷处进行细分,以便得到更精确的结果。下图 3.3 为本文以小波分析为基础进行框架结构缺陷识别时定义的三种基准缺陷模式。

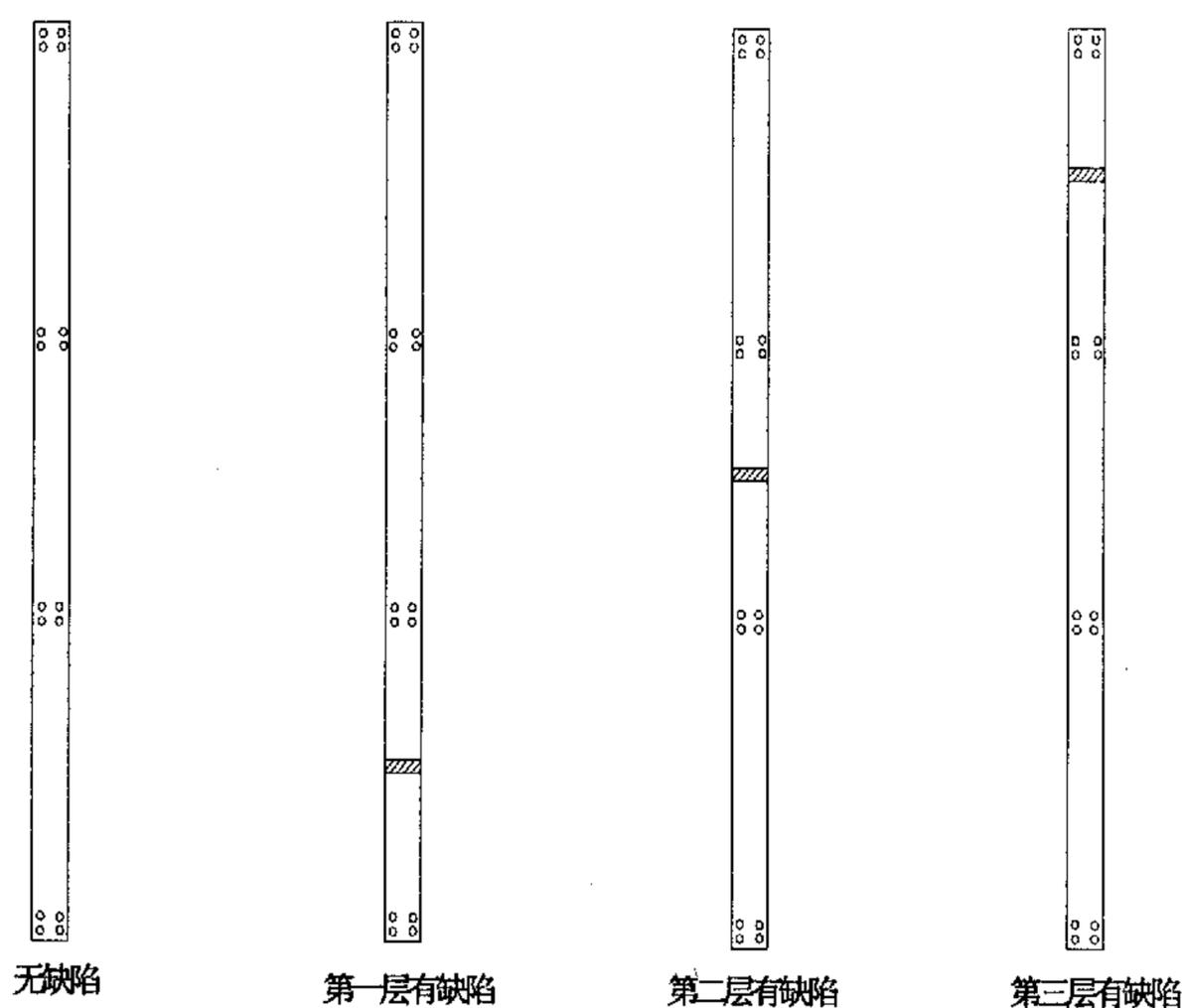


图 3.3 正常及三种基准缺陷模式

3.3.3 模态分析

在 ANSYS 有限元分析软件中,进行动态分析之前必须先进行模态分析,模态分析是其它动态系统分析的基础,通过模态分析可以知道结构系统的固有振动频率和固有振型。表 3.1 为正常及各种基准缺陷模式时的前三阶固有振动频率,表中 $M0$ 表示正常模式, $M1$ 表示第一层有缺陷模式, $M2$ 表示第二层有缺陷模式, $M3$ 表示第三层有

缺陷模式，图 3.4~3.15 为正常及各种基准缺陷模式时的前三阶固有振型。

表 3.1 正常及各种基准缺陷模式前三阶固有振动频率

	<i>M0</i>	<i>M1</i>	<i>M2</i>	<i>M3</i>
第一阶频率 (Hz)	2.6185	1.5418	2.1218	2.5654
第二阶频率 (Hz)	17.145	16.333	13.197	14.103
第三阶频率 (Hz)	46.066	45.996	45.777	40.235

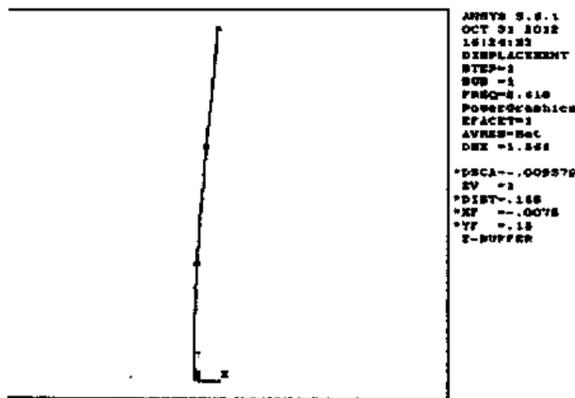


图 3.4 正常模式第一阶固有振型 (2.6185Hz)

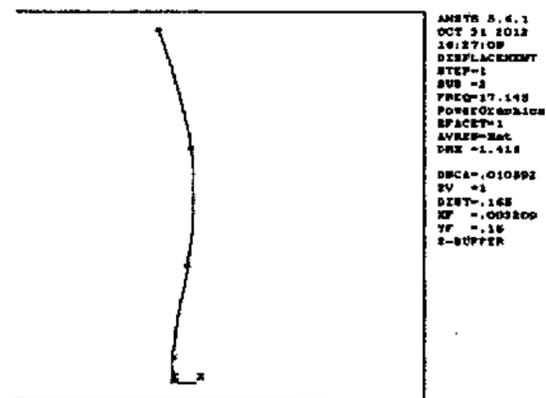


图 3.5 正常模式第二阶固有振型 (17.145Hz)

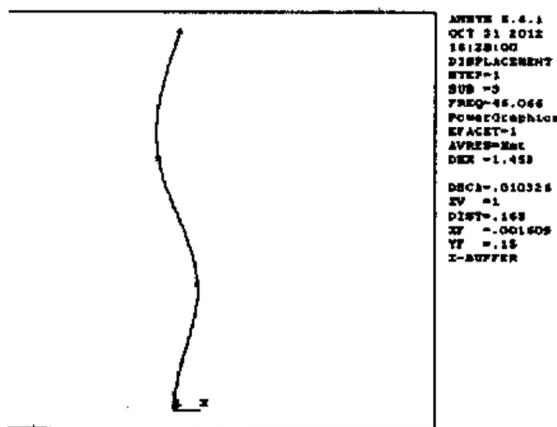


图 3.6 正常模式第三阶固有振型 (46.066Hz)

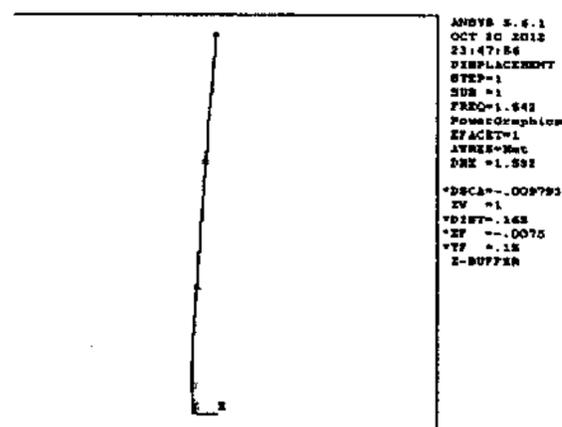


图 3.7 第一层有缺陷模式第一阶固有振型(1.5418Hz)

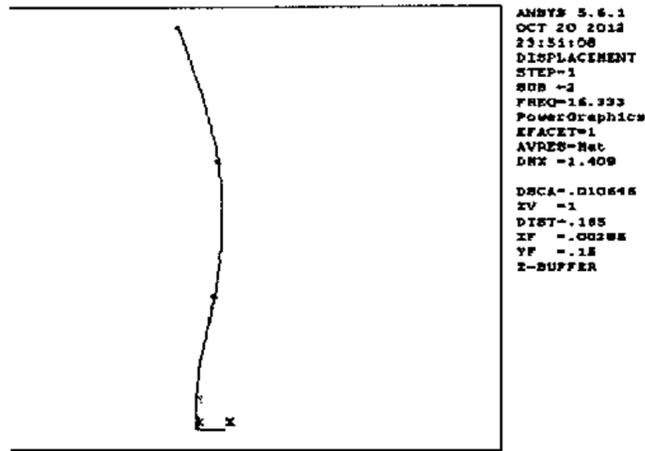


图 3.8 第一层有缺陷模式第二阶固有振型(16.333Hz)

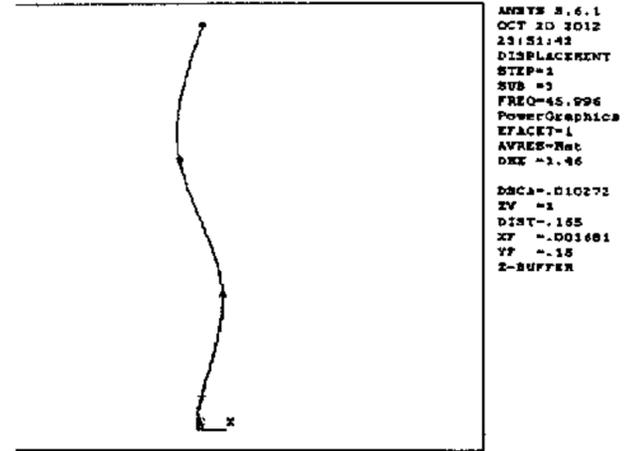


图 3.9 第一层有缺陷模式第三阶固有振型(45.996Hz)

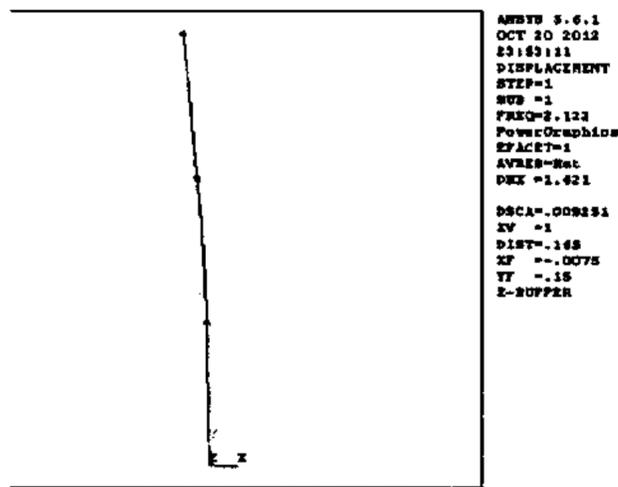


图 3.10 第二层有缺陷模式第一阶固有振型(2.1218Hz)

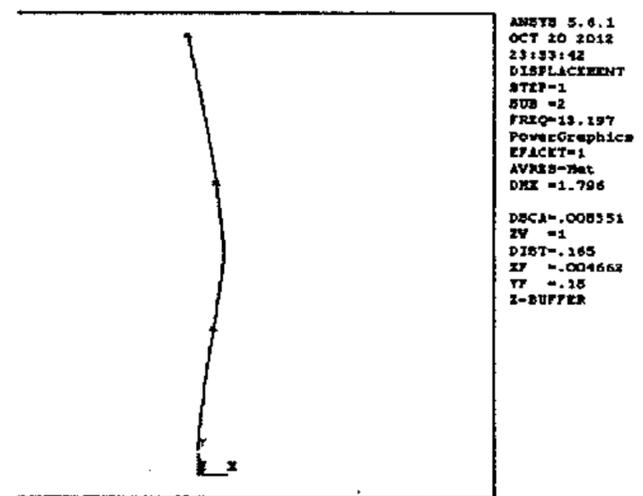


图3.11 第二层有缺陷模式第二阶固有振型(13.197Hz)

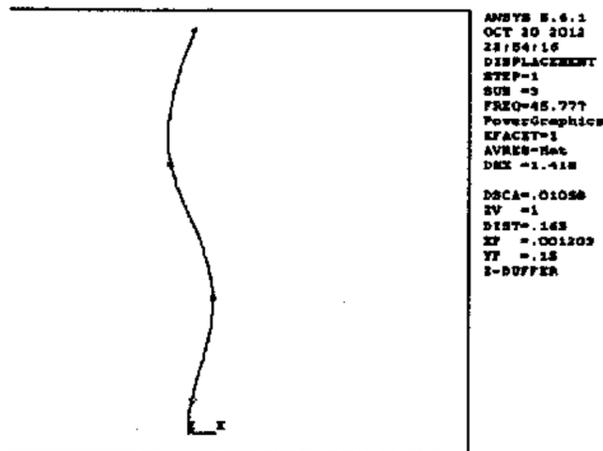


图 3.12 第二层有缺陷模式第三阶固有振型(45.777Hz)

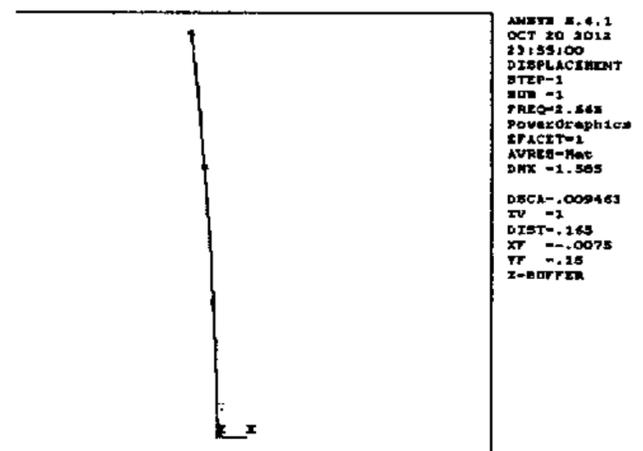


图 3.13 第三层有缺陷模式第一阶固有振型(2.5654Hz)

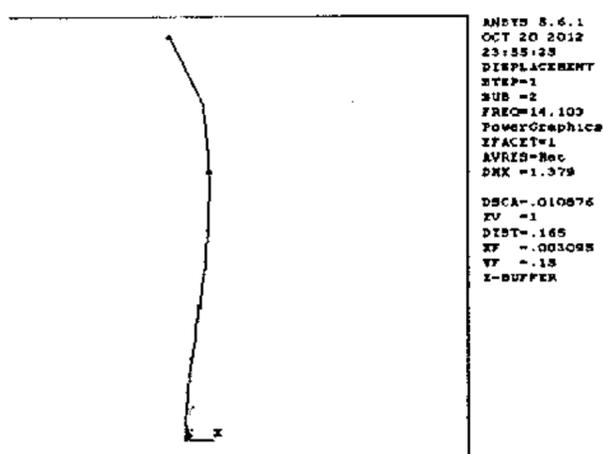


图 3.14 第三层有缺陷模式第二阶固振型(14.103Hz)

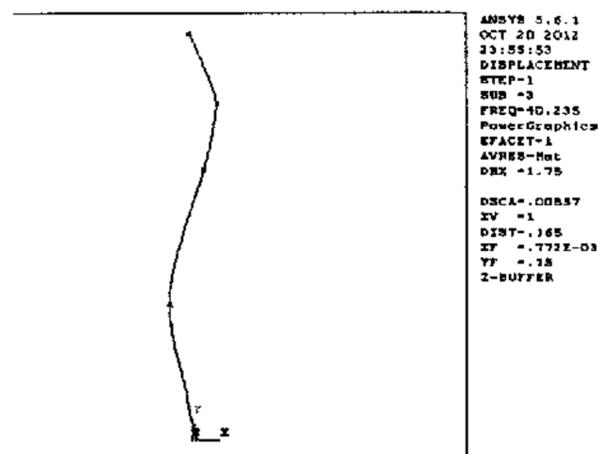


图 3.15 第三层有缺陷模式第三阶固振型(40.235Hz)

由表 3.1 我们可知，当三层框架结构有缺陷时其前三阶固有振动频率都降低，具体一点来讲，在第一层有缺陷时框架结构的第一阶固有振动频率降低的幅度较大，而第二、第三阶的固有振动频率降低的较小；在第二层有缺陷时框架结构的第二阶固有振动频率降低的幅度较大，而第一、第三阶的固有振动频率降低的较小；在第三层有缺陷时框架结构的第三阶固有振动频率降低的幅度较大，而第一、第二阶的固有振动频率降低的较小。

3.3.4 三层框架结构的动态分析

动态分析是用于确定承受任意的随时间变化载荷的结构的动力学响应的一种方法。可以用动态分析确定结构在静载荷、瞬态载荷、和简谐载荷的随意组合作用下的随时间变化的位移、应变、应力和力。动态分析是以模态分析为基础的，在模态分析后，进行动态分析。

动态分析的求解的基本运动方程是：

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F(t)\}$$

其中 $[M]$ = 质量矩阵

$[C]$ = 阻尼矩阵

$[K]$ = 刚度矩阵

$\{\ddot{u}\}$ = 节点加速度向量

$\{\dot{u}\}$ = 节点速度向量

$\{u\}$ = 节点位移向量

在任意给定的时间 t , 这些方程可看作是一系列考虑了惯性力 ($[M]\{\ddot{u}\}$) 和阻尼力 ($[C]\{\dot{u}\}$) 的静力学平衡方程。ANSYS 程序使用 Newmark 时间积分方法在离散的时间点上求解这些方程。接连的时间点间的时间增量称为积分时间步长 (intergration time step)。

进行动态分析可采用三种方法: Full(完全)法、Reduced(缩减)法及 Mode Superposition(模态叠加)法。ANSYS/Linear Plus 中只允许用 Mode Superposition 法。Full 法采用完整的系统矩阵计算瞬态响应 (没有矩阵缩减)。它是三种方法中功能最强的, 允许包括各类非线性特性 (塑性、大变形、大应变)

在三层框架结构的 a 点处施加一脉冲激励, 使得框架结构的在这一脉冲激励下进行自由振动, 并测得 b 点处的位移响应。有限元模型如图 3.16:



图 3.16 框架结构施加载荷有限元模型

其中载荷与时间的关系曲线如图 3.17:

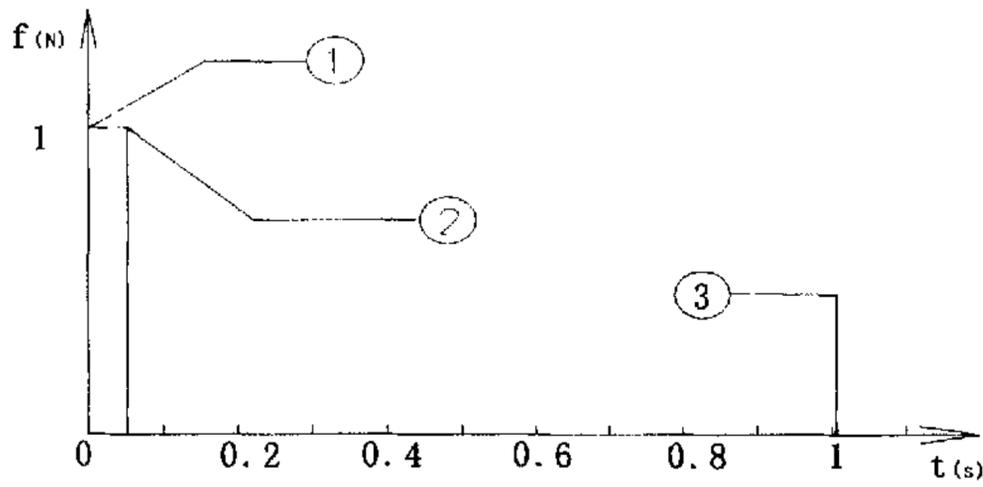


图 3.17 载荷 / 时间关系曲线图

采用 Full 法进行动态分析，设定采样频率为 128Hz，得 b 点处得位移响应，根据得到的位移响应数据绘制出位移响应时域曲线如图 3.18~3.21：

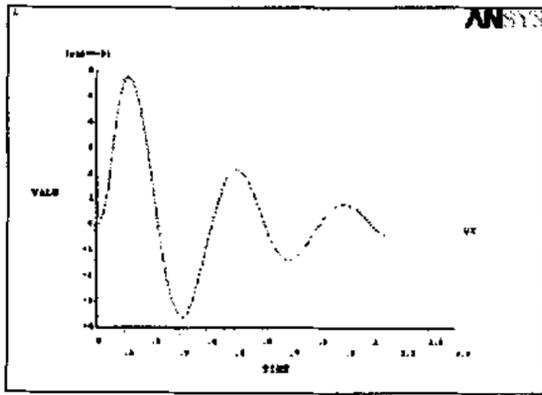


图 3.18 正常模式 b 点处的时域曲线图，采样频率 128Hz

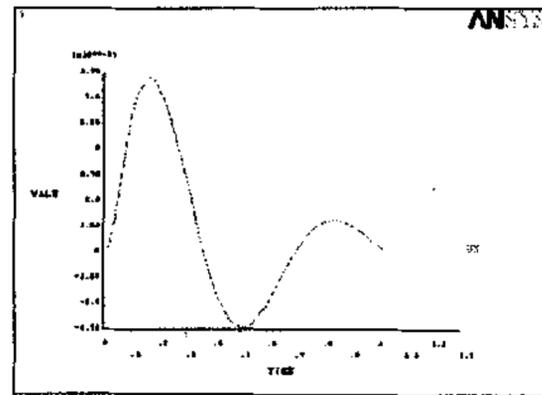


图 3.19 第一层有缺陷模式 b 点处的时域曲线图，采样频率 128Hz

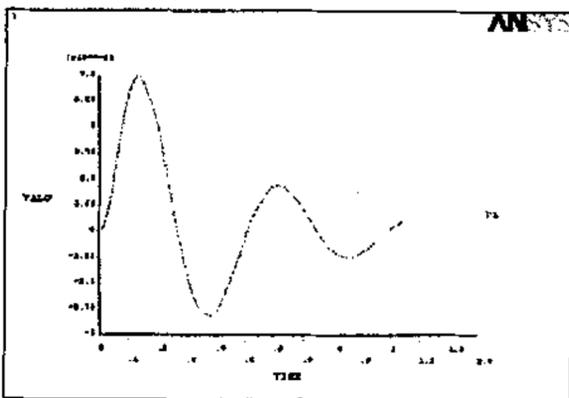


图 3.20 第二层有缺陷模式 b 点处的时域曲线图，采样频率 128Hz

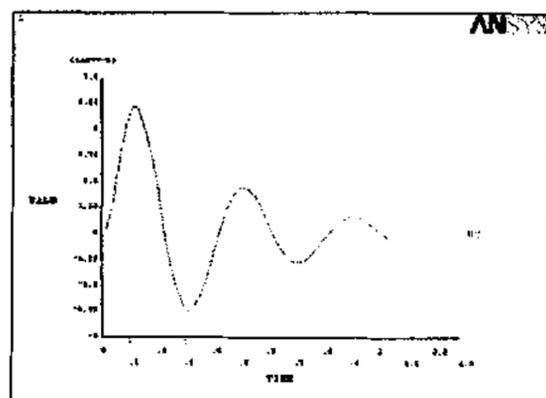


图 3.21 第三层有缺陷模式 b 点处的时域曲线图，采样频率 128Hz

3.4 实验与结论

在实验中共考察了三种缺陷模式及正常模式，分析信号取 ANSYS 仿真实验数据，计算结果如表 3.2 和表 3.3。图 3.22~3.25 为框架结构的正常及三种缺陷模式的时域信号及其小波变换，图 3.26~3.28 为三种测试样本的时域信号及其小波变换。表 3.2 为基准缺陷及正常模式之间的距离，表 3.3 为基准缺陷及正常模式与测试样本之间的距离。表中 $M0$ 表示正常模式， $M1$ 表示第一层有缺陷模式， $M2$ 表示第二层有缺陷模式， $M3$ 表示第三层有缺陷模式。由表 3.2 和表 3.3 可以看出，不管是基准缺陷或测试样本，都能通过小波变换较好地进行识别。此外，注意到第三层缺陷模式与正常模式之间的距离($M3$ 与 $M0$, $M0$ 与 $A3$)较小，亦即这两种模式较接近，有时将它们识别开来较为困难。总的来说，实验表明应用小波变换进行框架结构缺陷检测是可行的。

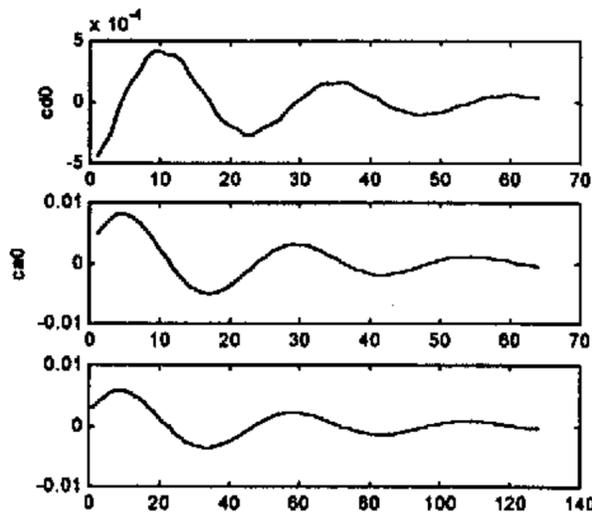


图 3.22 正常模式小波(db1)变换 采样频率 128Hz

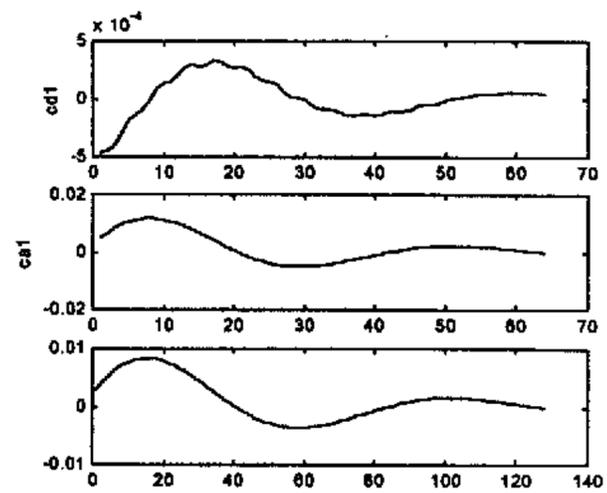


图 3.23 第一层有缺陷模式小波(db1)变换 采样频率 128Hz

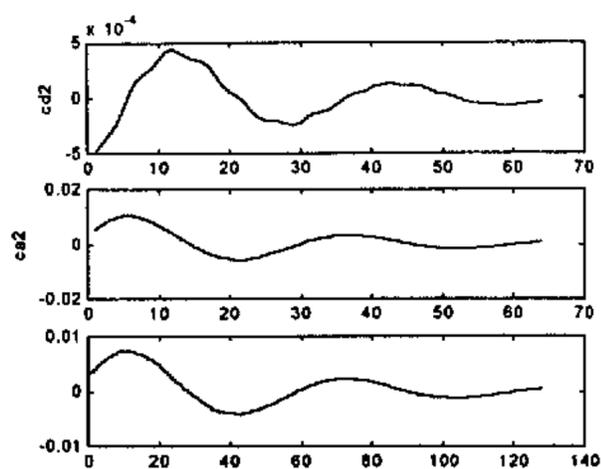


图 3.24 第二层有缺陷模式小波 (db1)变换 采样频率 128Hz

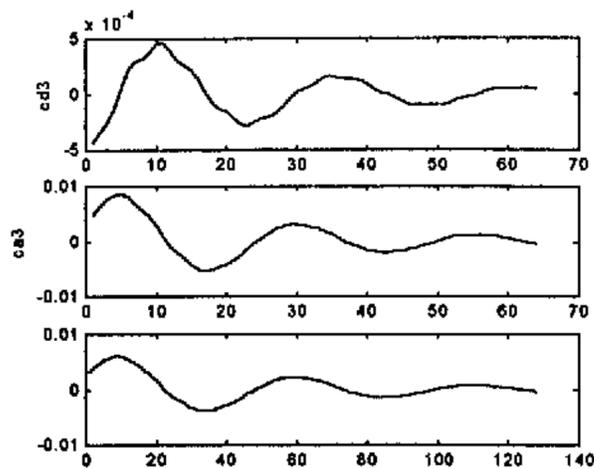


图 3.25 第三层有缺陷模式小波 (db1)变换 采样频率 128Hz

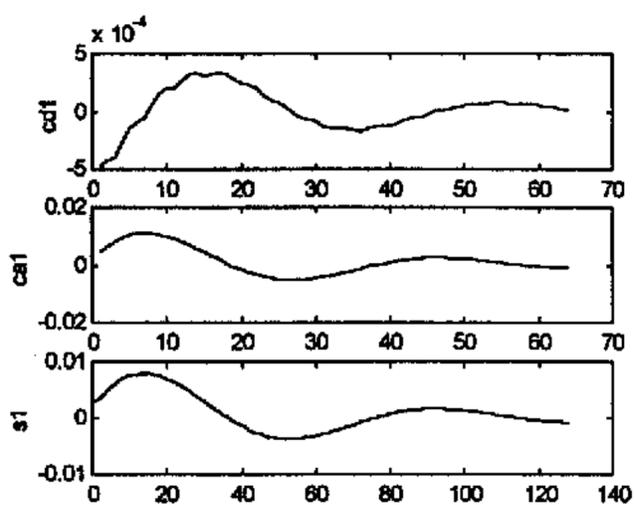


图 3.26 测试样本 1 小波(db1)变换 采样频率 128Hz

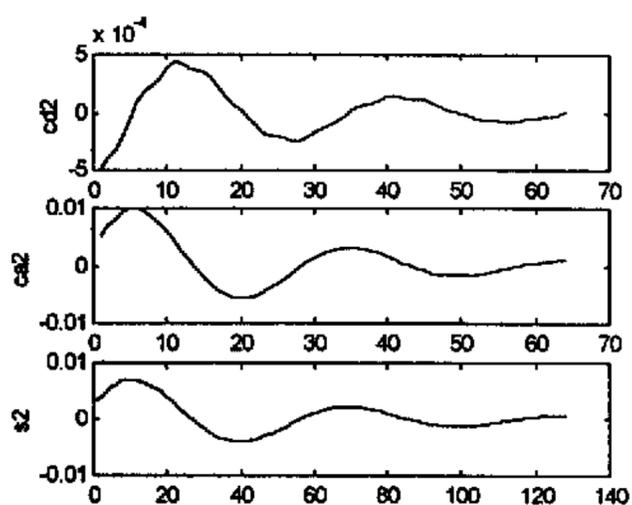


图 3.27 测试样本 2 小波(db1)变换 采样频率 128Hz

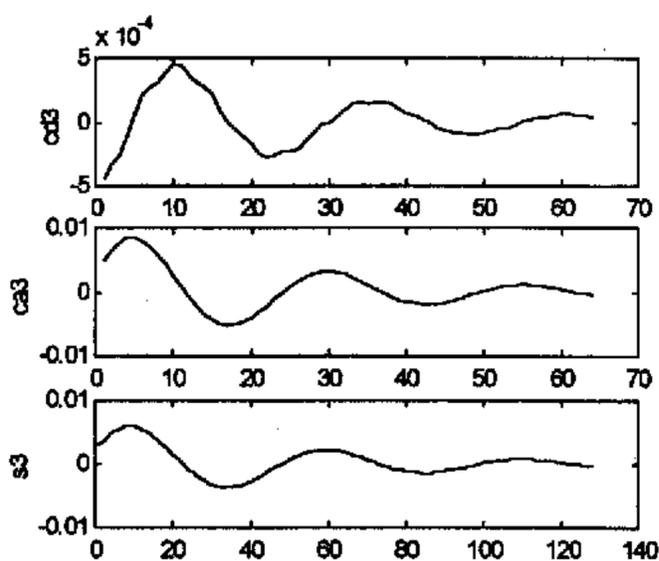


图 3.28 测试样本 3 小波(db1)变换 采样频率 128Hz

表 3.2 基准缺陷及正常模式之间的距离表

	$M0$	$M1$	$M2$	$M3$
$M0$	0	5.516	3.396	0.412
$M1$	5.516	0	4.143	5.408
$M2$	3.396	4.143	0	3.098
$M3$	0.412	5.408	3.098	0

表 3.3 基准缺陷及正常模式与测试样本之间的距离

基准模式	测试样本		
	$A1$	$A2$	$A3$
$M0$	5.155	2.813	0.313
$M1$	1.294	4.555	5.434
$M2$	3.266	0.795	3.173
$M3$	5.017	2.475	0.118

第四章 基于小波包分解的框架结构故障诊断方法研究

小波分析是把信号 s 分解成低频 a_1 和 d_1 两部分，在分解中，低频 a_1 中失去的信息由高频的 d_1 捕获。在下一层的分解中，又将 a_1 分解成低频 a_2 和 d_2 两部分，低频 a_2 中失去的信息由高频 d_2 捕获，如此类推下去，可以进行更深层次的分解；小波包分解则不然，它不仅对低频部分进行分解，而且还对高频部分也进行分解。因此，小波包分解是一种比小波分解更为精细的分解方法。

4.1 小波包的构造

用一个正交小波去构造一个小波包时，与所选择的小波相对应的两个长为 $2N$ 的滤波器 ($h(n)$ 和 $g(n)$)，它们分别是低通分解滤波器和高通分解滤波器的被 $\sqrt{2}$ 除过之后的重构滤波器。定义函数序列 ($W_n(x)$, $n=0, 1, 2, \dots$):

$$\left. \begin{aligned} W_{2n} &= 2 \sum_{k=0}^{2N-1} h(k) W_n(2x-k) \\ W_{2n+1} &= 2 \sum_{k=0}^{2N-1} g(k) W_n(2x-k) \end{aligned} \right\} \quad (4-1)$$

其中， $W_0 = \phi(x)$ 是尺度函数， $W_1 = \psi(x)$ 是小波函数。

从函数 $W_n(x)$ ($n=0, 1, 2, \dots$) 和相应的正交小波包函数，可以得到用三个参数描述小波包函数：

$$W_{j,n,k}(x) = 2^{-j/2} W_n(2^{-j}x - k), \quad n \in N; \quad (j, k) \in Z^2 \quad (4-2)$$

在小波标架中， k 是一个时间位置的参数， j 是一个小波尺度参数， n 代表函数 $W_n(x)$ 大约振荡 n 次。对于固定的 j 和 k ， $W_{j,n,k}$ 分析的是信号在时间位置 $2^j k$ 附近、小波尺度 2^{-j} 下的振荡情况。

4.2 最佳小波包基的选择

一个长度为 $N = 2^L$ 的信号最多有 2^N 种不同的分解方法，同时，一个深度为 L 的完全二叉子树的二叉子树的个数也为 2^N 。由于这个数字是很大的，对每一种情况进行一一列举也是难以想像的，而我们感兴趣的只是，对于某个标准，能找到一种最优的信号分解方法和一种有效的算法即可。可以证明，可加性非常有利于进行二叉子树的高效搜索和它的基本分割。传统的基于熵的标准可以完成这项工作，它可以对给定的信号进行信息相关的性能描述。下面是四个常用的熵标准（ s 代表信号， s_i 代表信号 s 在一个正交小波包基上的投影系数，熵 E 是一个递增的价值函数，即 $E(0) = 0, E(s) = \sum_i E(s_i)$ ）：

(1) hannon 熵：

$$E1(s_i) = -s_i^2 \log(s_i^2) \quad \text{所以有}$$

$$E1(s) = -\sum_i s_i^2 \log(s_i^2) \quad \text{约定 } 0 \log(0) = 0$$

(2) l^p 范数 ($1 \leq P < 2$)：

$$E2(s_i) = |s_i|^p \quad \text{所以有}$$

$$E2(s) = \sum_i |s_i|^p = \|s\|_p^p$$

(3) “对数能量” (log energy) 熵

$$E3(s_i) = \log(s_i^2) \quad \text{所以有}$$

$$E3(s) = \sum_i \log(s_i^2) \quad \text{约定 } \log(0) = 0$$

(4) 阈值熵：

如果 $|s_i| > \varepsilon$ ，则 $E4(s_i) = 1$ ；其余， $E4(s_i) = 0$ 。定义 $E4(s) = \sum E4(s_i)$ ，所

以有 $E4(s_i)$ 为信号大于阈值 ε 的时间点的个数。

4.3 基于小波包分解的故障诊断原理

当一个系统出现故障时，其传递函数将会改变，不同频率的幅频特性和相频特性

将会有不同程度的改变。从幅频特性来说，它主要表现在对不同频率段的输入信号具有不同的抑制和增强作用。当用一个含有丰富频率成份的信号作为输入对系统进行激励时，由于系统故障对各频率成份的抑制和增强作用发生改变，通常，它会明显地对某些频率成份起着抑制作用，而对另外一些频率成份起着增强作用。因此，其输出与正常系统输出相比，相同频带内信号的能量会有着较大的差别，它使某些频带内信号能量减小，而使另外一些频带内信号能量增大。因此，在各频率成份信号的能量中，包含着丰富的故障信息，某种或某几种频率成份能量的改变即代表了一种故障情况。基于这一点，本文提出了基于“能量-故障”的故障诊断模式识别方法，该方法不需要系统的模型结构，而是直接利用各频率成份能量的变化来诊断故障。利用这一特征就可建立能量变化到结构故障的映射关系，得到表征结构故障的特征向量。选择合适的能量特征化向量对结构故障进行特征化，可得到每一故障的特征向量。

4.4 基于小波包分解的故障诊断的方法

第一步：首先对 A/D 采样信号进行四层小波包分解，分别提取第四层从低频到高频 16 个频率成份的信号特征，其分解结构如图 4.1 所示。下图中， (ij) 表示第 i 层的第 j 个结点，其中， $i=0, 1, 2, 3, 4$; $j=0, 1, \dots, 15$ ，每个结点都代表一定的信号特征。其中， $(0,0)$ 结点代表原始信号 S ， $(1,0)$ 结点代表小波包分解的第一层低频系数 X_{10} ， $(1,1)$ 结点代表小波包分解第一层的高频系数 X_{11} ， $(4,0)$ 结点表示第四层第 0 个结点的系数，其它依此类推。

第二步：对小波包分解系数重构，提取各频带范围的信号。以 S_{40} 表示 X_{40} 的重构信号， S_{41} 表示 X_{41} 信号，其它依此类推。这里只对第四层的所有结点进行分析，则总信号 S 可以表示为：

$$S = S_{40} + S_{41} + S_{42} + S_{43} + \dots + S_{49} + S_{410} + \dots + S_{415} \quad (4-3)$$

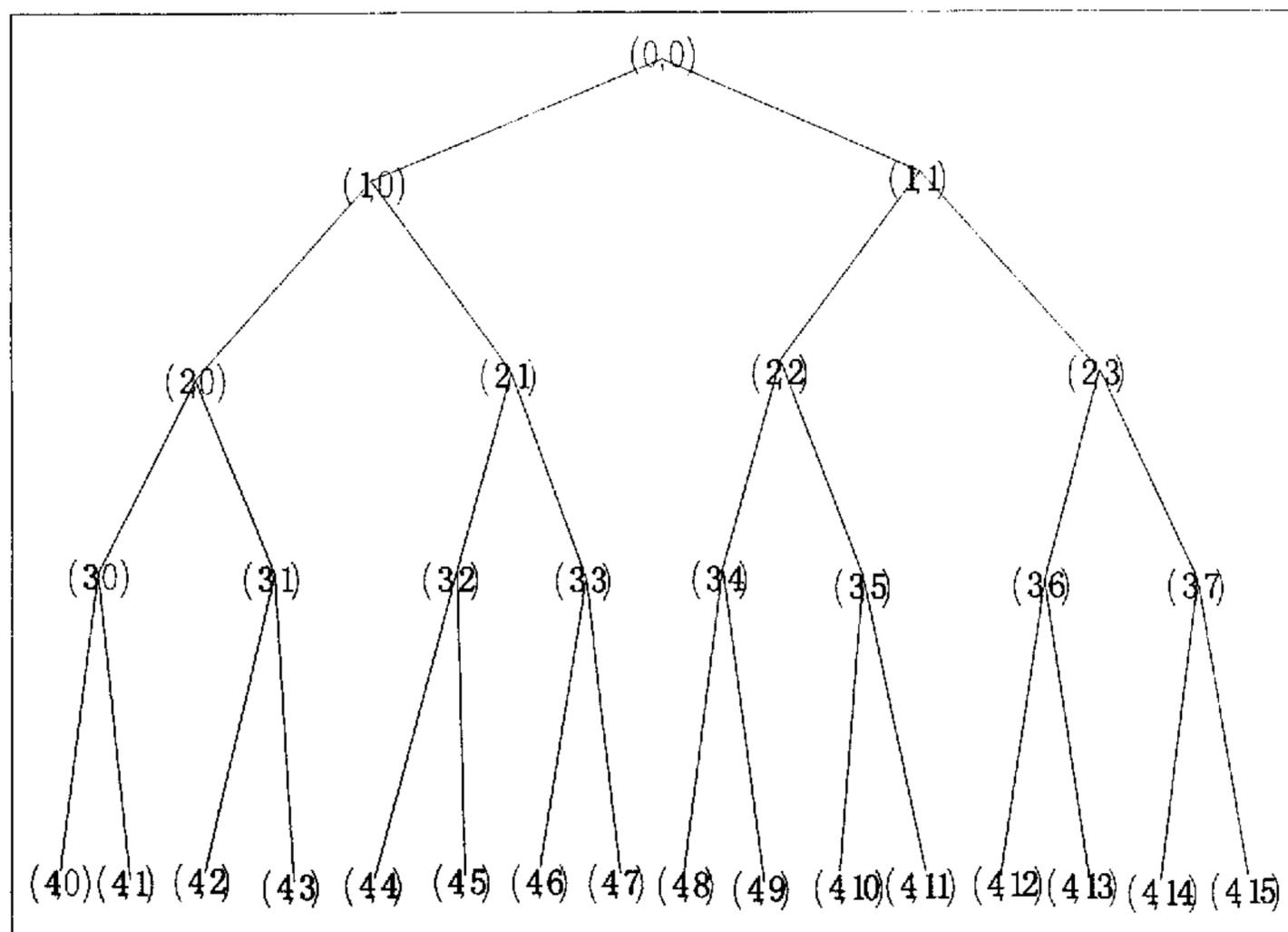


图 4.1 小波包四层分解树结构

假设原始信号 S 中，最低频率成份为 0，最高频率成份为 16，则提取的 S_{4j} ($j=0, 1, \dots, 15$) 16 个频率成份所代频率范围见表 4.1。

第三步：求各频带信号的总能量。由于输入信号是一个随机信号，其输出也是一个随机信号。设 S_{4j} ($j=0, 1, \dots, 15$) 对应的能量为 E_{4j} ($j=0, 1, \dots, 15$)，则有：

$$E_{4j} = \int |S_{4j}(t)|^2 dt = \sum_{k=1}^n |x_{jk}|^2 \quad (4-4)$$

其中， x_{jk} ($j=0, 1, \dots, 15, k=1, 2, \dots, n$) 表示重构信号 S_{4j} 的离散点的幅值。

第四步：构造特征向量。由于系统出现故障时，会对各频带内信号的能量有较大的影响，因此，以能量为元素可以构造一个特征向量。特征向量 T 构造如下：

$$T = [E_{40}, E_{41}, E_{42}, \dots, E_{49}, E_{410}, \dots, E_{415}] \quad (4-5)$$

当能量较大时， E_{4j} ($j=0, 1, \dots, 15$) 通常是一个较大的数值，在数据分析上会带来一些不方便的地方。由此，可以对特征向量 T 进行改进，即对向量进行归一化处理，

令

$$E = \left(\sum_{j=0}^{15} |E_{4j}|^2 \right)^{1/2} \quad (4-6)$$

则

$$T' = [E_{40}/E, E_{41}/E, E_{42}/E, \dots, E_{415}/E] \quad (4-7)$$

向量 T' 即为归一化的向量。

表 4.1 各频率成份所代表的频率范围

信号	S_{40}	S_{41}	S_{42}	S_{43}
频率范围 (HZ)	0—1	1—2	2—3	3—4
信号	S_{44}	S_{45}	S_{46}	S_{47}
频率范围 (HZ)	4—5	5—6	6—7	7—8
信号	S_{48}	S_{49}	S_{410}	S_{411}
频率范围 (HZ)	8—9	9—10	10—11	11—12
信号	S_{412}	S_{413}	S_{414}	S_{415}
频率范围 (HZ)	12—13	13—14	14—15	15—16

第五步：确定在正常与各种故障状态下，特征向量的特征值及容差范围。特征值和容差范围的确定可以通过机理分析方法求得，同时，也可以通过实验统计的方法确定。机理分析的方法要基于系统的模型，但是，当系统的模型较复杂或根本不知道时，这种方法就显得明显不足；实验统计方法不依赖于系统的数学模型，在工程应用中具有极为重要的意义，这里是以实验统计的方法确定特征值和容差范围。设向量的第一个元素 E_{40}/E 的特征值为 C_0 ，容差范围是 ΔC_0 ，第二个元素 E_{41}/E 的特征值为 C_1 ，容差范围为 ΔC_1 ，其他依此类推，即第十五个元素 E_{415}/E 的特征值为 C_{15} ，容差范围为 ΔC_{15} 。

C_j 和 ΔC_j ($j=0, 1, \dots, 15$) 可以通过下式求:

$$C_j = \frac{\sum_{k=1}^n x_{jk}}{n} \quad n \text{ 为试验次数} \quad (4-8)$$

如果 C_j 的值较大时, 可对特征值进行归一化处理, 令

$$C = \left(\sum_{j=0}^{15} C_j^2 \right)^{1/2} \quad (4-9)$$

归一化的特征向量值为:

$$T_{\text{特征值}}^i = [C_0/C, C_1/C, C_2/C, \dots, C_{15}/C] \quad (4-10)$$

容差范围 ΔC_j ($j=0, 1, 2, \dots, 15$) 为:

$$\Delta C_j = K\sigma = K \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_{jk} - C_j)^2 \right)^{1/2} \quad K=3\sim 5 \quad (4-11)$$

其中, n 为试验次数, 容差范围一般取方差 σ 的3~5倍。

如果特征向量的特征值作了归一化处理, 则容差范围也应作相应的变化, 即容差范围向量的每个元素都相应除以 C , 有:

$$\Delta C_{\text{容差范围}}^i = [\Delta C_0/C, \Delta C_1/C, \Delta C_2/C, \dots, \Delta C_{15}/C] \quad (4-12)$$

对 n 值的要求: 如果实验数据的重复性(或稳定性)较大, 则试验次数可以取得较小; 如果实验数据的重复性(或稳定性)较小, 则要求试验次数 n 较大。

4.5 实验与结论

本实验模型为一个三层框架结构, 如图 4.2 所示, 质量块 1,2,3 的材质为铸铁, 柱子的材料为铝。本模型为一对称结构, 三层的层高均为 0.1m, 三层柱的尺寸均相同。分析信号取以 a 点脉冲激励时的 b 点位移响应为分析信号, 采样频率为 $f = 128\text{Hz}$, 信号长度为 128。本模型前三阶固有频

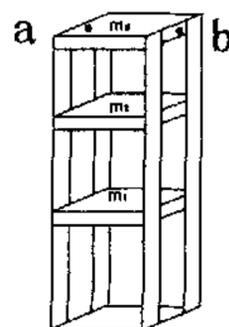


图 4.2 三层框架实物模型

率分别在 $2H_z, 17H_z, 46H_z$ 左右。本次实验的最高分析频率为 $64H_z$ ，将响应信号用 db1 进行四层小波包分解，采用 shannon 熵，计算结果如表 4.2（采用第三章 ANSYS 仿真实验数据为原始数据）。图 4.3~4.9 为框架结构的正常及三种缺陷模式的时域信号及其四层小波包分解图。表 4.2 为三种基准缺陷与测试样本及正常模式的 b 点位移响应对应特征向量，表中 $M0$ 表示正常模式， $M1$ 表示第一层有缺陷模式， $M2$ 表示第二层有缺陷模式， $M3$ 表示第三层有缺陷模式。 $A1$ 为测试样本 1， $A2$ 为测试样本 2， $A3$ 为测试样本 3。

在实验中共考察了三种缺陷模式及正常模式和三种测试样本，由表 4.2 可以看出，此方法能进行较好地识别。但是我们也注意到第三层缺陷模式与正常模式的特征向量（ $M3$ 与 $M0$ ， $M0$ 与 $A3$ ）较接近，亦即这两种模式较接近，有时将它们识别开来较为困难。总的来说，基于小波包分解框架结构缺陷识别方法充分利用了小波包分解对非平稳信号处理的精细时频局部化优点，这种基于小波包分解得出能量特征向量的方法，可以作为故障特征向量进行故障诊断，并且在实施故障特征提取和诊断时，无需系统的数学模型。实验结果数据表明应用小波包分解提取的特征向量进行框架结构缺陷检测是可行的。

表 4.2 基准缺陷与测试样本及正常模式的 b 点位移响应对应特征向量

	E_{40}	E_{41}	E_{42}	E_{43}	E_{44}	E_{45}	E_{46}	E_{47}
$M0$	0.8925	0.3725	0.1739	0.1353	0.0862	0.0665	0.0294	0.0122
$M1$	0.9565	0.2485	0.1233	0.0502	0.0610	0.0247	0.0101	0.0026
$M2$	0.227	0.3260	0.1532	0.0913	0.0767	0.0448	0.0205	0.0085
$M3$	0.8932	0.368	0.1813	0.1359	0.0869	0.0650	0.0204	0.008
$A1$	0.9485	0.2694	0.1325	0.0592	0.0657	0.0292	0.0124	0.0035
$A2$	0.9165	0.3361	0.1598	0.1004	0.0793	0.0490	0.0208	0.008
$A3$	0.893	0.3692	0.1799	0.135	0.0867	0.0652	0.0234	0.0102

	E_{48}	E_{49}	E_{410}	E_{411}	E_{412}	E_{413}	E_{414}	E_{415}
$M0$	0.0430	0.0331	0.0148	0.0061	0.0076	0.0030	0.0028	0.0011
$M1$	0.0304	0.0123	0.0051	0.0013	0.0029	0.0007	0.0013	0.0004
$M2$	0.0383	0.0223	0.0102	0.0041	0.0052	0.0019	0.0015	0.0015
$M3$	0.0432	0.0323	0.0107	0.0042	0.0065	0.0026	0.0039	0.0028
$A1$	0.0328	0.0146	0.0062	0.0017	0.0035	0.0009	0.0013	0.0004
$A2$	0.0395	0.0244	0.0105	0.0040	0.0055	0.0020	0.0020	0.0017
$A3$	0.0432	0.0324	0.0120	0.0052	0.0068	0.0028	0.0035	0.0022

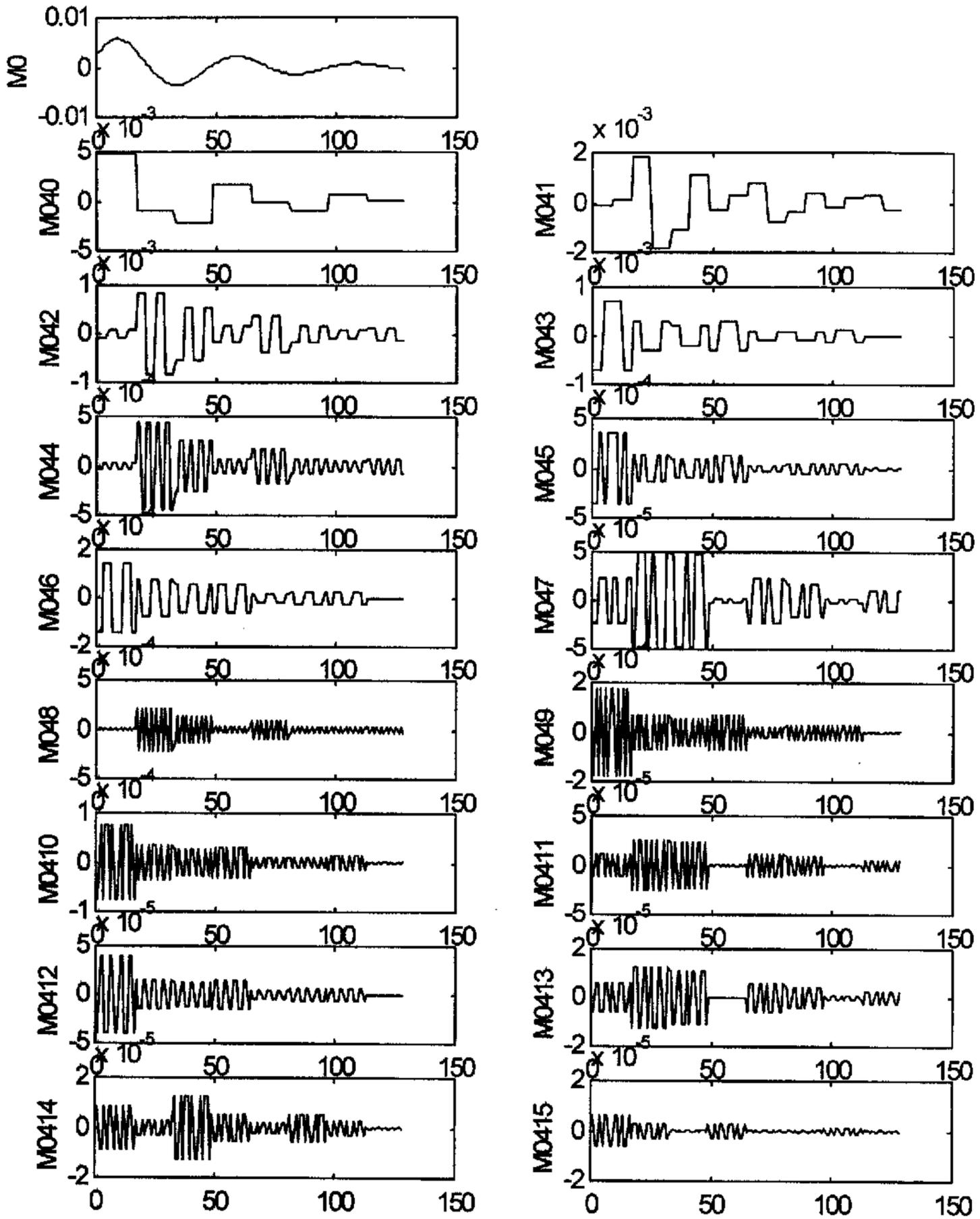


图 4.3 正常时原始输出信号及提取的 16 特征量

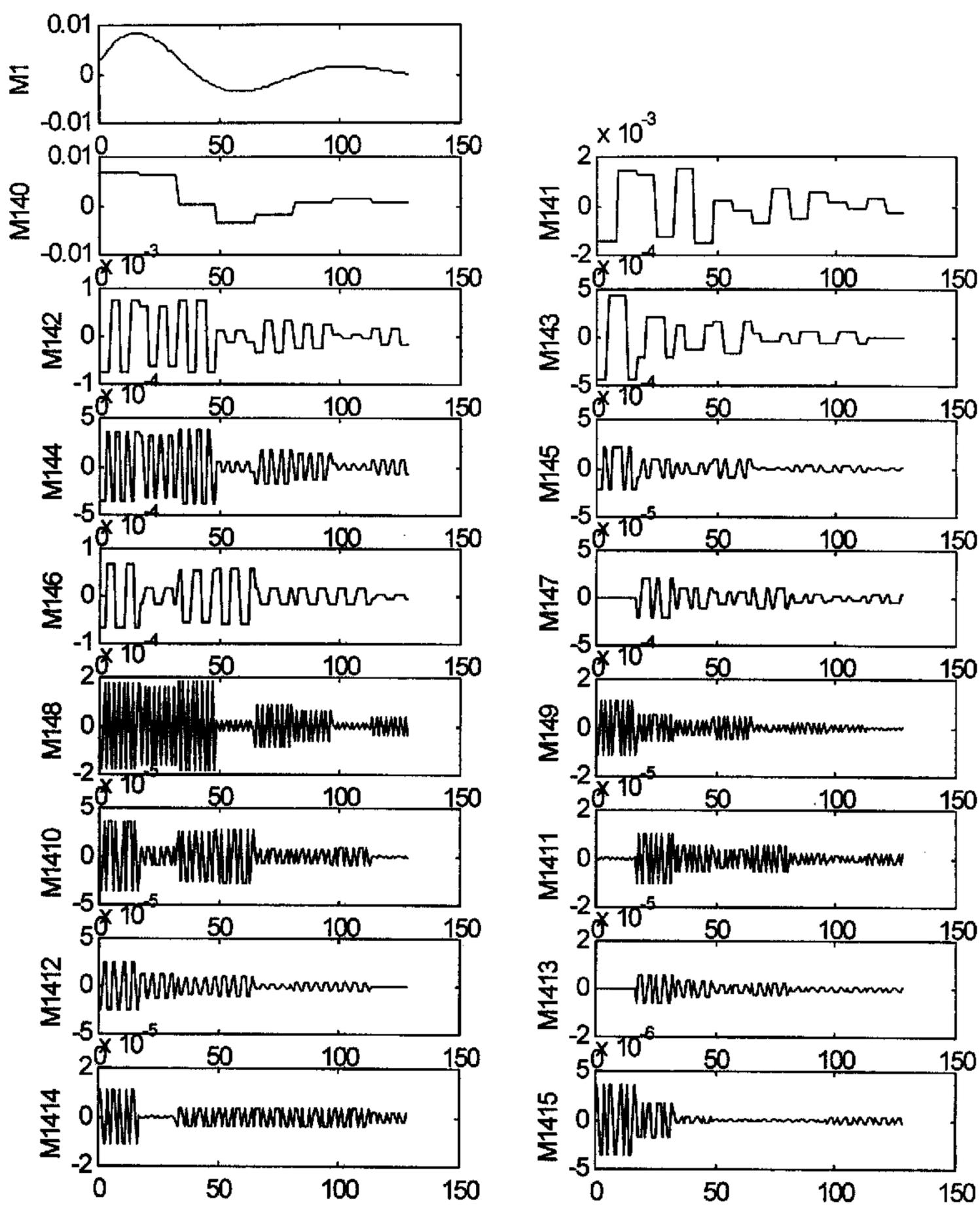


图 4.4 第一层有缺陷时原始输出信号及提取的 16 特征量

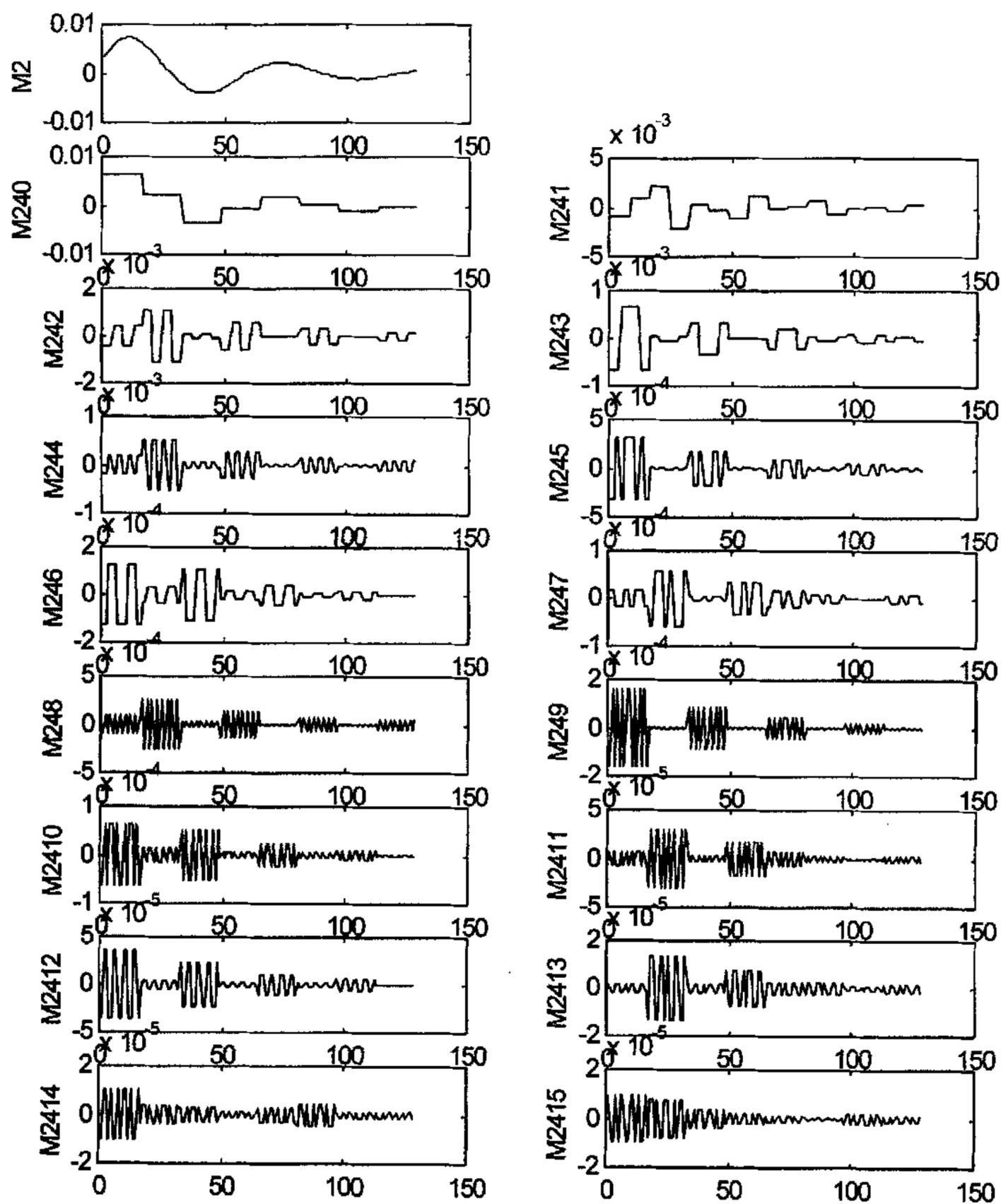


图 4.5 第二层有缺陷时原始输出信号及提取的 16 特征量

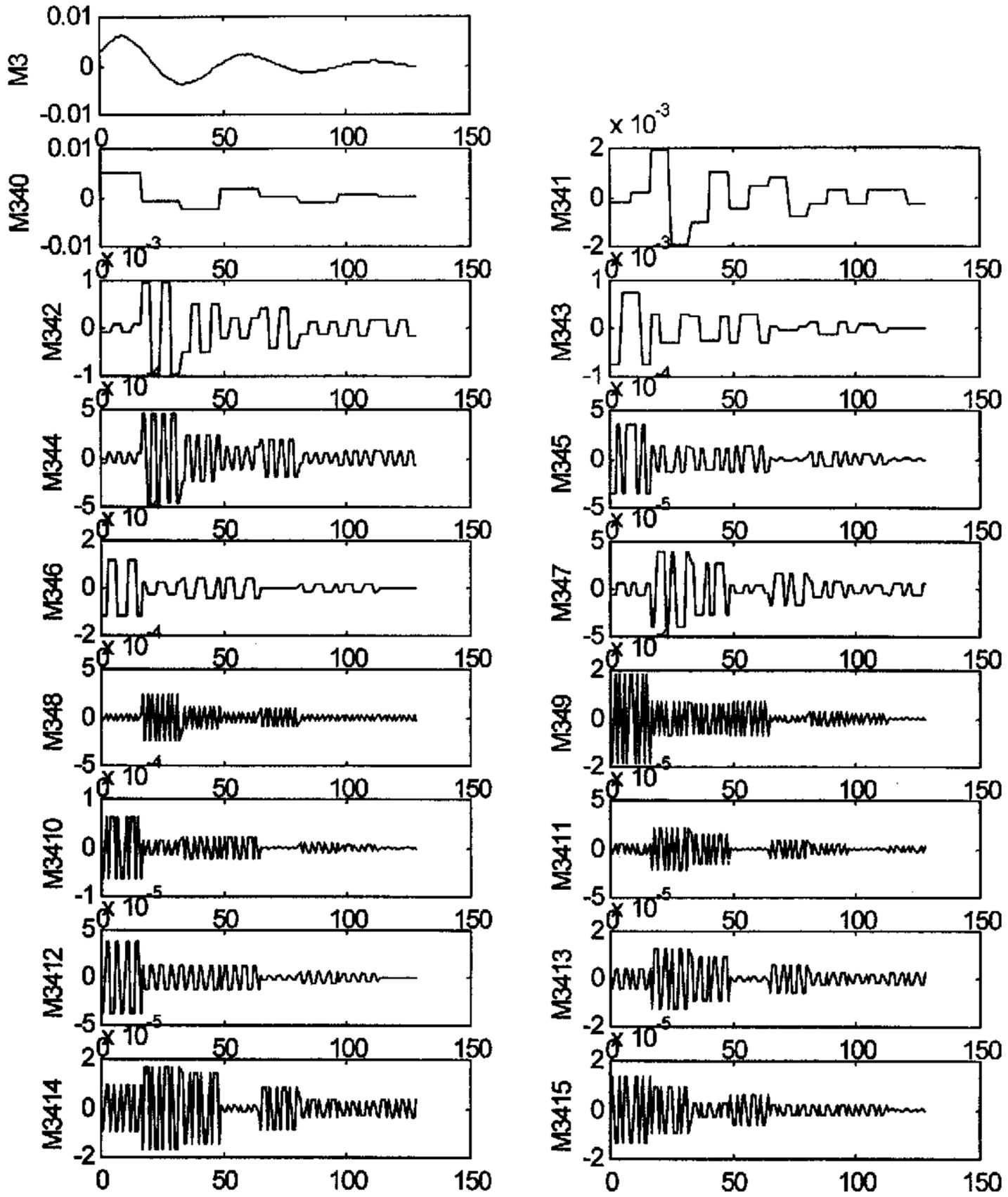


图 4.6 第三层有缺陷时原始输出信号及提取的 16 特征量

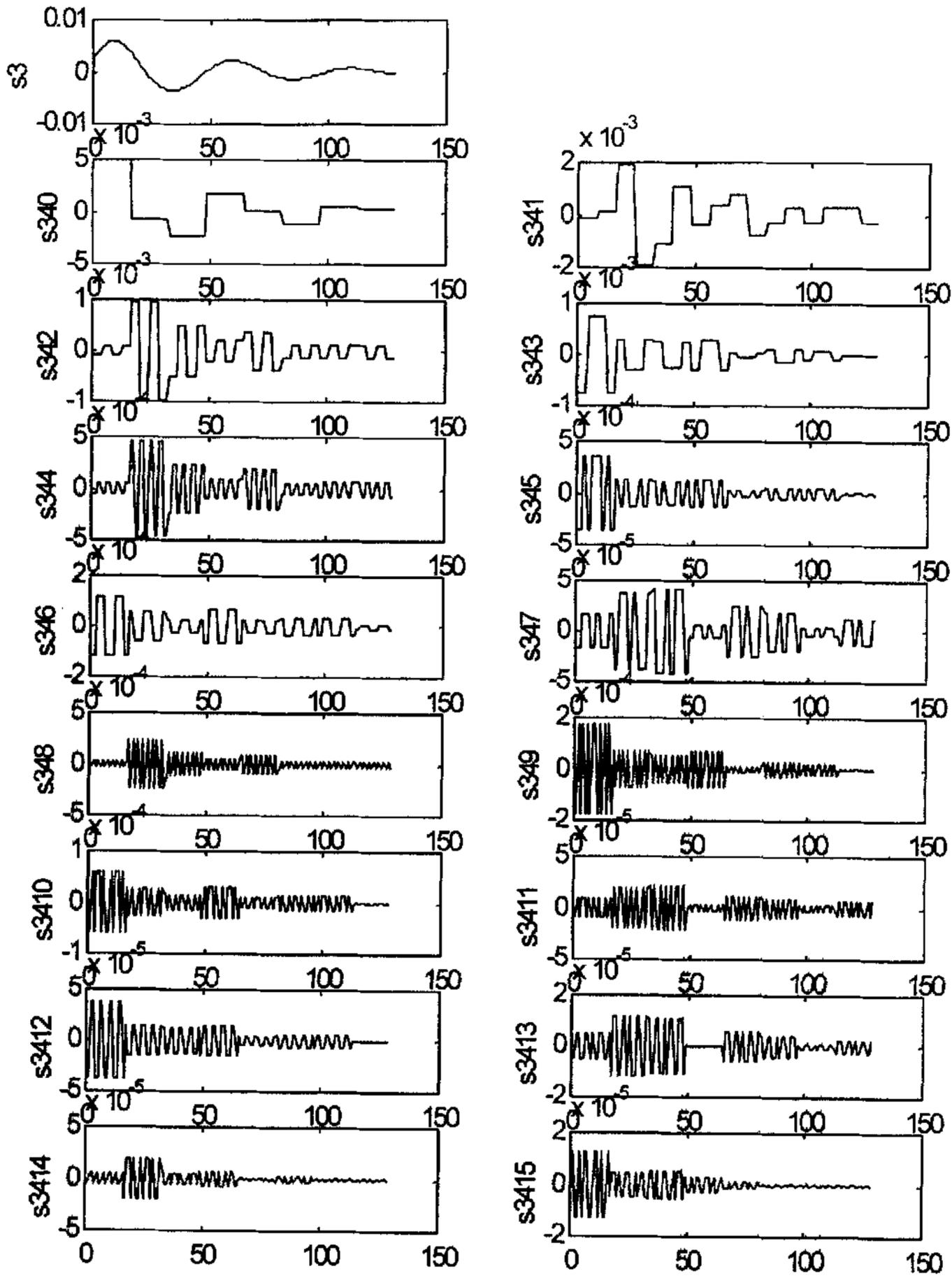


图 4.7 测试样本 3 原始输出信号及提取的 16 特征量

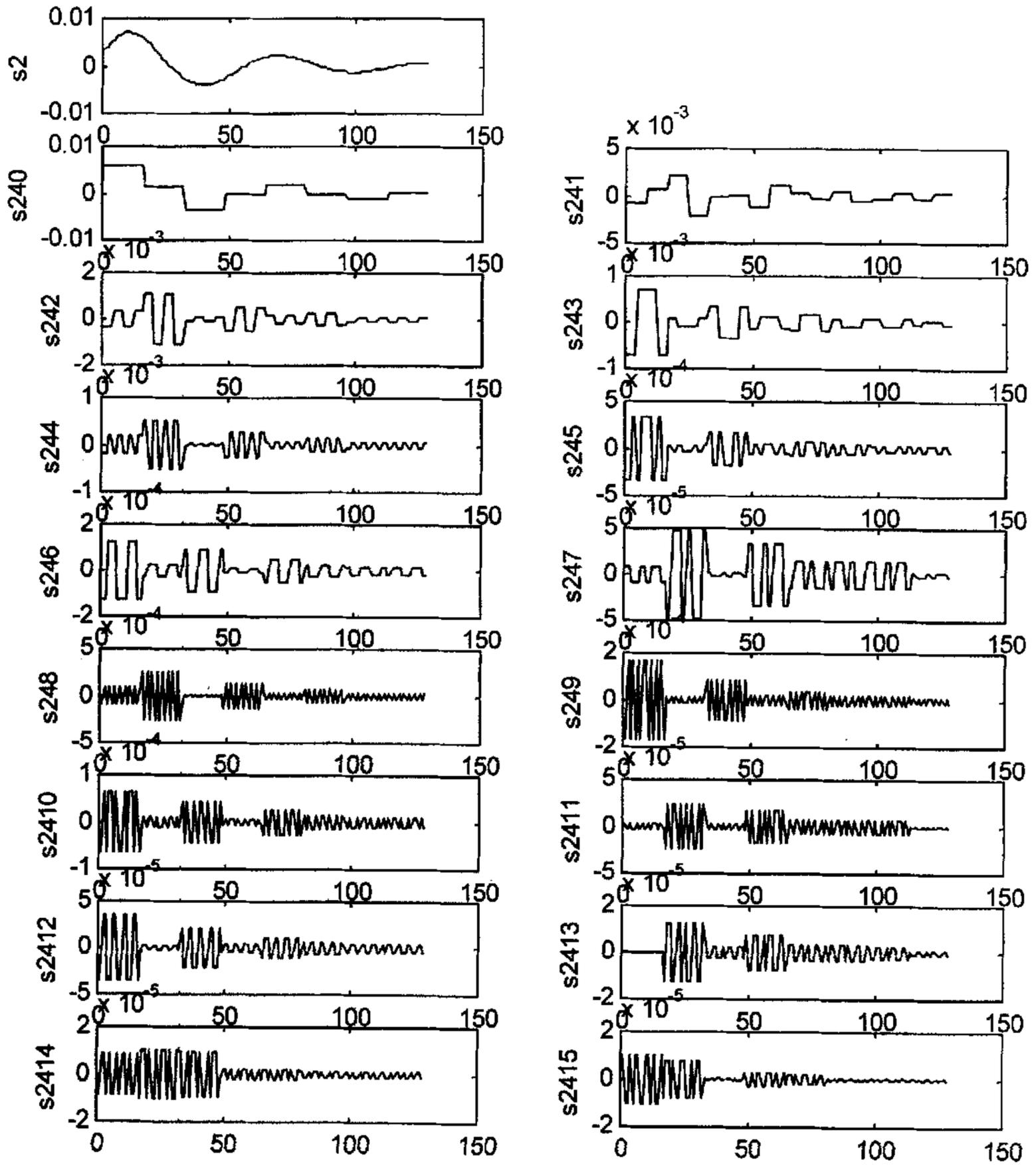


图 4.8 测试样本 2 原始输出信号及提取的 16 特征量

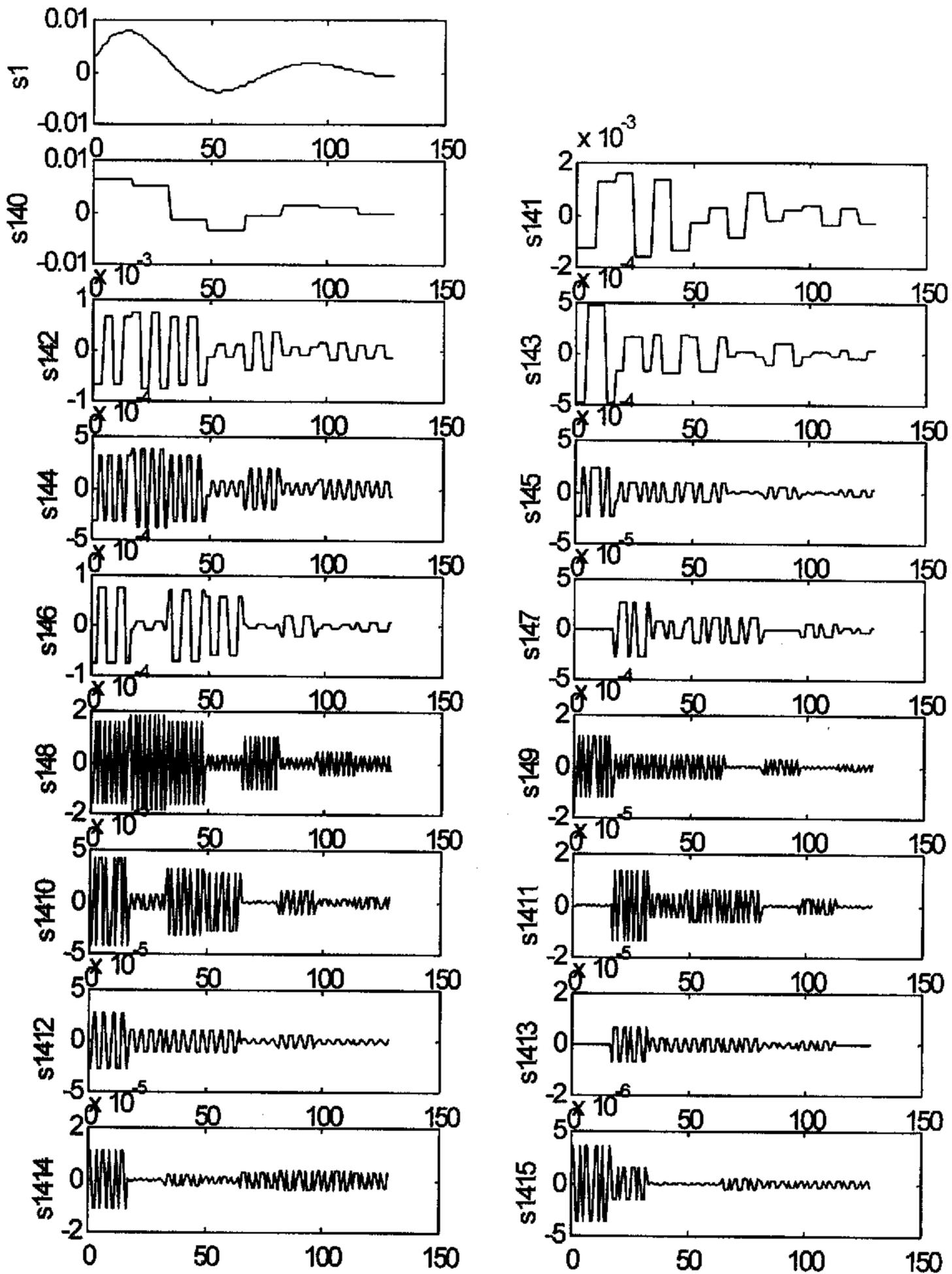


图 4.9 测试样本 1 原始输出信号及提取的 16 特征量

第五章 基于多分辨统计熵的框架结构故障诊断方法研究

5.1 多分辨分析原理

1. 多分辨分析

空间 $L^2(R)$ 中的多分辨分析是指 $L^2(R)$ 中满足如下条件的一个空间序

$\{V_j\}_{j \in Z}$:

- a. 单调性: $V_j \subset V_{j+1}$, 对任意 $j \in Z$;
- b. 逼近性: $\bigcap_{j \in Z} V_j = \{0\}, \text{close}\{\bigcup_{j \in Z} V_j\} = L^2(R)$;
- c. 伸缩性: $f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(2t) \in V_{j+1}$, 伸缩性体现了尺度的变化、逼近正交小波函数的变化和空间的变化具有一致性;
- d. 平移不变性: 对任意 $k \in Z$, 有 $\phi_j(2^{-j/2}t) \in V_j \Rightarrow \phi_j(2^{-j/2}t - k) \in V_j$;
- e. Riesz 基存在性: 存在 $\phi(t) \in V_0$, 使得 $\{\phi(2^{-j/2}t - k) | k \in Z\}$ 构成 V_j 的 Riesz 基;

其中, $\phi(t)$ 称为该多分辨分析的尺度函数, 并可以由尺度函数构成 V_0 的标准正交基。空间序列 $\{V_j\}_{j \in Z}$ 中一闭子空间 V_j 可以分解为其子空间的直接和形式:

$$V_j = W_{j+1} \oplus V_{j+1}, j \in Z \quad (5-1)$$

式中 W_j 为小波函数 $\psi \in L^2(R)$ 生成的小波空间。

2. Mallat 分解和重构算法

若 $\{V_j\}_{j \in Z}$, $V_j \subset V_{j+1}$ 是一多分辨分析, $\{W_j\}_{j \in Z}$ 是 $V_j \subset V_{j+1}$ 的正交补空间, 则尺度函数 $\phi(t)$ 是 $\{V_j\}$ 的生成元, 小波函数 $\psi(t)$ 是 $\{W_j\}$ 的生成元, 同时满足如下方程:

$$\begin{cases} \phi(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} h(k) \phi(2t - k) \\ \psi(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} g(k) \psi(2t - k) \end{cases} \quad (5-2)$$

式中 $h(k)$ 、 $g(k)$ 为与尺度函数 $\phi(t)$ 和小波函数 $\psi(t)$ 对应的二尺度关系序列，即对应低通滤波器 H 和带通滤波器 G 的脉冲响应序列， $\overline{h(k)}$ 、 $\overline{g(k)}$ 为共轭滤波器 \overline{H} 、 \overline{G} 的脉冲响应序列。则可得分解算法和重构算法如下：

分解算法：

$$\begin{cases} c_k^j = \sum_l \overline{h(l-2k)} c_l^{j-1} \\ d_k^j = \sum_l \overline{g(l-2k)} d_l^{j-1} \end{cases} \quad (5-3)$$

重构算法：

$$c_k^{j-1} = \sum_l h(k-2l) c_l^j + \sum_l g(k-2l) d_l^j \quad (5-4)$$

式中 c_k^j 为尺度 j 上的离散小波逼近， d_k^j 为尺度 j 上的离散小波细节。

5.2 多分辨统计熵的定义与计算

定义 1: 设某一事件有多种可能的结果，其每一种可能的概率为 p_j ($j=1, \dots, N$)，于是某一结果得到的信息可以用 $I_j = \log(1/p_j)$ 表示，于是对于时间序列定义如下从信息熵 (entropy)：

$$H = -\sum_{i=1}^N p_i \log(p_i) \quad \text{当 } p_i = 0 \text{ 时, } p_i \log(p_i) = 0 \quad (5-5)$$

于是信息熵 H 是在一定的状态下定位系统的一种信息测度，它表示对序列未知程度的一种度量。小波变换具有良好的时频局部化能力，多分辨分析将小波基的构造和实施纳入统一框架，并有相应的实用快速算法，因此，将多分辨分析与信息熵相结合，提出一种多分辨统计熵的定义与计算方法。

设在尺度 j 下，多分辨分析的离散小波系数为 $D = \{d(k), k=1, \dots, N\}$ ，在此小波系数上定义一滑动窗，设窗宽为 $u \in N$ ，滑动因子为 $v \in N$ ，于是滑动窗为：

$$Q(m;u,v) = \{d(k), k = 1 + mv, \dots, 1 + mu\} \quad (5-6)$$

其中 $m = 1, \dots, M$, $M = (N - u) / v \in N$ 。将滑动窗划分为如下 L 个区间:

$$Q(m;u,v) = \bigcup_{l=1}^L Z_l \quad (5-7)$$

式中 $\{Z_l = (S_{l-1}, S_l), l = 1, \dots, L\}$, 互不相交, $S_0 < S_1 < \dots < S_L$ 。 S_0 取为:

$$S_0 = \min[Q(m;u,v)] = \min[\{d(k), k = 1 + mv, \dots, u + mv\}] \quad (5-8)$$

S_L 取为:

$$S_L = \max[Q(m;u,v)] = \max[\{d(k), k = 1 + mv, \dots, u + mv\}] \quad (5-9)$$

定义 2: 设 $P^m(Z_l)$ 表示小波系数 $d(k) \in Q(m;u,v)$ 落于区间 Z_l 的概率, 按古典概率论, 即是等于 $d(k) \in Q(m;u,v)$ 落于 Z_l 的数目与 $Q(m;u,v)$ 中总的小波系数数目 u 之比值, 于是定义如下的多分辨统计熵 MRE (Mutiresolution Entropy):

$$H(m) = -\sum P^m(Z_l) \log(P^m(Z_l)) \quad m = 1, \dots, M \quad (5-10)$$

每一尺度, 可相应计算其 MRE, $H_j(m), m = 1, \dots, M_j$, 并可作其 MRE 变化曲线图 $\{u/2 + mv, H_j(m)\}, m = 1, \dots, M_j$ 。

5.3 实验与结论

本实验模型为一个三层框架结构, 如图 5.1 所示, 质量块 1,2,3 的材质为铸铁, 柱子的材料为铝。本模型为一对称结构, 三层的层高均为 0.1m, 三层柱的尺寸均相同。分析信号取以 a 点脉冲激励时的 b 点位移响应为分析信号, 采样频率为 $f = 128\text{Hz}$, 信号长度为 128, 窗参数 $u = 128$, $v = 1$, L 分别取为 10、50、100、200。计算结果如表 5.1 (采用第三章 ANSYS 仿真实验数据为原始数据)。图

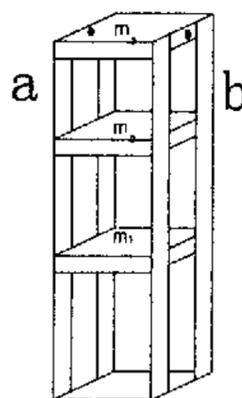


图 5.1 三层框架实物模型

5.2~5.5 为框架结构的正常及三种缺陷模式的时域信号及其 3 尺度小波分解结构图，图 5.6~5.8 为三种测试样本的时域信号及其 3 尺度小波分解结构图。表 5.1 为三种基准缺陷与测试样本及正常模式的多分辨统计熵指数，表中 $M0$ 表示正常模式， $M1$ 表示第一层有缺陷模式， $M2$ 表示第二层有缺陷模式， $M3$ 表示第三层有缺陷模式。 $A1$ 为测试样本 1， $A2$ 为测试样本 2， $A3$ 为测试样本 3。

表 5.1 基准缺陷与测试样本及正常模式的多分辨统计熵指数

	$M0$	$M1$	$M2$	$M3$	$A1$	$A2$	$A3$
$L=10$	0.9871	0.937	0.6131	1.0262	0.6707	0.6412	1.0016
$L=50$	1.7744	1.5189	1.6265	1.7692	1.6234	1.67	1.7882
$L=100$	2.341	1.9744	2.2113	2.3203	2.0692	2.2126	2.3624
$L=200$	2.8847	2.5403	2.7296	2.871	2.5495	2.7125	2.8717

在实验中共考察了三种缺陷模式及正常模式，由表 5.1 可以看出，随着 L （滑动窗区间数）增大，对测试样本的识别能力增强。此外，注意到第三层缺陷模式与正常模式的多分辨统计熵指数（ $M3$ 与 $M0$ ， $M0$ 与 $A3$ ）较接近，亦即这两种模式较接近，有时将它们识别开来较为困难。总的来说，基于多分辨分析定义的多分辨统计熵既充分利用了小波分析对非平稳信号处理的时频局部化优点，又体现了信息熵对信号信息的表征能力，是信号小波分析的一种有效后处理方法，无需系统的数学模型。实验表明应用多分辨统计熵指数进行框架结构缺陷检测是可行的。

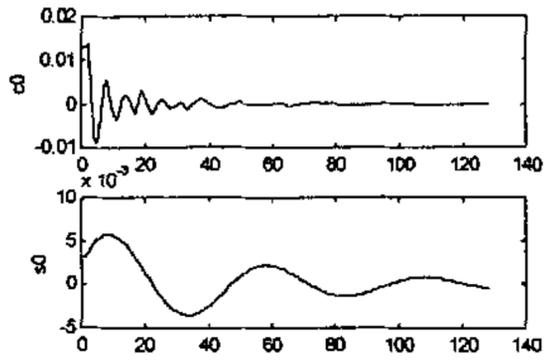


图 5.2 正常模式原始信号及 3 尺度小波分解结构 采样频率 128Hz

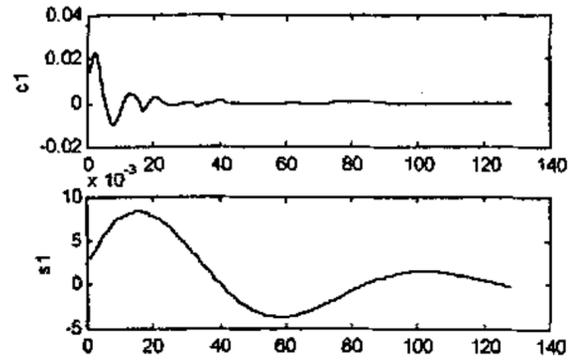


图 5.3 第一层有缺陷模式原始信号及 3 尺度小波分解结构 采样频率 128Hz

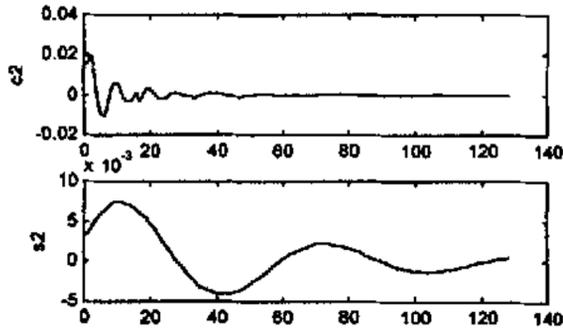


图 5.4 第二层有缺陷模式原始信号及 3 尺度小波分解结构 采样频率 128Hz

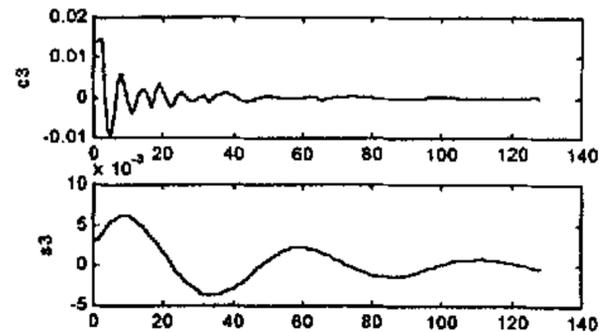


图 5.5 第三层有缺陷模式原始信号及 3 尺度小波分解结构 采样频率 128Hz

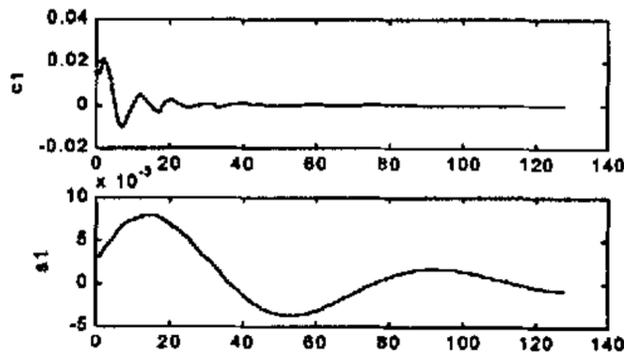


图 5.6 测试样本 1 原始信号及 3 尺度小波分解结构 采样频率 128Hz

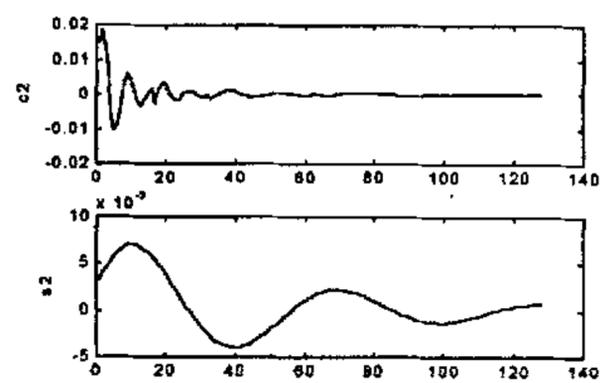


图 5.7 测试样本 2 原始信号及 3 尺度小波分解结构 采样频率 128Hz

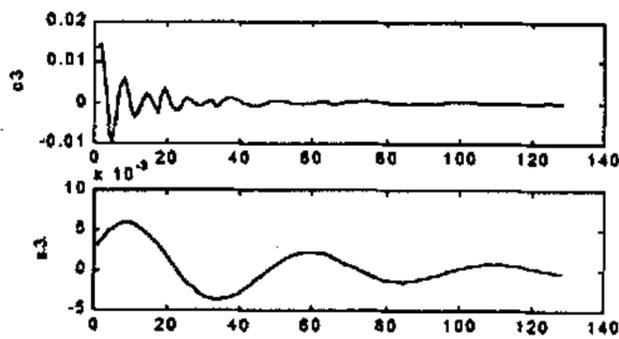


图 5.8 测试样本 3 原始信号及 3 尺度小波分解结构 采样频率 128Hz

结 束 语

一、本文的主要工作与结论

框架结构是工业与民用建筑的主要结构形式，使用期限长达几十年，甚至上百年，在其服役过程中，结构将不可避免的产生损伤积累，抗力衰减，甚至导致突发事故，造成人民生命财产重大损失。如何迅速有效地对框架结构缺陷检测成了人们研究的热点问题，近些年来，由于小波理论迅速发展，小波越来越被广泛地应用在各个领域，并取得很好的效果，本文在分析前人的各种结构健康评估和无损检测方法基础上，展开了基于小波的框架结构缺陷检测方法研究，主要有以下几个方面：

1、基于小波包对响应信号进行分解，提出了一种“能量——缺陷”的框架结构缺陷检测法。这种基于小波包分解得出能量特征向量的方法，可以作为缺陷特征向量进行缺陷检测，并且在实施缺陷特征提取和检测时，无需被检测对象的数学模型。

2、通过对结构响应信号进行小波变换，提出了一种“范数——缺陷”的框架结构缺陷检测法。这种基于小波变换得出特征范数的方法在实施缺陷检测时无需被检测对象的数学模型。

3、通过对结构响应信号进行多分辨分析，并计算响应信号的多分辨统计熵指数，提出了一种“多分辨统计熵指数——缺陷”的框架结构缺陷检测法，此法无需被检测对象的数学模型。

二、本文存在的不足

1、在土木工程领域中，由于结构本身和边界条件的复杂性以及材料的离散性，使得本文试验对象——三层框架结构模型不能精确代表实际情况。

2、本文基于小波框架结构缺陷检测方法只能适用于柱子缺陷检测，而不能检测出梁是否有缺陷，因而一定程度限制了使用范围。

3、因为本模型为对称结构且三层框架柱的尺寸、刚度均相同，所以本文所研

究方法进行缺陷检测只能将缺陷位置确定到某层,需结合其它方法如超声波检测法进行局部检测。

三、发展方向

针对上述本文存在的不足,今后以实际框架结构为试验研究对象,对框架结构其梁缺陷检测,还须进一步深入研究。

参 考 文 献

1. Hongping Zhu and others. Ambient vibration test of the Kap shui Mun Bridge[C]. Proc. of the Inter. Conf. Of Structural Engineering. Thailand. 2000.5: STR 146~152
2. 吴慧敏, 结构混凝土现场检测新技术——混凝土非破损检测. 湖南大学出版社, 1998
3. 张启伟, 桥梁结构模型修正与损伤识别[D], 上海: 同济大学土木工程学院, 1999: 2~5.
4. Cawley P, Adams C J. A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structure[J]. Journal of Mechanics Engineering Science, 1978, 20(2):93-100.
5. 周 智, 林立川. 结构损伤的神经网络定位研究[J]. 中南工业大学学报, 1999, 30(2): 126-128.
6. 肖仪清. 现役固定式海洋平台结构体系可靠度分析与安全评定[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2001: 65-85.
7. 邓东, 彭立中, 小波分析. 数学进展, 1991, 20(3): 294~310
8. Wang, W. J. Wavelets for detecting mechanical faults with high sensitivity. Mechanical Systems and Signal Processing. 2001, 15(4): 685~696
9. Moyo, p. Bridge health monitoring using wavelet analysis. Proceeding of SPIE-The International Society for Optical Engineering v 4317 Nov 29Dec 1 2000 20001
10. Z. Hou, M. Noori, R. St. Amand. Wavelet-based approach for structural damage detection. Journal of Engineering Mechanics, Vol.126, No.7, July 2000: 677~683
11. 叶昊, 王桂增, 方崇智. 小波变换在故障检测中的应用. 自动化学报. Vol. 23, No. 6, 1997, 11; 737~741
12. 秦叶, 原锡光, 冯文贤等. 小波分析与机械故障诊断. 广东工业大学学报, 1997, 14(2): 64~68

13. 钟雪平, 危韧勇, 吴云龙. 小波变换在故障检测中的应用. 长沙铁道学院学报. Vol. 20, No. 2, 2002, 6;52~55
14. 徐文明, 张梅军, 唐建. 小波多分辨分析在信号奇异性检测中的应用. 解放军理工大学学报. Vol. 3, No. 3, 2002, 6;57~59
15. 胡寿松, 周川, 胡维礼. 基于小波奇异性的结构故障检测. 应用科学学报, Vol. 18, No. 3, 2000, 9;198~201
16. 叶昊, 王桂增, 方崇智. 基于脉冲响应函数的正交小波系数的故障检测方法. 控制理论与应用. Vol. 16, No. 1, 1999, 2;6~10
17. 何正友, 钱清泉. 多分辨信息熵的计算及在故障检测中的应用. 电力自动化设备. Vol. 21, No. 5, 2001, 5;9~11
18. 吕柏权, 李天铎. 一种基于小波网络的故障检测方法. 控制理论与应用. Vol. 15, No. 5, 2000, 10;802~805
19. 秦前清, 扬宗凯, 实用小波分析. 西安电子科技大学出版社, 1994
20. Heil C. E. and Walnut D. F. , Continuous and discrete wavelet transform. SLAM Review, 24(1992)
21. Combes J M, Grossman A, Tchamichion. Wavelets .proc.of International Conference, Marseille, France, 1987, Spring-Verlag.
22. Mallat S. A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation. IEEE Trans. on pattern Analysis and Machine Intelligence, July, 1989, 11: 674~693
23. Arneodo, A., Grasseau, G., Holschneider, M., Wavelet of multifractals, physics Review letters, Vol. 61, 1988, pp. 2281~2284
24. 李光林, 吕维雪. 小波分析与信号处理. 山东工业大学学报. Vol. 26, Sup. Sep. 1996:312~318
25. 焦李成, 保铮. 子波理论与应用: 进展与展望. 电子学报, 1993, 21 (7) :91~81
26. [美]崔锦泰. 小波分析导论[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1995
27. 姚锋, 廖烈奎. 无损检测技术在混凝土工程中的应用. 铁道技术监督, No.1, 2002, 34~35

28. 向阳. 混凝土结构缺陷的融合识别研究. 振动工程学报, Vol. 14, No. 1, 2001, 3: 36~40
29. Liang Z. et al. On Detection of Damage Location of Bridge [A]. Proc. of IMAC 15th [C] 1997: 308~312
30. Oh Byung Hwan, et al. Structural Damage Assessment with Combined Data of Static and Modal Tests[J]. J. of Stru. Eng. 1998, 124(8):956~965
31. Pandy K, et al. Damage Detection From Changes in Curvature Mode Shapes[J]. J. of Sound and Vib. 1991, 142(2):321~332
32. Maia. N. M. M. Localization of Damage Using Curvature of the Frequency-response-functions[A]. Proc. of IMAC 15th [C]. 1997:942~946
33. 李国强, 楼国彪. 利用局部振动频率识别框架结构构件刚度参数. 振动、测试与诊断, Vol. 21, No. 3, Sep. 2001: 196~202
34. (日)无损检测协会编, 戴端松译. 无损检测概论. 上海科学技术出版社, 1983
35. 关云隆. 无损检验. 国防工业出版社, 1973
36. 蔡四维, 蔡敏. 混凝土的损伤断裂. 人民交通出版社, 1999
37. 余红发. 混凝土非破损测强技术研究. 中国建材工业出版社, 1999
38. 罗骥先. 水工建筑物混凝土的超声检测. 水利电力出版社, 1986
39. 李为杜. 混凝土无损检测技术. 同济大学出版社, 1986
40. 张准, 汪凤泉. 振动分析. 东南大学出版社, 1991
41. 汪凤泉. 基础结构动态诊断. 江苏科学技术出版社, 1992
42. 林循泓. 振动模态参数识别及其应用. 东南大学出版社, 1994
43. 傅志方. 振动模态分析与参数辨识. 上海交通大学出版社, 1990
44. 汪凤泉. 电子设备振动与冲击手册. 科学出版社, 1998
45. 汪凤泉, 郑万泔. 试验振动分析. 江苏科技出版社, 1998
46. 王大钧. 结构动力学中的特征值反问题. 北京大学力学系, 1986
47. 陈镜荣. 动态参量测试技术. 国防工业出版社, 1985

致 谢

本文是在导师汪凤泉教授的细心指导下顺利完成的。在攻读硕士学位及论文工作这两年半的时间内，一直得到导师在学习、科研和生活上无微不至的关怀。导师严谨的治学态度和渊博的知识以及谦逊坦诚的高尚品德和积极乐观的人生理念，无不对我的现在和将来产生极其重要的影响。在论文完成之际，谨向汪老师致以崇高的敬意和衷心的感谢！

在两年多的学习生活中，学生有幸得到了韩晓林教授诸多指导，韩老师在百忙之中抽出时间对本论文进行了仔细审阅。对论文各章内容提出了许多宝贵的修改意见。韩老师深厚的学术造诣、献身科学、追求真理的崇高风范将使学生受益终生。这里，学生谨向韩老师致以深切诚挚的谢意！

在两年多的学习生活中，还得到了吴慧新老师在各方面的关心和帮助，在此谨向吴老师致以深切诚挚的谢意。

最后还要感谢博士生周星德、刘志军、姚志远在学习、生活上的热情帮助，以及同学郝晓松、卫志勇、周毅雷的支持与帮助。

谨以此文献给我亲爱的父母和妹妹！