



# 中华人民共和国国家标准

GB/T 27419—2018/ISO/IEC Guide 98-3/Suppl.1:2008

---

## 测量不确定度评定和表示 补充文件 1： 基于蒙特卡洛方法的分布传播

**Guide to the evaluation and expression of uncertainty in measurement—  
Supplement 1: Propagation of distributions using a Monte Carlo method**

(ISO/IEC Guide 98-3/Suppl.1:2008, Uncertainty of measurement—Part 3:  
Guide to the expression of uncertainty in measurement(GUM:1995)—  
Supplement 1: Propagation of distributions using a Monte Carlo method, IDT)

2018-05-14 发布

2018-12-01 实施

国家市场监督管理总局  
中国国家标准化管理委员会 发布

中 华 人 民 共 和 国  
国 家 标 准

**测量不确定度评定和表示 补充文件 1：  
基于蒙特卡洛方法的分布传播**

GB/T 27419—2018/ISO/IEC Guide 98-3/Suppl.1:2008

\*

中国标准出版社出版发行  
北京市朝阳区和平里西街甲2号(100029)  
北京市西城区三里河北街16号(100045)

网址: [www.spc.org.cn](http://www.spc.org.cn)

服务热线: 400-168-0010

2018年5月第一版

\*

书号: 155066·1-60002

版权专有 侵权必究

## 目 次

前言 .....	V
引言 .....	Ⅶ
1 范围 .....	1
2 规范性引用文件 .....	2
3 术语和定义 .....	2
4 约定和符号 .....	5
5 基本原则 .....	6
5.1 不确定度评定的主要阶段 .....	6
5.2 分布传播 .....	7
5.3 获取报告信息 .....	7
5.4 分布传播的实施 .....	8
5.5 报告结果 .....	8
5.6 GUM 不确定度框架 .....	9
5.7 GUM 不确定度框架有效用于线性模型的条件 .....	10
5.8 GUM 不确定度框架有效用于非线性模型的条件 .....	10
5.9 基于蒙特卡洛方法的分布传播和结果报告 .....	11
5.10 有效利用 MCM 的条件 .....	12
5.11 GUM 不确定度框架与蒙特卡洛方法的比较 .....	13
6 输入量的概率密度函数 .....	14
6.1 概述 .....	14
6.2 贝叶斯理论 .....	14
6.3 最大信息熵原理 .....	15
6.4 常见条件下的概率密度函数的确定 .....	15
6.4.1 概述 .....	15
6.4.2 矩形分布 .....	16
6.4.3 界值不确定的矩形分布 .....	17
6.4.4 梯形分布 .....	17
6.4.5 三角分布 .....	18
6.4.6 反正弦(U形)分布 .....	19
6.4.7 正态分布 .....	19
6.4.8 多元正态分布 .....	19
6.4.9 $t$ 分布 .....	20
6.4.10 指数分布 .....	21
6.4.11 Gamma 分布 .....	22
6.5 从先前不确定度计算中确定概率分布 .....	22
7 蒙特卡洛方法的计算 .....	22

7.1	概述	22
7.2	蒙特卡洛试验次数	22
7.3	从概率分布中抽样	23
7.4	模型的计算	23
7.5	输出量分布函数的离散表示	23
7.6	输出量的估计值及其标准不确定度	24
7.7	输出量的包含区间	24
7.8	计算时间	24
7.9	自适应蒙特卡洛程序	25
7.9.1	概述	25
7.9.2	与一个数值有关的数值容差	25
7.9.3	自适应程序的目的	25
7.9.4	自适应程序	26
8	结果的验证	27
8.1	用蒙特卡洛方法验证 GUM 不确定度框架	27
8.2	基于验证目的蒙特卡洛方法结果的获取	27
9	案例	27
9.1	本标准有关方面的说明	27
9.2	加法模型	28
9.2.1	公式	28
9.2.2	输入量服从正态分布	28
9.2.3	输入量服从相同宽度的矩形分布	30
9.2.4	输入量服从不同宽度的矩形分布	31
9.3	砝码校准	33
9.3.1	公式	33
9.3.2	传播与报告结果	34
9.4	微波功率计校准的比较损失	35
9.4.1	公式	35
9.4.2	传播与报告结果:零协方差	36
9.4.3	传播与报告结果:非零协方差	40
9.5	量块校准	42
9.5.1	公式	42
9.5.2	公式:分布的确定	43
9.5.3	传播与报告结果	46
9.5.4	结果	46
附录 A (资料性附录)	历史观点	48
附录 B (资料性附录)	灵敏系数和不确定度贡献量	49
附录 C (资料性附录)	从概率分布中抽样	50
附录 D (资料性附录)	输出量分布函数的连续近似	55
附录 E (资料性附录)	矩形分布的四重卷积包含区间	57

附录 F (资料性附录) 比较损失问题 .....	58
附录 G (资料性附录) 主要符号汇总表 .....	61
参考文献 .....	64

## 前 言

本标准按照 GB/T 1.1—2009 给出的规则起草。

本标准使用翻译法等同采用 ISO/IEC Guide 98-3/Suppl.1: 2008《测量不确定度 第 3 部分:测量不确定度表示指南(GUM:1995) 补充文件 1:基于蒙特卡洛方法的分布传播》。

本标准与 ISO/IEC Guide 98-3/Suppl.1: 2008 相比,做了下列编辑性修改:

——修改了标准名称。

本标准由全国认证认可标准化技术委员会(SAC/TC 261)提出并归口。

本标准起草单位:中国计量大学、中国计量科学研究院、浙江省计量科学研究院、上海市计量测试研究院、广州计量检测技术研究院、杭州质量技术监督检测院、滨州学院、陕西省计量科学研究院、中检国测(北京)检验检测科学研究院。

本标准主要起草人:宋明顺、高蔚、邵力、徐生坚、方兴华、周伦彬、童俊、黄乐富、王伟、张俊亮、殷志军。

# 引 言

## 0.1 概述

本标准是“测量不确定度表示指南”(GUM)的补充文件,主要是通过建立测量模型,运用蒙特卡洛方法(简称:MCM)执行概率分布传播,进行测量不确定度评定[ISO/IEC Guide 98-3:2008,3.1.6]。该方法应用于多个输入量和单个输出量的模型。

以下两种情况用 MCM 代替 GUM 不确定度框架进行不确定度评定是有价值的[ISO/IEC Guide98-3:2008,3.4.8]:

- a) 非线性模型;
- b) 输出量的概率密度函数(PDF)明显地背离正态分布或  $t$  分布,如分布显著的不对称。

在 a) 中,用 GUM 不确定度框架中的方法得到输出量的估计值及其标准不确定度可能会不可靠;在 b) 中,用 GUM 不确定度框架中的方法得到输出量的包含区间(即 GUM 不确定度框架中的“扩展不确定度”)可能不切实际。

GUM[ISO/IEC Guide 98-3:2008, 3.4.8]“……提供了不确定度评定的方法……”,是基于不确定度传播律[ISO/IEC Guide 98-3:2008,第 5 章]和用正态分布或  $t$  分布表征输出量[ISO/IEC Guide 98-3:2008, G.6.2, G.6.4]。在该方法中,不确定度传播律提供了通过模型传播不确定度的方法。具体地,在下述条件下,它给出了输出量的最佳估计值及标准不确定度:

- a) 各输入量的最佳估计值;
- b) 各输入量估计值的标准不确定度;
- c) 可能时,与这些标准不确定度相关联的自由度;
- d) 各输入量之间的非零协方差。

在该方法中,通过输出量的 PDF,给出输出量特定包含概率下的包含区间。

最佳估计值、标准不确定度、协方差和自由度是输入量可获得的信息。本标准中的方法,输入量的可获得信息是输入量 PDFs,通过输入量 PDFs 的传播得到输出量的 PDF。

鉴于 GUM 不确定度框架存在局限性,分布传播总是可以获得与输入量 PDFs 一致的输出量的 PDF。输入量的 PDFs 描述了输入量的知识,根据这些输入量知识所确定的输出量 PDF 描述了输出量的知识。一旦获得输出量的 PDF,输出量就可以用它的期望,即其最佳估计值,以及它的标准差,即标准不确定度来概括;并且可以根据 PDF 得到给定包含概率下输出量的包含区间。

本标准中 PDFs 的运用与隐含在 GUM 中的概念相一致。一个量的 PDF 表示该量的知识状态,即它定量反映基于可获得信息赋予该量量值的可信程度。这些可获得信息通常包括原始的统计数据、测量结果或者其他相关的科学说明以及专业判断。

为了构建一个量的 PDF,可以基于该量的一系列观测值应用贝叶斯理论进行构建<sup>[27,33]</sup>;当可获得关于系统效应的恰当信息时,可以用最大信息熵原理确定一个适当的 PDF<sup>[51,56]</sup>。

分布传播比 GUM 不确定度框架有更广泛的应用范围。它利用了比最佳估计值和标准不确定度(适当时还有有效自由度和协方差)更多的信息。

小数点符号:小数点符号在英语版用文中的点表示,在法语版中用文中的句号表示。(见 4.12)

附录 A 给出了基于历史的一些观点。

注 1: GUM 给出了线性化不充分时的一种方法[ISO/IEC Guide 98-3:2008, 5.1.2 注]。这个方法的缺陷是:仅用了模型泰勒级数展开式中的主要非线性项,并且输入量被认为是正态分布。

注 2: 严格地, GUM 是用  $t$  分布表征变量  $(Y-y)/u(y)$  的统计特性, 其中  $Y$  是输出量,  $y$  为  $Y$  的估计值,  $u(y)$  为估计值  $y$  的标准不确定度 [ISO/IEC Guide 98-3:2008, G.3.1]。这个特性在本标准中也适用。[实际上, GUM 中变量为  $(y-Y)/u(y)$ 。]

注 3: 一个量的 PDF 不能理解为频率密度。

注 4: “不确定度评定既不是程序性工作也不是纯粹的数学问题, 它取决于被测量的属性、使用的测量方法和程序等详尽知识。因此, 测量结果引用的不确定度的质量和效用取决于对评定有贡献的信息的理解、严格的分析及其完整性。”<sup>[17]</sup>

## 0.2 JCGM 背景信息

从 1993 年开始制定“测量不确定度表示指南”(Guide to the expression of uncertainty in measurement, GUM)和“国际通用计量学基本术语”(International vocabulary of basic and general terms in metrology, VIM)的 7 个国际组织, 在 1997 年创立了计量学指南联合委员会 (Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM), 由国际计量局 (Bureau International des Poids et Mesures, BIPM) 局长任主席。JCGM 从 ISO 的第四技术咨询组 (TAG4) 接手对这两项标准的制定。

该联合委员会由 BIPM 联合国际电工委员会 (International Electrotechnical Commission, IEC)、国际临床化学联合会 (International Federation of Clinical Chemistry and Laboratory Medicine, IFCC)、国际实验室认可合作组织 (International Laboratory Accreditation Cooperation, ILAC)、国际标准化组织 (International Organization for Standardization, ISO)、国际理论与应用化学联合会 (International Union of Pure and Applied Chemistry, IUPAC)、国际理论与应用物理联合会 (International Union of Pure and Applied Physics, IUPAP) 以及国际法制计量组织 (International Organization of Legal Metrology, OIML) 等组织组成。

JCGM 有两个工作组。第一工作组为“测量不确定度表示工作组”, 任务是推进 GUM 的使用和制定补充文件以及其他 GUM 拓展应用的文件。第二工作组为“国际通用计量学基本术语 (VIM) 工作组”, 任务是修订和推进 VIM 的应用。关于 JCGM 活动的更多信息, 见 [www.bipm.org](http://www.bipm.org)。

增添包括本标准在内的 GUM 补充文件, 目的是通过提供在 GUM 中未明确涉及的不确定度评定方面的指导, 增强 GUM 的价值。这些补充的指南将尽可能地与 GUM 中通用的概率基础保持一致。

## 测量不确定度评定和表示 补充文件 1： 基于蒙特卡洛方法的分布传播

### 1 范围

本标准对测量不确定度评定提供了一种通用的数值方法，这种数值方法与 GUM 广义原则是一致的[ISO/IEC Guide 98-3:2008, G.1.5]。适用于具有多个可由具体的 PDFs 表征的输入量和单一输出量的模型[ISO/IEC Guide 98-3:2008, G.1.4, G.5.3]。

同 GUM 中一样，本标准主要涉及具有明确定义的物理量——即可以用唯一的值表征的被测量的不确定度的表示方法[ISO/IEC Guide 98-3:2008, 1.2]。

本标准也为不满足或者不能确定是否满足 GUM 不确定度框架条件[ISO/IEC Guide 98-3:2008, G.6.6]的不确定度评定提供了指南。它可用于诸如模型的复杂性等造成 GUM 不确定度框架难以适用的情况。本标准给出了适用于计算机执行的方法指南。

本标准可获得输出量的 PDF，并由此确定下列参数：

- a) 输出量的估计值；
- b) 估计值的标准不确定度；
- c) 与给定包含概率相对应的输出量的包含区间。

已知(i)输入量与输出量之间的关系模型，(ii)输入量 PDFs，那么输出量有唯一的 PDF。通常输出量的 PDF 不能通过解析法确定。因此，本标准提出这种方法的目的是：在不引入非量化近似的前提下，在规定的数值容差内确定上述 a)、b)和 c)。

对于一个给定的包含概率，本标准可用于确定相应的包含区间，包括概率对称的包含区间和最短的包含区间。

本标准适用于两类输入量，一类为所有输入量相互独立、并且可以各自用一个适当的 PDF 来表征；另一类为输入量相互不独立，即这些输入量的一部分或全部可以用一个联合 PDF 来表征。

本标准适用于评定以下典型情况的不确定度问题：

- 各不确定度分量的大小不相近[ISO/IEC Guide 98-3:2008, G.2.2]；
- 应用不确定度传播律时，计算模型的偏导数很困难或不方便 [ISO/IEC Guide 98-3:2008,第 5 章]；
- 输出量的 PDF 不是正态分布或  $t$  分布[ISO/IEC Guide 98-3:2008, G.6.5]；
- 输出量的估计值与其标准不确定度大小近似相同[ISO/IEC Guide 98-3:2008, G.2.1]；
- 模型具有复杂性[ISO/IEC Guide 98-3:2008, G.1.5]；
- 各输入量的 PDFs 不对称[ISO/IEC Guide 98-3:2008, G.5.3]。

本标准提供了一个验证方法以检查 GUM 不确定度框架是否适用。在 GUM 不确定度框架明显适用的情况下，其仍然是不确定度评定的主要方法。

通常不确定度报告保留一位或者两位有效数字就足够了。本标准给出了计算指南，合理保证依据提供信息所报告的有效数字是正确的。

本标准提供了详细的案例说明。

本标准是 GUM 的补充，应与 GUM 联合使用。也可采用与 GUM 基本一致的其他方法替代。本标准的使用者与 GUM 的使用者相同。

注 1：本标准未考虑不是单一输出量的模型的情况(例如，涉及二次方程的解，没有指定取哪个根的情况)。

注 2：本标准未考虑输出量先验 PDF 可获得的情形，但本标准的处理方法适用于这种情况<sup>[16]</sup>。