摘要

本文首先对常规时域宽带波束形成器(阵元通道内采用抽头延迟线技术)的宽带性能进行了研究，分析了每个阵元通道采用的延迟个数、延迟间隔对阵列的宽带特性的影响情况，并在此基础上讨论了抽头延迟及 FFT 在自适应阵列处理中的关系。

其次，探讨了几种稳健的波束形成算法。一种方法是基于阵列校正的方法，它是利用波束形成器的输出功率作为目标函数来修正 DOA 不匹配。这种方法在干扰消除方面没有自由度的损失，它的计算量非常小。一种是基于约束的方法，这种方法很容易使用，但是它在干扰消除方面会有自由度的损失。在以上两种方法的基础上，讨论了基于内插函数的方法，这种方法是第一种算法的进一步扩展。

最后，研究了自适应天线旁瓣相消技术。针对常规自适应天线旁瓣相消算法不能在较少的快拍情况下收敛这一问题，本文提出了一种基于特征空间技术的自适应天线旁瓣相消算法。

关键字：阵列信号处理 宽带 稳健 波束形成

Abstract

The bandwidth of performance of adaptive array with tapped delay-line behind each element is examined in this paper .It is shown how the number of taps and the delay between taps affect the bandwidth performance of the array. On the base of the study, we analyze the relationship between tapped delay-line and FFT processing in adaptive arrays.

In this paper, several robust beamforming techniques have been proposed .One of them is based on array calibration .It employs the beamformer's output power as an objective function to correct DOA mismatch. This method causes no loss in the degree of freedom in interference rejection, and its computation cost is low, since the calibration is required only when there are detectable changed in signal scenarios, e.g., DOA mismatch. The constrained-based methods are easy to implement, but the constraints introduced can reduce the beamformer's degree of freedom in interference rejection. Another type of algorithm was proposed in this letter, this method could be regarded as an extension of the first method.

Adaptive sidelobe cancellation technique is another effective measures of counter-jamming. This paper presents a novel algorithm for adaptive sidelobe cancellation. The weight vector of the novel algorithm is calculated by projecting the weight vector of the conventional algorithm into the interference subspace of the auxiliary channels' correlation matrix.

Keywords: Array signal processing Broadband Beamforming Robust

创新性声明

本人声明所呈交的论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢中所罗列的内容以外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果；也不包含为获得西安电子科技大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中做了明确的说明并表示了谢意。

申请学位论文与资料若有不实之处，本人承担一切相关责任。

本人签名：王志慧　　　　日期 2005.1.17

关于论文使用授权的说明

本人完全了解西安电子科技大学有关保留和使用学位论文的规定，即：研究生在校攻读学位期间论文工作的知识产权单位属西安电子科技大学。本人保证毕业离校后，发表论文或使用论文（与学位论文相关）工作成果时署名单位仍然为西安电子科技大学。学校有权保留送交论文的复印件，允许查阅和借阅论文；学校可以公布论文的全部或部分内容，可以允许采用影印、缩印或其它复制手段保存论文。（保密的论文在解密后遵守此规定）

本学位论文属于保密，在___年解密后适用本授权书。

本人签名：王志慧　　　　日期 2005 1.17

导师签名：[illegible]　　　　日期 2005.1.17

第一章 绪论

1.1 研究背景及意义

过去十几年的发展，自适应阵列信号处理技术已在工程运用中得到广泛的重视。阵列信号处理是信号处理领域的一个重要分支，它的应用涉及雷达、声纳、通信、地震勘探、射电天文以及医学诊断等多种国民经济和军事领域。所谓阵列信号处理是指将多个传感器设置在空间的不同位置而组成传感器阵列。用传感器阵列来接收空间信号并对接收的信号进行处理。阵列信号处理的目的是通过对阵列接收信号进行处理，增强所需要的有用信息，抑制无用的干扰和噪声，并提取有用的信号特征及信号所包含的信息。与传统的单个定向传感器相比，传感器阵列具有灵活的波束控制，高的信号增益，极强的干扰抑制能力以及高的空间分辨能力等优点，这也是阵列信号处理近几十年来蓬勃发展的根本原因。

自适应波束形成是通过对各阵元(传感器)加权进行空域滤波，来增强有用信号，抑制干扰信号的目的，而且它可以根据环境的变化，来自适应地改变各阵元的加权因子。在理想的条件下，自适应波束形成技术可以有效地抑制干扰而保留(有用)期望信号，从而使阵列的输出信号干扰噪声(SINR)达到最大。但是实际系统常存在有无差，包括幅度误差、阵元位置误差、角度失配、阵元之间的互耦、通道频率失配等等，这时自适应波束形成的性能会大大下降，甚至会完全失效，特别是当协方差矩阵中含有期望信号时，这种现象更为突出。

早期的自适应波束形成主要是针对窄带信号而言的，但随着阵列信号处理应用范围越来越广，遇到了许多宽带信号处理的问题，如对地震信号、语音信号以及声纳信号的处理。另外，雷达为了获得高距离分辨力和激励出目标的其他的特征也要求发射宽带信号，在通信方面也越来越多地用到宽带信号。显然，窄带波束形成器已经不能满足工程的需要，这就提出了宽带波束形成的问题。

窄带自适应阵列中，一方面由于窄带阵列对信号尤其是干扰信号带宽十分敏感，其性能随信号带宽的增大而迅速下降。宽带阵列与窄带的模型不同，根据傅立叶变换理论，宽带信号看成频率不同的窄带信号的迭加。这个差别决定了两者处理方法的不同。另一方面，自适应阵列的稳健性对实际应用来说是一个非常重要的因素，一个好的算法应该对阵列系统中的细小误差不敏感，对信号模型的误差也具有好的稳健性。与窄带系统相比，宽带阵列的稳健性和算法的计算量问题显得更难解决。Frost[7]的宽带阵模型奠定了宽带阵处理的基础。至今为止，宽带阵处理方法大致有：线性约束法[8]；相关约束法[2,3]；导数约束[9～12]。以上各

种算法从不同侧面解决了宽带处理的一些理论问题，但是对实际应用来说，阵列系统中实际存在的随机误差(如通道相位、阵元位置)、观测方向的失配等均能严重影响阵处理性能，因此宽带阵处理的稳健性设计是工程实现的一个关键问题。

近些年，阵列处理器的稳健性一直是人们十分关心的问题。虽然有许多文先从不同角度研究了稳健自适应阵列处理，但稳健问题仍需继续进行研究。

1.2 研究历史与现状

阵列信号处理的理论研究自六十年代开始，至今已有四十年的历史，主要经历了三个阶段。其中六十年代主要集中在自适应波束控制上，诸如自适应相控天线，自适应波束操控天线等；七十年代主要集中在自适应零点控制上，诸如自适应滤波、自适应置零技术、自适应副瓣对消等；八十年代主要集中在空间谱估计上，诸如特征空间正交谱估计、最大似然谱估计、最大熵谱估计。随着人们的不断研究，阵列信号处理理论日益成熟和完善。

自适应阵的核心问题是在有干扰的环境下如何改善所需信号的接收性能。“干扰”和“所需信号”至少在某一方面存在差异，设计人员则要充分利用这一差别，使接收状况尽可能的改善。作为空域处理的阵列信号处理，利用的是两者在方向上的差异。

自适应阵的优良性能是通过自适应算法来实现的，有四种流形的准则来确定自适应权。它们是：(1)最小均方误差 (MSE)准则；(2)最大信号干扰噪声比(SINR)；(3)最大似然比(LH)准则；(4)最小噪声方差(NV)准则。在理想情况下，这四则得到的权是等价的。因此在自适应算法中选用哪一种性能度量并不重要，选择什么样的算法来调整阵列波束方向图进行自适应控制却是非常重要的。自适应算法主要分为闭环算法和开环算法，在早期主要注重于闭环算法的研究，主要的闭环算法有最小均方(LMS)算法、差分最陡下降(DSD)算法、加速梯度(AG)算法以及它们的变型算法。闭环算法实现简单，性能可靠，不需数据存贮，但是速度太慢，在很多要求具有快速响应的场合，闭环算法不适宜。因此，在近二十多年来，人们把兴趣更多地集中在对开环算法的研究上。在开环算法的基础上，阵列信号处理的稳健算法和快速算法更成了人们研究的重点。

早期的自适应波束形成主要是相对于窄带信号而言的，但随着阵列信号处理的应用范围越来越广，遇到了许多宽带信号处理的问题，如对地震信号、语音信号以及声纳信号的处理。另外，雷达为了获得高距离分辨力和激励出目标的其他的特征也要求发射宽带信号，在通信方面也越来越多地用到宽带信号。显然，窄带波束形成器已经不能满足工程的需要，这就提出了宽带波束形成的问题。因此宽带干扰下的波束形算法，以及阵列信号处理在通信中的应用正在成为新研究的

热点。

综上所述，自适应阵列信号处理技术经过四十多年的发展，取得了很大的成就。但是在宽带干扰下的波束形成及其稳健性算法仍然是目前研究的热点。本文通过在原有算法的基础上的改进，对宽带阵列信号处理有了进一步的研究。

1.3 本文的主要工作

我们知道，随着干扰带宽的增加，自适应阵列消除干扰的能力急剧下降。因此，通常在阵元通道内采用抽头延迟线技术，来提高阵列对宽带干扰抑制能力。但是对实际应用来说，阵列系统中存在的随机误差(如通道相位，阵元位置)、观测方向的失配等均能严重影响阵处理性能，因此阵列处理的稳健性设计是一个要考虑的重要问题。所以，本文的第二章主要讨论时域宽带波束形成器(采用抽头延迟线技术)对宽带干扰抑制能力。第三章研究了在阵列中采用 FFT 的频域宽带波束形成器提高阵列的宽带性能的问题。第四章和第五章中分别对窄带阵列信号处理和宽带阵列信号处理的稳健算法进行研究。第六章探讨了一种简单的阵列信号处理方法：自适应天线旁瓣相消，提出了一种基于特征空间技术的自适应天线旁瓣相消算法

第二章对常规时域宽带波束形成器(阵元通道内采用抽头延迟线技术)的宽带性能进行了分析，针对每个阵元通道内的延迟间隔、延迟个数、以及干扰的带宽，干扰个数，干扰角度对阵列输出的信号干扰加噪声比(SINR)的影响情况，进而得出在设计宽带阵列(采用抽头延迟线)时应该考虑的诸多因素。

第三章主要讨论利用快速傅立叶变换(FFT)技术，并用等效频域时间延迟概念的等效频域处理器来代替常规时域处理器。这项技术的优点在于减轻了硬件的困难。就硬件来说，延迟单元增多时，使用延迟线或者移项器来形成时域定向波束，会很快使得设备庞大起来，而采用频域等效延迟概念可用数字计算机来完成波束形成过程，从而简化了硬件。两种宽带波束形成器的等效性在于，当 FFT 的采样间隔以及它的采样数与抽头延迟线间隔以及它的延迟个数保持一致的情况下，两者是一致的。但是，采用 FFT 技术有它自身的优点，简化了硬件设备。

第四章研究了存在导向误差的情况下，利用 taylor 展开，通过最大化阵列输出功率，递归搜索正确导向矢量的方法。与倒数约束的方法相比，这种方法与相位中心原点的位置无关，并且具有更强的稳健性。

第五章探讨了约束的 LMS 算法，在此基础上提出了两种稳健的波束形成算法，基于导数约束的算法和基于内插滤波器的算法。第一种方法具有较小的计算量实现简单，但是这种方法在干扰消除方面会有自由度的损失。第二种方法不仅对阵列的导向误差具有稳健性，对位置误差也有很强的稳健性。

第六章针对常规自适应天线旁瓣相消算法不能在较少的快拍下收敛这一问题，提出了一种基于特征空间技术的自适应天线旁瓣相消算法。该算法把常规自适应天线旁瓣相消算法的权矢量向由干扰特征矢量组成的干扰子空间投影，避免了由小特征值对应的特征矢量组成的噪声子空间对权矢量的影响，加快了自适应天线旁瓣相消系统的收敛速度。

最后是对本文的总结与展望。

第二章 时域宽带波束形成器

2.1 引言

阵列信号处理的波束形成器实质上是一种空域滤波器。波束形成器可以增强期望方向上的信号，并且抑制噪声和来自其他方向上的干扰。早期的波束形成器是以窄带为主的，主要应用在雷达、通信等方面。但在阵列信号处理中，也会遇到许多宽带信号处理的问题，如对地震信号、语音信号以及声纳信号的处理，另外，雷达为了获得高距离分辨力和获取目标更多的特征也要求使用宽带信号。在通信方面也越来越多地用到宽带信号。在窄带波束形成中，复权值的产生是同频率相关的。如果简单的用窄带波束形成器处理宽带信号，会使信号产生严重的畸变，这就提出了宽带波束形成的问题。

处理宽带信号就得在每条阵元通道内采用宽带延迟线(横向滤波器)处理方法或者其他的频域等效网络。因为增加带宽将导致阵列相关矩阵具有更多的特征值，而干扰相关矩阵的每一个特征值都占有一个自由度，所以当天线阵列不能提供足够的自由度时，宽带干扰的相消将难以实现。通常的方法是在每个阵列天线通道的后面增加延迟节，这样才能实现与频率有关的幅度和相位调整。迄今我们分析的都是假定，每一条阵元通道是由相同的电子线路组成，以致除了自适应权外，每条通道在电路上都是“匹配”的。而实际上每条通道的电性能总会有些差别，而引起“通道失配”，造成各通道的频率特性发生较大的差异，若不采用某种补偿措施，可能使阵列的性能严重劣化。不论设计一个抽头延迟线处理器，使它适应宽带信号，补偿了通道的失配效应，还是补偿多路径效应和有限阵传播延迟效应，都必须确定所需延迟线抽头个数。由于设计中每采用一个抽头延迟(包括加权元件)都使阵系统的成本增加，结构复杂，所以具体条件下需要多少个延迟线抽头，以及延迟的大小，延迟的分布情况是一个要考虑的重要问题。

在本章中，我们具体讨论了每个阵元通道内的延迟个数、延迟间隔、以及干扰的带宽、干扰个数、干扰角度对阵列输出的信号干扰加噪声比(SINR)的影响。

2.2 宽带波束形成器的结构

在干扰信号不能合适地用单一频率表示，其频率含量覆盖一定频谱的场合，窄带自适应结构就不适用了。也就是说，倘若在所有要用的频率上要保持零陷在同一方向上，则频率不同复权也应该不同。一个简单而有效的方法，在有用频率若干频率点上获得不同幅度和相位的权系数。也就是在阵列后加一个传递函数为

$v(\omega)$的横向滤波器。这样的横向滤波器可以用一条有K个复权的抽头延迟线来实现，抽头延迟线的传递函数是周期的，按序贯滤波器的带宽B_f周期重复。如果抽头时距很短，而抽头数很多，则这个网络便逼近一个理想滤波器，可在有用带宽内每一频率点上严格控制增益和相位。抽头时距的上限由需求的阵对消带宽B_a给出，因为对于均匀抽头时距$B_f > B_a$,而$B_f = 1/T_0$。横向滤波器不仅在带宽信号频带内调整增益和相位，而且适意补偿多径效应，阵传播有限延迟效应，支路间失配效应等。

随着干扰带宽的增加，自适应阵列消除干扰的性能急剧下降。因此，通常在阵元的后面加一条有K个复权的抽头延迟线，来提高阵列对宽带干扰抑制的性能。但是，抽头延迟的大小以及延迟的个数会对干扰抑制的情况产生一定的影响。

下面所示为半波长等距线阵宽带波束形成器结构图。

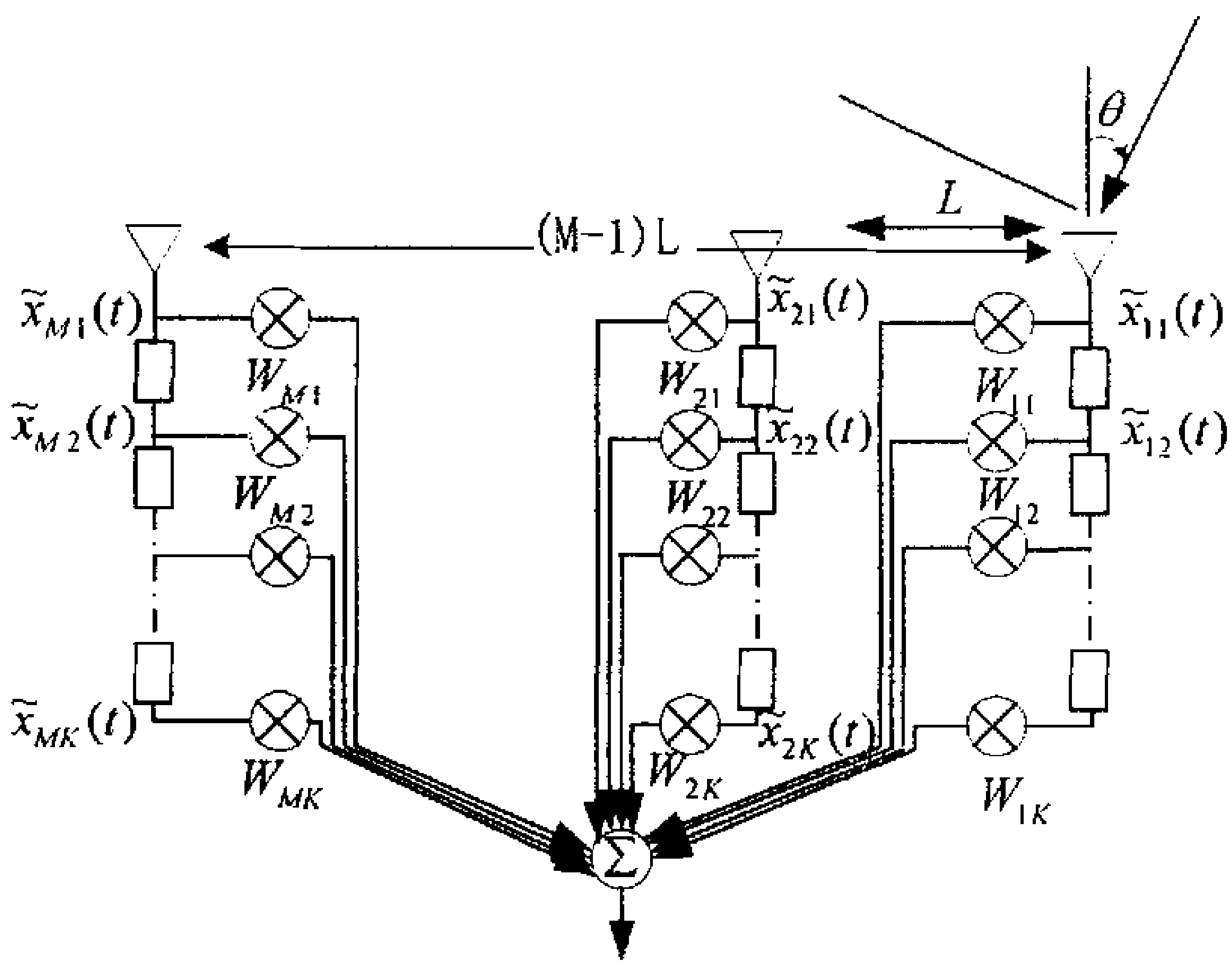

图 2.1 时域宽带波束形成器(抽头延迟线结构)

如图 2.1 所示的时域宽带波束形成器(延迟线多通道处理器)，多通道宽带信号处理器由 M 个传感器单元通道组成，每个通道后接延迟线，有 $K(K=K_1 \ldots K_M)$个抽头点，K-1 个时间延迟，每个延迟间隔为 T_0。每个通道内有 K 个权值，处理器总共有 MK 个可调权。一个 M 元传感器阵列有 M-1 个自由度，最多能消除 M-1 个干扰信号。

2.3　宽带波束形成算法及性能分析

2.3.1 宽带波束形成算法

考虑到N＋1个互不相关的宽带远场平面波信号入射，包括一个期望信号和N个干扰信号，期望信号来自于θ_d，干扰信号来自于$\theta_{i1}...\theta_{iN}$。假设各阵元通道内噪声为相互独立、功率相等的空时白噪声，并且与信号、干扰均不相关。

在这里我们假设期望信号$\tilde{d}(t)$是零均值、静态、随机过程，其功率谱$p_d = E\left[\left|\tilde{d}(t)\right|^2\right]$。信号的功率谱密度$S_{\tilde{d}}(\omega)$具有平坦、带宽受限的频率特性，$S_{\tilde{d}}(\omega) = 2\pi p_d / \Delta\omega_d$。在整个频带$\Delta\omega_d$范围内，中心频率$\omega_0$作为载频。

假设 N 个干扰信号与期望信号有着相同的频率特性。第l个干扰的功率谱密度为$S_{\tilde{i}l}(\omega) = 2\pi p_{il} / \Delta\omega_{il}$，它的相对带宽为$B_{il} = \Delta\omega_{il} / \omega_0$。又假设每个阵元呈现的热噪声是阵元间统计独立的，噪声的功率谱密度是在$\Delta\omega_n$范围内频带受限，平坦谱密度，与干扰谱密度具有相同的频域特性。

如图所示信号功率谱、干扰功率谱以及噪声功率谱。

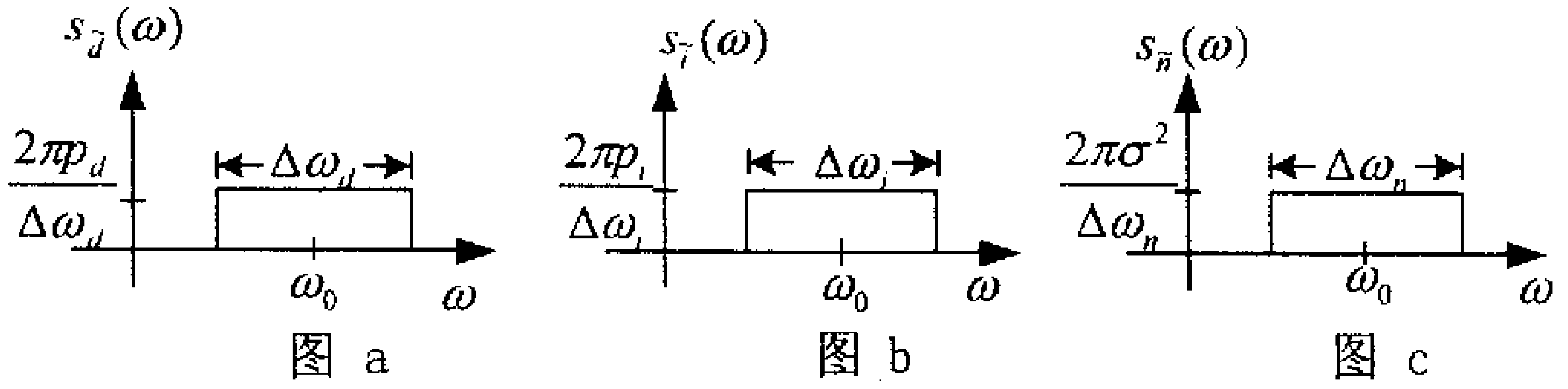

图 2.2　a、b、c 分别为信号、干扰、噪声的功率谱密度

阵列的最佳权矢量为

$$W = \Phi^{-1}S \tag{2.1}$$

求W的式(2.1)是矩阵形式的维纳-霍夫($Wiener-holf$)方程，叫最优化"维纳解"。其中Φ是信号的协方差矩阵(见附录)，$\Phi = E[X^* X^T]$，其中信号矢量$X = [\tilde{x}_{11}(t)...\tilde{x}_{MK_M}(t)]^T$。S 为互协方差矩阵，$S = E[X^* d_0(t)]$。$d_0(t)$是$\tilde{d}(t)$归一化功率形式，$d_0(t) = \frac{1}{\sqrt{p_d}}\tilde{d}(t)$。

通过最佳权矢量W，我们可以求得阵列输出的信号干扰噪声比(SINR)。阵列输出的信号$\tilde{s}(t)$为

$$\widetilde{s}(t) = W^T X \tag{2.2}$$

X 是信号矢量可以表示为：$X = X_d + X_i + X_n$ 。从而可以把 $\widetilde{s}(t)$ 分解为期望信号、干扰信号、噪声信号分量。$\widetilde{s}(t)$ 可以表示为

$$\widetilde{s}(t) = \widetilde{s}_d(t) + \widetilde{s}_i(t) + \widetilde{s}_n(t) \tag{2.3}$$

期望信号输出的信号功率为

$$p_d = E\left[\left|\widetilde{s}_d(t)\right|^2\right] = E\left[\left|W^T X_d\right|\right] \tag{2.4}$$

同理可以得出干扰、信号、噪声信号功率 $p_{i1} \ldots p_{iN}$，p_n。从而得到阵列的输出信号干扰噪声比 SINR：

$$SINR = \frac{p_d}{p_{i1} + p_{i2} + \ldots + p_{iN} + p_n} \tag{2.5}$$

2.3.2 自适应阵列的宽带特性及计算机仿真结果

下面对几种不同的情况作计算机模拟仿真，以验证抽头延迟线的参数对自适应阵列的宽带特性产生的影响。在本章的计算机仿真中，如果没有特别声明，期望信号、干扰信号、噪声信号具有相同的相对带宽 $B = B_d = B_{il} = B_n$。期望信号的方向是 0°，干噪比是 0dB。干扰的干噪比为 40dB。

在一个 M 元阵列中，它具有 M-1 个自由度，最多可以对消 M-1 个干扰。通常对于越强的干扰，阵列对干扰的带宽越敏感，随着带宽的增加，阵列输出的 SINR 急剧下降。

(一) 干扰信号的带宽对 SINR 的影响

假设阵列为十元等距线阵，阵元间距为半波长，八个互不相关的宽带干扰分别来自于-70° 到 70°，以 20° 为间隔，干噪比为 40dB。下图中给出了 SINR 随着第九个干扰信号入射方向 θ_{i1} 的变化情况，其他的干扰信号方向固定，从图中曲线可以明显看出随着干扰信号带宽的增加，阵列输出的 SINR 急剧下降。不管信号带宽如何，干扰接近法线入射(靠近信号)时，SINR 迅速下降。因为干扰信号入射角向期望信号入射角靠近时，期望信号逐渐落入对消干扰所形成的方向图零化内。此外干扰接近于法向入射时，此信号的阵元间相移接近于零。在干扰以大角度偏法向入射的情况下，成功消除几乎所有的干扰信号。图中的尖峰表示，当两个干扰信号从同一个角度来的时候，只需一个零点来对消两个干扰信号。

图 2.3 为阵元通道内不加抽头延迟(即每个阵元通道只有一个权值，一个抽头)的情况，图中给出了干扰信号的相对带宽分别为 0、0.0050、0.01、0.05 时，阵列输出的 SINR 随干扰带宽变化的曲线图。其中，定义干扰信号的相对带宽为 0 时，

阵列输出的 SINR 为最佳状态(CW)。从图中可以看出随着信号相对带宽的增加，阵列输出的 SINR 急剧下降。

图 2.4 中阵元通道内采用的是四分之一波长的延迟元件(即每个阵元通有两个抽头)，四分之一波长的单个延迟元件正好给出恰当的时间延迟补偿阵元间的时间延迟，随之改善了输出 SINR。相对带宽为 0.2 时，采用一个抽头延迟比不加抽头延迟改善了约 12dB。

图 2.5 中阵元通道内采用的是两个四分之一波长的延迟元件(即每个阵元通有三个抽头)，SINR 随干扰信号相对带宽增加的变化情况，由图中可以看出，在干扰信号的相对带宽为 0.01 时，SINR 可以达到最佳状态(信号带宽等于零的情况)CW。与图 2.3、2.4 比较，阵列的干扰抑制能力显著提高。

由图 2.3、2.4、2.5 可以看出，在每个阵元通道内采用一个附加延迟，阵列输出的 SINR 有了很大的改善，阵列干扰抑制能力明显提高。如果在此基础上再增加一个四分之一的附加延迟，干扰信号带宽为 0.01 时，阵列输出 SINR 达到最佳状态，阵列对干扰的抑制能力大大提高。在相同条件下，随着带宽的增加，阵列输出的 SINR 性能劣化，采用抽头延迟线会提高阵列的宽带性能，这是由图 2.3、2.4、2.5 共同阐明了的事实。

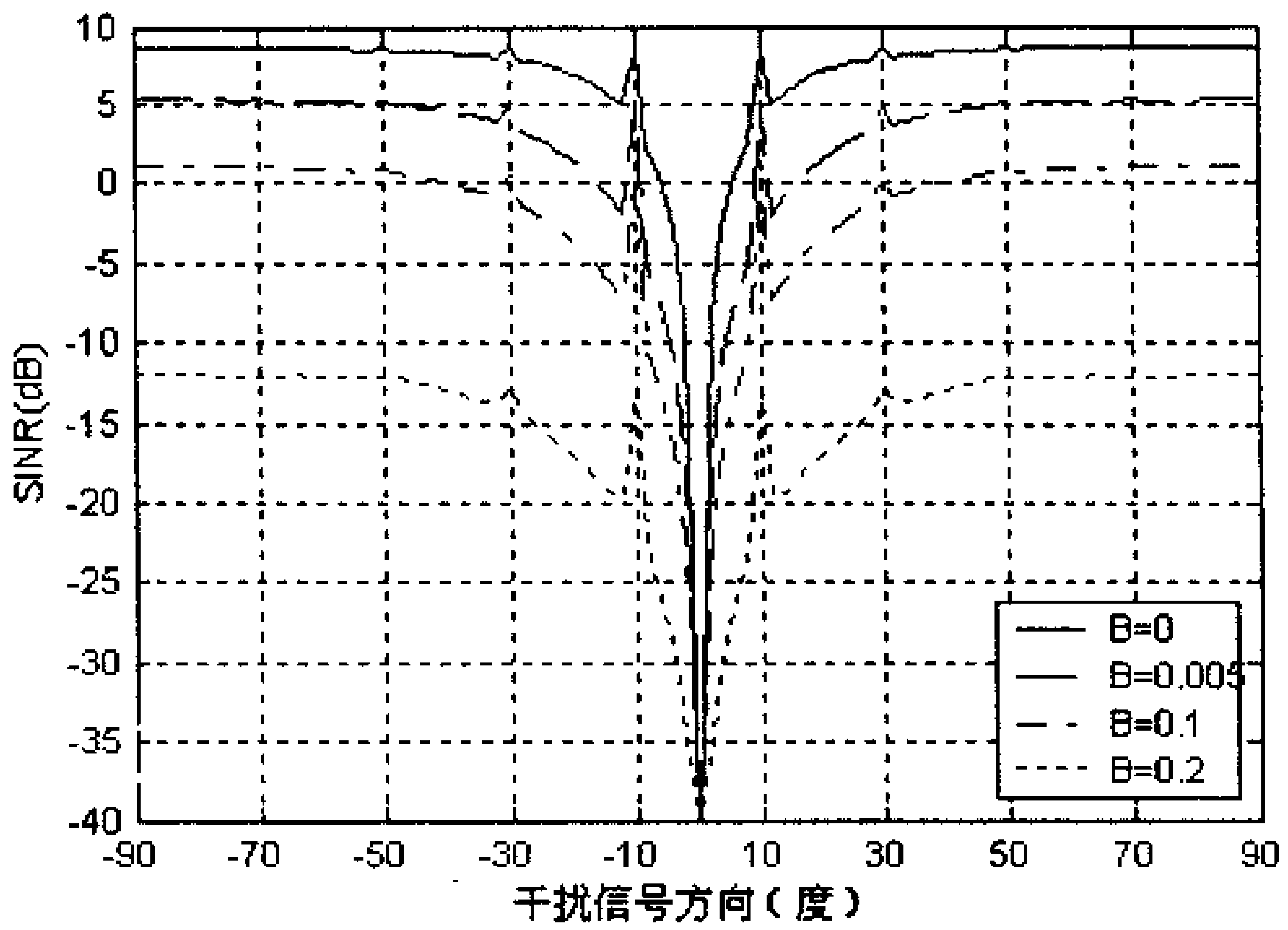

图 2.3 SINR 随干扰信号角度的变化曲线

(每个阵元通道采用一个抽头)

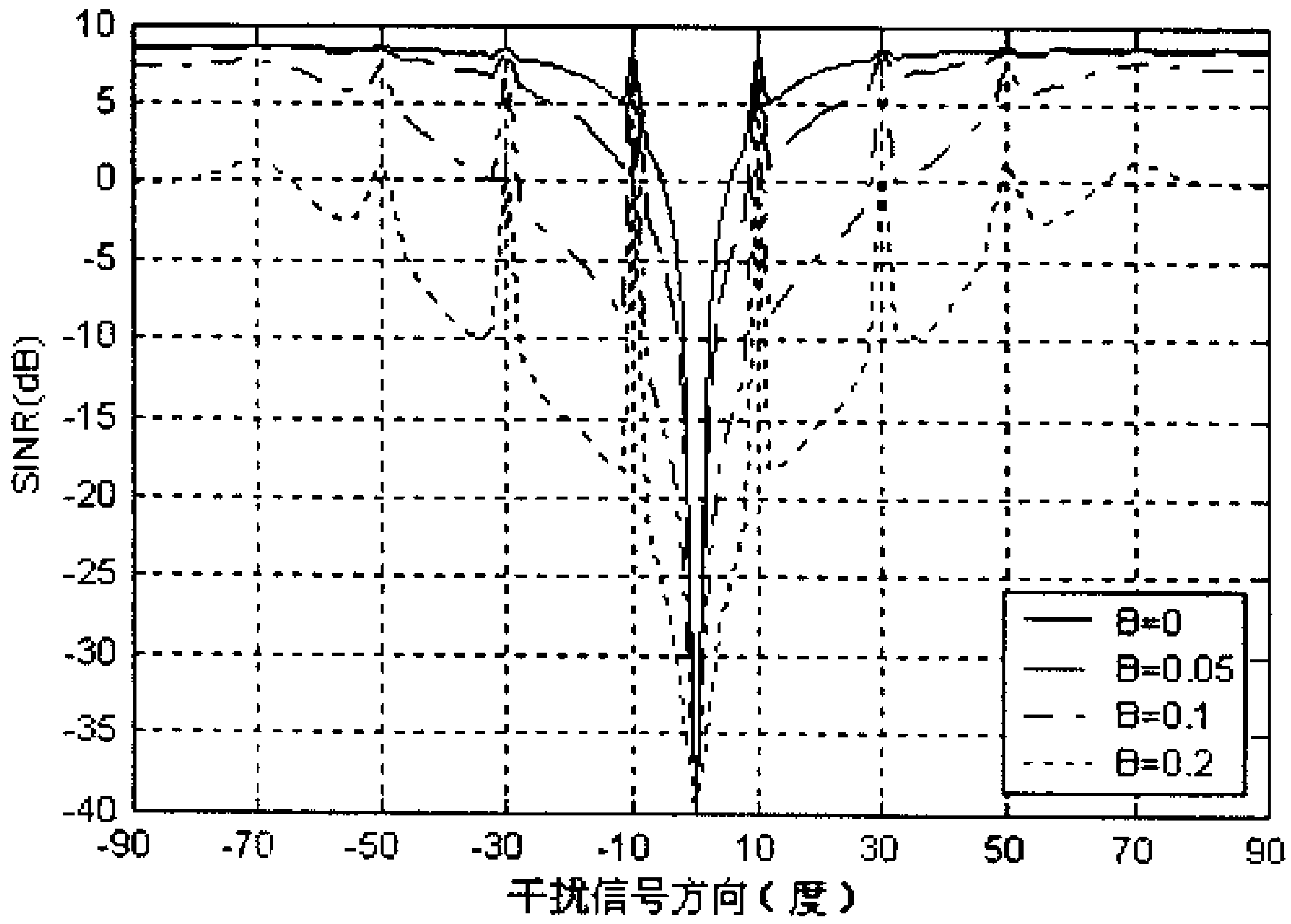

图 2.4 SINR 随干扰信号角度的变化曲线

(每个阵元通道采用两个抽头)

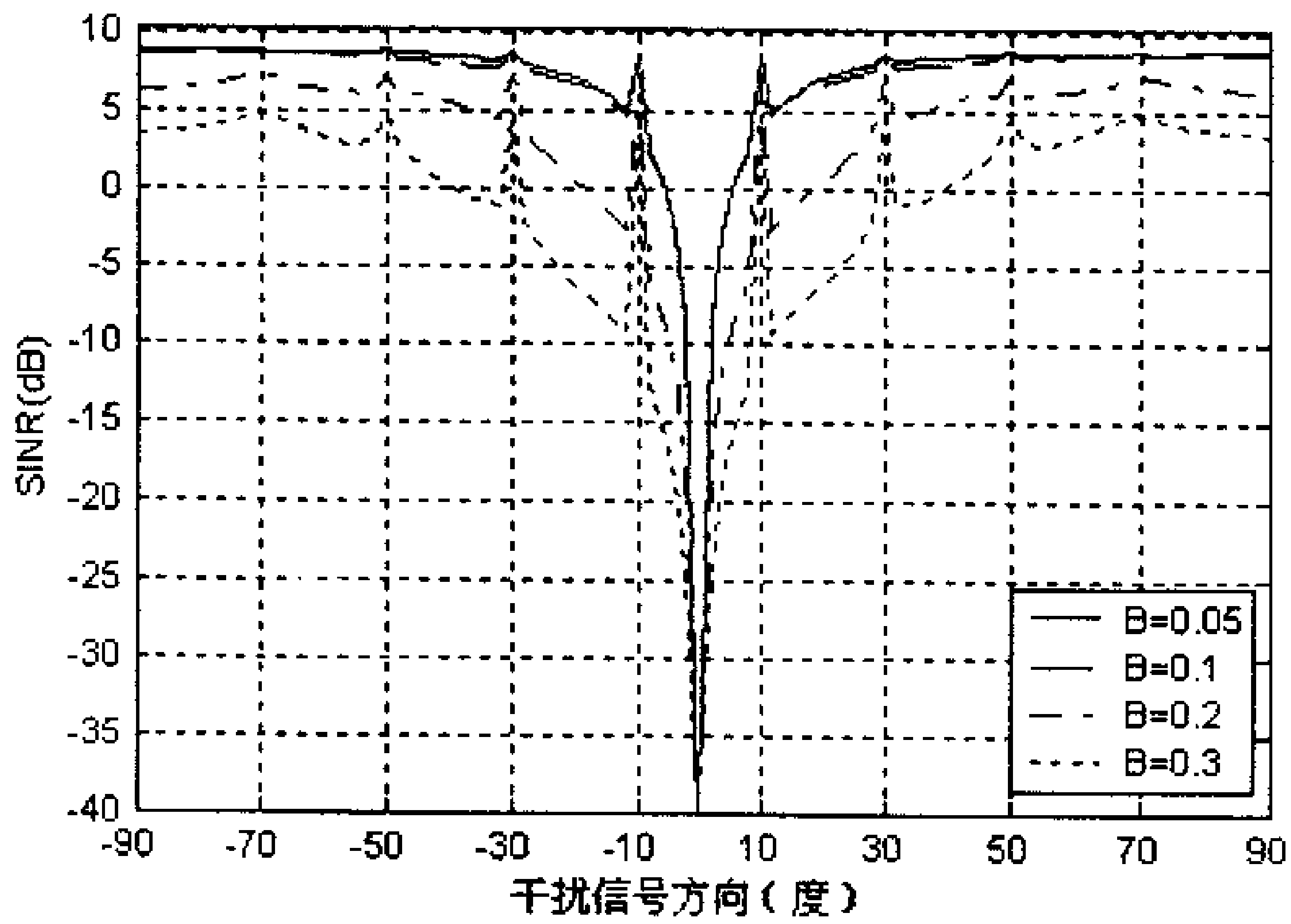

图 2.5 SINR 随干扰信号角度的变化曲线

(每个阵元通道采用三个抽头)

(二)干扰信号的波达角对 SINR 的影响

前面的计算机仿真试验中，阵元通道内采用的抽头延迟个数是固定的。下面的计算机仿真试验中，干扰信号的带宽固定，阵元通道内的抽头延迟数是变化的，采用五元等距线阵。在信号带宽为 0.2 时，阵列输出的 SINR 随抽头个数的变化情况如图 2.6、2.7、2.8 所示。

图 2.6 描述了阵元通道内的抽头个数分别为 1、2、3、4 时的 SINR 随干扰信

号角度的变化情况。固定的干扰信号分别来自于-50°、30°、60°，由图中可以看出，在五元线阵中，至少需要两个附加延迟(即三个抽头)才能达到最佳性能。由于固定干扰角度的分布，阵列输出的SINR在[$0,90^\circ$]的性能也明显劣于[$0,-90^\circ$]。

图2.7给出了SINR随干扰角度的变化情况，固定的干扰信号分别来自于-90°，90°，10°。可以看出，增加延迟个数，SINR也不可能达到最佳状态(也就是说，在10°到80°范围内，无论增加多少附加延迟，SINR都比最佳状态小2 ～4dB)。所以干扰信号的个数及干扰信号到达的角度会影响阵列输出的SINR。B=0.2时，图2.6和图2.7也说明了五元线阵获得最大的SINR所需的抽头数是3。

图2.8中干扰角度分别来自于90°、-90°，其他参数与图2.6、2.7相同，由图可见，虽然减少干扰个数，阵列的输出的SINR仍然无法达到最佳最佳状态。

通过图2.6、2.7、2.8可以明显得看出，干扰信号的入射角度对阵列抑制干扰的性能有很大的影响。对于一个三元线阵(消除两个干扰)，干扰信号从任何角度入射，都可以通过增加附加延迟使阵列的输出SINR达到最佳状态(信号带宽为零)。对于阵元个数多于三个的情况，阵列输出的最大SINR很难达到最佳状态。特别是信号的相对带宽比较大的情况下，当有一个或者两个干扰信号从90°或者-90°入射，无论阵元通道内采用多少抽头延迟线，阵列输出SINR都不能达到最佳SINR。

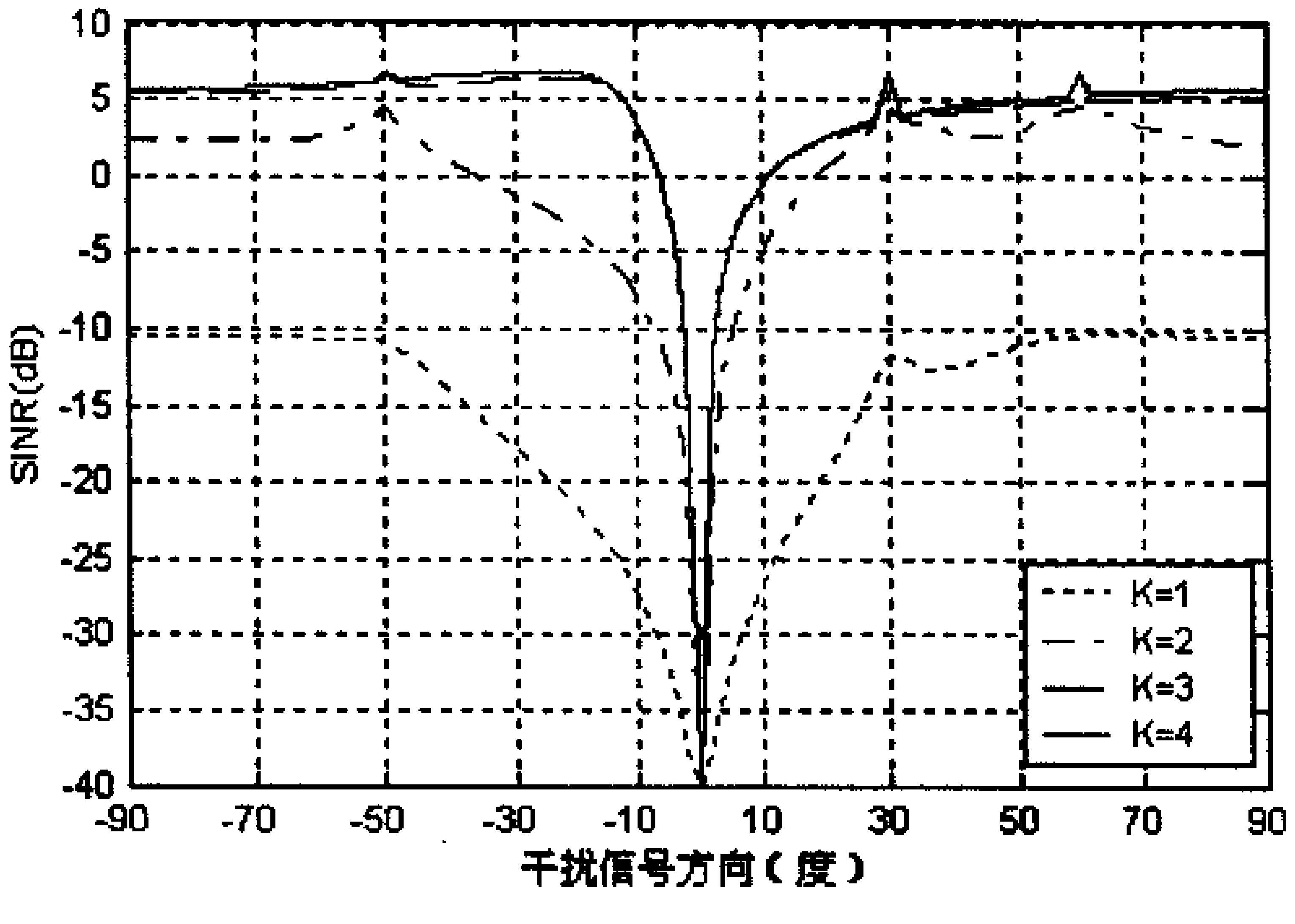

图2.6　SINR随干扰信号角度的变化曲线(B=0.2)

$$\left(\theta_1=-50^0,\theta_2=30^0,\theta_3=60^0\right)$$

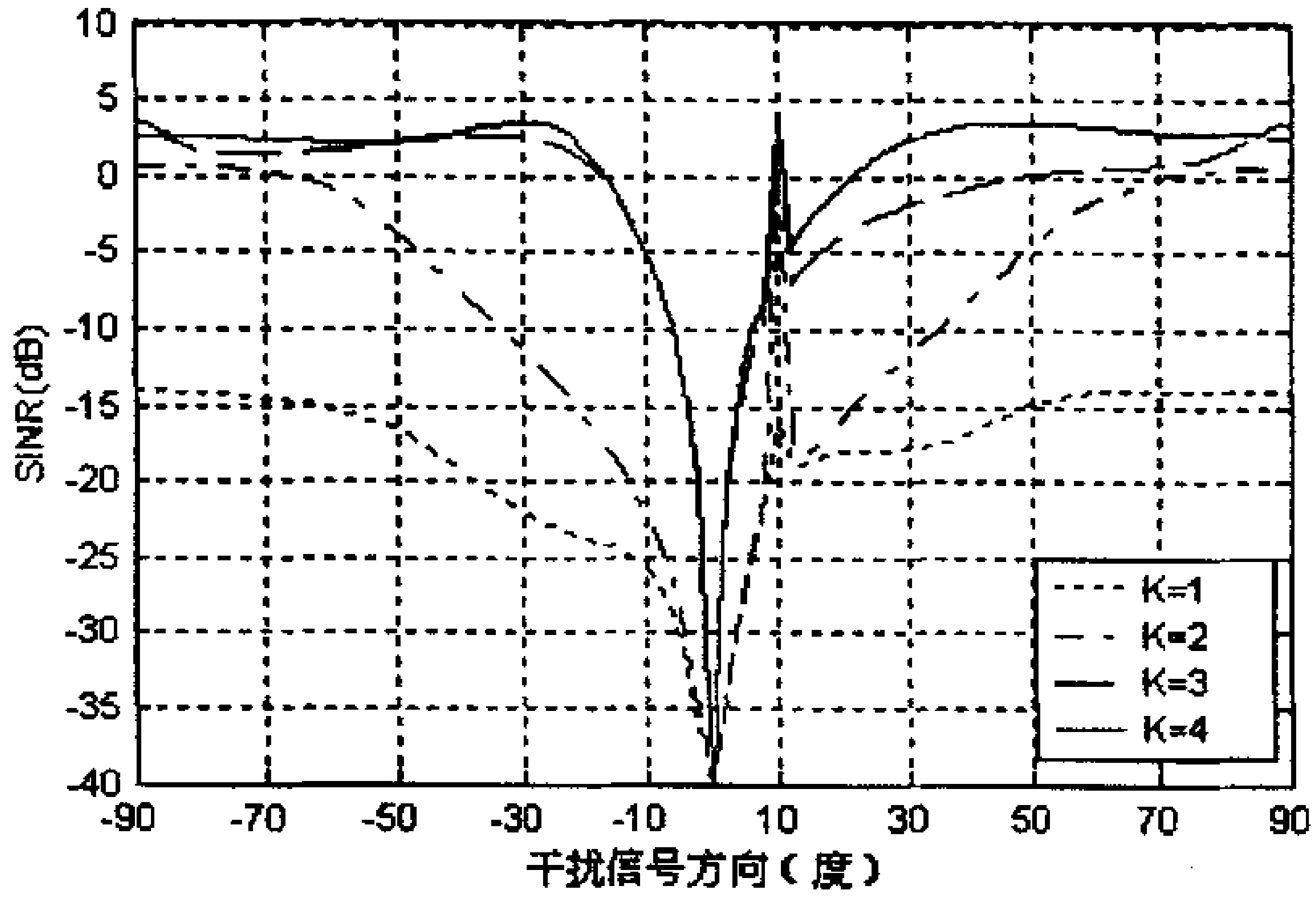

图 2.7 SINR 随干扰信号角度的变化曲线(B=0.2)

$\left(\theta_1=-90^0,\theta_2=10^0,\theta_3=90^0\right)$

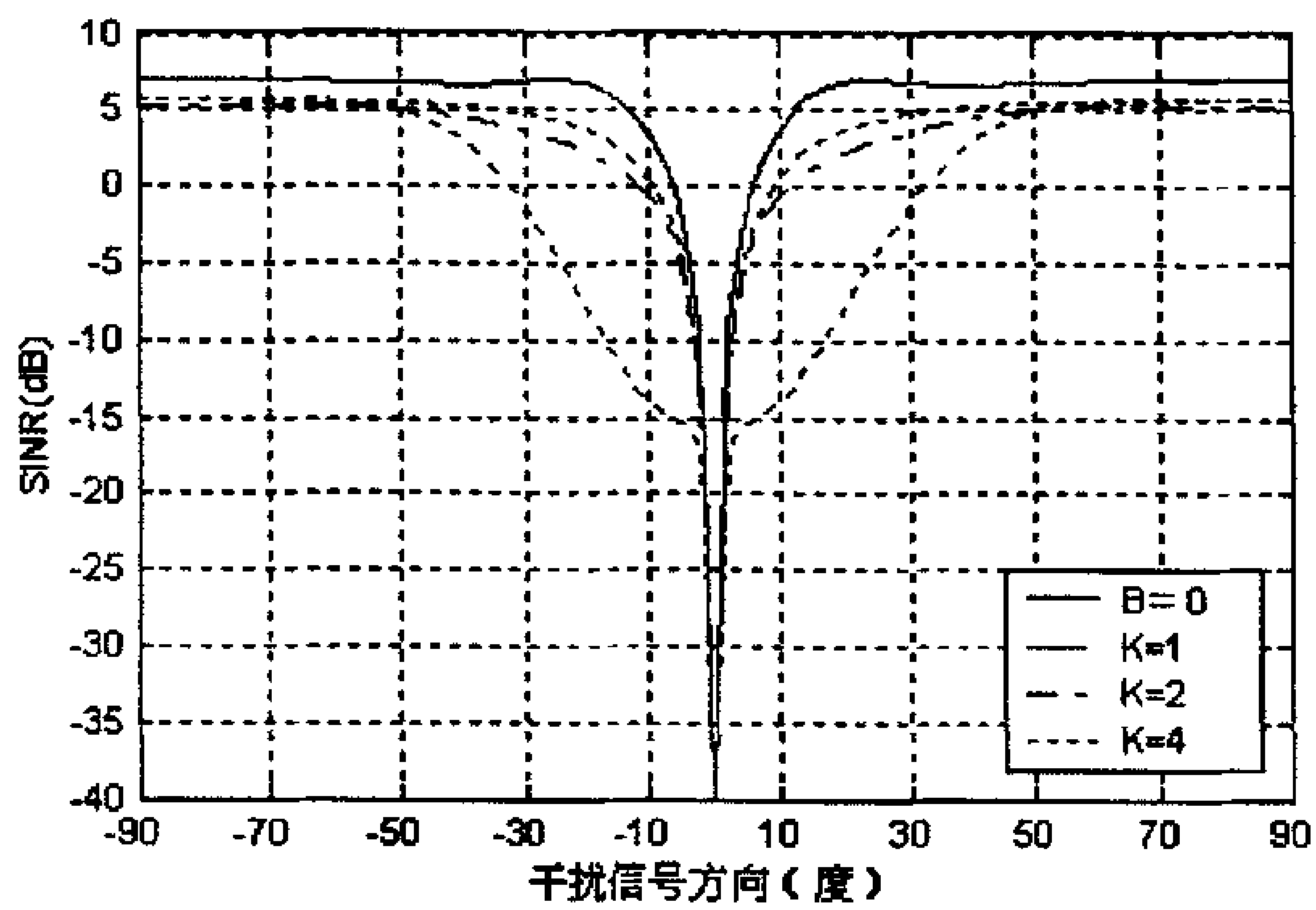

图 2.8 SINR 随干扰信号角度的变化曲线(B=0.2)

$\left(\theta_1=-90^0,\theta_2=90^0\right)$

(三)抽头延迟个数在阵元通道内的分布对 SINR 的影响

前面的计算机仿真试验中，每条阵元通道内采用的宽带延迟线的个数是相等的。下面针对三元线阵(消除两个干扰，固定干扰角度来自于 90°)，研究当每条阵元通道内的抽头延迟个数不相等时，阵列输出的 SINR 随干扰信号的角度的变化情况。在抽头结构给定的情况下(在这里我们仍假设抽头延迟线间隔大小为四分之一波长)，阵列输出的 SINR 能够达到最佳性能时有一个最大带宽，这个最大带宽在它的 CW(零带宽)值 1dB 范围内，称之为截止带宽 Bc。

图 2.9、图 2.10、图 2.11 分别给出了抽头结构为 K＝(2，3，2)、K＝(2，2，3)，K＝(3，2，2)时 ，阵列输出的 SINR 随干扰信号的变化情况。图 2.9 的截止带宽为 0.35，图 2.10 和图 2.11 具有相同的截止带宽 0.2。图 2.10 在$[0^0,90^0]$范围内可以达到很好的效果，但是在-90^0附近阵列的输出特性很差。图 2.11 在$\pm 90^0$附近性能都很差，特别时-90^0附近处。由图 2.9、2.10、2.11 可见，在抽头延迟总数一定的情况下，附加延迟放在阵列中间的阵元通道内可以获得更好的阵列性能。但是如果抽头延迟可以被均匀放置的话，均匀放置比非均匀放置的效果好。

把附加的抽头延迟放置在中间的阵元通道内，可以提高中间阵元信号和其他阵元信号的相关性，这样从任何方向到达的干扰信号都可以得到很好的抑制。如果把附加的抽头延迟线放置在两边的阵元通道内，只有首先到达此阵元通道的干扰信号，才能得到比较好的干扰抑制比，其他方向上的干扰抑制性能不能得以很好的改善。综合考虑干扰信号所有可能的入射方向，附加延迟放在阵列中间的阵元通道内比方在两边可以获得更好的阵列宽带特性。但是，如果抽头延迟可以被均匀放置的话，均匀放置比非均匀放置的效果好。这是图 2.9、2.10、2.11 共同验证了的事实。

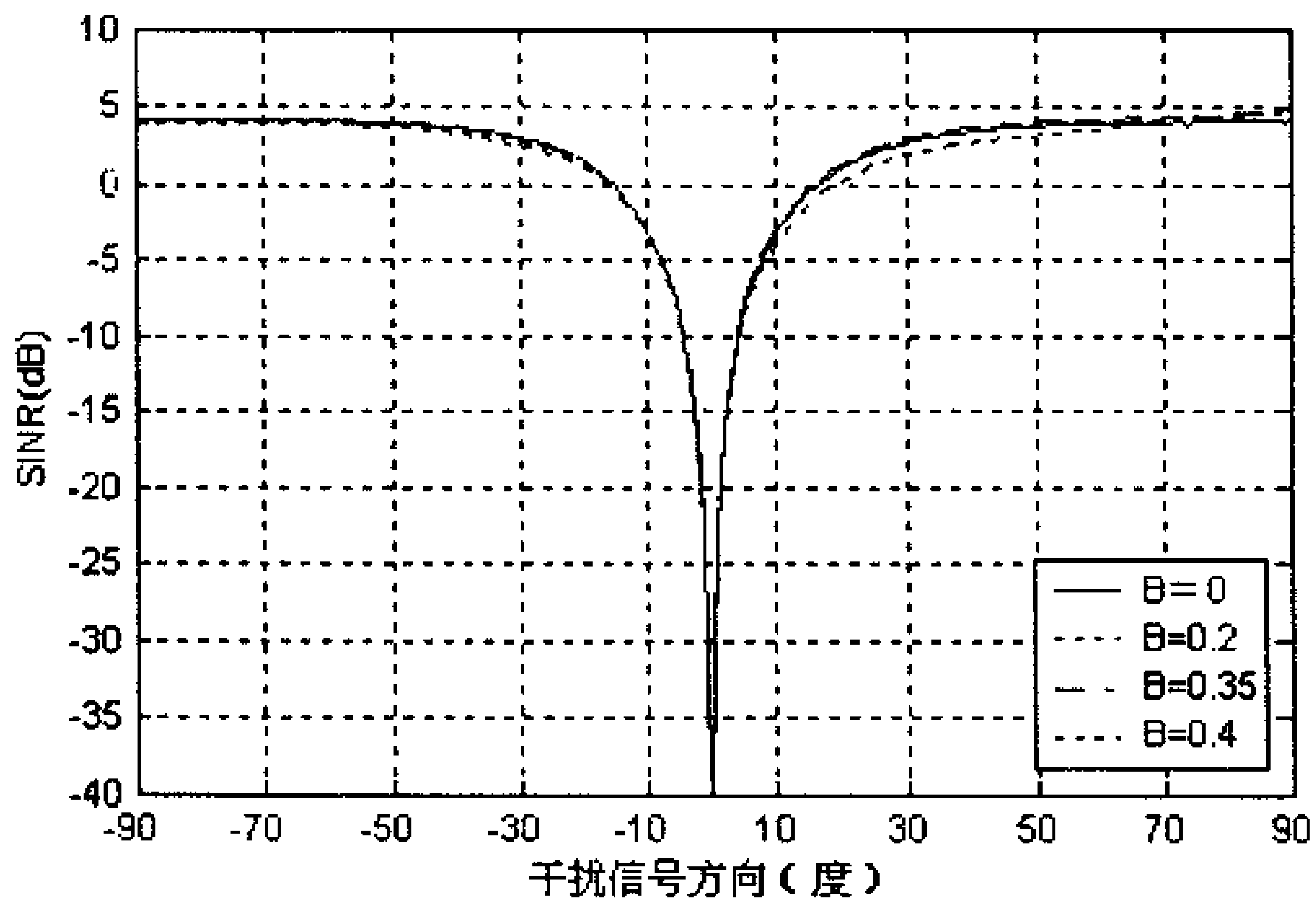

图 2.9　SINR 随干扰信号角度的变化曲线 K＝(2，3，2)

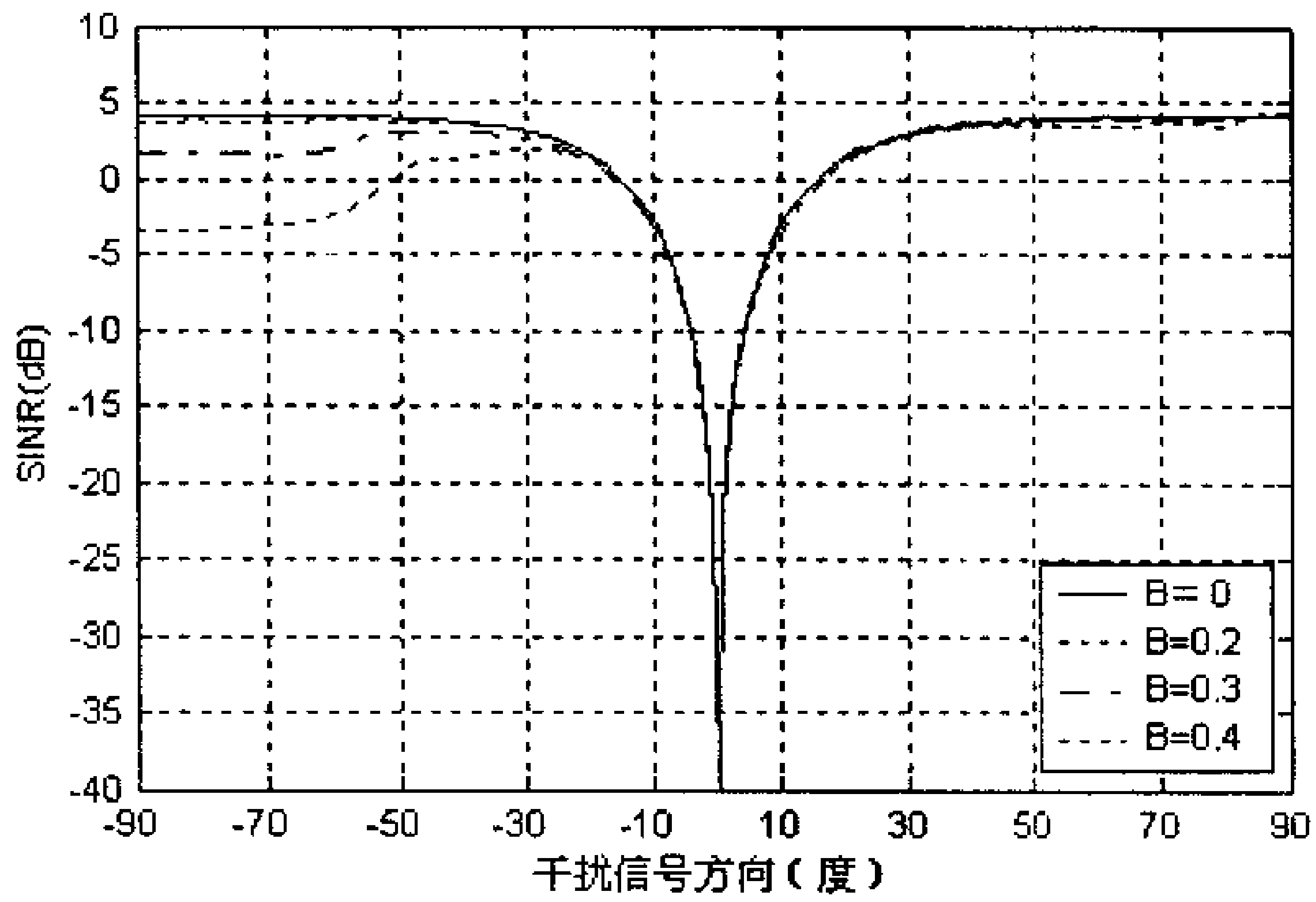

图 2.10 SINR 随干扰信号角度的变化曲线 K=(2，2，3)

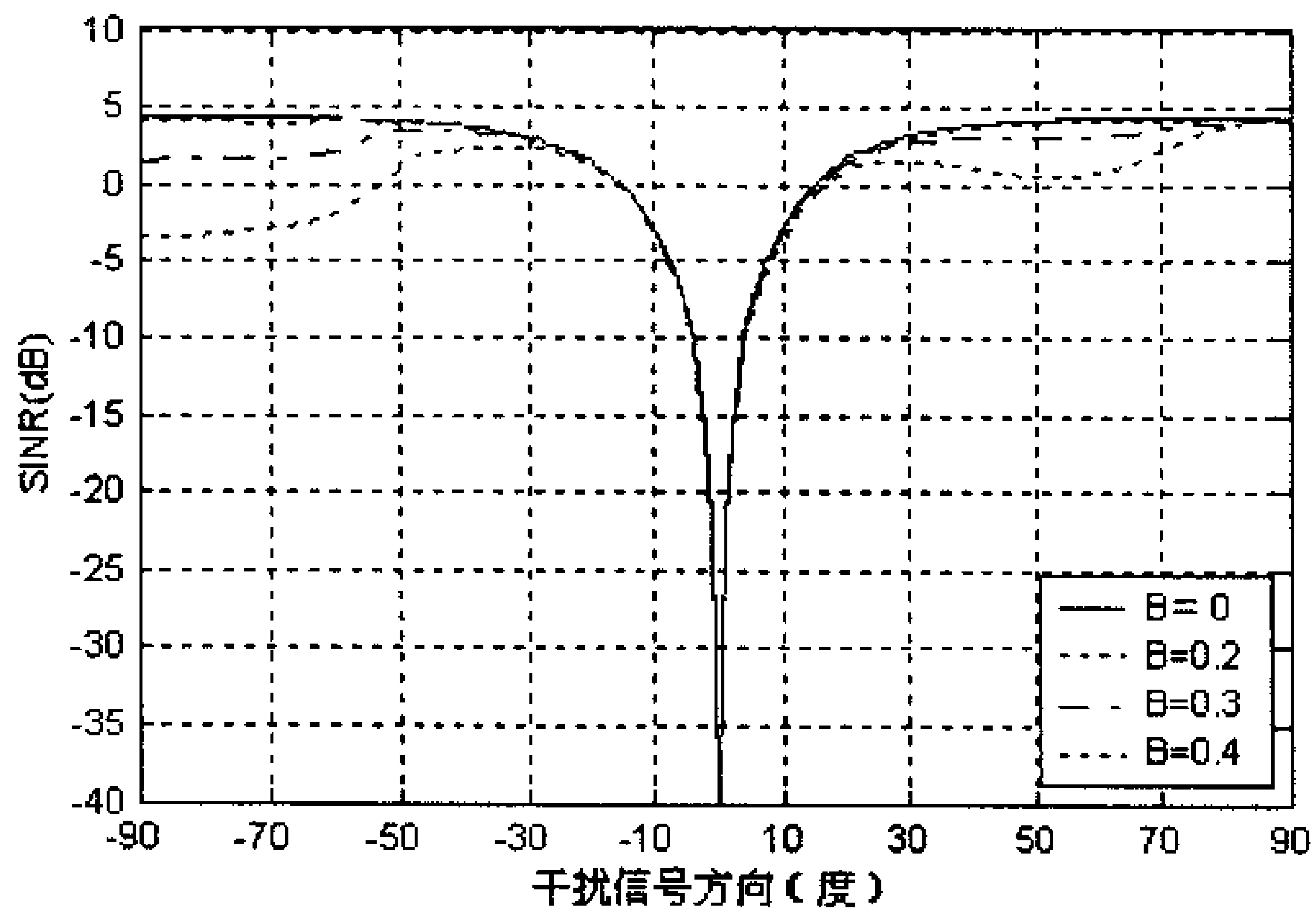

图 2.11 SINR 随干扰信号角度的变化曲线 K=(3，2，2)

(四)抽头延迟间隔对 SINR 的影响

前面讨论了四分之一波长的延迟间隔。下面作计算机模拟仿真，以验证延迟间隔对阵列输出的 SINR 的影响。在计算机仿真中，假设阵列为两个阵元的等距线阵，阵元间距为半波长，每个阵元通道采用两个抽头延迟线，即两个权值。延迟间隔T_0表示为$T_0 = r * T_{90}$，$T_{90} = \pi / 2\omega_0$，T_{90}为相对于中心频率的 1/4 波长的延迟。干扰信号，期望信号的相对带宽为 0.2。

图 2.12 画出了在不同抽头延迟间隔，阵列输出的 SINR 随干扰信号角度的变化情况。在 r<=5 阵列的输出特性可以达到最佳，当 r=10 时阵列的输出特性比最佳状态低 2dB 左右，当 r>15 阵列的输出特性就变得很恶劣，特别是在$\pm 90^0$左右的干扰信号。

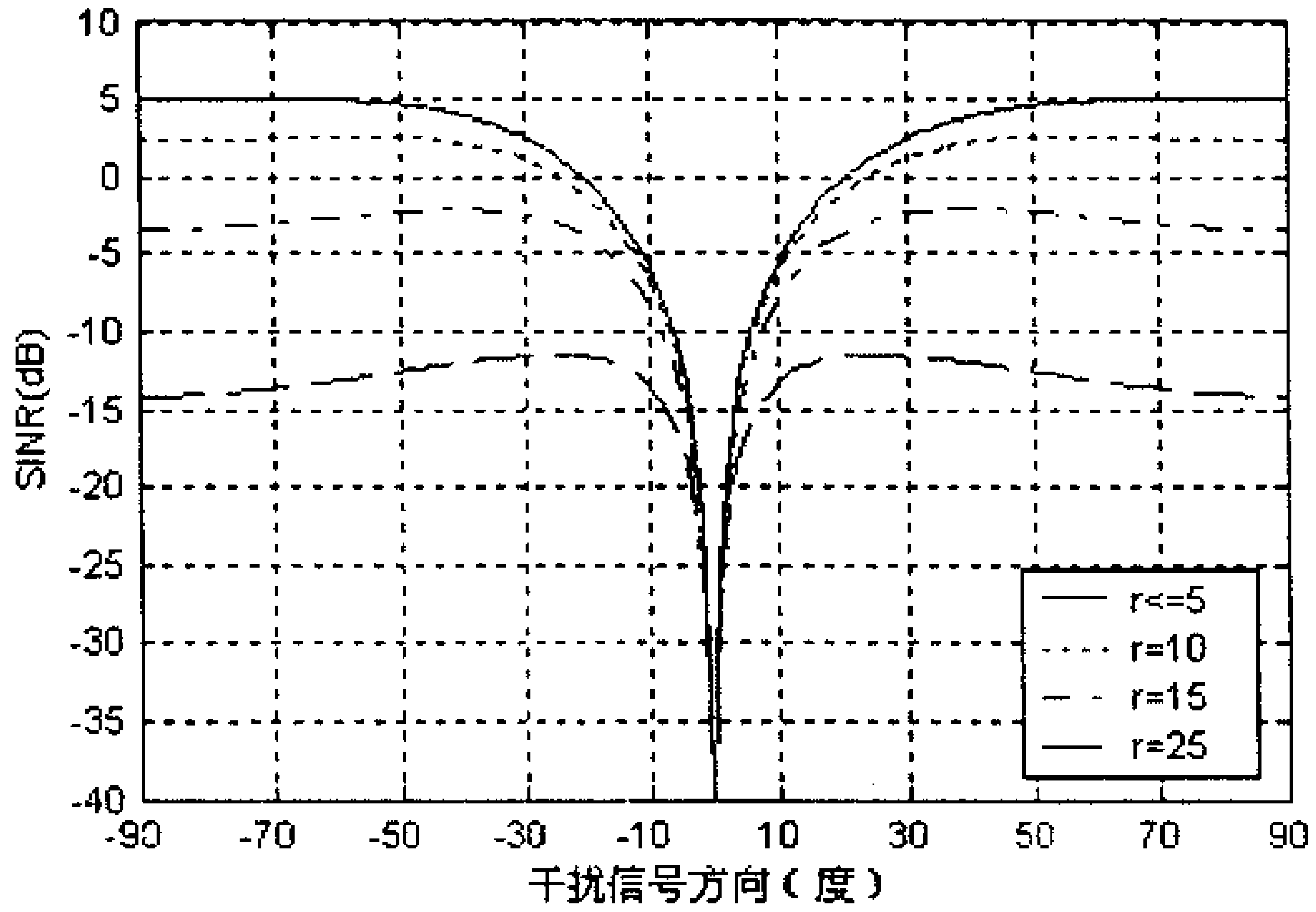

图 2.12　SINR 随干扰信号角度的变化曲线(B=0.2)

2.4　宽带波束形成器的传递函数及仿真结果

2.4.1 干扰信号阵的传递函数

抽头延迟线的传递函数是周期的，按序贯滤波器的带宽 B_f 周期重复。如果抽头时距很短，而抽头数很多，则这个网络便逼近一个理想滤波器，可在有用带宽内每一频率点上严格控制增益和相位。

频率响应 $H(j\omega)$ 是周期性的，周期决定于信号带宽 $1/T_0$，信号带宽内可出现的零点个数等于抽头延迟线的延迟元件数。还需说明，$H(j\omega)$ 的每个零点的分辨度近似等于抽头延迟线的延迟元件数。$H(j\omega)$ 的任一根的频率分辨度可以近似的等于抽头延迟线总延迟的倒数。我们来研究有 K 个抽头而所有的权均为 1 的横向滤波器的脉冲响应。由 K 个抽头，K-1 延迟线的两元阵，其阵元通道可认为

$$H_m(\omega) = w_{m1} + w_{m2}e^{-j\omega T_0} + w_{m3}e^{-j\omega T_0} + \ldots + w_{mk}e^{-j\omega T_0} \tag{2.6}$$

阵的总的传递函数，可根据阵元间空间延迟效应加以计算，一个两元阵，其通道传递函数为 $H_1(\omega)$，$H_2(\omega)$。干扰信号的传递函数为

$$H_i(\omega) = H_1(\omega) + H_2(\omega)e^{-j\omega T_i} \tag{2.7}$$

若严格地在一特定的频带内(以 f_0 干扰信号地中心频率)抵消干扰信号，必须在整个频带内满足

$$H_1(\omega) = -H_2(\omega)e^{-j\omega T_i} \tag{2.8}$$

即 $|H_1(\omega)| = |H_2(\omega)|$，$\angle|H_1(\omega)| = \angle|H_2(\omega)| - \pi - \omega T_i$ (2.9)

也就是说，从θ_i 方向上入射的干扰信号，到达阵列 2 上的信号相对与阵列 1 的信号，具有T_i的延迟。当干扰具有一定带宽，这个空间时延将会削弱 两阵列上信号的相关性。这样，干扰信号就很难完全消除。但是，如果$H_1(\omega)$、$H_2(\omega)$满足式(2.8)，$e^{-j\omega T_i}$在阵元通道 1 上产生一个附加延迟，从而恢复阵元通道 1 和阵元通道 2 上信号的相关性，因此干扰信号可以很好的消除。

如果阵列通道内不采用抽头延迟线，$H_m(\omega)$只在某一频率上满足(2.8)，而不是在整个频带上。由于$e^{-j\omega T_i}$，$H_m(\omega)$可以随频率变化，这就使$H_1(\omega)$，$H_2(\omega)$在整个频带上满足(2.8)，从而提高了阵列的宽带性能。

$H_m(\omega)$的周期定义为$\Omega_0 = 2*\pi/T_0 = 4*\omega_0/r$。在 r 很小时，$H_m(\omega)$的周期比信号带宽大的多，对于$\angle|H_1(\omega)| - \angle|H_2(\omega)|$很容易在整个带宽范围内成线性变化。随着 r 的增加，周期变小。当$r = 4/B$时，$H_m(\omega)$的周期等于信号带宽。$H_m(\omega)$在整个频带上很难满足(2.8)。特别是，当$r > 4/B$时，$H_m(\omega)$周期与信号带宽相当甚至小于信号带宽，$\angle|H_1(\omega)| - \angle|H_2(\omega)|$很难在整个频带上保持线性关系。所以，当 r 过于大的情况，阵列的宽带特性就会降低。这就很好的解释了图 2.12 所出现的问题。

2.4.2 计算机仿真结果

下面通过计算机仿真试验，描述了针对干扰信号的阵列传递函数，以验证抽头延迟对阵列输出的 SINR 的影响。在计算机仿真中，假设阵列为两个阵元的等距线阵，阵元间距为半波长，每个阵元通道采用抽头延迟线(延迟大小固定)。仿真中增加延迟线的个数，来描述阵列的频率响应特性。

图 2.13 给出了阵列输出的 SINR 随干扰信号角度的变化情况。图中，k＝2、k=4、k=8、k=16 分别表示阵元通道中采用的抽头延迟线个数，固定信号带宽 B=0.2，r＝15(r 是相对载频四分之一波长的倍数)。图 2.14 描述了在θ_i在80^0时，$\angle|H_1(\omega)| - \angle|H_2(\omega)|$随$\omega$的变化情况。图中$H_m(\omega)$的周期大于信号带宽。很明显，随着抽头个数的增加，$\angle|H_1(\omega)| - \angle|H_2(\omega)|$在整个信号频带内更接近于线性变化。当$1/B < r < 4/B$时，虽然$H_m(\omega)$的周期大于信号带宽，但是仅仅靠两个权值一个延迟，$\angle|H_1(\omega)| - \angle|H_2(\omega)|$不能很好的随频率呈现线性特性。通过增加更多的傅立叶项(式)，可以使$\angle|H_1(\omega)| - \angle|H_2(\omega)|$呈现更好的频率特性。

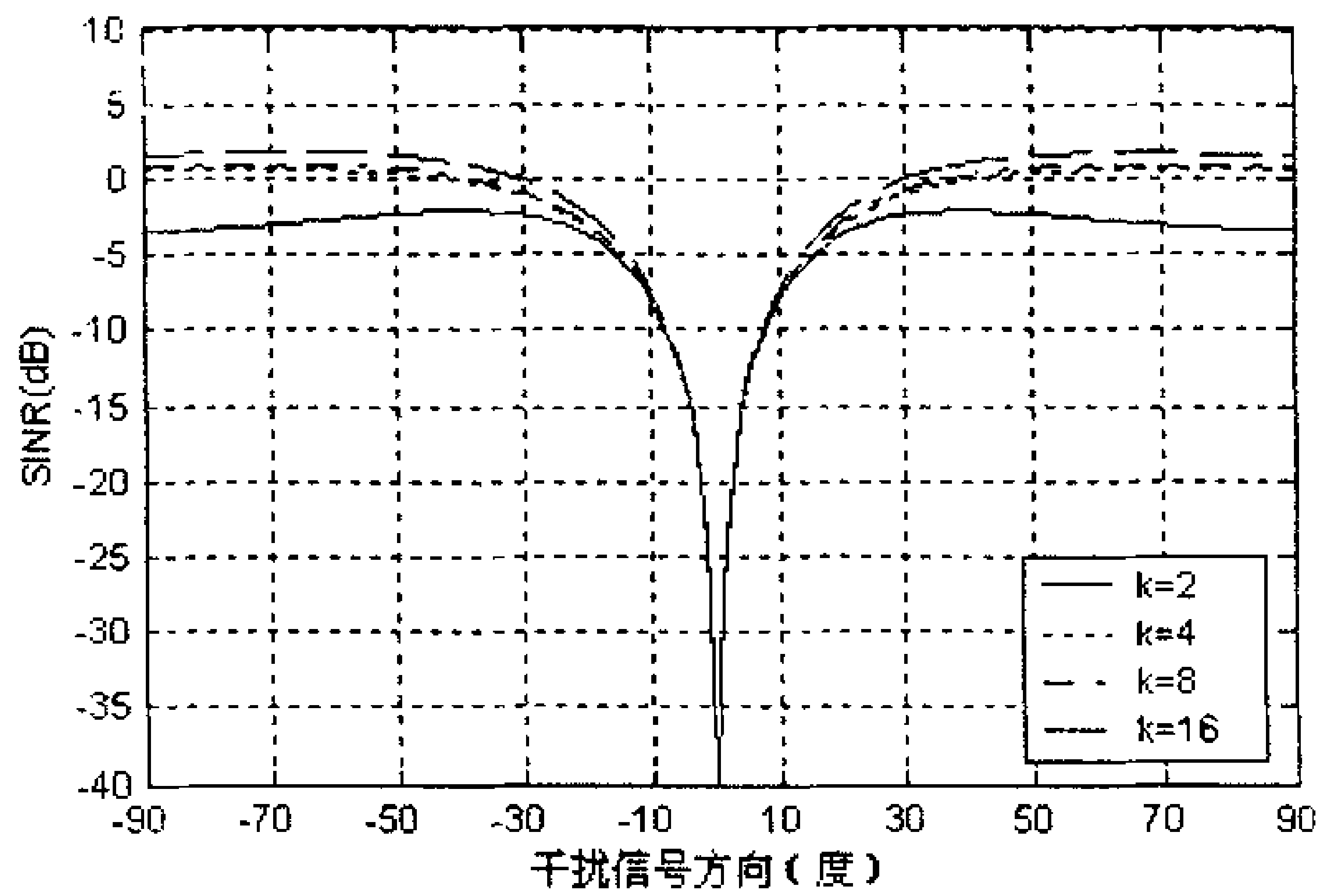

图 2.13 SINR 随干扰信号角度的变化曲线

(B=0.2)

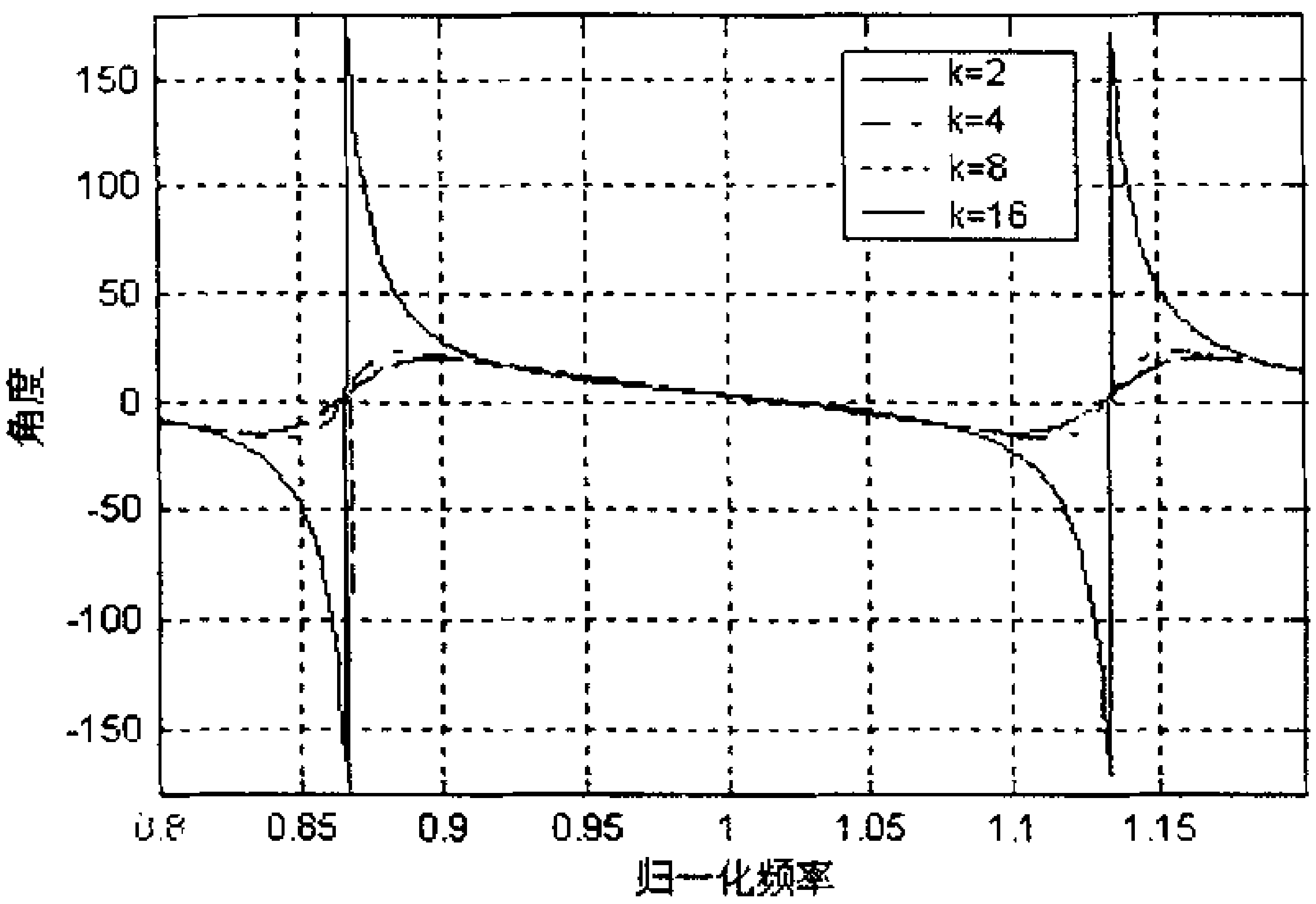

图 2.14 $\angle|H_1(\omega)|-\angle|H_2(\omega)|$ 随 ω 的变化曲线(B=0.2)

当 $1/B<r<4/B$ 时，可以通过增加抽头延迟的方法，提高阵列对宽带干扰的抑制能力，前面通过计算仿真已经得以验证。当 $r>4/B$ 时，对于带宽为 0.2 的信号，无论增加多少抽头都不能使阵列的宽带特性提高到最佳。图 2.15 描述了当 $r=22$ 时，阵列输出的 SINR 随干扰角度的变化曲线。从图中可看出，抽头延迟数目的增加，带来阵列特性的改善，但并不能达到最佳状态，因为在这种情况下，$\angle|H_1(\omega)|-\angle|H_2(\omega)|$ 的周期小于信号带宽。图2.16和图2.17分别描述了在 $\theta_i=80^0$ 时，$|H_1(\omega)|/|H_2(\omega)|$ 和 $\angle|H_1(\omega)|-\angle|H_2(\omega)|$ 随频率的变化曲线。图中，无论增加多少抽头延迟线，$|H_1(\omega)|/|H_2(\omega)|$，$\angle|H_1(\omega)|-\angle|H_2(\omega)|$ 在信号带宽内都呈现非线性变化。

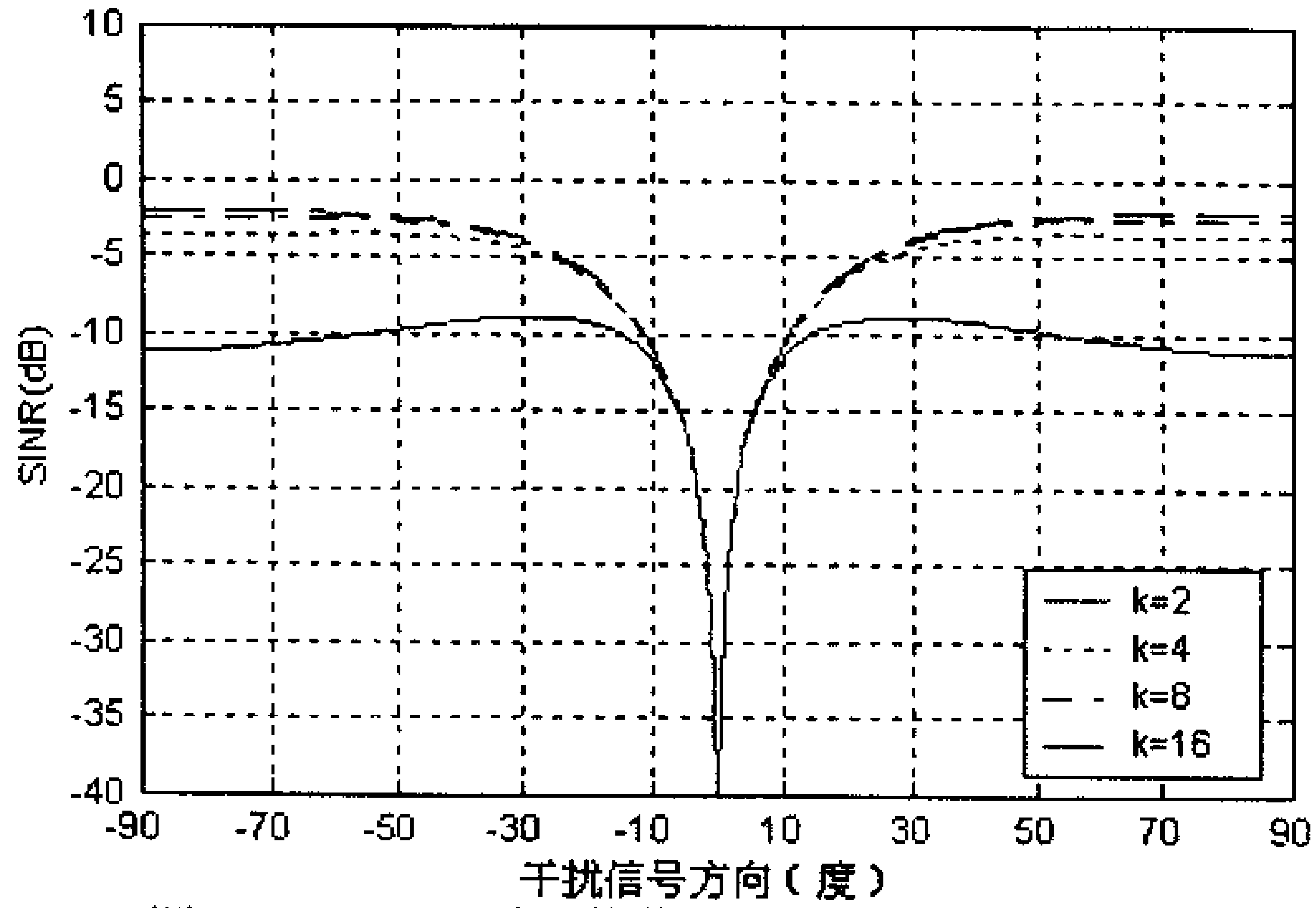

图 2.15 SINR 随干扰信号角度的变化曲线(B=0.2)

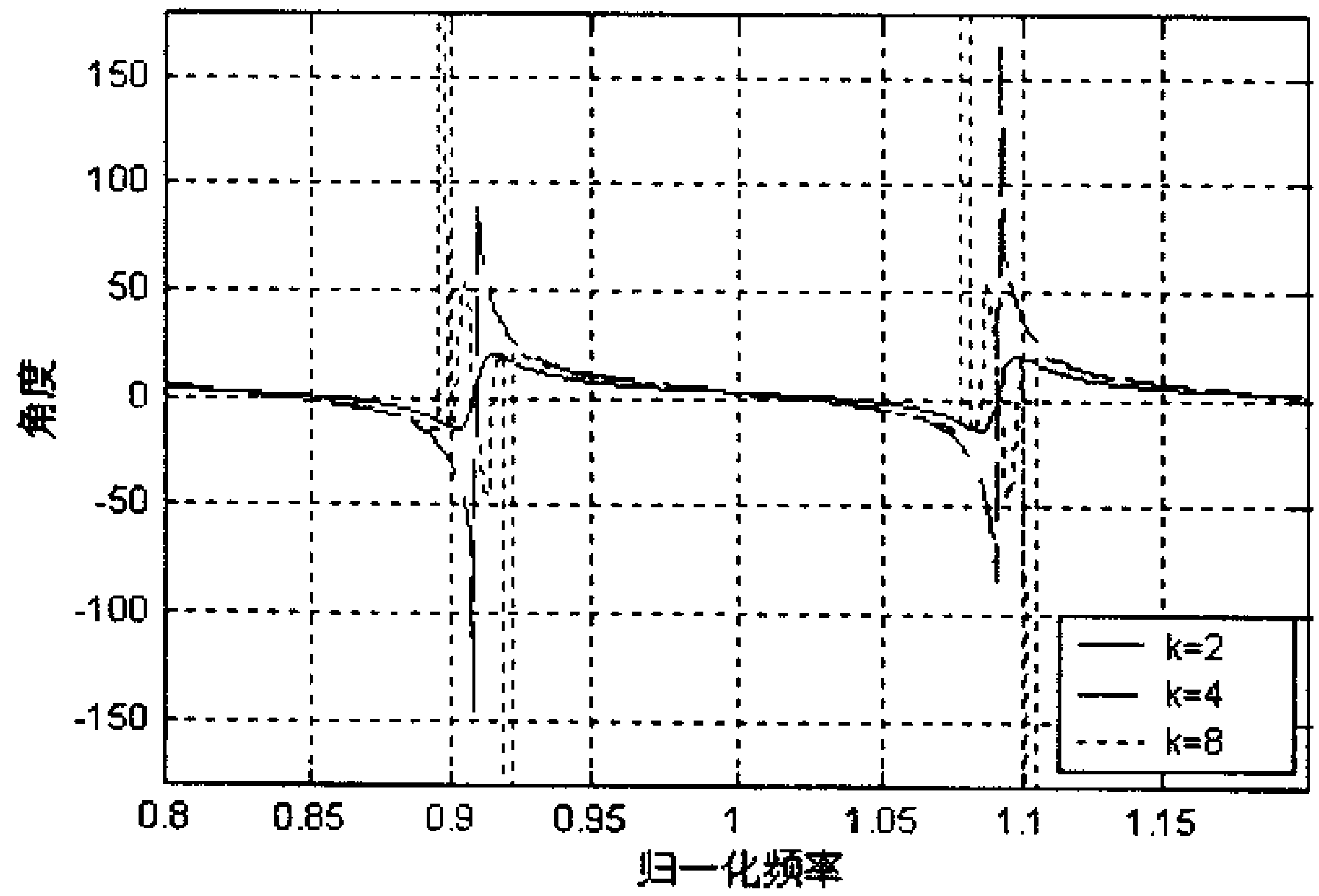

图 2.16 $\angle|H_1(\omega)|-\angle|H_2(\omega)|$ 随 ω 的变化曲线(B=0.2)

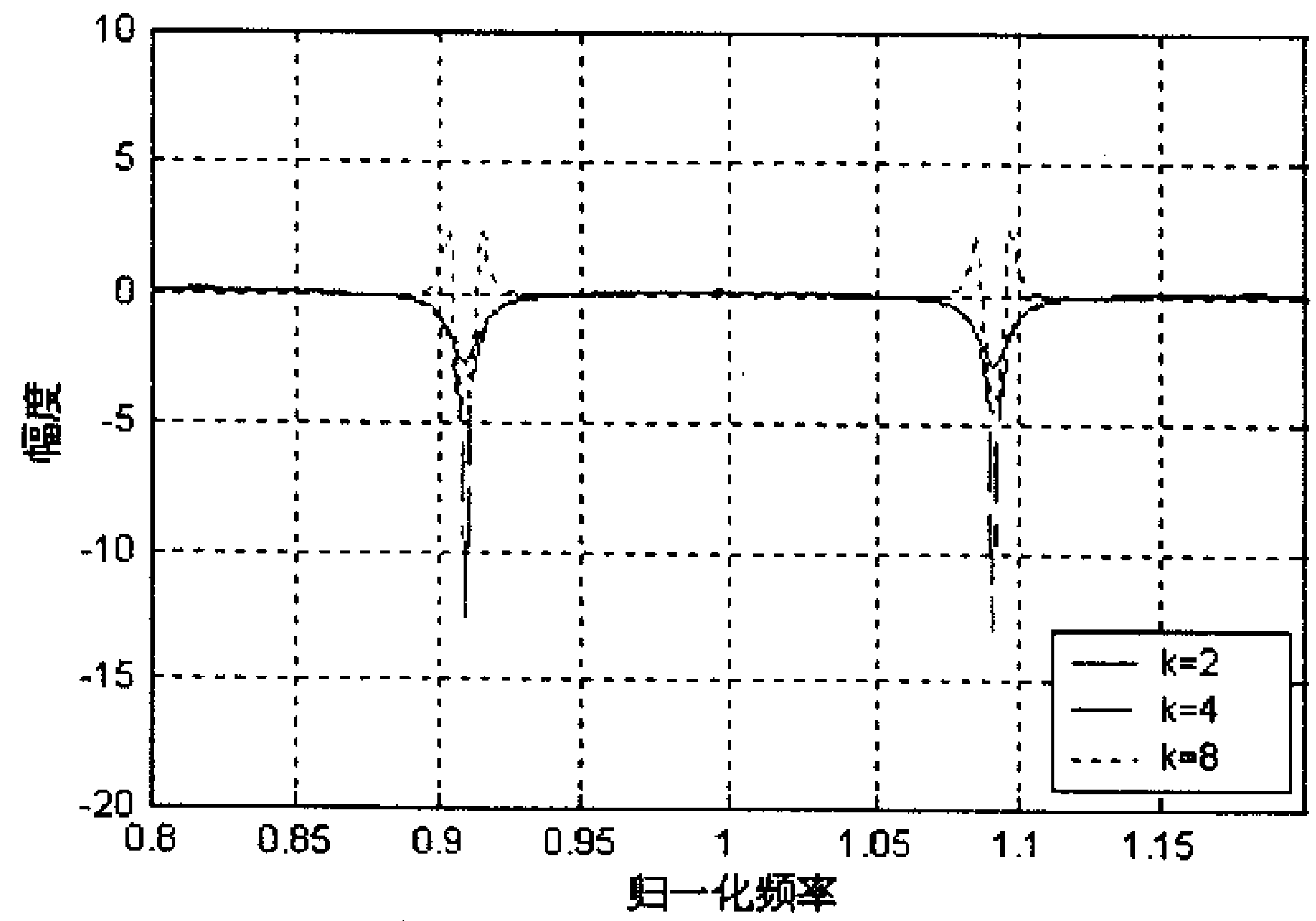

图 2.17 $|H_1(\omega)|/|H_2(\omega)|$ 随 ω 的变化曲线(B=0.2)

图 2.15、2.16、2.17 说明了，为了获得好的阵列的宽带特性，最好使用小的 r 值(例如 $r=1$)，每个阵元通道内使用一个抽头延迟线，即两个权值。然而对于数字权控制的阵列，它的 A/D 变换放置在每个阵元通道的前面。在这种情况下采用大的 r 值比较有效，因为大的 r 值对应低采样率。这样就需要更多的权矢量。增加权矢量对于模拟阵列来说比较容易，但同时它会增加权控制算法的复杂度。

2.4.3 期望信号阵的传递函数及仿真结果

当 r 比较大的时候，阵列对期望信号的影响也是不容忽视的。一个 M 元阵对其望信号的传递函数可以表示为

$$H_d(\omega)=\sum_{m=1}^{M}H_m(\omega)e^{-j\omega(m-1)T_d} \tag{2.10}$$

T_d 为期望信号相对于阵元间距所产生的空间延迟。

阵列对期望信号的响应通常依赖于所有的信号参数：期望信号的角度和入射方向、干扰信号的功率和入射方向。在整个信号频带上，如果 $H_d(\omega)$ 的幅度和相位不能保持是线性的，那么当期望信号通过阵列的时候，将会发生波形失真。这种失真是需要尽可能的避免的。当 r 的值比较小的时候($0<r<1/B$)，$|H_d(\omega)|$ 和 $\angle H_d(\omega)$ 在整个频带上是线性的。随着 r 的增大，线性特性也逐渐衰减。但是在 $1/B<r<4/B$ 的范围内，阵元通道内抽头延迟的增多，会使 $|H_d(\omega)|$ 更接近于常数，$\angle H_d(\omega)$ 在频带范围内更接近于线性特性。

下面给出了 $H_d(\omega)$ 计算机仿真结果，描述了 $|H_d(\omega)|$ 和 $\angle H_d(\omega)$ 在频域内随 ω 的变化情况。当 $r=15$ 时，$H_d(\omega)$ 的周期大于信号带宽，如图 2.18 所示，很明显随着 K 的增加，$|H_d(\omega)|$ 和 $\angle H_d(\omega)$ 都更趋于线性，$H_d(\omega)$ 的特性随之改善。但是如果 $r>4/B$，$H_d(\omega)$ 的周期小于信号带宽。在这种情况下，无论 k 多大，信号多少会发生失真。由此可见，在 r 值比较大的情况下，$H_d(\omega)$ 的特性也是需要考虑的。

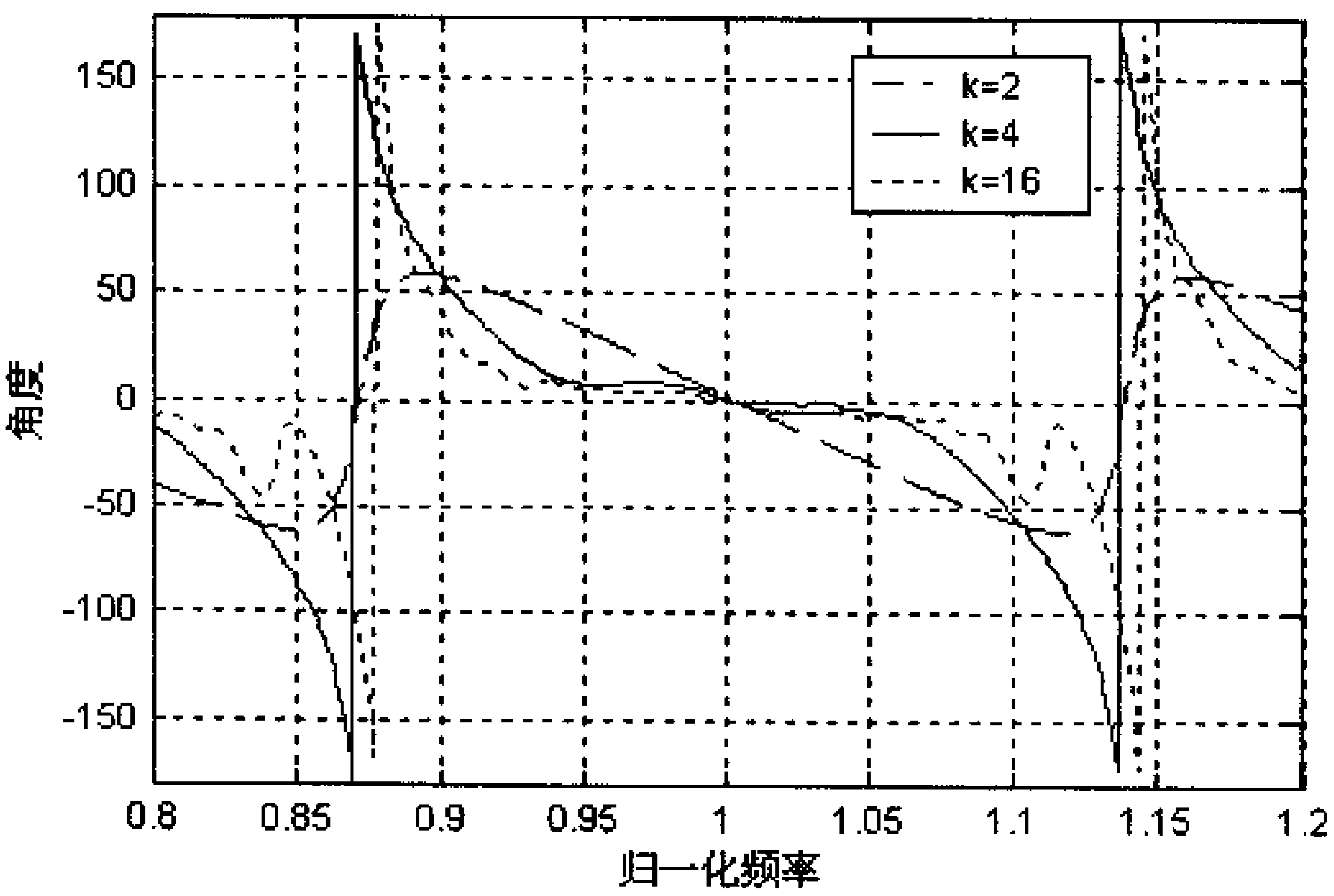

图 2.18 $\angle H_d(\omega)$ 随 ω 的变化曲线(B=0.2)

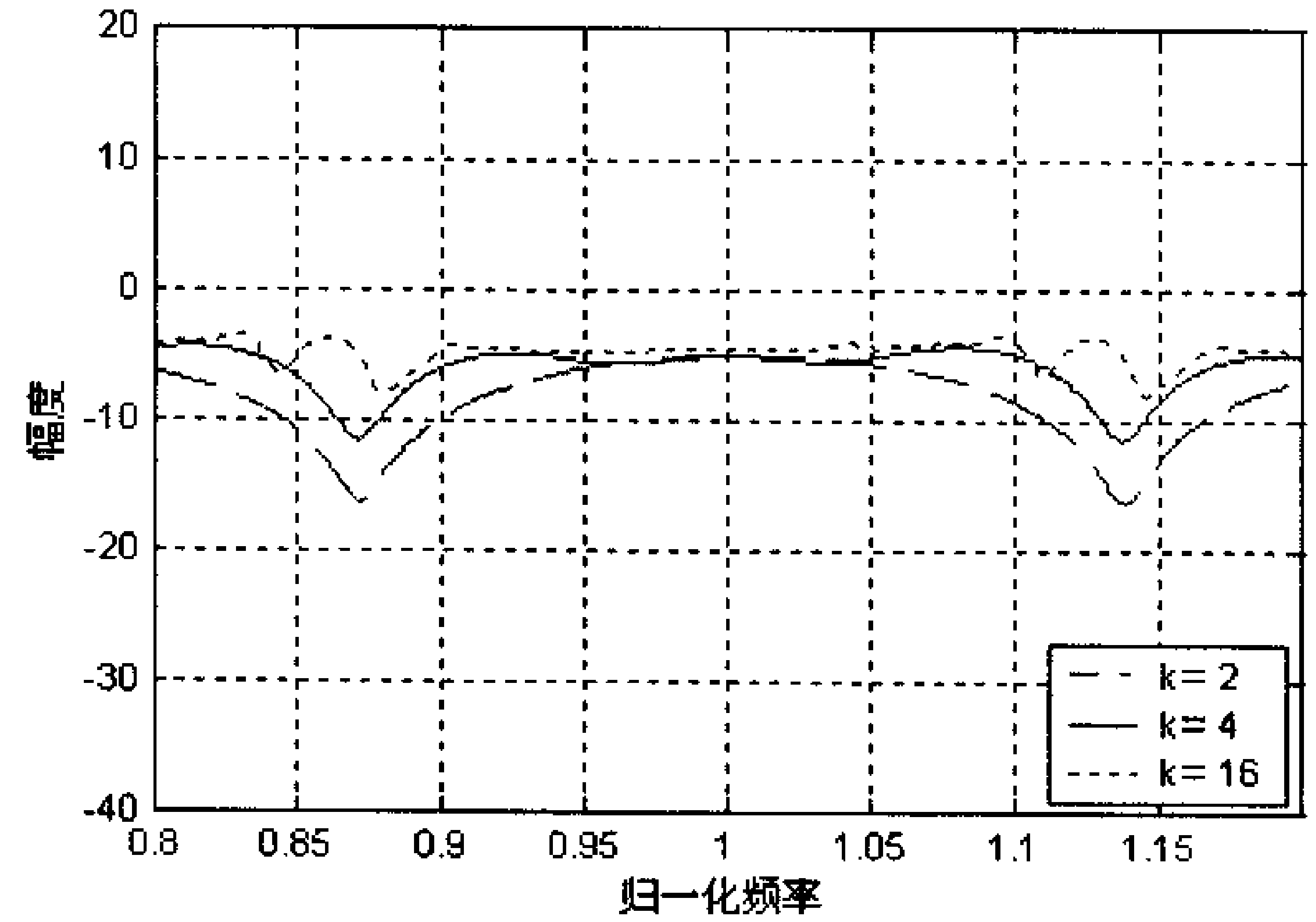

图 2.19 $|H_d(\omega)|$ 随 ω 的变化曲线(B=0.2)

通过以上的理论计算以及计算机仿真试验，可以得到如下结论：

在两元阵情况下：

(1)当 $0<r<1/B$ 时，两个复权，一个抽头延迟线，阵列的输出特性就可以达到最佳。

(2) 当 $1/B<r<4/B$ 时，可以通过增加延迟线个数，使阵列的输出特性达到最佳。

(3) 当 $r>4/B$ 时，虽然通过增加延迟线个数可以改善阵列的输出特性，但不能达到最佳的特性。

2.5 本章小节

本章对抽头延迟结构对阵列的宽带特性的影响进行了分析，具体讨论了每个阵元通道内的延迟间隔、延迟个数、延迟个数在阵元通道内的分布、以及干扰的带宽、干扰个数、干扰角度对阵列输出的信号干扰加噪声比(SINR)的影响。

对于一个 M 元等距线阵对消 M-1 个干扰，随着干扰带宽的增加，阵元通道内需要采用更多的抽头延迟线，以获得阵列的最佳 SINR。在延迟总数一定的情况下，阵元通道内的延迟个数尽可能均匀放置。如果有多余的抽头延迟，附加延迟放在阵列中间的阵元通道内比放在两边可以获得更好的宽带性能。

抽头延迟间隔的大小对阵元的宽带特性对也是非常敏感的。r 是四分之一波长的倍数。$1/B < r < 4/B$ 时，阵列性能可以通过增加延迟来恢复。$r > 4/B$ 时，尽管增加抽头个数，在很多干扰角度阵列的性能始终低于最佳性能。

2.6 附录

当期望信号、干扰、噪声功率谱密度 $S_{\bar{d}}(\omega)$ 具有平坦、带宽受限的频率特性时，下面给出了宽带阵列的相关矩阵和互相关矩阵的推导结果：

其中 $\Phi = \Phi_d + \Phi_i + \Phi_n$，下面分别给出 Φ_d，Φ_i，Φ_n

$$\Phi_d = \begin{bmatrix} \Phi_{d_{11}} & \Phi_{d_{12}} & \cdots & \Phi_{d_{1M}} \\ \Phi_{d_{21}} & \Phi_{d_{22}} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \Phi_{d_{M1}} & & & \Phi_{d_{MM}} \end{bmatrix}, \Phi_i = \begin{bmatrix} \Phi_{i_{11}} & \Phi_{i_{12}} & \cdots & \Phi_{i_{1M}} \\ \Phi_{i_{21}} & \Phi_{i_{22}} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \Phi_{i_{M1}} & & & \Phi_{i_{MM}} \end{bmatrix}$$

$$\Phi_n = \begin{bmatrix} \Phi_{n_{11}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Phi_{n_{22}} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & \Phi_{n_{MM}} \end{bmatrix} \tag{A.1}$$

$$[\Phi_{d_{mn}}]_{jk} = R_d[(j-k)T_0 + (m-n)T_d] \tag{A.2}$$

$$R_d[(j-k)T_0 + (m-n)T_d] = p_d \operatorname{sinc}\left\{\frac{\Delta\omega_d}{2}[(j-k)T_0 + (m-n)T_d]\right\} * e^{j\omega_0[(j-k)T_0+(m-n)T_d]} \tag{A.3}$$

同理得出 $[\Phi_{i_{mn}}]_{jk}$，$[\Phi_{n_{mn}}]_{jk}$

$$[\Phi_{i_{mn}}]_{jk} = p_i \operatorname{sinc}\left\{\frac{\Delta\omega_i}{2}[(j-k)T_0 + (m-n)T_i]\right\} e^{j\omega_0[(j-k)T_0+(m-n)T_i]} \tag{A.4}$$

$$[\Phi_{n_{mn}}]_{jk} = \sigma^2 \sin c\left\{\frac{\Delta\omega_n}{2}[(j-k)T_0]\right\}e^{j\omega_0[(j-k)T_0]} \tag{A.5}$$

其中，$T_d = \dfrac{L\sin(\theta_d)}{c}$、$T_i = \dfrac{L\sin(\theta_i)}{c}$，分别为干扰信号和期望信号的空间波程差，$L$ 为阵元间距。θ_d、θ_i 分别为期望信号和干扰信号到达角度。

下面给出互协方差矩阵 S

$$S = E[X^* d_0(t)] = E[X_d^* d_0(t)] \tag{A.6}$$

$$S = \begin{bmatrix} s_{11}, & s_{12}, & \ldots, & s_{1K}, & s_{21}, & s_{21}, & \ldots, & s_{2K} & \ldots, & s_{M1} & s_{M2} & \ldots & s_{MK} \end{bmatrix} \tag{A.7}$$

其中 s_{mk} 可以表示为

$$s_{mk} = \sqrt{p_d}\sin c\left\{\frac{\Delta\omega_d}{2}[(j-k)T_0 + (m-n)T_d]\right\} \tag{A.8}$$

第三章 抽头延迟线技术与 FFT 在自适应阵列中的关系

3.1 引言

时域处理器是在阵内各传感器单元输出端运用的。一个在各传感器单元输出端运用的处理器叫做“单元空间处理器”。这样就有时域单元空间处理器和频域单元空间处理器之分。频域处理器提供空域自适应，在序列频域内分解和处理信号。时域处理器提供空域与时域自适应。本文第二章具体研究了使用复权的经典时域处理器的问题，即采用抽头延迟技术。

自适应信号处理可分为：窄带信号处理和宽带信号处理。窄带信号处理和宽带信号处理的不同点，在窄带信号处理可以采用每个单元通道中加入不随频率变化的单一复权的方法予以实现，而宽带信号处理则需要随频率变化的权，这要采样横向滤波器(抽头延迟)加以实现。时域处理可以用等效频域处理来代替，用数字计算机执行等效频域处理器的功能，可以不需要庞大的硬件设备。

通常可以采取以下三种方法来提高阵列的宽带性能。

(1)增加阵元个数。由于增多了自由度，从而提高了对干扰的抑制能力，也提高抑制干扰的个数。但是阵元个数的增加并不能使阵列的性能达到最佳(干扰带宽为零时阵列输出的 SINR)。

(2)采用抽头延迟技术。由于增多了自由度，从而提高了对干扰的抑制能力，但是该方法增大了运算量，硬件实现复杂。这种方法在第二章已经详细介绍。

(3)在阵元通道内采用 FFT 技术，是一种提高自适应阵列抑制宽带干扰能力的有效方法。

最近已经用利用快速傅立叶变换(FFT)技术，并用等效频域时间延迟概念的等效频域处理器来代替常规时域处理器。这项技术的优点在于减轻了硬件的困难。就硬件来说，延迟单元增多时，使用延迟线或者移项器来形成时域定向波束，会很快使得设备庞大起来，而采用频域等效延迟概念可用数字计算机来完成波束形成过程，从而简化了硬件。FFT 处理方法在运算量方面具有较大的优势。子带自适应滤波方法越来越成为解决宽带自适应信号处理的有效途径。

一个 K 点 FFT 宽带波束形成器相当于把宽带信号在频域上划分为 K 的窄子带，并对每一个窄子带进行窄带波束形成，然后把波束输出转化为时域输出，所以频域处理是一种划分子带的处理方法。频域宽带波束形成器要借助于 FFT 和 IFFT.

在本章中，主要研究了在阵元通道内采用 FFT 技术，提高自适应阵列抑制宽带干扰能力的有效方法。以及采用 FFT 技术与抽头延迟技术在自适应阵列信号处

理中的等效关系。

3.2 采用 FFT 的宽带波束形成器

3.2.1 宽带波束形成器的结构

采用频域宽带波束形成器的结构如图 3.1 所示。图中使用了信号的数字形式：$x_{mk}(k=0,...K-1)$，表示 m 号阵元接收到数字频率为 k 的带宽信号分量。其中，K 表示快速傅立叶变换(FFT)的点数；W_{mk} 表示之间第 m 号阵元上对数字频率为 k 的信号分量的加权，数字频率 k 和 f 存在关系 $f=kf_s/K$,其中 f_s 表示采样率。

在阵元通道采用 FFT 是提高阵列宽带性能的一种方法。实际上，由 K 点 FFT 相当于把宽带信号在频域上划分为 K 个窄子带，并对每一个窄子带进行窄带波束形成，然后把波束输出转化为时域输出，所以频域处理是一种划分子带的处理方法。

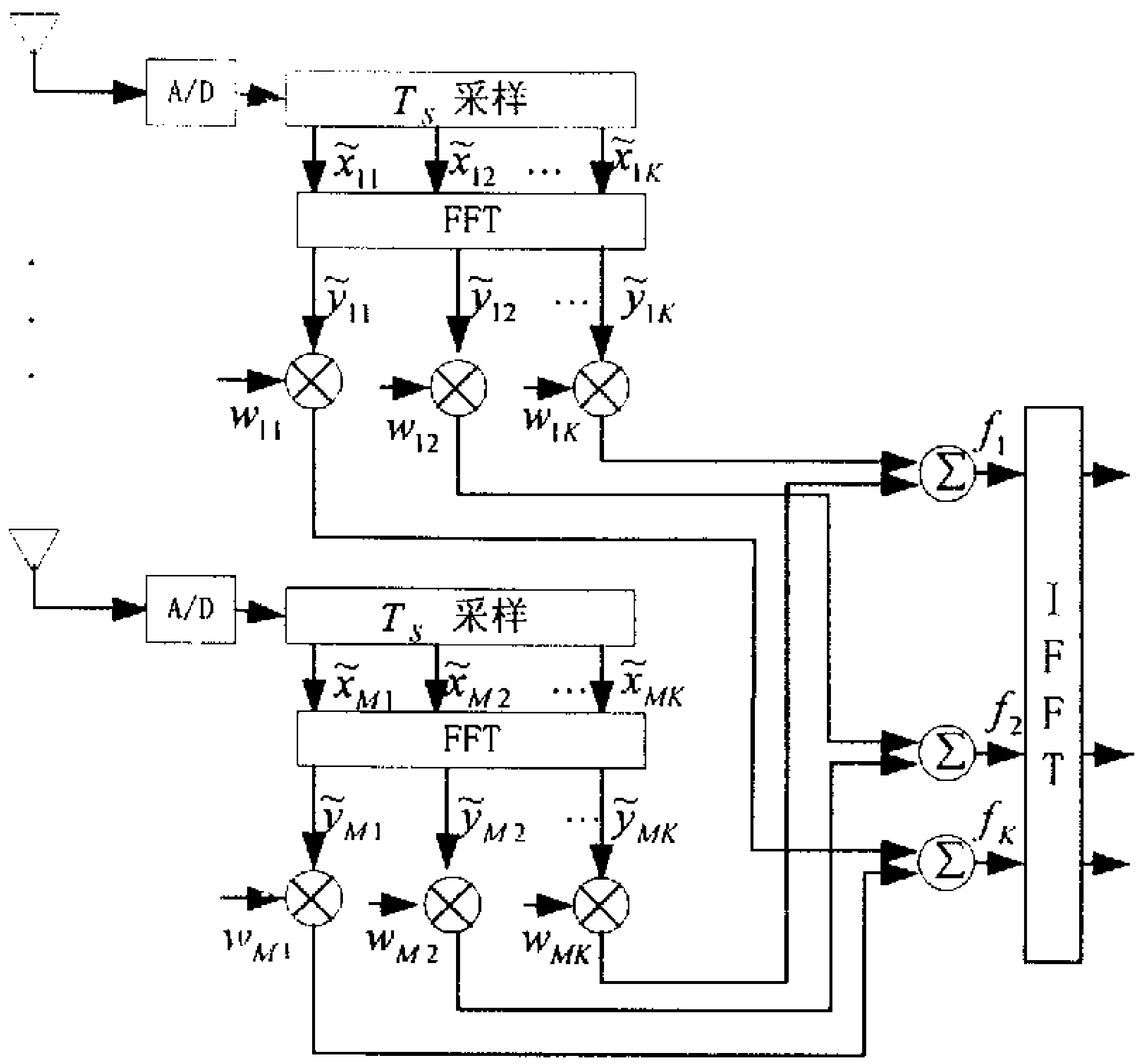

图 3.1 采用 FFT 的宽带波束形成器结构(块处理方式)

首先通过 A/D 获取采样信号,采样时间 T_S,把每次采样的值存在一个 K 点 FFT 的缓冲器里。每 K 个点进行一次 FFT，把每个阵元上接收到的信号变换到频域。这样每个阵元上就有 K 个频域采样，对宽带信号的一个频域分量施加一不同权值并且相加得到此频率分量上的输出，然后对各频率分量上的输出做反傅立叶变换

(IFFT)就可以得到宽带信号的时域输出。这种方法称为块处理，如图 3.1。也就是说，每 K 个输入的时域采样进行 FFT，以及输出的 IFFT，都包含 K 个新的采样值。

FFT 处理也有平滑窗的形式，如图 3.2 所示。每一次采样都要进行一次 FFT，也就是对每一个 FFT 的输入缓存的最新的 K 个采样做 FFT。这种方法不需要进行 IFFT，直接就可以得到宽带信号的时域输出。加权 K 个频域采样之和就是信号的时域输出。

与平滑窗处理相比，块处理每 K 个点只需做一次 FFT，平滑窗每次采样都要做一次 FFT，但它不需要进行 IFFT。

如图 3.1 所示，假设初始时间为 t_0，采样时间间隔为 T_S， 则 K 个时域采样可表示为

$$\widetilde{x}_{m1}(t_0-[K-1]T_S)=\widetilde{x}_{mk}(t_0) \tag{3.1}$$

对第 m 个通道内 K 个采样值做 FFT，输出频域分量为 $y_{m1}, y_{m2} \cdots y_{mK}$，

$$\widetilde{y}_{mn}=\sum_{k=1}^{K}\widetilde{x}_{mk}E_K{}^{(k-1)(n-1)}, 1\le n\le K \tag{3.2}$$

$$E_K=e^{-j(2\pi/K)} \tag{3.3}$$

信号带宽上的每一个频率分量与相应的权值相乘后再相加得到频域输出

$$\widetilde{f}_n=\sum_{m=1}^{M}w_{mn}\widetilde{y}_{mn} \tag{3.4}$$

w_{mn} 为最佳权矢量。

对于块处理方式，频域分量的输出做 IFFT 就可以得到宽带信号的时域输出

$$\widetilde{s}_k(t_0)=\sum_{n=1}^{K}\widetilde{f}_nE_K{}^{-(k-1)(n-1)}, 1\le k\le K \tag{3.5}$$

对于平滑窗处理方式，

$$\widetilde{s}(t_0)=\widetilde{s}_1(t_0)=\sum_{n=1}^{K}\widetilde{f}_n \tag{3.6}$$

下面给出于块处理和平滑窗处理方式的阵列输出的 SINR

$$SINR=\frac{P_d}{P_i+P_n} \tag{3.7}$$

P_d、 P_i 和 P_n 分别为期望信号、干扰信号以及噪声的平均功率。

块处理方式每 KT_S 进行一次 FFT 和 IFFT，整个过程采用的都是新的采样值。这种块处理方法，由于块与块之间的相位无法衔接，所以并不能给出真正连续的

时间波形。平滑窗方式不需要进行 IFFT，每一次采样进行一次 FFT，并做所有频率分量的和，即得到信号的时域输出。相当于每次采样重复计算(3.5)。两种处理方式的最佳权矢量计算方式是一样的。在式(3.5)中当 k=1 时，块处理方式的阵列输出和平滑窗方式的阵列输出是等效的，二者的最大 SINR 也是相等的。

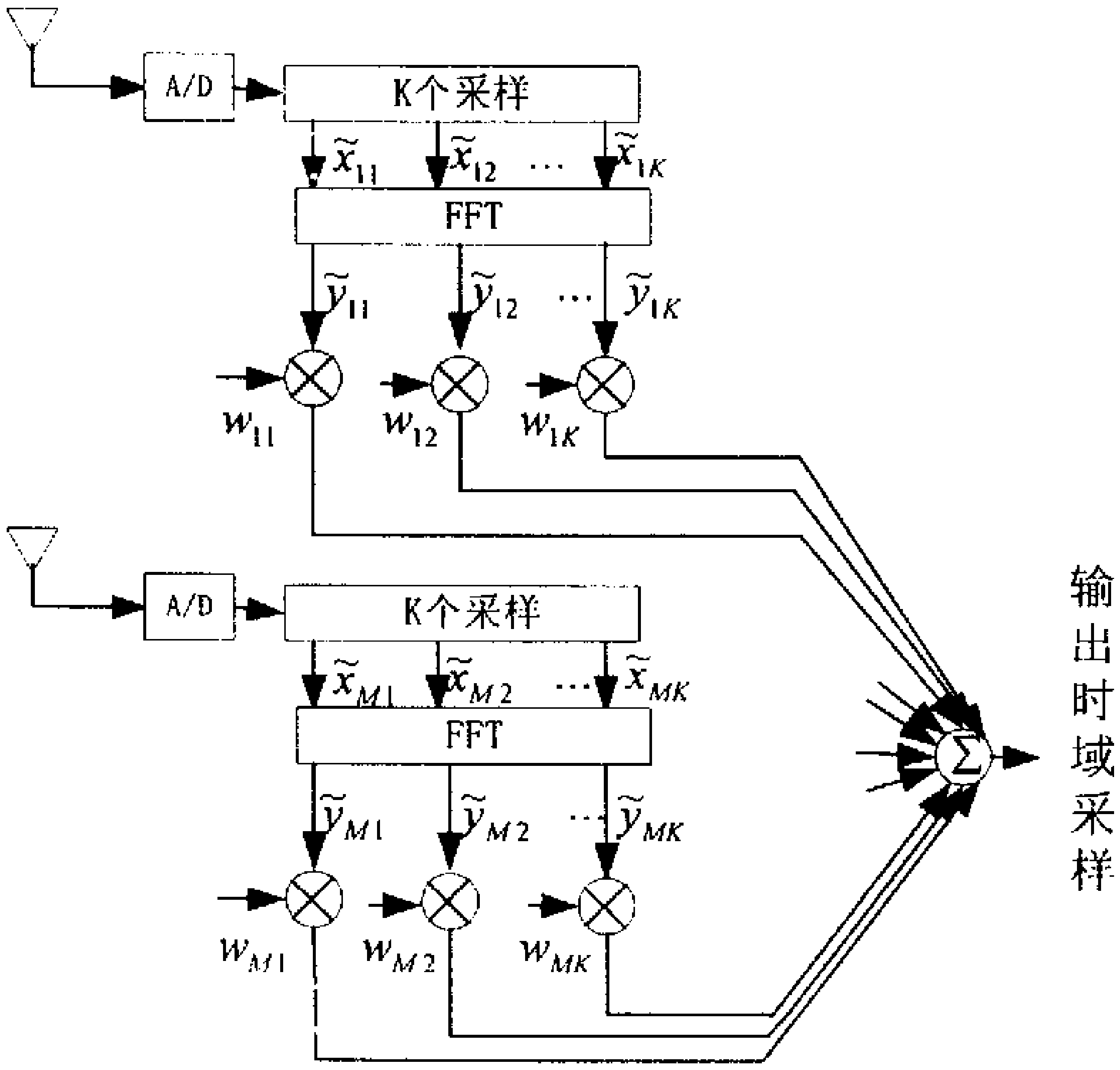

图 3.2 采用 FFT 的宽带波束形成器结构(平滑窗处理方式)

3.2.2 频域等效时间延迟概念

采用相加和延迟线技术的常规波束形成处理器可以用采用快速傅立叶变换(FFT)的等效频域处理器来代替。

抽头延迟线结构的时域宽带波束形成器如图 2.1 所示，第 m 个阵元上的第 k 个抽头上的信号量可表示为

$$\widetilde{x}_{mk}(t)=\widetilde{x}_{m1}(t-[k-1]T_0) \tag{3.8}$$

在式(3.1)与式 (3.8)中，如果取采样间隔和抽头延迟线间隔相等，那么式(3.7)与式 (3.8)具有相同的形式。

在抽头延迟线和自适应处理器之间加一个线性可逆的转换矩阵，不影响阵列的输出性能[2]。在 FFT 的宽带波束形成器中，频域分量 $\widetilde{y}_{mn}$ 是输入信号 $\widetilde{x}_{mk}(t_0)$ 的线性组合，表示为式(3.2)。在平滑窗方式下，阵列的输出仅是加权频域分量之和的形式。因此，采用 FFT 形式的宽带频域波束形成器可以等价为抽头延迟线形式的

时域波束形成器，抽头延迟线后面要加一个 FFT 形式的线性变换矩阵，然后对输出的各分量加权并且求和。如图 3.3 所示。

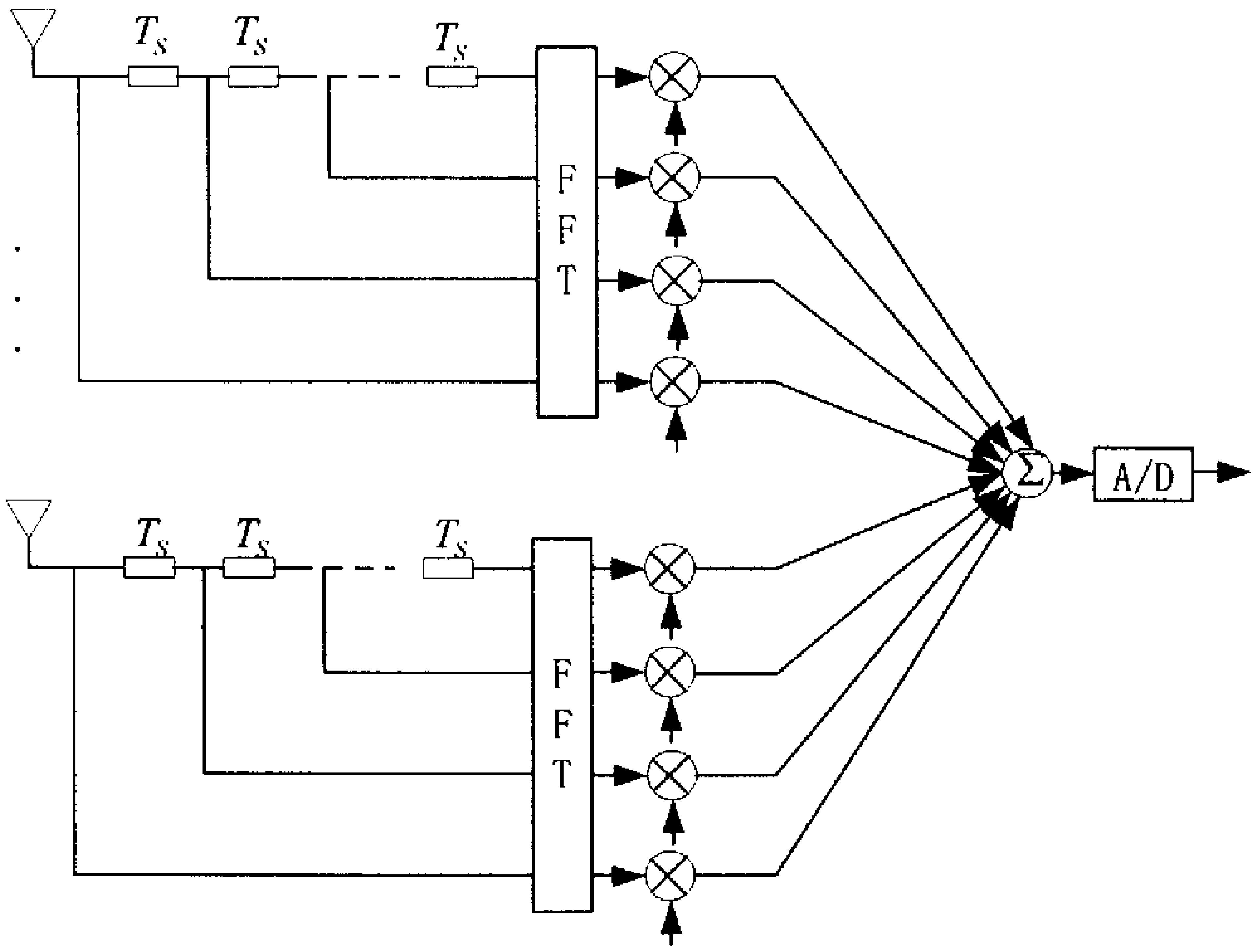

图 3.3 等效抽头延迟的结构

第 m 个阵元上的所有时域信号量可表示为

$$X_m(t_0)=[\widetilde{x}_{m1}(t_0),\widetilde{x}_{m2}(t_0),\ldots,\widetilde{x}_{mK}(t_0)]^T \tag{3.9}$$

第 m 个阵元上的所有频域分量可表示为

$$Y_m=[\widetilde{y}_{m1},\widetilde{y}_{m2},\ldots\widetilde{y}_{mK}]^T \tag{3.10}$$

则有

$$Y_m=EX_m \tag{3.11}$$

所有阵元上的信号分量可表示为

$$X(t_0)=[X_1(t_0),X_2(t_0),\ldots,X_M(t_0)]^T \tag{3.12}$$

所有阵元上的所有频域分量可表示为

$$Y=[Y_1,Y_2,\ldots,Y_M]^T \tag{3.13}$$

$$Y=TX(t_0) \tag{3.14}$$

$$T=\begin{bmatrix} E & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & E & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & E \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

T 为对角线矩阵，是线性可逆矩阵。由于在抽头延迟线和自适应处理器之间加一个线性可逆的转换矩阵，不影响阵列的输出性能。因此，采用 FFT 形式的宽带频域波束形成器可以等价为抽头延迟线形式的时域波束形成器。等价关系成立的条件为：抽头延迟间隔 T_0 等于采样间隔 T_S，阵元通道内的抽头延迟线个数等于做一次 FFT 的采样数。

3.2.3 抽头延迟和 FFT 处理的性能差异

采用 FFT 形式的宽带频域波束形成器可以等价为抽头延迟线形式的时域波束形成器。等价关系成立的条件为：抽头延迟间隔 T_0 等于采样间隔 T_S，抽头延迟线个数等于做一次 FFT 的采样数。但是通常来说，对于抽头延迟线结构的波束形成器，抽头延迟间隔的选择 $T_0=rT_{90}$，r 是四分之一波长的倍数。通常选 $r=1$。对于 FFT 处理器，FFT 的采样率选择在 FFT 频域周期，近似与信号带宽，$T_S=(4/B)T_{90}, B=\Delta\omega/\omega$。所以两种延迟选择的方式是不同的。

FFT 结构的波束形成器，在每个阵元通道中加入 K 点 FFT，样本的采样周期为 T_s。FFT 在式(3.2)中可以看成一个滤波器组。滤波器组的输入为 $\tilde{x}_{m1}(t)$，输出为 $\tilde{y}_{m1},\tilde{y}_{m2},\dots,\tilde{y}_{mK}$。由此，可以确定出每一个滤波器的传输函数。
假设输入信号为 $\tilde{x}_{m1}(t)=e^{j\omega t}$，则

$$\tilde{x}_{mk}(t)=e^{j\omega[t-(k-1)T_S]} \tag{3.16}$$

对于频点 n (归一化频率值为(n -1)/M)的滤波器,其输出信号为 $\tilde{y}_{mn}$

$$\begin{aligned}\tilde{y}_{mn}&=\sum_{k=1}^{K}\tilde{x}_{mk}e^{-j(2\pi/K)(k-1)(n-1)}\\&=\sum_{k=1}^{K}e^{-j(k-1)[\omega T_S+(2\pi/K)(n-1)]}e^{j\omega t}\end{aligned} \tag{3.17}$$

这样，我们可以得到加入 FFT 等效滤波器的传递函数为

$$H_n(\omega)=\sum_{k=1}^{K}e^{-j(k-1)[\omega T_S+(2\pi/K)(n-1)]}$$

$$=e^{-j(K-1)/2[\omega T_S+(2\pi/K)(n-1)]}\frac{\sin\frac{K}{2}[\omega T_S+\frac{2\pi}{K}(n-1)}{\sin\frac{1}{2}[\omega T_S+\frac{2\pi}{K}(n-1)} \tag{3.18}$$

这里 $H_n(\omega)$ 是频率的周期函数，它的峰值位于

$$\omega=\frac{2\pi}{T_s}[i-\frac{n-1}{K}],i=...,-2,-1,0,1,2,... \tag{3.19}$$

对于给定的 n 值，$H_n(\omega)$ 的峰值每隔 $2\pi/T_S$ 出现在频率轴上，对于临近的 n 值，波峰以 $2\pi/(KT_S)$ 分布。如果信号带宽为 $\Delta\omega$，则

$$T_S=\frac{2\pi}{\Delta\omega} \tag{3.20}$$

(3.20)可以变换成下面的形式：

$$T_S=\frac{4}{B}T_{90} \tag{3.21}$$

B 是信号的相对带宽，$B=\omega/\Delta\omega$。T_{90} 相对载频的四分之一波长。

虽然从理论上说，与加抽头延迟的阵列相比，阵元通道内加入 FFT 处理并不能提高阵列的带宽特性，但 FFT 处理方法仍有其优点，其中之一就是减少运算量。例如，求取阵列结构的最优权，通常是用直接矩阵求逆(DMI)法。对于 K 个阵元 M 个延迟节的结构，计算新权所用的乘法数正比于$(KM)^3$。因此，利用空时方法的结构在增加天线阵元和延迟节时的运算量是惊人的。而 FFT 处理方法具有不同频率子带之间的去相关性。在理想情况下，不同频率子带的样本是完全不相关的，权值在不同的频率带宽上可以单独去求，对于 K 个子带只需求 M 个权值。此时所用的乘法运算仅为 MK^3。其次，对于闭环自适应算法情况，使用 FFT 处理方法还有利于提高系统的自适应收敛速度。

3.3 计算机仿真结果

在本节中，对抽头延迟线的波束形成器以及 FFT 波束形成器的阵列输出进行计算机仿真，并对两者的等效性进行验证。在计算机仿真中，假设阵列为两元阵，每个阵元都为无向的单增益阵元，阵元间距为半波长。对抽头延迟线间隔 T_0 为四分之一波长($T_0=T_{90}$，T_{90} 相对载频四分之一波长的延迟)。对于 FFT 处理的宽带波束形成器，采样间隔取 $T_S=(4/B)T_{90}$，也就是 $T_S=20T_{90}$。期望信号的方向为 0^0，相对带宽为 $B=0.2$，信噪比为 0dB。干扰信号的相对带宽也为 $B=0.2$，干噪比为

40dB。

图 3.4 给出了抽头延迟波束形成器的输出 SINR 随干扰信号角度的变化情况，阵元通道内采用两抽头延迟线。由图中可以看出在阵元通道内采用两个抽头，阵列输出即可达到最佳状态(第二章中信号带宽为零时阵列输出的 SINR)

图 3.5 给出了两通道(两个阵元)FFT 处理的波束形成器的 SINR 随干扰角度的变化曲线，采样点数分别取 K=2、4、8、16(分别做 2 点、4 点、8 点、16 点 FFT)。从图中可以看出，K=4、8、16 时，曲线几乎重叠，输出 SINR 不能达到最佳状态。图 3.4、图 3.5 不能达到相同的输出效果是因为 $T_0 \neq T_S$。这是因为 FFT 的采样率要求满足它的周期等于信号的带宽，这里 T_S 是由 3.20 给出的，也就是相当于抽头延迟当 $r = 4/B$ 时的情况。在这种情况下，虽然把信号带宽分成了 K 个子带，但阵列输出的 SINR 不能达到最佳状态。若要达到最佳状态，FFT 的周期至少是信号带宽的四倍。这和前面分析的结果是一致的。

图 3.6 给出了 $H_1(\omega),\dots,H_K(\omega)$ 在频域上的分布情况。采样率满足 FFT 的周期等于信号的带宽，纵轴表示 $|H_n(\omega)|$。K=16，相对带宽为 0.2。从图中可以看出，K 个滤波器的通带覆盖了整个信号频域，即把信号带宽分成了 K 个子带。

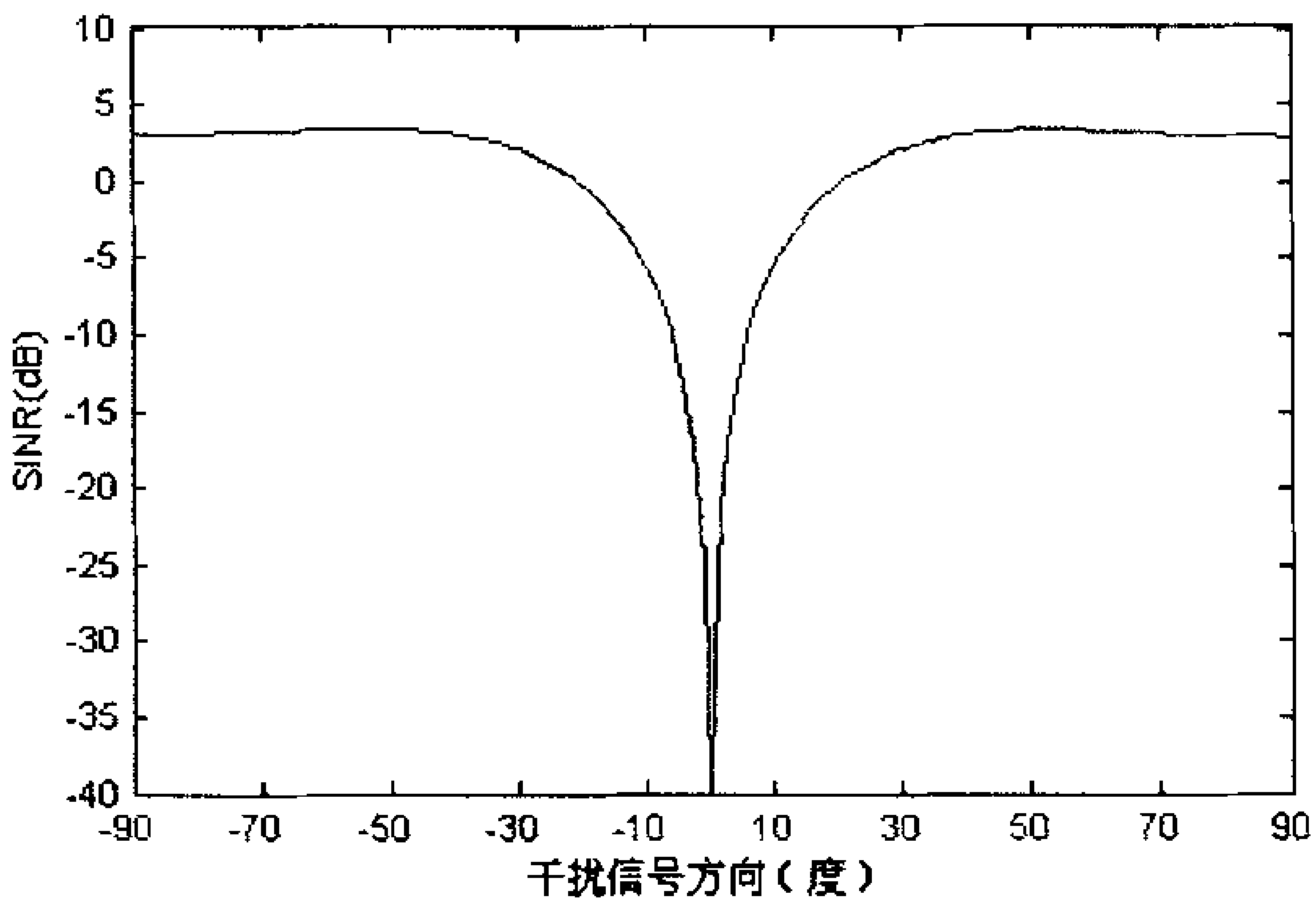

图 3.4 SINR 随干扰信号方向的变化曲线

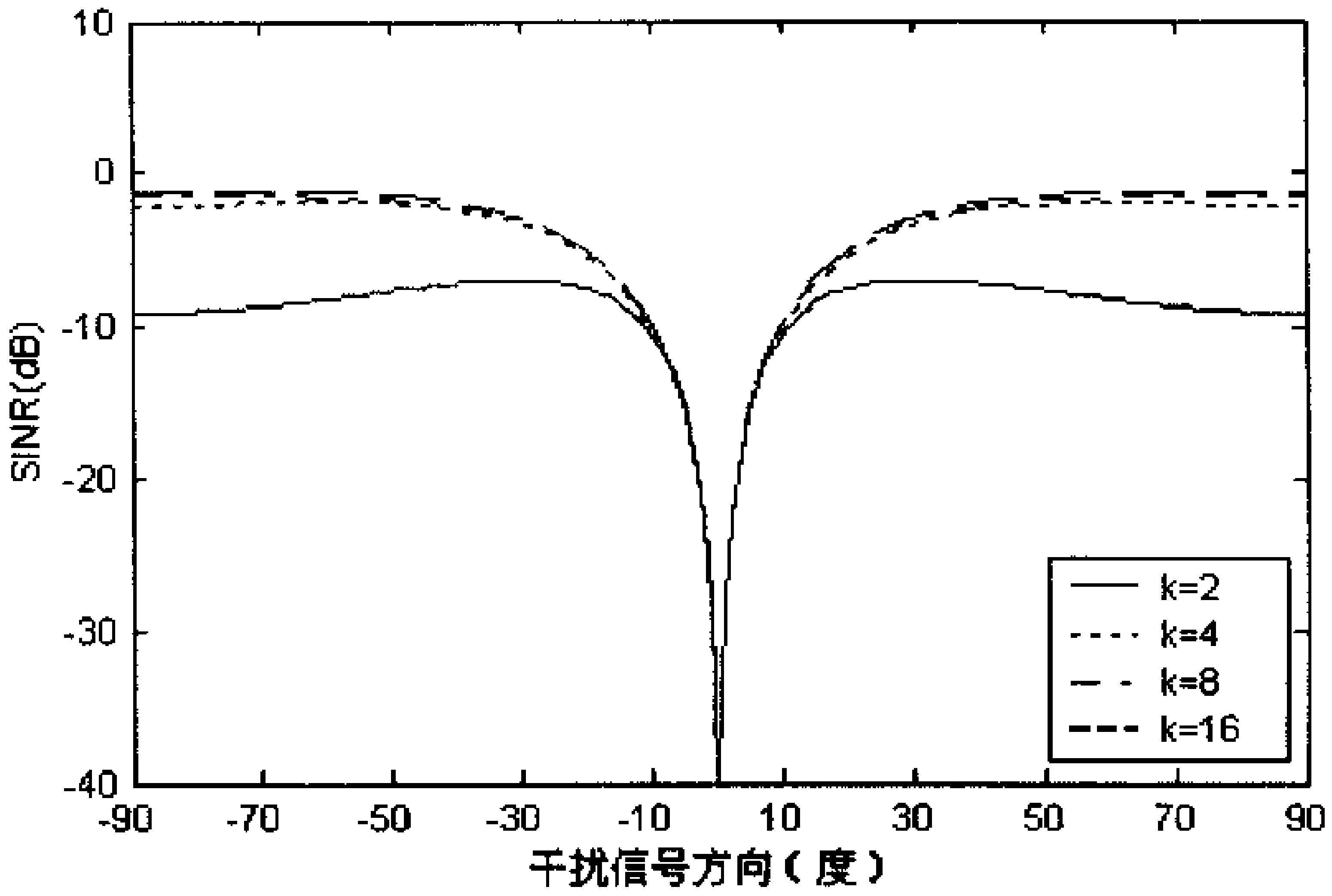

图 3.5　SINR 随干扰信号方向的变化曲线

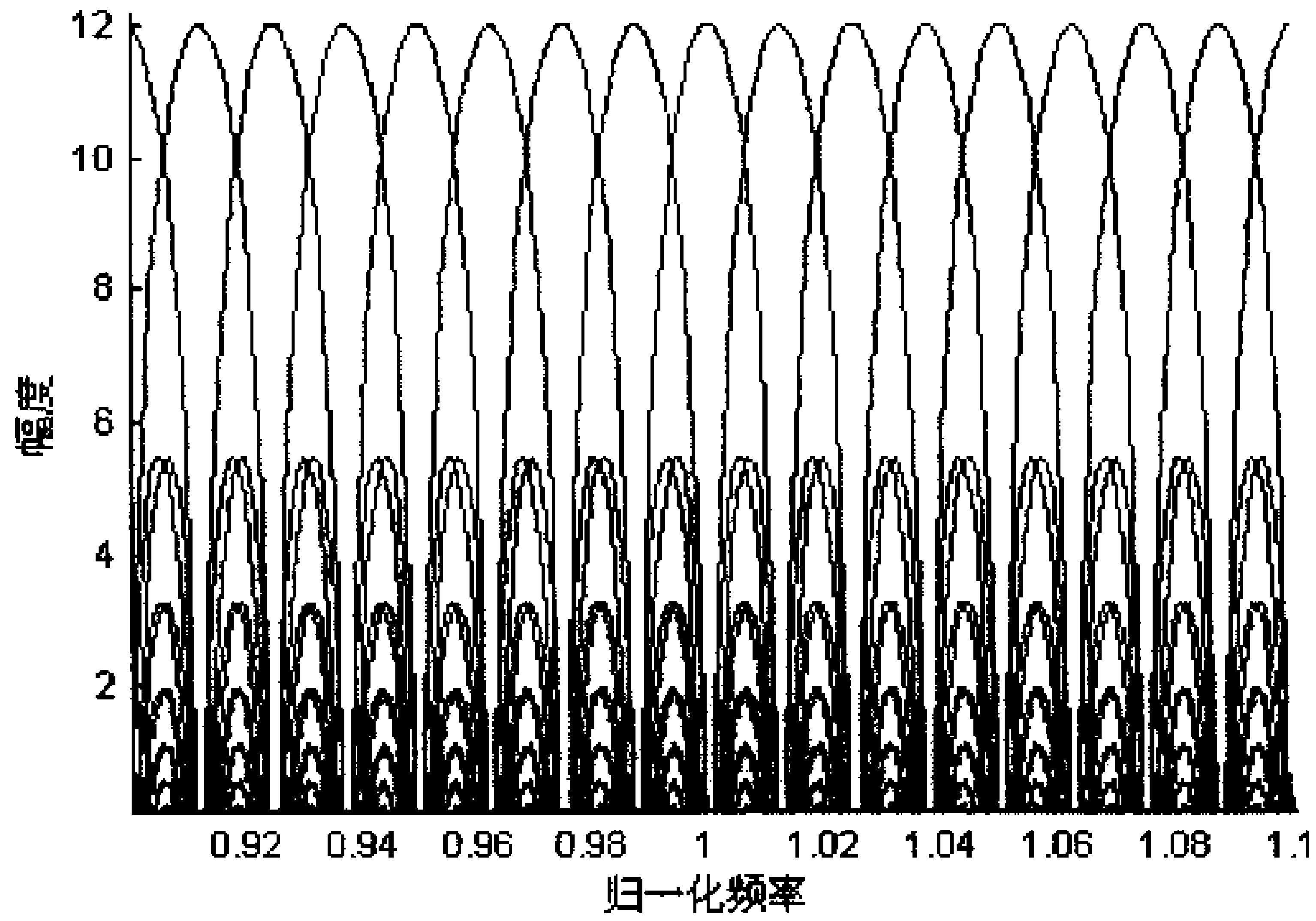

图 3.6　$H_1(\omega),\ldots,H_K(\omega)$ 在频域的分布

3.4 本章小节

在本章中，主要研究了在阵元通道内采用 FFT 技术，提高自适应阵列抑制宽带干扰能力的有效方法。以及采用 FFT 技术与抽头延迟技术在自适应阵列信号处理中的等效关系。并通过理论推导以及计算机仿真加以验证。

第四章 稳健的窄带波束形成算法研究

4.1 引言

在最佳波束形成技术当中，为了让波束形成器有效的抑制干扰和噪声保留期望信号，我们通常会对信号的特性做一定的假设。例如，信号是平面波，信号与阵元通道有很好的匹配特性，阵元位置无误差，假设的信号方向和观察方向一致。当这些条件不满足的时候，如期望信号的实际方向与约束方向有误差时，自适应波束形成会把实际期望信号作为干扰，在其方向上形成零陷，导致期望信号相消，这时自适应波束形成的性能会急剧下降。在导向矢量的指向误差造成自适应波束形成的性能下降的研究过程当中，相继出现了多点约束的方法，二次不等的约束方法。约束方法通过适当的约束条件使得自适应波束满足一定的稳健条件，如通过导数约束可使自适应波束主瓣变平变宽，从而减小自适应波束形成对阵列误差及波束指向误差的敏感性。最近，基于特征空间的稳健的自适应波束形成算法也被提出。

本文针对导向矢量的指向误差会造成自适应波束形成的性能下降的问题，研究了一种简单而有效的算法。它的基本思想基于：如果导向矢量和期望信号方向保持一致的情况下，最佳波束形成器的输出功率可达到局部最大。这种方法是在导向误差范围内，通过最大化阵列的输出功率，递归搜索正确的导向矢量。在导向误差存在的情况下，利用一阶 taylor 展开来近似导向矢量。这种算法的优点在于：计算量小，使用简单，特别是在干扰抑制方面没有自由度的损失，与基于导数约束的方法相比，这种方法与相位中心圆点的位置无关。

4 .2 稳健的波束形成算法

考虑一 M 元窄带天线线阵，有 $P+1$ 个互不相关的远场平面信号入射，包括一个期望信号和 P 个干扰信号，则阵列接收到的信号可表示为

$$X(t)=\sum_{i=0}^{P}a_i(t)s(\theta_i)+N(t) \tag{4.1}$$

其中 $a_i(t)$ 为信号的复包络，$s(\theta_i)$ 为信号的导向矢量，θ_i 为信号的入射方向，设 $i=0$ 时为期望信号，$i=1,\dots P$ 时为干扰信号，$N(t)=[n_1(t),n_2(t),\dots n_M(t)]^T$ 为背景噪声，T 表示转置矩阵，假设各阵元噪声为相互独立，功率相等的空时白噪声，并且与信号不相关。(4.1)式又可写为

$$X(t) = SA(t) + N(t) \tag{4.2}$$

式中 $S = [s(\theta_0), s(\theta_1), ...s(\theta_p)]$， $A(t) = [A_0(t), A_1(t), ..., A_p(t)]^T$ 。阵列的协方差矩阵为 $R = E\{X(t)X^H(t)\} = S\psi S^H + \sigma_n^2 I$

式中 $E\{.\}$ 表示数学期望， $\psi = E\{A(t)A^H(t)\}$ 是信号复包络的相关矩阵， σ_n^2 是噪声功率。 I 是单位阵， H 表示矩阵共轭转置。

自适应波束形成就是对阵元的接受信号进行加权求和，约束在某一方向信号增益恒定的情况下使阵列输出功率最小。即线性约束最小功率的波束形成技术。约束最优化问题归结为以下条件极值问题：

$$\min_w w^H Rw, \qquad subject \qquad to \qquad w^H s(f_0, \theta) = 1 \tag{4.3}$$

由拉格朗日乘子法，最佳权矢量可以表示为

$$\hat{w} = \frac{R^{-1}s(f_0, \theta)}{s^H(f_0, \theta)R^{-1}s(f_0, \theta)} \tag{4.4}$$

阵列的最大输出功率可表示为

$$P(\hat{w}) = \frac{1}{s^H(f_0, \theta)R^{-1}s(f_0, \theta)} \tag{4.5}$$

期望信号方向上的误差将会导致信号被当作干扰消除，以及阵列输出极低的信干噪比。因此，搜索期望信号的导向矢量是极为重要的。假设干扰信号远离期望信号。在导向矢量和期望信号保持一致的情况下，在期望信号的附近可以获得最大信干噪比(SINR)及输出功率。

最大化输出功率均值(4.5)可以等效为关于 s 最小化 $sR^{-1}s$ 。可以在假设的期望信号的附近搜索，并使其最小化。如果搜索间隔太大，同样会造成期望信号相消。搜索间隔太小，计算量又太大。

在假设信号方向 θ_0 很小的 $\Delta\theta$ 范围内，可以用一阶 taylor 展开来近似

$$s(\theta) = s(\theta_0 + \Delta\theta) \approx s(\theta_0) + \Delta\theta s_\theta(\theta_0) \tag{4.6}$$

$$s_\theta(\theta_0) = \frac{ds(\theta)}{d\vartheta}\Big|_{\theta=\theta_0} \tag{4.7}$$

把(4.7)带入到(4.3)得到

$$\min_{\Delta\theta}(s(\theta_0) + \Delta\theta s_\theta(\theta_0))^H R^{-1}s(\theta_0) + \Delta\theta s_\theta(\theta_0)) \tag{4.8}$$

由解(4.8)的极小值可以得到

$$\Delta\theta_0 = -\frac{\mathrm{Re}(s^H(\theta_0)R^{-1}s_\theta(\theta_0))}{s_\theta^H(\theta_0)R^{-1}s_\theta(\theta_0)} \tag{4.9}$$

$$\hat{s}(\theta)=s(\theta_0)-\frac{\mathrm{Re}(s^H(\theta_0)R^{-1}s_\theta(\theta_0))}{s_\theta^H(\theta_0)R^{-1}s_\theta(\theta_0)}s_\theta(\theta_0) \tag{4.10}$$

Re{.} 是复数的实部，最佳权矢量可以通过把(4.10)式带入(4.4)得到。如果指向误差非常小，可以直接由(4.10)式得到正确的导向矢量。如果指向误差很大，就不能一下由(4.10)的到正确的导向矢量，就要用递归的方法进行搜索。

综合上述，下面对基于倒导约束的方法和基于 taylor 展开的递归算法做一总结。

(一)基于导数约束的方法：

(1)用有限次快拍数据来得到估计的协方差矩阵 R

(2)再对导向矢量 $s(\theta)$ 关于 θ_0 进行求导

$$\Delta\theta_0=-\frac{\mathrm{Re}(s^H(\theta_0)R^{-1}s_\theta(\theta_0))}{s_\theta^H(\theta_0)R^{-1}s_\theta(\theta_0)}, \tag{4.11}$$

(3)得出 $s(\theta)=s(\theta_0+\Delta\theta_0)$

(4)得出自适应权值，并求出阵列的最大输出功率

$$\hat{w}=\beta R^{-1}\{s(\theta_0)-\frac{\mathrm{Re}(s^H(\theta_0)R^{-1}s_\theta(\theta_0))}{s_\theta^H(\theta_0)R^{-1}s_\theta(\theta_0)}s_\theta(\theta_0)\} \tag{4.12}$$

$$\beta=\{s^H(\theta_0)R^{-1}s\ (\theta_0)-\frac{[\mathrm{Re}(s^H(\theta_0)R^{-1}s_\theta(\theta_0))]^2}{s_\theta^H(\theta_0)R^{-1}s_\theta(\theta_0)}\}^{-1}$$

(二)基于 taylor 展开的递归算法：

(1)先用有限次快拍数据来得到估计的协方差矩阵 R

(2)再对导向矢量 $s(\theta_i)$ 关于 θ_i 进行求导

$$\Delta\theta_i=-\frac{\mathrm{Re}(s^H(\theta_i)R^{-1}s_\theta(\theta_i))}{s_\theta^H(\theta_i)R^{-1}s_\theta(\theta_i)}, \qquad i=0,1,2... \tag{4.13}$$

(3)判断 $|\Delta\theta_i|$ 是否大于 ξ，如果大于 ξ 则

$$s(\theta_{i+1})=s(\theta_i+\Delta\theta_i) \tag{4.14}$$

(4) 把 θ_{i+1} 带入第二步，重复(3)、(4)直到 $|\Delta\theta|<=\xi$，可以得到此时的 $s(\theta)$ 并求出阵列的自适应权值和输出信干噪比。

$$\hat{w}=\frac{R^{-1}s(\theta)}{s^H(\theta)R^{-1}s(\theta)} \tag{4.15}$$

如果在第三步中，$|\Delta\theta_i|<=\xi$ 则跳过第三步和第四步，直接进行第五步。

综合上述，对于较小的导向矢量的指向误差可以由(4.10)式一步即可得到校正

后的导向矢量，其效果和零加一阶导数约束方法一样。但是，对于较大的导向矢量的指向误差，就需要采取递归算法，搜索到正确的导向矢量。递归算法在干扰消除方面没有自由度的损失。基于导数约束的方法在干扰消除方面有自由度的损失，是由自由度损失换取阵列对指向误差的容限。在计算量方面：递归算法的计算量大于基于导数约束的方法。在稳健性方面：递归算法优于基于导数约束的方法。如果指向误差较小，用导数约束的方法也可以达到比较好的效果。

4.3 计算机仿真结果

下面对上面两种情况做计算机模拟仿真，以验证递归算法的优越性能。计算机仿真中，阵列协方差矩阵由采样信号估计得到，每一个仿真结果都是有 100 次独立试验结果平均得到，采样快拍数为 50。假设阵列为 10 个阵元的等距线阵，阵元间距为半波长。两个与期望信号不相关的窄带干扰信号分别来自$15^0,-15^0$，干噪比分别是 20dB 和 20dB。期望信号的方向为0^0，信噪比为 0dB。这里期望精度$\xi=0.01^0$。

图 4.1 为阵列的自适应方向图，图中在两个干扰信号到达的角度$15^0,-15^0$处形成两个深的零陷。图 4.2 描述了$\Delta\theta$的分子和分母随角度θ的变化曲线，图中实线表示$s^H(\theta)R^{-1}s(\theta)$，点划线表示$\mathrm{Re}(s^H(\theta)R^{-1}s_\theta(\theta))$，虚线表示$s_\theta^H(\theta)R^{-1}s_\theta(\theta)$。从图中可以看出，在实际信号方向上$\mathrm{Re}(s^H(\theta)R^{-1}s_\theta(\theta))$为零，左右两边分别为正值和负值。在$s^H(\theta)R^{-1}s(\theta)$两个峰值中间的部分，可以通过递归的方法进行自我修正，并且达到收敛。$s_\theta^H(\theta)R^{-1}s_\theta(\theta)$的波谷分别指向期望信号和干扰信号方向上。

图 4.3 给出了输出信干噪比随指向误差的变化的曲线，图中实线表示未修正的算法，点划线表示导数约束的方法，虚线表示递归算法。从图中可以看出，递归算法在角度$[-5^0,5^0]$的指向误差范围内，可以使阵列输出信干噪比达到最大，这明显优于导数约束的方法。但是，在比较小的指向误差的情况下，导数约束的方法和递归算法性能相当。这和前面的分析结果是一致的。计算机仿真中，导数约束的方法，其零相位参考点定为阵列的中心位置，而基于 taylor 展开的递归算法与相位中心圆点的位置无关。

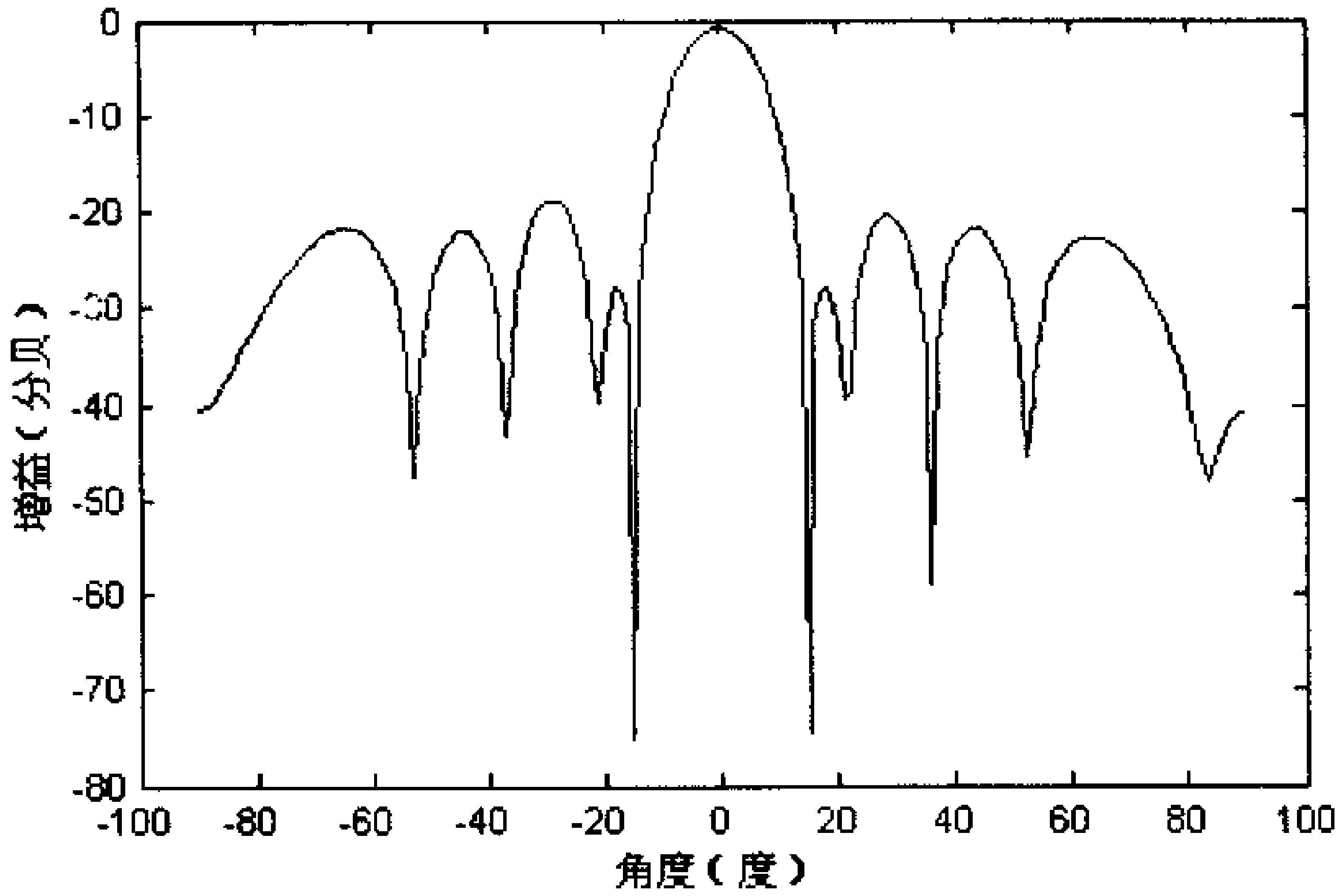

图 4.1 阵列的自适应方向图

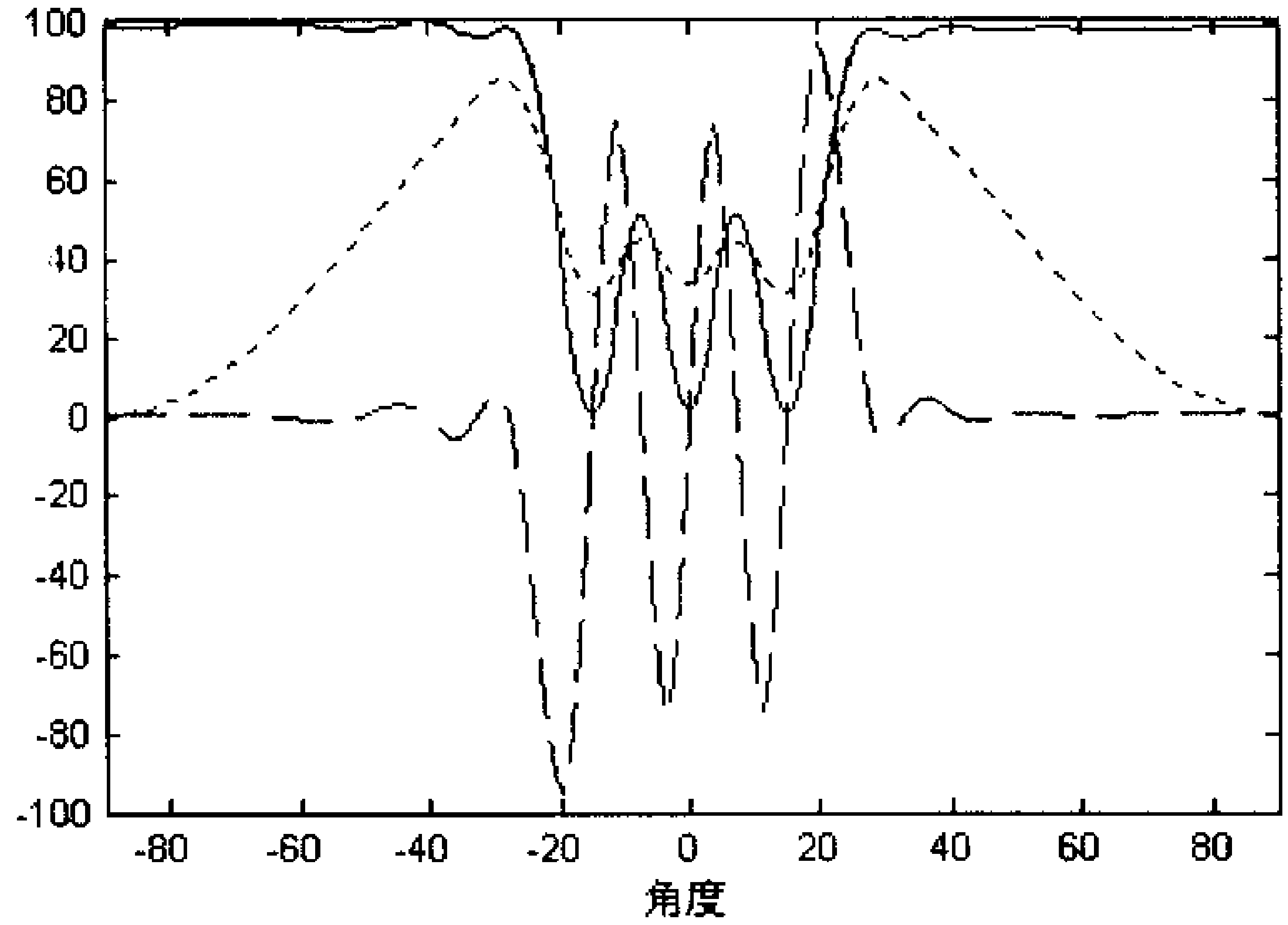

图 4.2 $\Delta\theta$ 的分子和分母随角度 θ 的变化曲线

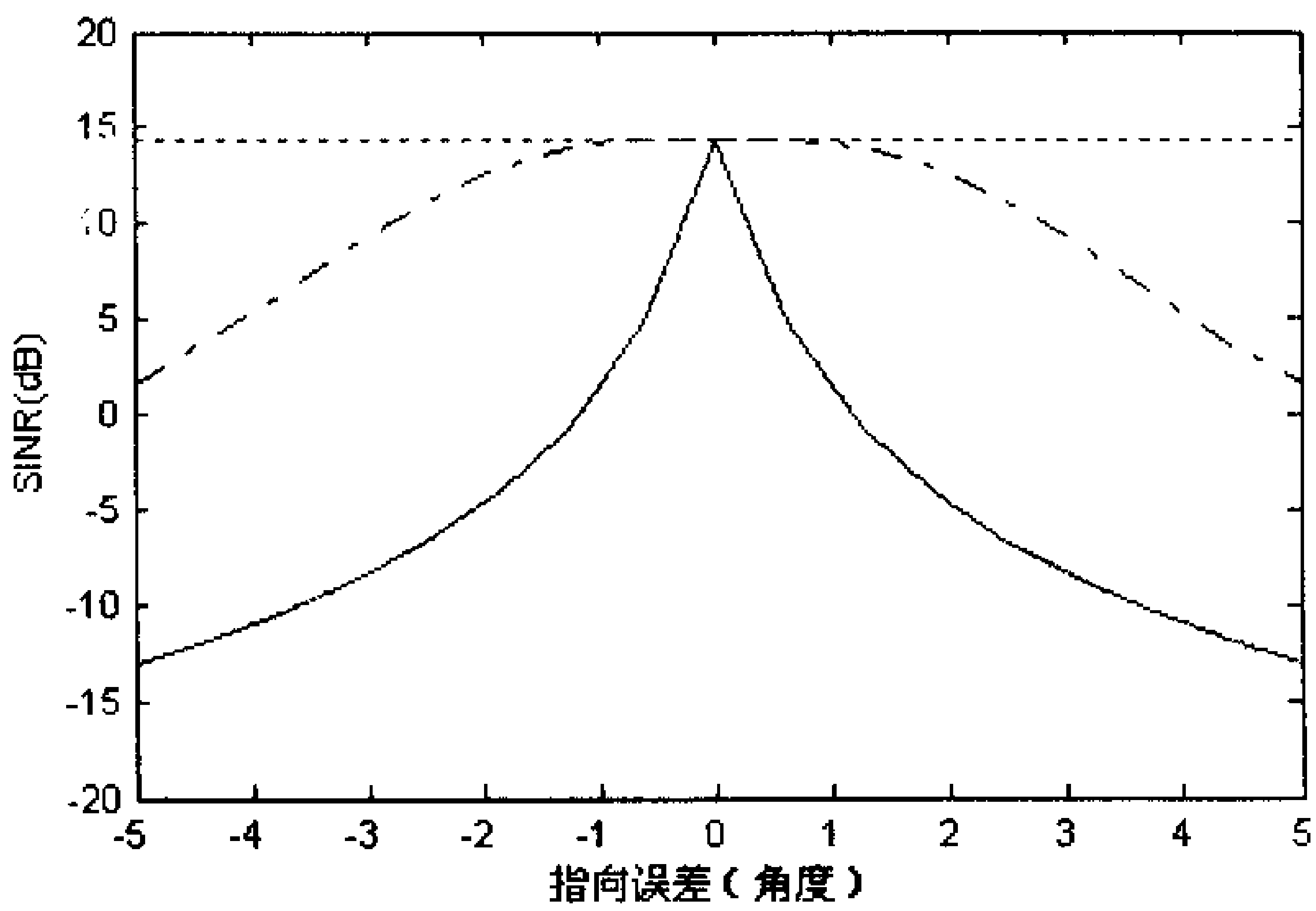

图 4.3 阵列输出信干噪比随指向误差的变化情况

4.4 本章小结

本文主要讨论了两种稳健的自适应算法，导数约束的算法和基于 taylor 展开的递归算法。与基于导数约束的算法相比，递归算法的优点在于：在干扰抑制方面没有自由度的损失，与相位中心圆点的位置无关。并且通过计算机的仿真验证了两种算法的优劣性。实验证明：存在较小的指向误差的情况下，基于 taylor 展开的递归算法输出的信干噪比在指向误差范围内可以保持恒定，并且为最佳信干噪比。这要优于导数约束的方法

第五章 稳健的宽带波束形成器算法研究

5.1 引　言

自适应处理，早期应用于雷达阵列天线中，采用自由度小的自适应处理器，自由度数小的自适应处理器限制了对大目标或广域杂波的响应。然而，近年对雷达的性能提出了更高的要求引起开发自由度数大的自适应处理器。这种处理器往往必须加入显式约束以避免主波束响应变劣。弗罗斯特(Frost)提出的一种约束最优化方案。它将一些约束条件(例如在自适应处理期间保持某些主波束特性)加在自适应权上。这就是我们现在运用的宽带自适应阵。Frost[7]的宽带阵模型奠定了宽带阵处理的基础。

近些年，自适应处理还在无线通信、语音识别、声纳领域得到了广泛的运用。为了获得较好的干扰抑制，自适应阵可以时时的在强干扰方向上形成深的零陷。在一些通信领域，期望信号的波达方向只能在一定的角度容限内获知。在声纳探测中，只有有限数目的波束可以用来扩宽它的总方位角。任何信号都不能完全和其中一个波束方向完全匹配，这样的不匹配将会造成信号被当作干扰消除掉。为了避免这种问题，自适应波束宽度就需要加宽，这样处理器就会消除主波束以外的干扰信号。用传统的 Frost 算法，当存在导向矢量的指向误差时，期望信号就会被当作干扰信号消除掉。为了增加处理器对方向失配的容限，几种稳健的方法相继被提出。基于导数约束的方法，该方法便于使用，但是在干扰消除方面有自由度的损失。最近，基于块矩阵的约束自适应滤波器的方法也被提出，这种方法对导向矢量误差具有稳健性，有很好的干扰抑制能力。但是，两个自适应模块的控制比较困难。

本章节主要针对宽带波束形成器的稳健性算法进行研究，提出了两种宽带波束形成的稳健性的处理方法，导数约束的方法和基于内插滤波器的方法。

5.2 约束的 LMS 算法

这里研讨的约束 LMS 算法，要求规定信号传来方向和频带，以便附加适当的约束条件。由于在观察方向频率响应和自适应权间有简单的关系，该算法能够保持选定的观察方向频率响应的同时，使输出噪声功率最小。假设观察方向选为垂直于传感器阵。这样，在传感器后的抽头延迟线的第一个抽头出现的信号分量全部相同(图 5.1 中 $x_1(t)=x_2(t)=\cdots x_K(t)$)，它们沿各线并行传播[故 $x_{(K+1)}(t)=x_{(K+2)}(t)=\cdots x_{2K}(t),\cdots,x_{(J-1)K+1}(t)=x_{(J-1)K+2}(t)=\cdots x_{JK}(t)$]。除观察方向以

外，任何方向传到传感器的噪声波形，在任一纵列抽头上，通常产生不相等的电压分量。因此就信号而言，自适应处理器表现为单一等效抽头延迟线，线上每一个自适应权恰等于原处理器对应纵列全部权之和，如图 5.2 所示。等效抽头延迟线中，这 J 个和权的每一个，应赋予适当的值，以便在观察方向给出要求的频率响应特性，由此得到 J 个约束条件。当观察方向不在传感器的垂直方向的场合(前面分析的曾假定在垂直方向)，可以在抽头延迟和传感器之间加“空间校正滤波器”的预处理部分。空间校正滤波器的各延迟时间可以调到使预处理器输出的每个通道的信号分量同相。下面仅讨论观察方向在垂直方向的情况。

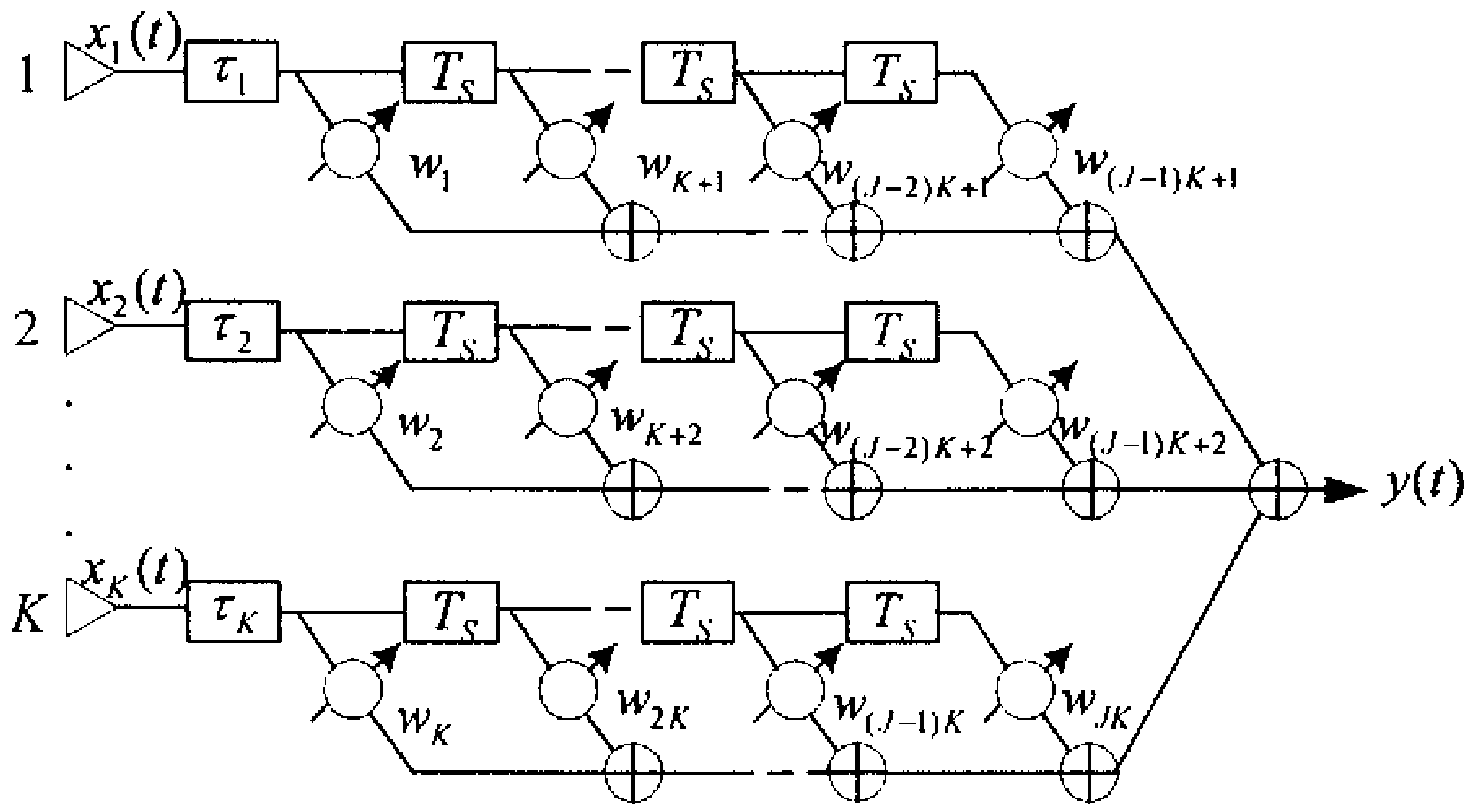

图 5.1 每个阵元有 J 个可调权的 K 元宽带自适应阵

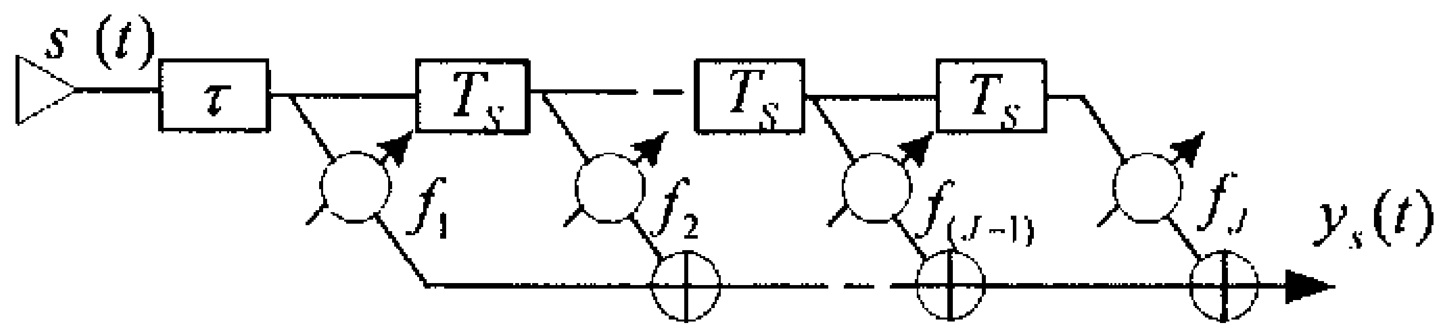

图 5.2 信号方向的等效抽头延迟线

假定要求阵列在特定方向(叫做观察方向)保持一定的频率特性响应(波束方向图)。如图 5.1 所示的自适应信号处理器，有 K 个传感器，每个传感器都后接延迟线，各有 J 各抽头。总共有 KJ 个可调权。其中，J 个约束条件来确定观察方向频率响应。剩下的 KJ-J 个自由度选择权值使阵列输出功率最小。由于 J 个约束条件可以有效确定观察方向的频率响应，使总输出功率最小就相当于使非观察方向噪声功率最小(如果在各抽头的信号电压与响应的抽头的噪声电压不相关的话)。若阵中存在与信号相关的噪声，则阵列输出的信号分量的部分或者全部可能对消。与信号相关的噪声并不经常存在。不过多径传播信号及相干雷达或相干声纳的杂波

应包括在相关噪声之列。

正常的噪声对消，要求在自适应处理器抽头的噪声电压彼此相关(虽然它们与信号电压不相关)。这类噪声源包括电火花、人为干扰、附近车辆噪声、局部空间非相干杂波以及阵列结构的自噪声等。抽头间不相关噪声电压(如放大器热噪声)，或是由于在阵列输出噪声电压非相干相加，或是由于降低加于某些抽头的加权来减弱那些较大电平的不相关噪声功率，至少可以部分地被自适应阵所抑制。

5.2.1 最优权矢量的解

如图 5.1 所示的阵列结构，在任一抽头处的信号可以表示为观察方向信号和非观察方向噪声之和。

$$x(t)=s(t)+n(t) \tag{5.1}$$

第 k 个传感器上的第 j 个抽头上的信号分量可以表示为

$$x_{kj}(t)=s(t-[j-1]T_S-[k-1]\tau)+n_{kj}(t), k=1,2,...K, j=1,2,...J \tag{5.2}$$

$n_{kj}(t)$ 表示第 k 个传感器上第 j 个抽头上总的干扰和噪声之和。

$$X=[\overbrace{x_{11},...,x_{K1}}^{J},\overbrace{x_{12},...,x_{K2}}^{J},...\overbrace{x_{1(J-1)},...,x_{KJ}}^{J}]^T \tag{5.3}$$

在每一个抽头，权矢量用 W 表示，即有

$$W^T=[w_{11},w_{K1},...,w_{KJ}] \tag{5.4}$$

x,s,n 的协方差矩阵分别表示为：$R_{xx}=E\{x(t)x^T(t)\}$，$R_{ss}=E\{s(t)s^T(t)\}$，$R_{nn}=E\{n(t)n^T(t)\}$。

假设观察方向信号矢量假定与非观察方向噪声矢量不相关

$$E\{n(t)s^T(t)\}=0 \tag{5.5}$$

设噪声环境使得 R_{xx}、R_{nn} 均为正定的对称阵。阵输出功率的期望值由下式给出

$$E\{y^2(t)\}=E\{W^TX(t)X^T(t)W\}=W^TR_{XX}W \tag{5.6}$$

现在假定第 j 列抽头各权值之和等于一选定的值 f_j。此约束条件可以表示为

$$c_j^TW=f_j, \qquad j=1,2,...J \tag{5.7}$$

式中 KJ 维矢量 c_j 由下式给出：

$$c_j=[\underbrace{0...0}_{(j-1)K0S}\quad \underbrace{1...1}_{K1S}\quad \underbrace{0...0}_{(J-j)K0}]^T \tag{5.8}$$

即第 j 组的 K 个元素均为 1

满足式(5.8)约束的全部权矢量的 J 个方程，为一个 $J*KJ$ 维矩阵 C_0，其第 j 列矩

为c_j，C_0可表示为：

$$C_0 = [c_1, ..., c_j, ...c_J] \tag{5.9}$$

观察方向所需的频率响应F为J维矢量，可表示为：$F = [f_1, ..., f_j, ...f_J]$，其中$f_j$表示第$j$列加权和。约束条件可以写为如下形式：

$$C_0^T W = F \tag{5.10}$$

这样，观察方向频率响应由式(5.9)给出，而非观察方向噪声功率的最小化则等效为使式(5.6)给出总输出功率。于是约束最优化问题归结为以下条件极值问题。

$$\begin{aligned} &\underset{w}{Min} \quad W^T R_{XX} W \\ &subject \quad to \quad C_0^T W = F \end{aligned} \tag{5.11}$$

用拉格朗日乘子法可以找到满足上式的最优权矢量W_{opt}

$$W_{opt} = R_{XX}^{-1} C_0 (C_0^T R_{XX}^{-1} C_0)^{-1} F \tag{5.12}$$

最佳波束形成的输出功率为

$$P_{opt} = F^T (C_0^T R_{XX}^{-1} C_0)^{-1} F \tag{5.13}$$

如果权矢量 F 的选择使得阵列对观察方向的频率响应特性为全通和直线相移(无畸变)的话，则约束 LMS 信号处理器便是高斯噪声总平稳过程的最大似然(ML)估计(若到达角已知)。其他种种最优处理器亦可通过适当选择矢量 F 而得到。值得指出的是最优加权矢量解(5.11)，对实际信号方向偏离C_0所规定的方向，对阵参量的各种随机误差都很敏感。所以，在此基础上稳健的自适应波束形成算法的研究就显得更为重要了。

5.3 基于导数约束的自适应波束形成算法

如图 5.1 所示的自适应信号处理器，有 K 个传感器，每个传感器都后接延迟线，各有 J 各抽头。总共有 KJ 个可调权。抽头延迟间隔为T_S。空间延迟差如下：

$$\tau_i = \frac{\hat{u}(\theta,\phi)\tilde{r}_i}{v}, \qquad i = 1,2,...,K \tag{5.14}$$

τ_i是阵元间距引起的波程差，v是信号传播速度，(θ,ϕ)相对于原点的信号方向，$\tilde{r}_i$是相对于原点的第i个阵元的位置，如图 5.3 所示。

$$\tau_i = \frac{[(x_i\cos(\phi) + y_i\cos(\phi))\sin(\theta) + z_i\cos(\theta]}{v}, \qquad i = 1,2,...,K \tag{5.15}$$

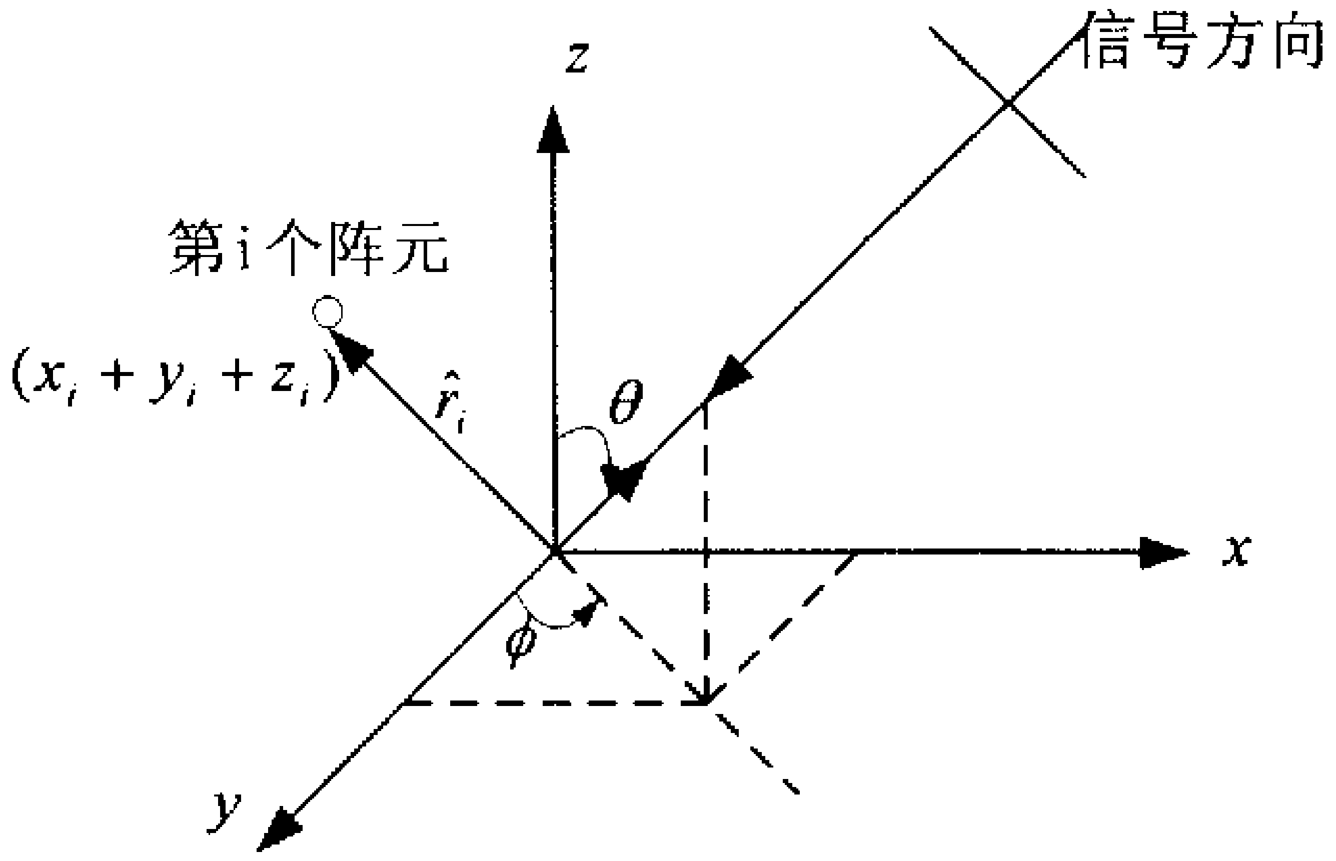

图 5.3 阵列的参考坐标

假设 K 元等距线阵，阵元间距为 d，观察平面$\theta=90^0$,观察方向为$\phi=0$。阵列中间位置被定为相位零参考方向(原点位置)。如图 5.4 所示

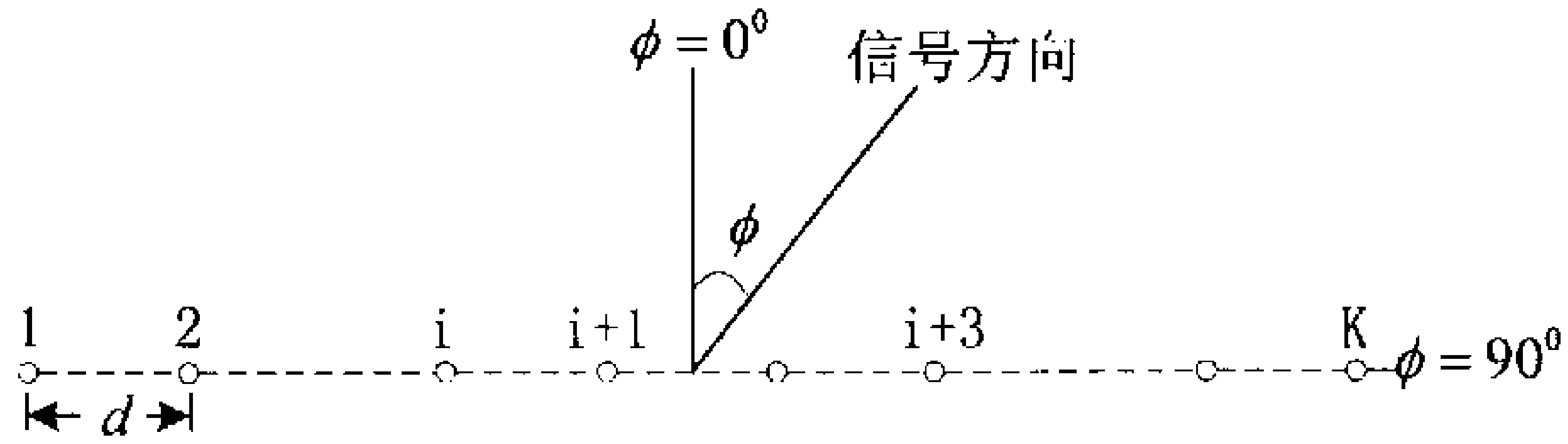

图 5.4 K 元等距线

(1) 一阶约束

$$\lambda_\phi^T(\phi_0)w_k=0, \qquad k=1,2,\ldots J \tag{5.16}$$

这里$\lambda_\phi^T(\phi_0)$为 K 维矢量

$$\lambda_\phi^T(\phi_0)=[\frac{\partial\tau_1}{\partial\phi}|(\phi_o),\frac{\partial\tau_2}{\partial\phi}|(\phi_o),\ldots,\frac{\partial\tau_K}{\partial\phi}|(\phi_o),] \tag{5.17}$$

这里的$\frac{\partial\tau_1}{\partial\phi}|(\phi_o)$,

$$\frac{\partial\tau_k}{\partial\phi}\bigg|(\phi_o)=\frac{d}{v}[k-\frac{K+1}{2}]\cos(\phi_0), \qquad k=1,2,\ldots K \tag{5.18}$$

(2) 二阶约束

$$\sigma_\phi^T(\phi_0)w_k=0, \qquad k=1,2,\ldots J \tag{5.19}$$

$$\psi_\phi^T(\phi_0)w_k = 0, \qquad k = 1,2,\ldots J \tag{5.20}$$

这里 $\sigma_\phi^T(\phi_0)$ 为 K 维矢量

$$\sigma_\phi^T(\phi_0) = [(\frac{\partial\tau_1}{\partial\phi})^2|(\phi_o),(\frac{\partial\tau_2}{\partial\phi})^2|(\phi_o),\ldots,(\frac{\partial\tau_K}{\partial\phi})^2|(\phi_o),] \tag{5.21}$$

$$(\frac{\partial\tau_k}{\partial\phi})^2\bigg|(\phi_o) = \frac{d^2}{v^2}[k-\frac{K+1}{2}]^2\cos^2(\phi_0), \qquad k = 1,2,\ldots K \tag{5.22}$$

这里 $\psi_\phi^T(\phi_0)$ 为 K 维矢量

$$\psi_\phi^T(\phi_0) = [\frac{\partial^2\tau_1}{\partial\phi^2}|(\phi_o),\frac{\partial^2\tau_2}{\partial\phi^2}|(\phi_o),\ldots,\frac{\partial^2\tau_K}{\partial\phi^2}|(\phi_o),] \tag{5.23}$$

$$\frac{\partial^2\tau_k}{\partial\phi^2}\bigg|(\phi_o) = -\frac{d}{v}[k-\frac{K+1}{2}]\sin(\phi_0), \qquad k = 1,2,\ldots K \tag{5.24}$$

在观察方向的零加一阶加二阶约束矩阵可以表示为： $D=[C_0,C_1,C_2]$，其中 C_0 由(5.9)式给出，C_1、C_2、C_3 分别由下式给出：

$$C_1 = \begin{bmatrix} \lambda_\phi & 0 & . & . & 0 \\ 0 & \lambda_\phi & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & \lambda_\phi \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} \sigma_\phi & 0 & . & . & 0 \\ 0 & \sigma_\phi & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & \sigma_\phi \end{bmatrix},$$
$$C_3 = \begin{bmatrix} \psi_\phi & 0 & . & . & 0 \\ 0 & \psi_\phi & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & \psi_\phi \end{bmatrix} \tag{5.25}$$

λ_ϕ，σ_ϕ，ψ_ϕ 分别由式(5.17)、(5.21)、(5.23)给出

综合上述，最佳导数约束权矢量可以表示为：

$$\hat{W}_{opt} = R_{XX}^{-1}D(D^T R_{XX}^{-1}D)^{-1}F \tag{5.25}$$

$$P_{opt} = F^T(D^T R_{XX}^{-1}D)^{-1}F \tag{5.26}$$

其中 $F^T=[H^T,0^T,0^T]$，$H=[h_1,h_2,\ldots,h_J]$ 是观察方向上的频率响应

$$\left.\begin{matrix} h_k = 0 & \quad k \neq k_0 \\ h_k = 1 & \quad k = k_0 \end{matrix}\right\} \qquad k = 1,2,\ldots J \tag{5.27}$$

k_0通常选择在大约为$J/2$，这样在观察方向ϕ_0处具有平坦响应。

5.4 基于内插滤波器的稳健的自适应波束形成算法

在阵元通道内采用抽头延迟技术，这些导向时间延迟是为了使期望信号分量$s(t-\tau_k)$在每一个传感器上的输出在相位上是一致的。所以加在传感器输出端的延迟需要对实际的延迟差 τ_k完全的补偿。这些附加的延迟可以由已知的期望信号的DOA方向以及阵列导向矢量来计算。然而实际上，例如，在存在导向矢量误差的时候，τ_k不可能被很好的补偿，而导致期望信号在每个传感器的输出端不能在相位上一致，这样期望信号会被当作干扰消除掉。基于内插滤波器的稳健的自适应波束形成算法可以有效的解决上述问题。

假设，在存在导向误差的时候，传感器接收到的信号分量为$X'(t)$，$X'(t)$中的期望信号分量和实际期望信号在存在相位误差。$X(t)$是$X'(t)$通过时延后的信号矢量。$X(t)$中的期望信号分量和实际期望信号在相位上是完全匹配的。因此由式(5.1)给出的最佳权矢量W_{opt}和C_0对信号$X(t)$是成立的，但是对$X'(t)$是不成立的。通过一个线性变换矩阵使$X(t)$和$X'(t)$可以近似等价起来。

$$X'(t)=YX(t) \tag{5.28}$$

矩阵 Y 是$KJ*KJ$维的。

$$Y=[y_{11}^T \quad \dots \quad y_{K1}^T \quad y_{12}^T \quad \dots \quad y_{K2}^T \quad \dots \quad y_{1J}^T \quad \dots \quad y_{KJ}^T]^T \tag{5.29}$$

$$y_{k,j}=[g_1 \quad \dots g_i \quad \dots g_J], \quad (k=1,\dots,K, \quad j=1,\dots,K) \tag{5.30}$$

其中$g_i(i=1,\dots J)$是$1*K$维行矢量，g_i由下式给出

$$g_i=[0 \quad \dots \quad 0 \quad h_k(i-j) \quad 0 \quad \dots \quad 0] \tag{5.31}$$

$h_k(n)$是有限长的插入滤波器系数，通过Δ_k把信号沿时间轴时延来补偿空间时延。

$$h_k(n)=\frac{\sin[\pi(n-\Delta_k/T_S)]}{\pi(n-\Delta_k/T_S)}, \quad n=\dots,-1,0,1,\dots \tag{5.32}$$

则约束矩阵变为 $C=YC_0$ (5.33)

由于Δ_k是未知的，Y 不能直接通过(5.29～5.32)算出，因此 C 也不能通过(5.33)得出。为了解决这个问题，假设Δ_k非常小，则$\|C-C_0\|$也非常小，这就意味着C在C_0附近。当约束矩阵C使得阵列信号在一般的导向矢量误差范围内，期望信号的阵列输出将会有微小的失真，否则，期望信号就会被当作干扰信号消除掉。选择不同的C，最佳输出功率P'_{opt}将具有局部最大值。本方法的基本思想就是：在约

束矩阵C_0附近局部进行递归搜索使阵列输出的功率最大。

最大化输出功率可以转化为最小化输出功率的导数，于是约束最优化问题归结为以下条件极值问题。

$$\begin{aligned} &\underset{\Delta k}{Min}\frac{1}{P'_{opt}} = \underset{\Delta k}{Min}\frac{1}{F^T(C_0^T Y^T R_{X'X'}^{-1} YC_0)^{-1}F} \\ &subject \quad to \quad \|YC_0 - C_0\| \le \delta \end{aligned} \tag{5.34}$$

上式就归结为多维非线性最佳值的问题，利用梯度方法搜索最佳Δ_k。对$1/P'_{opt}$关于Δ_k求导

$$\frac{\partial}{\partial \Delta_k}(1/P'_{opt}) = -\frac{1}{P'^2_{opt}}\frac{\partial P'_{opt}}{\partial \Delta_k} \tag{5.35}$$

$$\frac{\partial P'_{opt}}{\partial \Delta_k} = -FQ^{-1}\frac{\partial Q}{\partial \Delta_k}Q^{-1}F \tag{5.36}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \Delta_k} = C_0^T\frac{\partial Y^T}{\partial \Delta_k}R_{X'X'}^{-1}YC_0 + C_0^T Y^T R_{X'X'}^{-1}\frac{\partial Y}{\partial \Delta_k}C_0 \tag{5.37}$$

$\frac{\partial Y}{\partial \Delta_k}$可以通过式(5.29～5.32)来计算，下面给出$\frac{\partial h_k(n)}{\partial \Delta_k}$

$$\frac{\partial h_k(n)}{\partial \Delta_k} = \begin{cases} 0, & n - \dfrac{\Delta_k}{T_S} = 0 \\ v, & n - \dfrac{\Delta_k}{T_S} \ne 0 \end{cases} \tag{5.38}$$

$$v = -\cos[\pi(n-\Delta_k/T_S)]/[T_S(n-\Delta_k/T_S)] + \sin[\pi(n-\Delta_k/T_S)]/[\pi T_S(n-\Delta_k/T_S)^2]$$

做为时间延迟差，Δ_k相互关联的。所以要先固定其中的一个，使$\Delta_1 = 0$，再调整$\Delta_k, k = 2,3,...K$，局部搜索到阵列的最大输出功率。用递归搜索的方法其递归的过程是收敛的。

综合上述基于基于内插滤波器的稳健的自适应波束形成的算法总结如下：

(1) 先计算出阵列的协方差矩阵

(2) 对$1/P'_{opt}$关于$\Delta_k, k = 1,2,3,...K$求偏导，Δ_k更新为

$$\Delta_k^n = \Delta_k^{n-1} - u\frac{\partial}{\partial \Delta_k}(\frac{1}{P'_{opt}}) \tag{5.39}$$

上式中u表示步长因子，使用来控制收敛速度的。$\Delta_1^n = 0$，对于初始值$\Delta_k, k = 2,3,...K$也被定义为零。

(3) 束矩阵可以更新为

$$C^{[n]} = Y^{[n]}C_0 \tag{5.40}$$

$Y^{[n]}$是用新计算出的Δ_k^n通过(5.29～5.32)计算得到的。

(4) 判断$\|YC_0 - C_0\| \le \delta$是否成立。如果不成立，说明阵列接收到的信号全部为干扰信号。在这种情况下，$C^{[n]}$被设为C_0。如果成立，说明接受到的信号在期望信号附近。重复第二步，第三步直到$C^{[n]}$收敛于C_{opt}。

(5) 算出最佳权值及阵列的输出功率。

在存在导向矢量误差的时候，此方法可以有效的提高线性约束的自适应波束形成的稳健性。这种方法主要是通过时延函数调整约束矩阵，从而可以有效的避免目标信号相消。

5.5 计算机仿真结果

下面对上面两种情况做计算机模拟仿真，来比较两种算法的优劣性。计算机仿真中，假设观察方向为0^0。阵元通道内噪声功率为－30dB。信号为带宽为125M的矩形谱，中心频率为250M。信号功率为0dB。图5.5和图5.6描述了信号随着阵列指向误差的变化情况。

图5.5是基于导数约束的方法。计算机仿真中，假设阵列为10个阵元的等距线阵，阵元间距为半波长，每个阵元都后接延迟线，各有7个抽头，总共有70个可调权。观察方向为0^0。图中虚线为零阶约束，点划线为一阶约束，实线为两阶约束。从图中可看出，无约束时，当信号相对与观察方向有较小的偏差，波束形成就会把信号当作干扰消除掉，阵列的输出功率急剧衰减。引入导数约束的效果是增加了在特定观察方向上的波束宽度。导向矢量存在较小的误差的情况下，信号不会被当作干扰消除掉，阵列的输出功率衰减较少。但是，同时也可以看出，波束宽度的增加带来的是阵列增益的损失。加入越多的导数约束，在远离阵列法线的方向上功率就越高。

图5.6是基于内插滤波器的方法。计算机仿真中，假设阵列为4个阵元的等距线阵，阵元间距为半波长，每个阵元都后接延迟线，各有17个抽头，总共有68个可调权。δ是用来控制角度的容限，计算机仿真中$\delta=1.4$，角度容限为$[-10^0,10^0]$。图中实线为基于内插滤波器的方法，虚线为传统方法。从图中可看出，引入内插滤波函数的效果是增加了在特定观察方向上的波束宽度。在观察方向的附近的$[-10^0,10^0]$内阵列的输出功率基本可以达到最佳。当信号从$[-10^0,10^0]$到达，阵列都会以信号的形式输出，而不会随指向误差的增大而使其输出功率衰减。在$[-10^0,10^0]$以外的角度范围内，波束形成就会对所有的信号进行抑制。阵列的输出功率以极小的值输出。

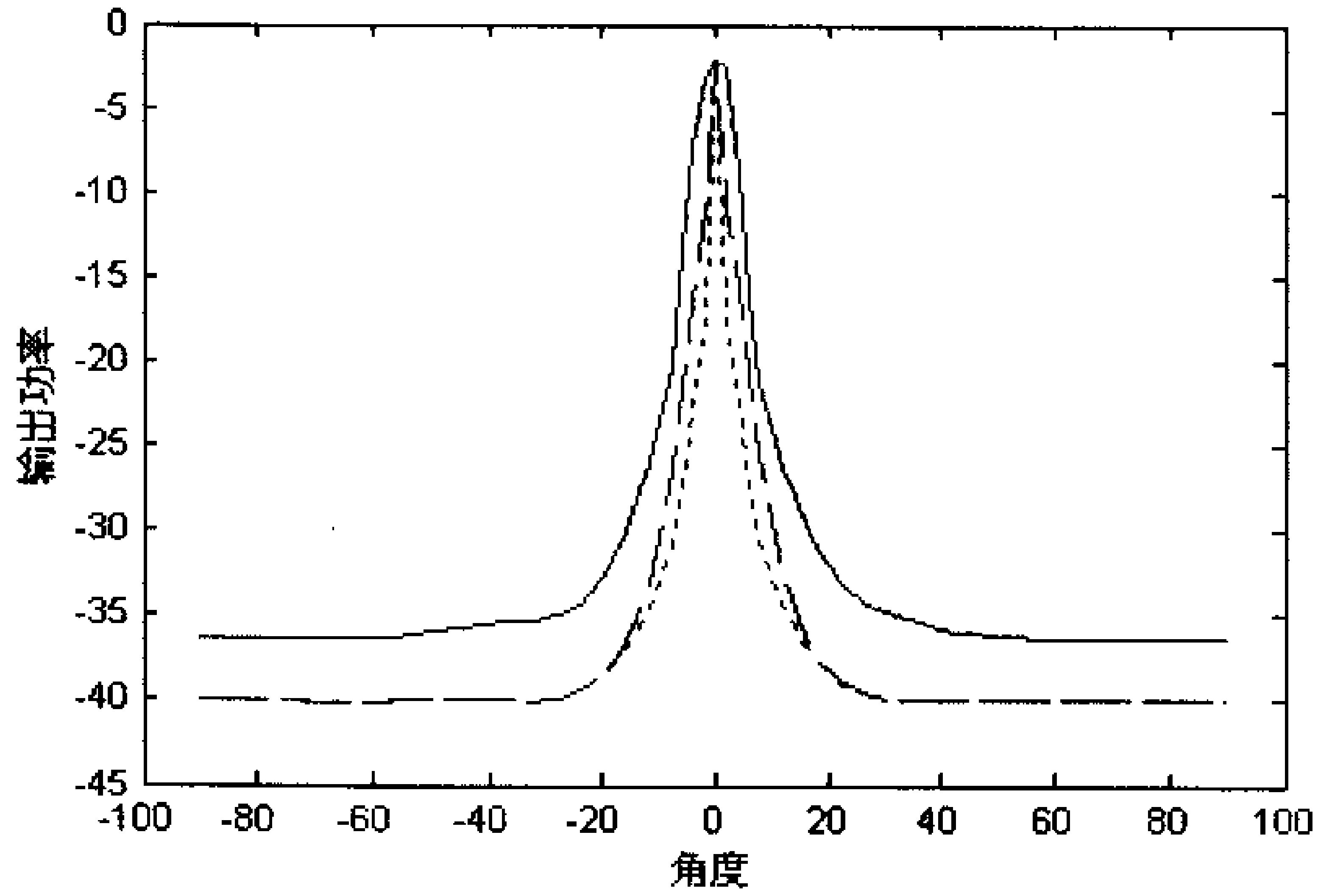

图 5.5 阵列输出功率随信号角度的变化情况

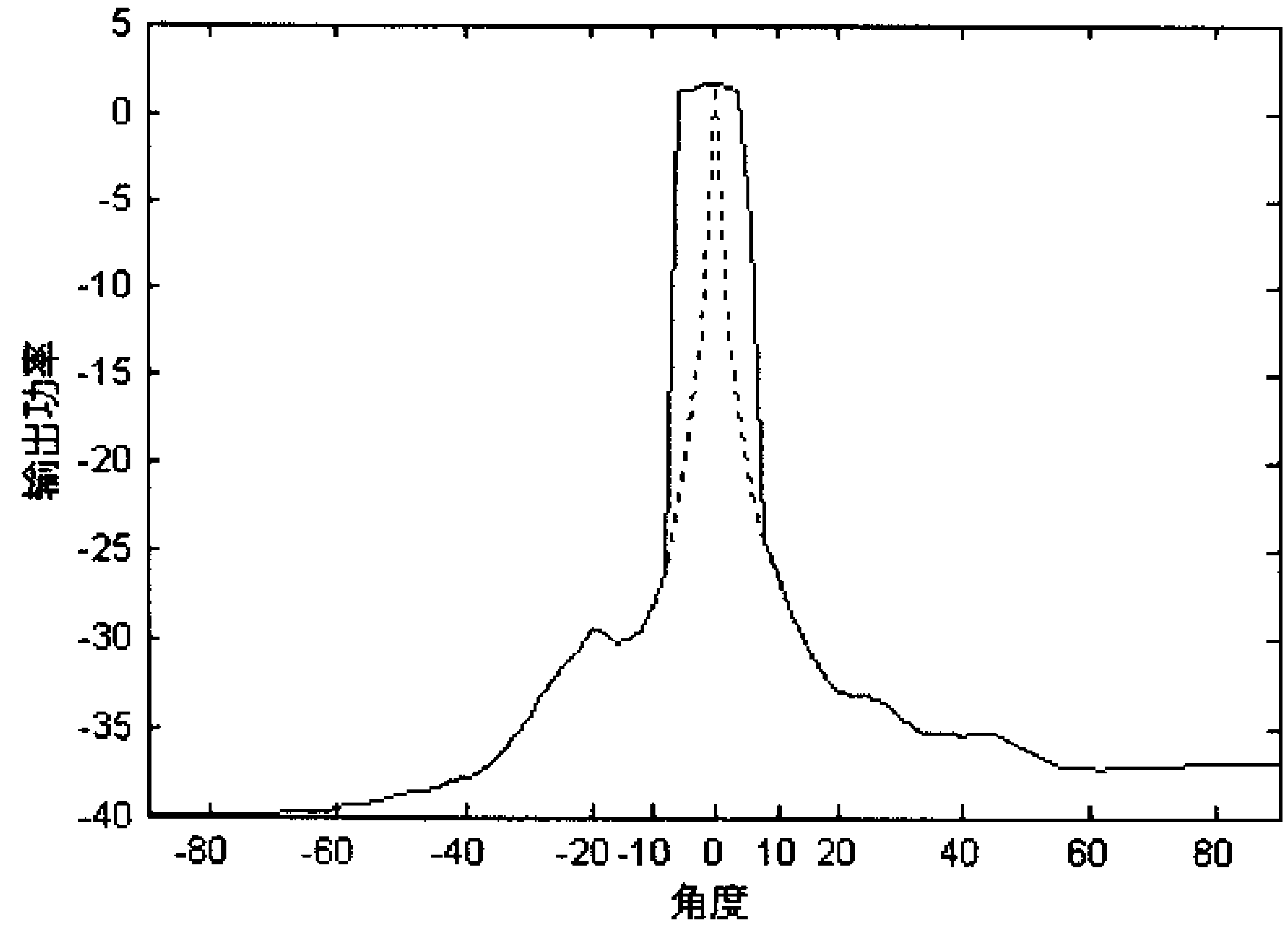

图 5.6 阵列输出功率随信号角度的变化情况

5.6 本章小节

本章对宽带波束形成器稳健性算法进行了研究，对基于导数约束的方法和基于内插滤波器的方法的优劣性进行了比较。基于导数约束的方法实现简单，但是随着约束阶数的增加，会带来自由度的损失。基于内插滤波器的方法比起导数约束的方法无自由度的损失。最后通过计算机仿真试验对两者的可行性进行了验证。

第六章 基于特征空间的自适应天线旁瓣相消算法

6.1 引言

在现代战争中，雷达总是面临有各种有源干扰和无源干扰。因此雷达需要采用相应的反干扰措施来消除或减弱这些干扰的影响。几十年以来，人们已经提出了多种有效的反干扰措施。其中，自适应天线旁瓣相消技术[16-17]是一种有效的抗干扰手段，它能有效地抑制从天线旁瓣进入的各种形式的干扰，使雷达在强干扰的环境中仍能正常地工作。自适应天线旁瓣相消的关键技术就是自适应权矢量的计算方法，目前经常采用的方法是利用主通道和辅助通道的有限次快拍数据来估计得到自适应权矢量，这就是常规自适应天线旁瓣相消算法，它和自适应波束形成中的采样协方差矩阵求逆(SMI)算法相对应。与 SMI 算法一样，常规自适应天线旁瓣相消算法在快拍数不多的情况下，辅助通道协方差矩阵的小特征值及对应特征矢量发生扰动，使得小特征值所对应的特征矢量参与了自适应权矢量的计算，从而使自适应天线旁瓣相消系统的干扰对消性能下降和波束方向图畸变或失真。这说明常规自适应天线旁瓣相消算法不能在较短的时间内或较少的快拍情况下收敛。而在实际雷达应用中，经常会遇到间隙式或扫频式干扰(对实际接收的干扰而言也相当是间隙式的)，同时由于远区强地物杂波回波对自适应干扰相消的影响，使得可用来估计权矢量的快拍数较少，这就要求旁瓣相消系统在较少的快拍情况下能达到稳定状态，而常规自适应天线旁瓣相消算法则很难满足这个要求。为了提高自适应天线旁瓣相消系统的收敛速度，本文提出了一种基于特征空间技术的自适应天线旁瓣相消算法。该算法把常规自适应天线旁瓣相消算法的权矢量向由干扰特征矢量组成的干扰子空间投影，避免了由小特征值对应的特征矢量组成的噪声子空间对权矢量的影响，加快了自适应天线旁瓣相消系统的收敛速度。

在本文中，为了讨论问题方便，我们认为干扰信号是互不相关的窄带干扰，这对一般的雷达系统都是成立的。

6.2 常规自适应天线旁瓣相消算法

自适应天线旁瓣相消系统的结构框图如图 6.1 所示，包括一个主天线通道和多个(这里设为 k 个)辅助天线通道，主天线具有很强的方向性，用来确定目标信号指向，辅助天线无方向性，其增益与主天线的旁瓣大体相当。所以，当同时从旁瓣

方向接收到干扰时，主通道和辅助通道里的干扰可以相比拟，但辅助通道里的目标信号要比主通道若干得多，可以忽略不计。通过对辅助通道的回波信号进行自适应加权并将其输出与主通道合并，便会使合成的天线方向图在干扰方向上产生零点，达到旁瓣干扰相消的目的。

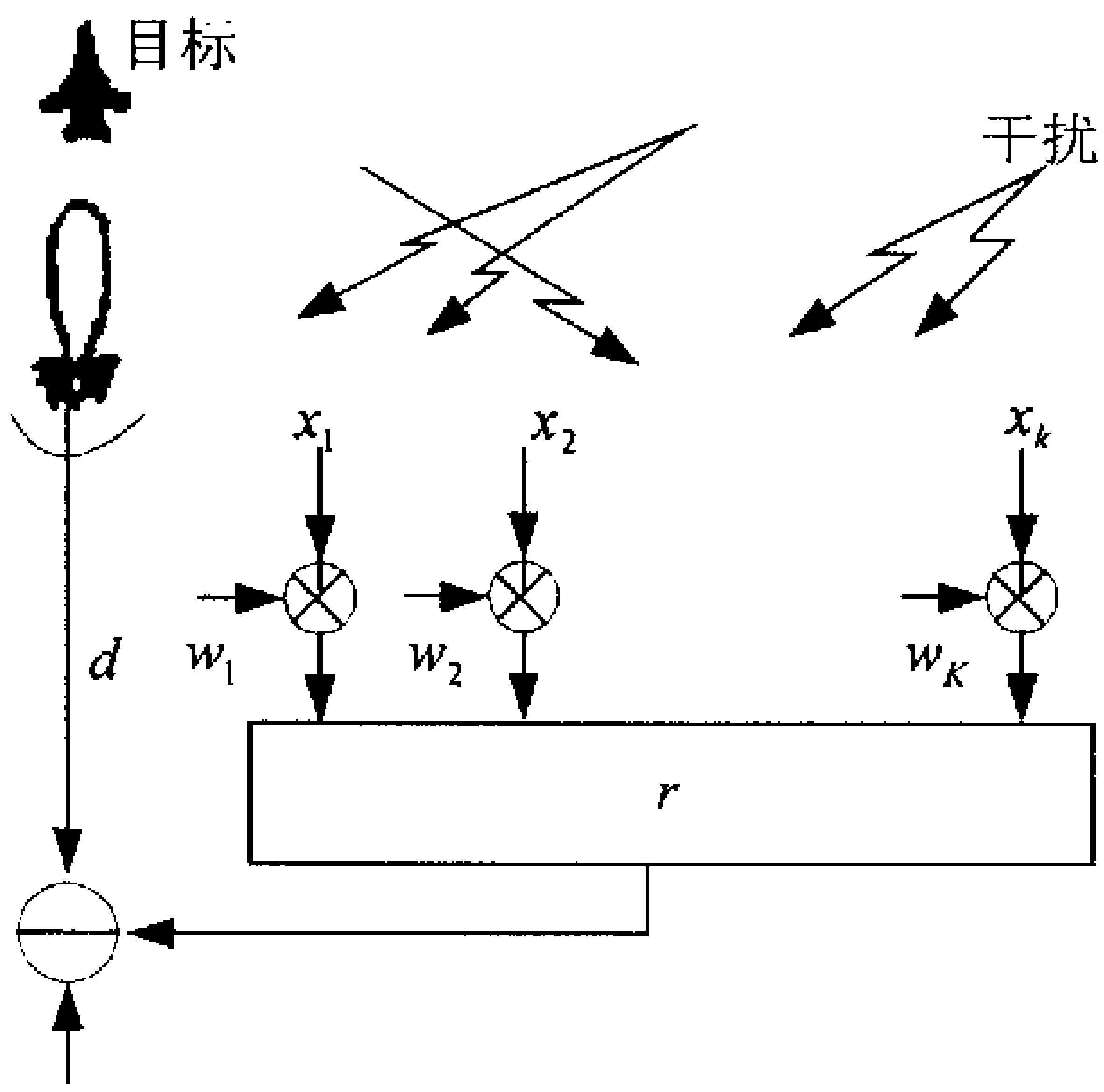

图 6. 1 自适应天线旁瓣相消系统

设 $x_i(t)$, i = 1,2,⋯,k, 为第 i 个辅助通道的回波(干扰加噪声)，$d(t)$ 为主通道的回波(干扰加噪声)，则自适应天线旁瓣相消系统的最优权矢量为

$$\mathbf{w}_o = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{b} \tag{6.1}$$

式中 $\mathbf{w}_o = [w_{1o}, w_{2o}, \cdots, w_{ko}]^T$，$T$ 表示转置，$\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}^*(t)\mathbf{x}^T(t)\}$ 为辅助通道的协方差矩阵，$E\{\}$ 表示数学期望，$*$ 表示共轭，$\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \cdots, x_k(t)]^T$，$\mathbf{b} = E\{\mathbf{x}^*(t)d(t)\}$ 为主、辅助通道的相关矢量。

在实际情况下，式(6. 1)的权矢量是无法得到的，而是经常采用主通道和辅助通道的有限次快拍数据来估计得到自适应权矢量，即

$$\hat{\mathbf{w}} = \hat{\mathbf{R}}^{-1}\hat{\mathbf{b}} \tag{6.2}$$

式中 $\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\mathbf{x}^*(t_i)\mathbf{x}^T(t_i)$，$\hat{\mathbf{b}} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\mathbf{x}^*(t_i)d(t_i)$，$M$ 为快拍数。这就是常规自适应天线旁瓣相消算法。当可用的快拍数较多时，上述算法得到的自适应权矢量 $\hat{\mathbf{w}}$ 收敛于最优权矢量 $\mathbf{w}_o$，而在实际雷达应用中，经常会遇到间隙式或扫频式干扰(对实际接收的干扰而言也相当是间隙式的)，再加上远区强地物杂波回波的影响，使

得可用来估计权矢量的快拍数(此时雷达收到的回波只包含干扰和噪声)很少，这时常规自适应天线旁瓣相消算法的自适应权矢量 $\hat{\mathbf{w}}$ 往往不能收敛或接近收敛于 $\mathbf{w}_n$，从而使干扰对消性能下降和波束方向图畸变。为了提高自适应天线旁瓣相消系统的收敛速度，在本文的下一部分，我们提出一种基于特征空间技术的自适应天线旁瓣相消算法。

6.3 基于特征空间的自适应天线旁瓣相消算法

假设共有 p 个互不相关的窄带干扰，则

$$\mathbf{x}(t)=\sum_{i=1}^{p}a_i(t)s(\theta_i)+\mathbf{N}(t) \tag{6.3}$$

式中 $a_i(t)$ 为第 i 个干扰的复包络，θ_i 为第 i 个干扰的方向，$s(\theta)$ 为辅助通道的阵列导向矢量，$\mathbf{N}(t)=[n_1(t),n_2(\mathrm{t}),\cdots,n_k(\mathrm{t})]^{\mathrm{T}}$ 为噪声。假设各辅助通道噪声为相互独立、功率相等的空时白噪声，并且与干扰不相关，则有

$$\mathbf{R}=\sum_{i=1}^{p}\sigma_i^{2*}s(\theta_i)s^T(\theta_i)+\sigma_n^2\mathbf{I} \tag{6.4}$$

式中 σ_i^2 为第 i 个干扰的功率，σ_n^2 为噪声功率，$\mathbf{I}$ 为单位矩阵。设 $p\le k$ (这在实际情况下成立)，对 $\mathbf{R}$ 进行特征分解可得

$$\mathbf{R}=\sum_{i=1}^{k}\lambda_i\mathbf{e}_i\mathbf{e}_i^H=\mathbf{E}_s\mathbf{\Lambda}_s\mathbf{E}_s^H+\mathbf{E}_n\mathbf{\Lambda}_n\mathbf{E}_n^H \tag{6.5}$$

式中 $\lambda_1\ge\lambda_2\ge\cdots\ge\lambda_{p+1}=\cdots=\lambda_k=\sigma_n^2$ 是相应的 k 个特征值，其对应的单位特征矢量分别为 $\mathbf{e}_i,i=1,2,\cdots k$，$\mathbf{E}_s=\lfloor\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2,\cdots,\mathbf{e}_p\rfloor$，$\mathbf{\Lambda}_s=diag\{\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_p\}$，$\mathbf{\Lambda}_n=diag\{\lambda_{p+1},\cdots,\lambda_k\}$，$\mathbf{E}_n=\lfloor\mathbf{e}_{p+1},\cdots,\mathbf{e}_k\rfloor$，$H$ 表示共轭转置，$\mathbf{E}_s$ 和 $\mathbf{E}_n$ 的列矢量分别张成干扰子空间 $\mathbf{S}_s$ 和噪声子空间 $\mathbf{N}_s$，可以证明 $\mathbf{S}_s$ 也由 $\mathbf{A}=\lfloor\mathbf{a}^*(\theta_1),\mathbf{a}^*(\theta_2),\cdots,\mathbf{a}^*(\theta_p)\rfloor$ 的列矢量张成。令 $\mathbf{w}_s=\mathbf{E}_s\mathbf{\Lambda}_s^{-1}\mathbf{E}_s^H\mathbf{b}$ 和 $\mathbf{w}_n=\mathbf{E}_n\mathbf{\Lambda}_n^{-1}\mathbf{E}_n^H\mathbf{b}$，而 $\mathbf{b}=E\{\mathbf{x}^*(t)d(t)\}=\sum_{i=1}^{p}E\{d(t)s_i^*(t)\}\mathbf{a}^*(\theta_i)$ 为位于 $\mathbf{S}_s$ 中的一矢量，$\mathbf{w}_n=\mathbf{0}$，则有

$$\mathbf{w}_o = \mathbf{w}_s + \mathbf{w}_n = \mathbf{w}_s \tag{6.6}$$

可以看出$\mathbf{w}_o$位于干扰子空间$\mathbf{S}_s$中，仅有$\mathbf{S}_s$中的特征矢量参与了$\mathbf{w}_o$的计算，$\mathbf{N}_s$中的特征矢量没有参与计算。而对于$\hat{\mathbf{w}}$则有

$$\hat{\mathbf{w}} = \hat{\mathbf{w}}_s + \hat{\mathbf{w}}_n \tag{6.7}$$

式中$\hat{\mathbf{w}}_s = \hat{\mathbf{E}}_s \hat{\boldsymbol{\Lambda}}_s^{-1} \hat{\mathbf{E}}_s^{-1} \hat{\mathbf{b}}$，$\hat{\mathbf{w}}_n = \hat{\mathbf{E}}_n \hat{\boldsymbol{\Lambda}}_n^{-1} \hat{\mathbf{E}}_n^{H} \hat{\mathbf{b}}$，$\hat{\mathbf{E}}_s$、$\hat{\boldsymbol{\Lambda}}_s$和$\hat{\mathbf{E}}_n$、$\hat{\boldsymbol{\Lambda}}_n$由$\hat{\mathbf{R}}$的特征分解得到，$\hat{\mathbf{E}}_s$和$\hat{\mathbf{E}}_n$的列矢量也相应分别张成干扰子空间$\hat{\mathbf{S}}_s$和噪声子空间$\hat{\mathbf{N}}_s$。由于有限次快拍数据的估计误差，使得$\hat{\mathbf{E}}_n$、$\hat{\boldsymbol{\Lambda}}_n$和$\hat{\mathbf{b}}$与$\mathbf{E}_n$、$\boldsymbol{\Lambda}_n$和$\mathbf{b}$相比具有一定的扰动，则$\hat{\mathbf{w}}_n \neq \mathbf{0}$，即此时所得的自适应权矢量$\hat{\mathbf{w}}$既包括位于干扰子空间$\hat{\mathbf{S}}_s$中的分量$\hat{\mathbf{w}}_s$，又有位于噪声子空间$\hat{\mathbf{N}}_s$中的分量$\hat{\mathbf{w}}_n$。正是$\hat{\mathbf{w}}_n$的存在，使得$\hat{\mathbf{w}}$不能快速收敛于最优权矢量$\mathbf{w}_o$，从而影响系统的干扰对消性能和波束方向图收敛。为了提高自适应天线旁瓣相消系统的收敛速度，我们在得到常规自适应天线旁瓣相消算法的权矢量$\hat{\mathbf{w}}$后，把$\hat{\mathbf{w}}$向干扰子空间投影，从而摒弃$\hat{\mathbf{w}}$在噪声子空间中的分量$\hat{\mathbf{w}}_n$，这就是基于特征空间技术的自适应天线旁瓣相消算法，由于消除了$\hat{\mathbf{w}}_n$对自适应权矢量收敛速度的影响，该算法使自适应天线旁瓣相消系统的干扰对消比和波束方向图都能在很少的快拍下收敛。

综上所述，基于特征空间技术的自适应天线旁瓣相消算法的过程如下：

(1) 用有限次快拍数据来估计得到辅助通道的协方差矩阵和主、辅助通道的相关矢量；

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\mathbf{x}^*(t_i)\mathbf{x}^T(t_i) \tag{6.8}$$

$$\hat{\mathbf{b}} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\mathbf{x}^*(t_i)d(t_i) \tag{6.9}$$

(2) 对估计得到的辅助通道协方差矩阵进行特征分解，求出张成干扰子空间的列向量；

$$\hat{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{E}}_s \hat{\boldsymbol{\Lambda}}_s \hat{\mathbf{E}}_s^{H} + \hat{\mathbf{E}}_n \hat{\boldsymbol{\Lambda}}_n \hat{\mathbf{E}}_n^{H} \tag{6.10}$$

(3) 求出自适应权矢量。

$$\tilde{\mathbf{w}} = \hat{\mathbf{E}}_s \hat{\mathbf{E}}_s^{H} \hat{\mathbf{w}} = \hat{\mathbf{E}}_s \hat{\boldsymbol{\Lambda}}_s^{-1} \hat{\mathbf{E}}_s^{H} \hat{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{w}}_s \tag{6.11}$$

由上述过程可以看出，该算法需要得到$\hat{\mathbf{E}}_s$，从而就要求事先知道干扰的数目，这很容易通过AIC或MDL准则来估计得到。

我们知道，评价自适应天线旁瓣相消系统性能好坏的标准是看其干扰对消比的大小。通常所定义的干扰对消比，即相消之前主通道的干扰功率与相消之后系统

输出的干扰功率之比。其实这种定义的干扰对消比并不能全部反映自适应天线旁瓣相消系统性能的好坏，例如当辅助天线放置不当时，尽管其对干扰的对消增益(即上述的干扰对消比)不变，但会使相消之后系统输出的噪声急剧增大，这时自适应天线旁瓣相消系统的性能大大下降。所以，干扰对消比应定义为相消之前主通道的无用信号(即干扰加噪声)功率与相消之后系统输出的无用信号功率之比，即

$$ICR = \frac{E\{|d(t)|^2\}}{E\{|d(t) - \mathbf{w}^T \mathbf{x}(t)|^2\}} \tag{6.12}$$

式中 $\mathbf{w}$ 为旁瓣相消系统的自适应权矢量，当采用常规自适应天线旁瓣相消算法和基于特征空间技术的自适应天线旁瓣相消算法时，$\mathbf{w}$ 分别为 $\hat{\mathbf{w}}$ 和 $\tilde{\mathbf{w}}$，当为理论最优的自适应天线旁瓣相消系统时，$\mathbf{w}$ 为 $\mathbf{w}_o$。在本文下一部分的计算机仿真中，我们采用式(6.12)的干扰对消比。

6.4　计算机仿真分析

下面对不同情况作计算机仿真分析和比较，以验证本文所提算法的有效性。假设主天线和辅助天线按直线排列，4 个辅助天线为阵元间距为半波长的等距线阵，阵中心与主天线相距 4 倍波长，主天线的波束方向图如图 6.2 所示，辅助天线的增益与主天线的主瓣增益之比为-16 分贝(与主天线的旁瓣大体相当)，主天线通道和辅助天线通道的噪声功率相同。在计算机仿真中，每一个仿真结果都由 100 次独立实验结果平均得到。所得结果中，虚线、点划线和实线分别为理论最优、基于特征空间技术的自适应天线旁瓣相消算法和常规自适应天线旁瓣相消算法的结果。

设有一个干扰来自20°，干噪比是 20 分贝(在辅助天线通道)，干扰对消比随快拍数变化曲线如图 6.3 所示，由图可以看出，本文提出的基于特征空间技术的自适应天线旁瓣相消算法能快速收敛(或接近收敛)于理论上的最优结果，而常规自适应天线旁瓣相消算法则收敛速度较慢。当快拍数为 6 时，整个自适应天线旁瓣相消系统合成的天线波束方向图如图 6.4 所示，由图可见，虽然三者都在干扰方向上形成了零点，但此时常规自适应天线旁瓣相消算法的波束方向图还没有收敛，其副瓣电平较高，而基于特征空间技术的自适应天线旁瓣相消算法的波束方向图则已收敛于理论上最优解的方向图。

假设有两个干扰，方向分别为20°和－30°，干噪比都是 20 分贝，干扰对消比随快拍数变化曲线如图 6.5 所示，由图可以看出，基于特征空间技术的自适应天线旁瓣相消算法具有较快的收敛速度。

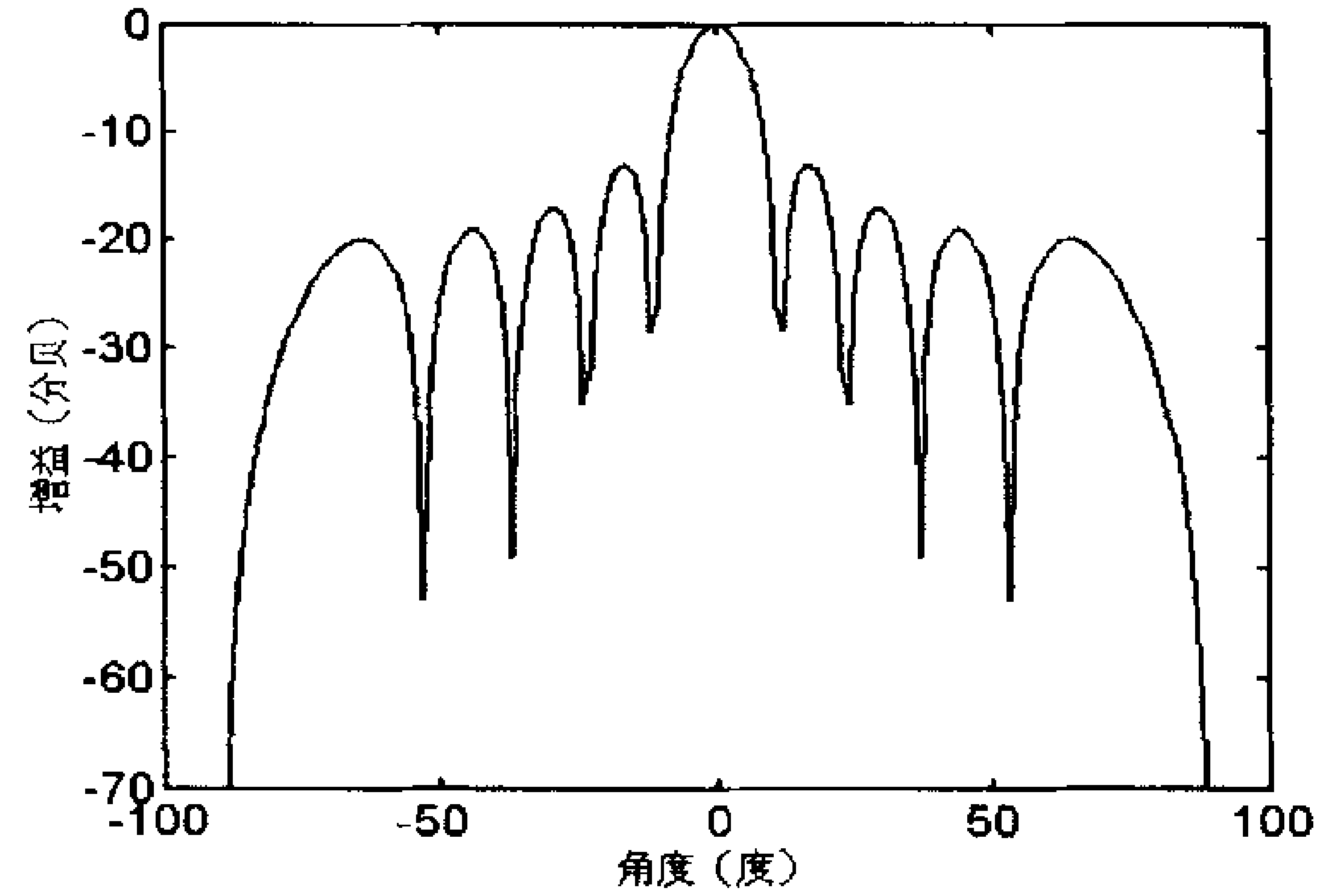

图 2 主天线波束方向图

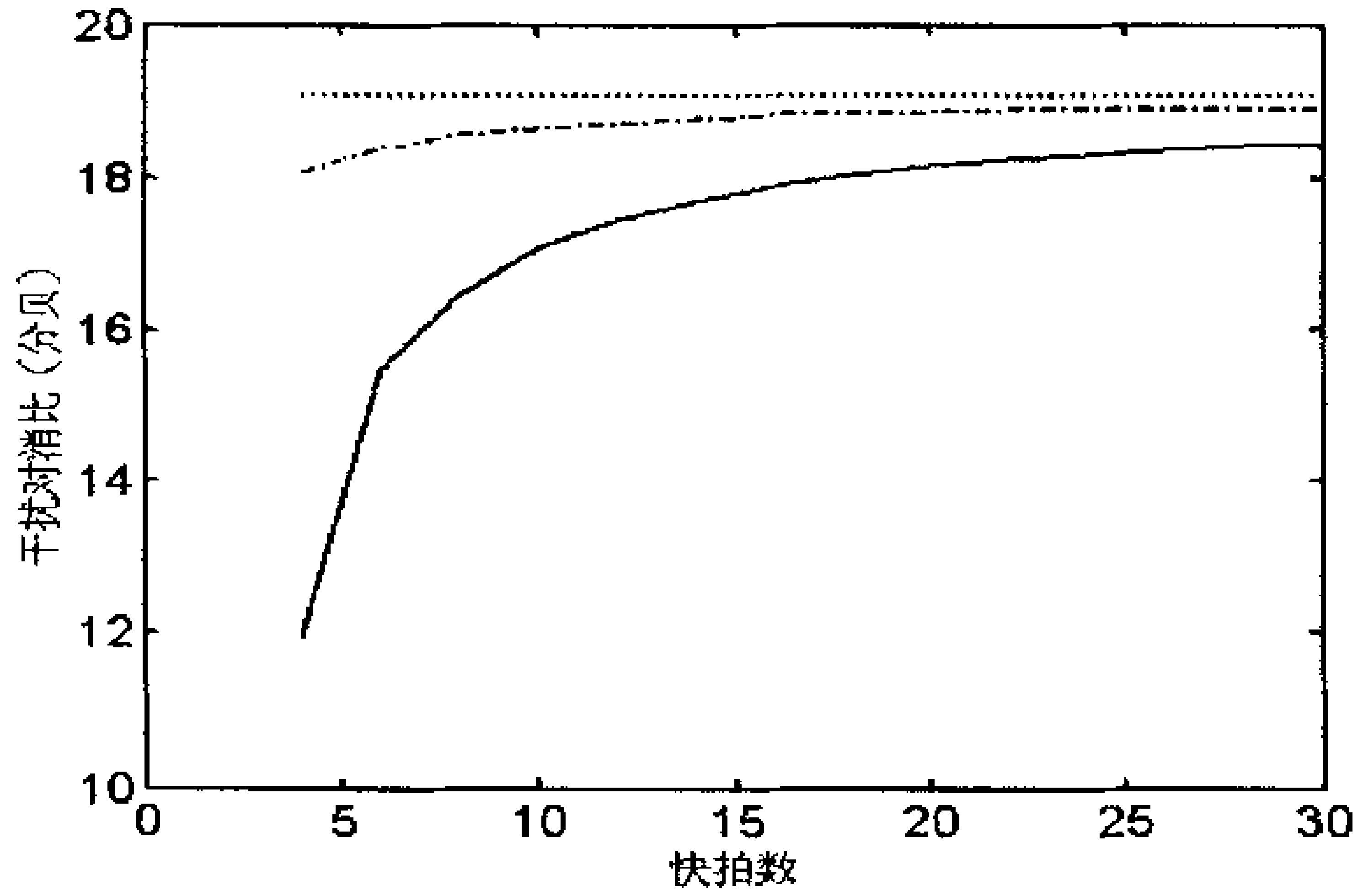

图 6.3 干扰对消比随快拍数变化曲线

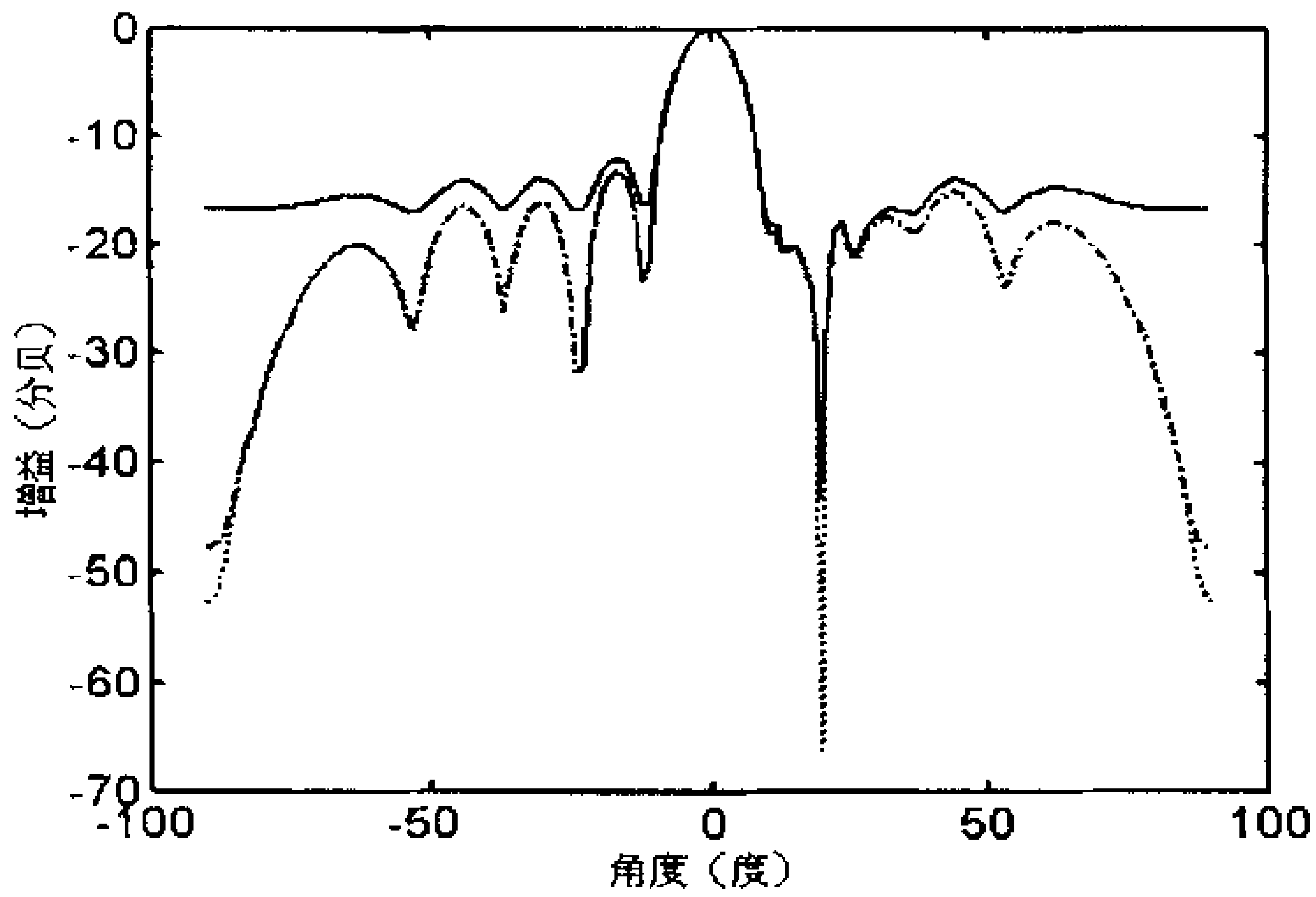

图 6.4 旁瓣相消系统合成后的天线方向图

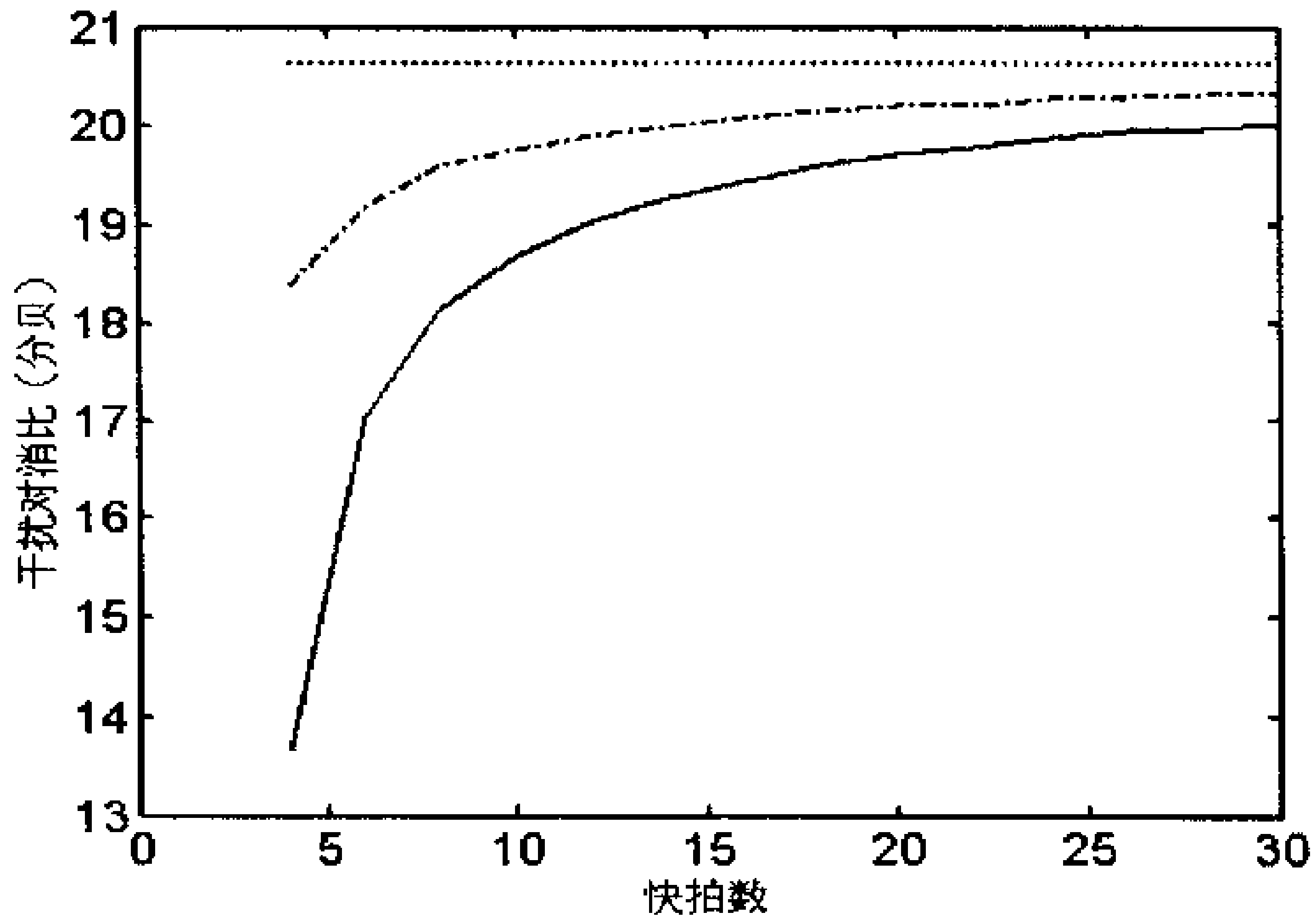

图 6.5　干扰对消比随快拍数变化曲线

6.5　本章小节

本文在特征空间技术和常规自适应天线旁瓣相消算法的基础上，提出了一种新的自适应天线旁瓣相消算法。该算法把常规自适应天线旁瓣相消算法的权矢量向由干扰特征矢量组成的干扰子空间投影，避免了由小特征值对应特征矢量组成的噪声子空间对权矢量的影响，与常规自适应天线旁瓣相消算法相比，该算法具有更快的收敛速度，其输出干扰对消比和波束方向图都能在很少的快拍下收敛。计算机仿真结果证实了这种算法的有效性

第七章 结束语

7.1 对本文工作的总结

阵列信号自适应波束形成也称空域滤波是信息处理领域的重要研究课题，已在雷达、通信、声纳、地震勘探、射电天文等领域得到了广泛的应用。当阵列流型精确已知时，自适应波束形成能在干扰位置自动形成零点，使得阵列输出信号干扰噪声比最大。但是，实际系统总存在误差，误差使得实际阵列流型与理想阵列流型存在差异，在不少场合误差会比较大，自适应阵列会把信号当作干扰来进行抑制，造成输出信号干扰噪声比下降和副瓣电平升高。所以，研究实际环境下稳健的自适应波束形成具有非常重要的意义。

另外，传感器阵列经常会接收到宽带信号，这些信号有可能是自然信号，比如地震和声纳信号以及语音信号，也可能是非自然信号比如通讯信号。对于宽带信号我们不仅需要用宽带传感器阵列来接收信号而且也需要特殊的处理方法利用信号的宽带特性。所以，研究稳健的宽带波束形成是非常有意义的。论文主要工作概述如下：

本论文主要研究了稳健的宽带波束形成器问题。内容包括：宽带波束形成器的时域处理的介绍，在此基础上研究了抽头延迟及 FFT 在自适应阵列处理中的关系，窄带波束形成器稳健性算法研究，宽带波束形成器稳健性算法研究，旁瓣相消算法研究。

论文中主要讨论了时域宽带波束形成器(加抽头延迟)对宽带干扰抑制能力，以及在阵列中采用 FFT 的频域宽带波束形成器来提高阵列的宽带性能的问题。在此基础上，研究了几种稳健的波束形成算法。一种方法是基于阵列校正的方法，它是利用波束形成的输出功率作为目标函数来修正 DOA 不匹配。这种方法在干扰消除方面没有自由度的损失，它的计算量非常小，因为只有在信号发生改变的时候(DOA 不匹配的时候)才需要校正。其中基于约束的方法很容易使用，但是它在干扰消除方面会降低波束形成的自由度。最后本文提出的另一种方法可以作为第一种方法在两个方面的扩展。一是宽带信号(相对于上一种方法的窄带信号)，二是一般的导向误差(不仅有 DOA 不匹配，还包括位置误差)。这种方法主要是利用内插函数对信号的时延误差进行校正在目标信号出现或者改变的时候，这种调整就是通过局部最大化输出功率，用时移的方法来对导向矢量误差进行补偿。通过计算机仿真验证了以上几种方法的可行性，并且加以比较其优劣性。

此外，研究了另外一种干扰抑制手段：自适应天线旁瓣相消技术。它能有效

地抑制从天线旁瓣进入的各种形式的干扰，使雷达在强干扰的环境中仍能正常地工作。由于常规自适应天线旁瓣相消算法不能在较少的快拍情况下达到稳定状态，针对这一问题，本文提出了一种基于特征空间技术的自适应天线旁瓣相消算法。该算法把常规自适应天线旁瓣相消算法的权矢量向由干扰特征矢量组成的干扰子空间投影，避免了由小特征值对应的特征矢量组成的噪声子空间对权矢量的影响，加快了自适应天线旁瓣相消系统的收敛速度。

7.2 工作展望

对于宽带干扰，本文采用方法是采用宽带阵列，即抽头延迟技术，但是这会加大硬件设备的复杂度和软件的运算量。在很多实时性要求高的场合，就需要更加快速的算法来保证其实时性。

语音信号是一种典型的宽带非平稳信号，用麦克风阵列的语音获取技术也是近年来的一个热点话题。麦克风阵的语音获取可以用在大型会议的数据录取以及助听器等方面。因为语音是短时平稳信号，所以其算法更加的复杂。

作者在查阅文献和研究工作中深深地体会到，每一项科研成果，都凝聚着一代又一代科学工作者的辛勤汗水，科学的发展离不开积累和创新。限于学识和时间，作者只查阅了很有限的关于波束形成和数字信号处理的文献和研究成果，本论文仅介绍了宽带波束形成的基本问题，以及几种稳健的波束形成算法。而对其它方法本文没作相应的研究和介绍，感兴趣者可查阅相关文献。

致 谢

研究生生涯即将结束时，才发现时间在不知不觉中从指尖溜走了。在这难忘的两年半中，我得到了许多老师、同学的热情帮助，所有这一切，我将铭记于心。

首先衷心感谢我的导师赵永波副教授。本文的工作从选题到研究的每一个阶段都得到赵老师的悉心指导和热情的帮助。赵老师渊博的理论知识，深刻的洞察力、丰富的工程实践经验，敏捷，活跃的思维方式，都使我在研究生工作中受益匪浅，赵老师踏踏实实，实事求是的工作精神是我学习的榜样。

感谢电子所 2002 级全体硕士研究生，感谢全体同学给我留下了一段难忘的回忆!。感谢我的父母、哥哥、妹妹，在我的成长过程中，是他们给了我无私的帮助和支持，他们的幸福快乐是我最大的心愿。赵老师严谨的治学态度，平易近人、诲人不倦的师者风范将使我终身受益。赵老师不求名利的思想境界、正直高尚的品格使我终身难忘。在此特向赵老师表示衷心地感谢。感谢雷达信号处理实验室提供的良好的工作环境和研究条件！感谢在我学习过程中给予我关心帮助的张守宏、王俊、潘玉泉老师、刘茂仓老师。感谢实验室的刘华锐、李兰、詹志伟、张淑红等老师给予的支持和帮助！感谢电子所所有帮助过我的老师！感谢党雅文，田森，佟凡，陈明姝，庄德靖同学，同他们的讨论使我受益匪浅。感谢舍友佟凡、刘晓艳、张乔珍，与她们一起度过了两年多的快乐时光!

感谢电子所 2002 级全体硕士研究生，感谢全体同学给我留下了一段难忘的回忆!

感谢我的父母、哥哥、妹妹，在我的成长过程中，是他们给了我无私的帮助和支持，他们的幸福快乐是我最大的心愿。感谢我的男朋友张凯多年来对我学习上的帮助和生活上的关心。

参考文献

[1]Compton R.T,Jr, "The bandwidth performance of a two-element adaptive arrays with tapped delay-line processing." IEEE transactions on antennas and propagation,vol.ap-36, no. 1, pp. 5-14,jan 1988.

[2]Kikuma N, Takao K, Broadband and robust adaptive antenna under correlation constraint [J] IEE Proceedings part H, 1989,136(2) pp.85-89.

[3] M. H. Er and A. Cantoni, A new approach to the design of broad-band element space antenna array processors,[J] IEEE J. Ocean. Eng., vol. OE-10, Num.7, pp. 231-240, July 1985.

[4]F.W.Vook and R.T. Compton,Jr, "Bandwidth performance of linear adaptive arrays with tapped delay-line processing." IEEE transaction on .Aerospace electronic.syst,vol. 28,no.3.901—908,july1992

[5]W.D.White, "Wideband interference cancellation in adaptive cancellation in sidelobe cancellers." IEEE transaction on .Aerospace electronic.syst,vol.AES-19,no.6.915—925,Nov1983

[6]Applebaum.S.P. " Adaptive arrays" IEEE transactions on antennas and propagation,vol.ap-24, no. 5, pp.586-599,sept 1976.

[7]Frost O L, An algorithm for linearly constrained adaptive array processing [J]Proc.IEEE, 1972,60(8) pp. 926-935.

[8] L. J. Griffiths, C. W. Jim, An alternative approach to linearly constrained adaptive beamforming[J] , IEEE, Trans. Antennas Propagat., Vol. 30, No.1, pp.27-24, 1982.

[9] M. H. Er and A. Cantoni, Derivative constraints for broad-band element spaceantenna array processors,[J] IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing,vol.ASSP-31, Num.12, pp. 1378-1393,Dec. 1983.

[10] I. Thng, A. Cantoni, and Y. H. Leung, Derivative constrained optimum broad-band antenna array,[J] IEEE trans. Signal Processing, vol.41, Num.7, pp. 2376-2388,July 1993.

[11]I. Thng, A. Cantoni, and Y. H. Leung, Constrained for maximally flat optimum broadband antenna arrays,[J] IEEE trans. Signal Processing, vol.43, pp. 1334-1347,Jue 1995.

[12] Shutao Zhang and Ian Li-Jin, Robust Presteering derivative constraints for broadband antenna arrays,[J] IEEE trans. Signal Processing, vol.50, Num.1,

pp.1-10, Jan. 2002.

[13] Kevin M.Buckley, Lloyd J.Griffiths, An Adaptive Generalized Sidelobe Canceller with Derivative Constraints, IEEE transactions on antennas and propagation,vol.ap-34, no. 3, march 1986.

[14]M. H. Er and B.C.Ng, "A new approach to robust beamforming in the presence of streering vector errors," IEEE trans. Signal Processing, vol.42 , pp.1826-1829, July. 1994.

[15]Q.Zou and Z.L.yu, "A Robust Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Beamforming" IEEE . Signal Processing letters, vol.11 ,no.1, January. 2004.

[16]A.M.Maimovich and M.O.Berin, " A sampling-based approach to wideband interference cancellation" IEEE transaction on .Aerospace electronic.syst,vol. 34, no. 1. pp. 2－12, july1998

[17]保铮,"自适应天线旁瓣相消的几个主要问题",西北电讯工程学院学报，1980，7(2):1~17.

[18] 赵永波,刘茂仓,张守宏,"一种改进的基于特征空间自适应波束形成算法" 电子学报 Vol.28 No.6，2000

[19]郭强，"宽带的稳健自适应阵列处理"，现代雷达，vol.17 ,no.1,pp46－54，1994。

[20] M. H. Er and A. Cantoni, Adaptive Beamforming with the generalized sidelobc canceller in the presence of array imperfection," IEEE transactions on antennas and propagation, vol.ap, 996-1012, no. 8, 1986.

[21] 梁兵,沈福民,赵永波,"宽带干扰信号自适应副瓣相消的分析"，雷达科学与技术，Vol.1，No.3,Oct 2003.

[22]沈铁汉，梁福生，石镇，"自适应阵导论"国防工业出版社，1988年

[23]赵永波，"稳健的阵列信号处理技术及其应用"西安电子科技大学博士论文，2000年

[24]李雅梅，"稳健的宽带波束形成器研究" 西安电子科技大学硕士论文，2004

作者在读期间发表的论文

赵永波、王志慧、张守宏 “一种基于特征空间的自适应天线旁瓣相消算法” 航空计算技术. Vol.34 ,No.1