

第一部分 数学运算

第一章 基础知识

第一节 奇偶数

二、考点精讲

例 1.【答案】B。解析：法一：直接看选项。因为 x, y, z 是三个连续的负整数，所以 $x-y=1, y-z=1$ ，从而 $(x-y)(y-z)=1$ ，1 为正奇数，故选择 B。

法二：特值法。

【进阶训练】

I.【答案】B。解析：这个数列是奇奇偶奇奇偶奇奇偶循环，共有偶数 $[100/3]=33$ 个。

II.【答案】A。解析：在 $121+122+\cdots+170$ 中共有奇数 $(170+1-121)\div 2=25$ （个），所以 $121+122+\cdots+170$ 是 25 个奇数之和再加上一些偶数，其和为奇数，同理可求出在 $41+42+\cdots+98$ 中共有奇数 29 个，其和为奇数，所以奇数减奇数，其差为偶数。

例 2.（1）在水中。连结 AP，与曲线交点数为奇数。

（2）在岸上。从水中经过一次岸进到水中，脱鞋与穿鞋次数和为 2。由于 A 点在水中，所以不管怎么走，走在水中时，穿鞋、脱鞋次数和为偶数，则 B 点必在岸上。

【进阶训练】

I.【答案】C。解析：连续的奇数页码和偶数页码应是同一张，则根据常识 137 和 138 应是同一张，总共应有 7 张。

II.【答案】D。解析：若使七枚硬币全部反面朝上，七枚硬币被翻动的次数总和应为七个奇数之和，但是又由每次翻动七枚中的六枚硬币，所以无论经过多少次翻动，次数总和仍为若干个偶数之和，所以题目中的要求无法实现。

III.【答案】A。解析：鞋子+衬衫=77，两者加和为奇数，则两者之差也为奇数，所以鞋子-衬衫=奇数，排除 C 和 D。代入得 A。

例 3.【答案】B。解析：依题意有 $3\times\text{右}+2\times\text{左}=49$ ，根据奇偶性知道 $3\times\text{右}$ 为奇数，故右为奇数。

【进阶训练】

I.【答案】C。解析：因为总题量为 50，所有答对的题目+（答错的题目+未答的题目）=50，所以可以知道：答对的题目，答错的题目+未答的题目，这两个数同奇同偶。所以差值也一定是偶数。

II.【答案】A。解析：答对题的得分是偶数，而答错一题扣 1 分，总分为奇数，未答题不得分，则答错的题目应为奇数个，排除 B、D。分情况讨论：

假如答错 3 道题，则答对 $(23+3)\div 2=13$ 道题，未答的题是 4 道，符合条件，选择 A。假如答错 5 道题，则答对 $(23+5)\div 2=14$ 道题，未答的题是 1 道，与题干未答的题的数目是偶数矛盾，排除 C。

III.【答案】D。解析：此题初看无处入手，条件仅仅有每位教师所带学生数量为质数，条件较少，无法直接利用数量关系来推断，需利用方程法。

设每位钢琴教师带 x 名学生，每位拉丁舞教师带 y 名学生，则 x 、 y 为质数，且 $5x+6y=76$ 。对于这个不定方程，需要从整除特性、奇偶性或质合性来解题。

很明显， $6y$ 是偶数， 76 是偶数，则 $5x$ 为偶数， x 为偶数。然而 x 又为质数，根据“2 是唯一的偶质数”可知， $x=2$ ，代入原式得， $y=11$ 。

现有 4 名钢琴教师和 3 名拉丁舞教师，则剩下学员 $4 \times 2 + 3 \times 11 = 41$ 人。因此选择 D。

三、综合训练

1. **【答案】B。**解析： n 举特值，举一个是奇数，另一个是偶数即得答案。此题关键在于尝试，并且要奇偶两种情况都得考虑到。

2. **【答案】C。**解析：和是奇数，说明五个数中奇数的个数是奇数个，根据题干要求，五个数之和最大时为 $95+83+72+61+40=351$ 。

3. **【答案】B。**解析：用 150 元购买 16 元的书包、10 元的计算器和 7 元的钢笔，设买了 x 个书包， y 个计算器和 z 支钢笔，则 $16x+10y+7z=150$ ，这是个不定方程。由于 $16x$ 、 $10y$ 和 150 都是偶数，则 $7z$ 为偶数， z 只能为偶数。由于 $z < y < x$ ，不妨 z 从最小的 2 开始代入。当 $z=2$ 时， $16x+10y+14=150$ ， $16x+10y=136$ 。由于 $10y$ 的尾数为 0，则 $16x$ 的尾数只能为 6，又因为 $x > z=2$ ，则 x 只能取 6（当 x 取更大值时， y 为负数）， $y=4$ ，满足题意。故计算器比钢笔多 $4-2=2$ 个。

4. **【答案】B。**解析：根据奇数表达式 $2n-1=1985$ 知道 1985 是第 993 个奇数，又由于每行只有 4 个奇数，故 $993=4 \times 248+1$ ，即 1985 是第 249 行的第一个数，而 249 是奇数行，故是第二列。

5. **【答案】能。**解析：按题目规定的翻法，共翻了 $1+2+3+\dots+1993=1993 \times 997$ (次)，平均每枚硬币翻动了 997 次，这是奇数。翻动奇数次的结果，必使硬币朝向相反，只要在翻动 n 个硬币时，选择翻动 $1993-n$ 个硬币时所剩余的硬币，则每个硬币恰好都翻动了 997 次，故能使所有硬币都反了面，将原来朝下的一面都变成朝上。

第二节 质数、合数及拆分

二、考点精讲

例 1.【答案】A。解析：设两个质数分别为 A ， B ，则有 $3A+2B=20$ 。 $2B$ 为偶数，根据偶数+偶数=偶数，可知， $3A$ 必然是偶数， A 必然是偶数。 A 是质数，则 A 只能是 2，易知 $B=7$ ； $A+B=9$ ，选 A。

【进阶训练】

I.【答案】9；0 和 1；2。

II.【答案】A。解析：这样的数共有 4 个，23，37，53，73。

III.【答案】194。解析：两质数和 99 是奇数，根据奇偶性知道两质数中必有一个偶数，是偶质数的只有 2，则另一个质数为 97，故他们之积是 194。

例 2.解析： $8008=2^3 \times 7 \times 11 \times 13$ 。正约数的个数为： $(3+1) \times (1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 32$ 。

【进阶训练】

I. 【答案】C。解析：其余三个数的积为 $2520 \div 8 = 315$ ，而 $315 = 3 \times 3 \times 5 \times 7$ ，故三数为 5，7，9。

II. 【答案】A。解析：由四个连续自然数的积是 1680 可知，四个连续自然数都小于 10；又由于 1680 的个位数字是 0，所以连续自然数中必然包括 5，又知 $1680 = 2^4 \times 3 \times 5 \times 7$ ，可推知四个连续自然数分别为 5、6、7、8， $5 \times 6 \times 7 \times 8 = 1680$ 符合题意，所以它们的和为 26。

III. 【答案】C。解析： $93024 = 2^5 \times 3^2 \times 17 \times 19 = 16 \times 17 \times 18 \times 19$ ，年龄最大的为 19 岁。这里可以用尾数法，如果是 A，B，D，那么相乘后，尾数是 0，所以要选择 C。

三、综合训练

1. 【答案】C。解析：质数中除了 2 以外都是奇数，那么 $3a$ 和 $7B$ 中至少有一个是奇数，两者的和 41 是一个奇数，则 a 和 B 中有一个等于 2。令 $a=2$ ，代入可得 $B=5$ ，符合题意， $a+B=7$ ；令 $B=2$ ，代入可得 $a=9$ 不是质数，排除。

2. 【答案】C。解析：结合选项，鹅的数目加上 120，肯定是奇数，所以鸡的数目必然是奇数，鸡鸭数目之和也是奇数，鸭必然是 2。代入 C：鹅是 23， $23+120=143=11 \times 13$ 就是 11、2、23。

3. 【答案】A。解析：很明显， $17017 = 17 \times 1001$ ，而 $1001 = 7 \times 11 \times 13$ ，和为 $7+11+13+17=48$ 。

4. 【答案】D。解析：由题目可知，个位数是 2，那么千位数应是 8，排除 A、C。去掉千位和个位的新数是质数，B、D 都是质数，所以只能拿 B、D 去除 72，只有 D 才能被 72 整除。

5. 【答案】4 个。解析：这个问题依据两个事实：

(1) 除 2 之外，偶数都是合数；

(2) 九个连续自然数中，一定含有 5 的倍数。以下分两种情况讨论：①九个连续自然数中最小的大于 5，这时其中至多有 5 个奇数，而这 5 个奇数中一定有一个是 5 的倍数，即其中质数的个数不超过 4 个；②九个连续的自然数中最小的数不超过 5，有下面几种情况：

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10;

3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11;

4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12;

5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13;

这几种情况中，质数个数均不超过 4。

综上所述，在九个连续自然数中，至多有 4 个质数。

第三节 公约数公倍数

二、考点精讲

例 1. 解析：如果 $A=2 \times 2 \times 3 \times 5$ ， $B=2 \times 3 \times 3 \times 5$ ，那么 A 和 B 的最大公约数是 $(2 \times 3 \times 5 = 30)$ ，最小公倍数是 $(2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180)$ 。

【进阶训练】

I.【答案】(225, 150)。解析：因 $450 \div 75 = 6$ ，所以最大公约数为 75，最小公倍数为 450 的两整数有 75×6 ， 75×1 和 75×3 ， 75×2 两组，经比较后一种差较小，即 225 和 150 为所求。

II.【答案】解析： $180 = 15 \times 12$ ， $45 = 15 \times 3$ ，所以这个数为 $15 \times 4 = 60$ 。

III.【答案】C。解析：要使 X、Y、Z 处各装一盏路灯，则间距应为 1125，855 的公约数，要使灯数最少，则应为最大公约数。可求得 1125 和 855 的最大公约数为 45，即间距为 45 米，所以路灯数为 $(1125 + 855) \div 45 + 1 = 45$ 。

例 2.【解析】这是一个典型的求公倍数周期的问题，经过 7 天、12 天、4 天相遇，相遇所经过的最少的天数应为 7、12、4 的最小公倍数 84 天后，三人再次相遇。

【进阶训练】

I.【答案】3。解析： $210 = 3 \times 7 \times 2 \times 5$ ，可知， $M = 3$ 。

II.【答案】解析：即求 45 和 60 的最小公倍数，为 180。

III.【答案】D。解析：每隔 n 天去一次的含义是，每 $n+1$ 天去一次，因此题目中的条件可以变为“甲每 6 天去一次，乙每 12 天去一次，丙每 18 天去一次，丁每 30 天去一次”。6、12、18、30 的最小公倍数是 180，也就是说，经过 180 天之后，4 人再次在图书馆相遇。180 天，以平均每个月 30 天计算，正好是 6 个月，6 个月之后，是 11 月 18 号，但是这中间的六个月，有 5、7、8、10 这四个月是 31 天。那么就要从 11 月 18 号的天数里面往前再退 4 天，也就是 11 月 14 日 D 选项。

三、综合训练

1.【答案】C。解析：2011 年是兔年，到 2050 年时经过了 $2050 - 2011 = 39$ 年。以 12 生肖为一循环进行纪年， $39 \div 12 = 3 \cdots 3$ ，所以 2050 年的生肖应从“兔”开始往后数 3 个，是马年。

2.【答案】D。解析：1-120 中，3 的倍数有 40 个，4 的倍数有 30 个，而既是 3 的倍数又是 4 的倍数的数一定是 12 的倍数，这样的数有 $120 \div 12 = 10$ 个。注意到 120 厘米处无法标上记号，所以标记记号有： $(40 - 1) + (30 - 1) - (10 - 1) = 59$ ，绳子被剪成 60 段，选择 B。

3.【答案】A。解析：天干周期为 10，地支周期为 12，那么天干地支合起来的周期为 10 和 12 的最小公倍数，即 60 年，所以 $1921 + 60 = 1981$ 年为下一个辛酉年。

4.【答案】C。解析：自 8 点开始，每 60 分钟（30，40，50 的最小公倍数），三路车同时经过 A 站，那么到下午 18:00 的时候三辆车再次同时经过 A 站台。由此时间往前推，17:10 分的时候 3 路车经过 A 站台，17:20 的时候 2 路车经过 A 站台，17:30 分的时候 1 路车经过 A 站，由此可见他先等到 3 路车，选择 C 选项。

5.【答案】B。解析：余数相同，那么它们两两之差的公约数应该能被 a 整除。 $363 - 283 = 80$ ， $283 - 251 = 32$ ， $363 - 251 = 112$ 。80，32，112 的最大公约数为 16，故选择 B。

第四节 基本公式

二、考点精讲

例 1.【答案】C. 解析：方法一（公式法）：依题意知道 $a_7 = a_1 + (7-1) \times 2 = a_1 + 12$,

从而有 $1988 = \frac{7}{2}(a_1 + a_1 + 12)$, 解得 $a_1 = 278$, 故 $a_7 = 278 + 12 = 290$ 。

方法二（中项法）：依题知道最中间的第 4 项为 $1988/7=284$, 故第 7 项为 290。

【进阶训练】

I.【答案】A. 解析：方法一：题中是以 1 为首项，以 3 为等差的数列。 $1 + (n-1) \times 3 = 58$, 计算可得 $n=20$ 。

方法二： $d=3$, 数列是奇偶交替出现，58 是偶数，它应该是偶数项，排除 C 和 D, 其余代入即可。

II.【答案】C. 解析： $a_3 + a_7 - a_{10} + a_{11} - a_4 = (a_3 - a_4) + (a_{11} - a_{10}) + a_7 = a_7 = 12$, 故 $S_{13} = a_7 \times 13 = 156$ 。

III.【答案】A. 解析：根据新运算的定义可知 $x \triangle y$ 表示从 x 开始连续 y 个整数的和，由等差数列的求和公式可知 $x \triangle y = xy + \frac{y(y-1)}{2}$, 故 $(26 \triangle 15) + (10 \triangle 3) = 26 \times 15 + \frac{15 \times 14}{2} + 10 \times 3 + \frac{3 \times 2}{2} = 528$ 。

例 2.【答案】A. 解析：根据等比数列的性质， $a_2 \times a_4 = a_3^2$, $a_4 \times a_6 = a_5^2$, 所以原式 $a_2 \times a_4 + 2a_3 \times a_5 + a_4 \times a_6 = a_3^2 + 2a_3 \times a_5 + a_5^2 = (a_3 + a_5)^2 = 25$, 又因为 $a_n > 0$, 故 $a_3 + a_5 > 0$, 即 $a_3 + a_5 = 5$, 选择 A。

【进阶训练】

I.【答案】A. 解析：设公比为 q , 根据等比数列递推公式，原式可化为 $a_5 q + a_5 = a_5 q^2 - a_5$, 化简得 $q - 1 = 1$, 即 $q = 2$, $a_5 q + a_5 = a_5 (q + 1) = a_5 (2 + 1) = 48$, 解得 $a_5 = 16$ 。根据 $a_n = a_1 q^{n-1}$, $a_5 = a_1 q^{5-1}$, 代入数据解得 $a_1 = 1$, 因此 $S_{10} = \frac{a_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{1 \times (1-2^{10})}{1-2} = 1023$, 选择 A。

II.【答案】C. 解析：1 个细菌经过 2 小时（120 分钟）可以充满瓶子，细菌数量是等比增长的，经过 1 分钟分裂成 2 个；所以将 2 个这种细菌放入瓶子里，经过 119 分钟可充满瓶子。

III.【答案】B. 解析：每 10 分钟分裂一次，每次分裂为前一次的 2 倍，那么经过 90 分钟，共分裂 9 次，细菌由 1 个分裂成 2^9 个，即 512 个。

例 3. 【答案】C。解析：根据裂项公式 $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ，原式可化为

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} + \dots = 1.$$

【进阶训练】

I. 【答案】A。解析：

$$\begin{aligned} & \left(1 \times 2 + \frac{1}{3 \times 4}\right) + \left(2 \times 3 + \frac{1}{4 \times 5}\right) + \left(3 \times 4 + \frac{1}{5 \times 6}\right) + \dots + \left(7 \times 8 + \frac{1}{9 \times 10}\right) \\ &= 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 7 \times 8 + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \dots + \frac{1}{9 \times 10} \\ &= 1 \times (1+1) + 2 \times (2+1) + 3 \times (3+1) + \dots + 7 \times (7+1) + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \dots + \frac{1}{9 \times 10} \\ &= 1+2+3+\dots+7+1^2+2^2+3^2+\dots+7^2 + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{10}\right) \\ &= \frac{7 \times (2 \times 7)}{2} + \frac{1}{6} \times 7 \times (7+1) \times (2 \times 7+1) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{10}\right) \\ &= 168 \frac{7}{30}. \end{aligned}$$

II. 【答案】C。解析：利用裂项公式 $\frac{1}{n \times (n+k)} = \frac{1}{k} \times \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k}\right)$ ，原式可变为

$$\frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{100}\right) = \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{100}\right) = \frac{33}{100}.$$

III. 【答案】C。解析：

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \left(3 - \frac{1}{6}\right) - \left(3 + \frac{1}{12}\right) + \left(5 - \frac{1}{20}\right) + \left(5 + \frac{1}{30}\right) - \left(7 - \frac{1}{42}\right) + \left(7 + \frac{1}{56}\right) - \left(9 - \frac{1}{72}\right) + \\ & \left(9 + \frac{1}{90}\right) - \left(1 + \frac{1}{2}\right) = (3-3+5+5-7+7-9+9-1) + \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} - \frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{20}\right) \\ &= 9 + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) = 9 + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{10} - 1\right) \\ &= 8 \frac{3}{10}. \end{aligned}$$

例 4. 【答案】A。解析： $1 - \frac{103}{116} = \frac{13}{116}$ ， $1 - \frac{217}{230} = \frac{13}{230}$ ， $1 - \frac{235}{248} = \frac{13}{248}$ ，很明显

$$\frac{13}{116} > \frac{13}{230} > \frac{13}{248}, \text{ 则 } \frac{103}{116} < \frac{217}{230} < \frac{235}{248}, \text{ 即 } \frac{235}{248} > \frac{217}{230} > \frac{103}{116}.$$

【进阶训练】

I. 【答案】C。解析： $100 \times 1.1 \times 0.9 = 99$ ，故选 C。

II. 【答案】D。解析：当表面积相同时，趋近于圆的空间几何体体积最大。

III.【答案】D。解析：先比较 4 个分数的大小， $\frac{12}{41} < \frac{12}{39} = \frac{4}{13} < \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = \frac{13}{39} < \frac{14}{39}$ ，
 所以最大数是 $\frac{14}{39}$ ，最小数是 $\frac{12}{41}$ ， $\frac{14}{39} \div \frac{12}{41} = \frac{287}{234}$ 倍。

三、综合训练

1.【答案】B。解析：设最大数为 x ，根据等差数列求和公式可列方程 $(x+x-46) \times 24 \div 2 = 1992$ ，解得 $x=106$ 。

2.【答案】A。解析：由题意知，

第一方案：35、40、45、50、55、……、35

第二方案：45、50、55、60、65、……、40

通过重新组合排列项的顺序两次方案调整如下：

第一方案：40、45、50、55、……、35+35（第一天放到最后一天）

第二方案：40、45、50、55、……（最后一天放到第一天）

这样第二方案一定是 40、45、50、55、60、65、70，共 385 页。

3.【答案】B。解析：题中的关键词在于“等差数列”和“平均数”。等差数列的平均数与其等差中项有关系。

9 人的得分构成等差数列且平均分是 86 分，则该数列的等差中项，即第 5 名工人得分为 86 分。同理，前 5 名工人得分之和为 460，则其等差中项第 3 名得分为 $460 \div 5 = 92$ 分。可知第 4 名得分为 $(92+86) \div 2 = 89$ ，前 7 名得分之和为 $89 \times 7 = 623$ ，选 B。

4.【答案】120。解析：设每天回家的工人为 x 名，则 30 日还有工人 $121+x$ 名，29 日还有工人 $121+2x$ ，……，17 日还有 $121+14x$ ，再根据 2011 年 1 月 17 日是星期一，可知 $121 \times 11 + (3+4+5+6+7+10+11+12+13+14) x = 2011$ ， $X=8$ 。所以，15 天共回家 $15x=120$ 人。

5.【答案】D。解析：方法一，巧克力+蜂蜜=18，泡泡糖+蜂蜜=14，由此可对比出巧克力比泡泡糖贵；泡泡糖+香肠=11，泡泡糖+蜂蜜=14，可对比出蜂蜜比香肠贵，结合一袋香肠比一盒巧克力贵 1 元，可得 4 种食品的价格排序为：蜂蜜>香肠>巧克力>泡泡糖，其中蜂蜜最贵，选择 D。

方法二，巧克力+蜂蜜=18，泡泡糖+香肠=11，泡泡糖+蜂蜜=14。即（巧克力+蜂蜜+泡泡糖+香肠）-（泡泡糖+蜂蜜）=香肠+巧克力=15。又根据已知我们知道香肠比巧克力贵 1 元，因此可算得巧克力为 7 元香肠为 8 元。进一步求得蜂蜜=11 元，泡泡糖=3 元，因此最贵的为蜂蜜。

6.【答案】B。解析：由于该溶液是饱和溶液，其饱和时浓度为 $\frac{28}{28+99} = 22.05\%$ ，取出 $\frac{1}{4}$ 后仍是饱和溶液，再加入 4 克溶质和 11 克水后， $\frac{4}{4+11} = 26.67\% > 22.05\%$ ，所以该溶液仍是饱和溶液，浓度为 22.05%。

第五节 平均数

二、考点精讲

例 1.【答案】D.解析：四人的总成绩为： $[(91+89) \times 3 + 95 \times 2] / 2 = 365$ 。所以，张的成绩为： $365 - 89 \times 3 = 98$ 分。

【进阶训练】

I.【答案】C.解析：甲、乙的平均体重比丙的体重多 3 千克，即甲与乙的体重比两个丙的体重多 $3 \times 2 = 6$ （千克），已知甲比丙重 3 千克，得乙比丙多 $6 - 3 = 3$ 千克。又丙的体重 + 差的平均 = 三人的平均体重，所以丙的体重 = $60 - (3 \times 2) \div 3 = 58$ （千克），乙的体重 = $58 + 3 = 61$ （千克）。

II.【答案】C.解析：设小李的得分是 x ，依题意有 $(68 + 92 + 81 + 79 + x) \div 5 = x - 10$ ，解得 $x = 92.5$ 。

III.【答案】B.解析：前后两次总分相差 $97 - 79 = 18$ 分，平均分相差 $95.95 - 95.5 = 0.45$ 分，则该班人数是 $18 \div 0.45 = 40$ 人。

例 2.【答案】C.解析：法一：十字交叉法。

	人数	部分平均分	总平均分	均值差
及格	$\frac{4}{5}$	93	85	$85 - x$
不及格	$\frac{1}{5}$	(x)		$93 - 85$

得到： $(85 - x) : (93 - 85) = \frac{4}{5} : \frac{1}{5}$ ，解得 $x = 53$ 。

法二：假设这个班只有 5 个人，显然只有 1 个人不及格，故不及格的人的平均分数为： $85 \times 5 - 93 \times 4 = 53$ 。

【进阶训练】

I.【答案】A.解析：

方法一： $7 \times 56 - 6 \times 60 = 32$ 。

方法二：若去掉一个数后，余下的平均数是 56，那么去掉的数就是 56，但是现在是 60，那么余下的 6 个数就比假设的多 $6 \times (60 - 56) = 24$ ，所以去掉的数就是 $56 - 24 = 32$ 。

方法三：十字交叉法。

对应的量（数）	部分平均分	总平均分	均值差
6	60	56	$56 - x$
1	(x)		$60 - 56$

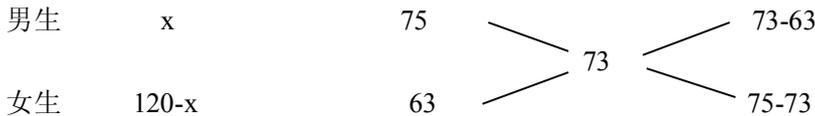
得到： $(56 - x) : (60 - 56) = 6 : 1$ ，解得 $x = 32$ 。

II.【答案】B.解析：

方法一：女生： $(75 - 73) \times 120 / (75 - 63) = 20$ 。男生： $120 - 20 = 100$ 。因此，男生比女生多 80 人。

方法二：十字交叉法。设男生人数为 x ，女生人数为 $120 - x$ 。

对应的量（数）	部分平均分	总平均分	均值差
---------	-------	------	-----



得到：(73-63) : (75-73) = x : (120-x)，解得 x=100，则 120-x=120-100=20，所以男生比女生多 100-20=80 人。

III. 【答案】B。解析：方法一：考虑已失分情况。要使平均成绩达到 95 分以上，也就是每次平均失分不多于 5 分。(100-90)×4÷5=8(次) 8-4=4 次，即再考 4 次满分平均分可达到 95，要达到 95 以上即需 4+1=5 次。

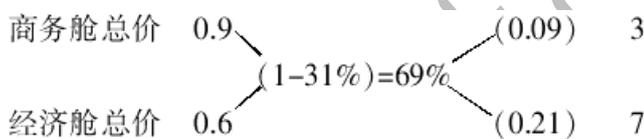
方法二：假设前四次都是 90 分，90 比 95 少 5 分，100 比 95 多 5 分，分差恰好相等，只要 90 和 100 的考试次数相等则平均分就为 95 分。即再考 4 次满分平均分可达到 95，要达到 95 以上即需 4+1=5 次。

三、综合训练

1. 【答案】C。解析：平均数。六个数的和为 42，前四个数的和为 32，则后两个数的和是 10。第四个数为 11，则后三个数的和为 21，平均数为 7。

2. 【答案】A。解析：1-101 中 5 的倍数的所有数的和为 $\frac{5 \times (1+20) \times 20}{2}$ ，它们的平均数为 $\frac{5 \times (1+20) \times 20}{2 \times 20} = 52.5$ 。

3. 【答案】D。解析：解法一：十字交叉法。



即商务舱总价与经济舱总价之比为 $\frac{3}{7}$ ，又二者的单价之比为 $1200 : 700 = \frac{12}{7}$ ，所以二者

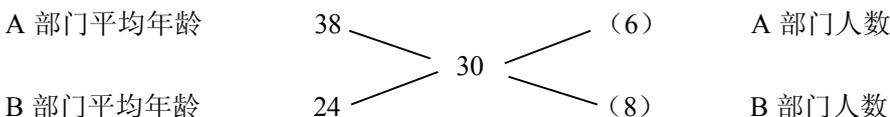
数量之比是 $\frac{3}{7} \div \frac{12}{7} = \frac{1}{4}$ ，二者总数是 10，故经济舱票的张数是 8。

解法二：方程法。设小张一共买了经济舱 x 张、商务舱 y 张，则 $1200 \times 0.9y + 700 \times 0.6x = (1200y + 700x) \times (1-31\%)$ 解得 $x/y = 4/1$ ，共买了 10 张票，所以买了经济舱 8 张。

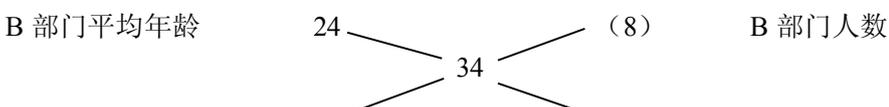
4. 【答案】B。解析：1~15 的平均数为 7.5，故 7.4 应为 1~14 又加上一个数的平均数，此数为 $7.4 \times 15 - 105 = 6$ 。

5. 【答案】B。解析：先求出 A、B、C 三个部门的人数之间的比例关系，再按照加权平均数的求法，求出全体人员的平均年龄。

根据题意，可利用十字交叉法求出 A、B 两部门人数之比和 B、C 两部门人数之比。



由上可得，A、B 两部门人数比为 6 : 8 = 3 : 4，



C 部门平均年龄 42 (10) C 部门人数

B、C 两部门人数比为 $8:10=4:5$ ，则 A、B、C 三部门人数之比为 $3:4:5$ ，可假设 A、B、C 三部门的人数分别为 3、4、5，该单位全体人员的平均年龄为 $(38 \times 3 + 24 \times 4 + 42 \times 5) \div (3 + 4 + 5) = 35$ 岁。

第二章 基本思想

第一节 整除思想

二、考点精讲

例 1.【答案】301246。解析：设这个六位数是 $301240+a$ (a 是个一位数)，则 $301240+a=27385\times 11+(5+a)$ ，这个数能被 11 整除，或者直接利用 11 的整除特性（奇数位数字和与偶数位数字和的差能被 11 整除，则这个数能被 11 整除），易知 $a=6$ ，所以，最小的六位数是 301246。

【进阶训练】

I.【答案】B。解析：这个数列是奇奇偶奇奇偶奇奇偶循环，共有偶数 $100/3=33$ 个。

II.【答案】A。解析：在 $121+122+\dots+170$ 中共有奇数 $(170+1-121)\div 2=25$ （个），所以 $121+122+\dots+170$ 是 25 个奇数之和再加上一些偶数，其和为奇数，同理可求出在 $41+42+\dots+98$ 中共有奇数 29 个，其和为奇数，所以奇数减奇数，其差为偶数。

例 2.【答案】A。解析：甲捐款数是另外三人捐款总数的一半，知捐款总额是 3 的倍数；乙捐款数是另外三人捐款总数的 $\frac{1}{3}$ ，知捐款总额是 4 的倍数；丙捐款数是另外三人捐款总数的 $\frac{1}{4}$ ，知捐款总额是 5 的倍数。故捐款总额应该是 60 的倍数，所以选 A。

【进阶训练】

I.【答案】C。解析：因为李四养的猪中 $\frac{1}{8}$ 是黑毛猪，则非黑毛猪占 $\frac{7}{8}$ 为 7 的倍数，只能选 C。

II.【答案】D。解析：根据全班学生人数，首先排除 A。这个班学生能够按 6、8 和 12 人分组，且恰好分完，则说明这个班的人数一定能够同时被 6、8、12 整除，结合选项可知，只有 48 满足条件，选择 D。

III.【答案】A。解析：方法一，由“足球和篮球的数量比为 8:7”可知足球的数目能够被 8 整除，选项中只有 A 项符合。

方法二，设原有足球 x 个，则篮球原有 $\frac{7}{8}x$ 。设买进足球 y 个，则买进篮球 $(y-3)$ 个。

$$\text{由题意可得} \begin{cases} 2(x+y) = 3 \times \frac{7}{8}x, \\ 6(x+y) = 7\left(\frac{7}{8}x + y - 3\right), \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x = 48 \\ y = 15 \end{cases}.$$

例 3.【答案】77, 92。由师傅产量是徒弟产量的 2 倍，所以师傅产量数总是偶数或成对出现奇数。利用整数加法的奇偶性可知标明“77”的筐中的产品是徒弟制造的。利用“和倍

问题”方法，徒弟加工零件是 $(78+94+86+77+92+80) \div (2+1) = 169$ (只)，则徒弟加工的另一筐零件为 $169-77=92$ (只)。

【进阶训练】

I. 【答案】A。解析：题干告诉我们灯的数目能被 7 整除，被 5 除余数为 1，被 8 除余数为 5，方法一，结合选项运用整除特性，直接选择 A。

方法二，用“逐步满足法”，先找出满足被 5 除余数为 1 的最小数，然后在 6 的基础上每次都加 5 直到满足被 8 除时余数为 5 为止， $6+5+5+5=21$ ，而 21 刚好能被 7 整除，故彩灯至少有 21 盏。

II. 【答案】D。解析：方法一，代入排除，根据题意，每 11 个人一排则多 5 人，可得正确选项必满足减去 5 能够被 11 整除，根据 11 的整除特性可知，只有 D 项满足条件，选择 D。

方法二，逐步满足法。根据题意可得，人数除以 11 余 5，除以 7 余 1，除以 5 余 2，用逐步满足法，可得符合题意的人数为： $385n+302$ ，因此人数最少为 302 人。

III. 【答案】D。解析：方法一，由题目可知道，总人数除以 22 余 1，即总人数减 1 后能被 22 整除，结合选项，只有 D 满足。另外，本题可通过列方程求解。

方法二，根据题意可推知，员工人数可被 23 整除，结合选项只有 D 满足。

例 4.解析：利用同余定理可以一步一步试出来同时满足除以 10 余 3、除以 12 余 7 的最小的数是 43，则下一个是 $43+60n$ ， n 为自然数；所以，桃二百多时，有两种情况：当 $n=3$ 和 4 时满足条件，一共有 2 个这样的数满足要求，分别为 223 和 283。

I. 【答案】5。解析：满足条件的最小整数是 5，然后，累加 3 与 4 的最小公倍数，就得所有满足这个条件的整数，5，17，29，41，……，这一列数中的任何两个的差都是 12 的倍数，所以它们除以 12 的余数都相等，即都等于 5。

II. 【答案】399。解析：满足条件：除以 5 余 4，除以 11 余 3 的数为 $14+55n$ (n 为自然数)，其中当 n 取 7 时， $14+55 \times 7=399$ ，满足题意。

III. 【答案】A。解析：由题可知这个数的特点是能同时被 3 和 5 整除，但除以 4 余 2，这个数最小为 30；又由于 3，4，5 的最小公倍数为 60，所以所有这些数可以表示为 $30+60n$ ，由 $700 \leq 30+60n \leq 1000$ ，解得整数 n 有 5 个，12、13、14、15、16。

三、综合训练

1. **【答案】B。**解析：本题多数考生可能会采用常规做法，以“拆分法”求解。通过观察发现原式的前后两个部分中可以拆出相同因子，因此可将原式变形为

$$33333 \times 3 \times 22222 + 33333 \times 33334 = 33333 \times (66666 + 33334) = 3333300000$$

这是数学运算的基本方法与技巧之一，考生应该对此有比较熟练的掌握。但若能够进一步观察发现，99999 和 33333 是都可以被 3 整除的，那么只要在选项中选择出只能被 3 整除的 B 项就可以了。

2. **【答案】B。**解析：职工的数量可以被 3、5 整除，选项中只有 135 满足，选择 B。

3. **【答案】B。**解析：父亲年龄应该是 2 和 21 的倍数，因此父亲的年龄为 42 的倍数，然而父子五人年龄之和为 $79 < 42 \times 2$ ，因此父亲今年只能是 42 岁。此题如果直接假设父亲的年龄为 x 岁，然后根据已知条件列出方程的话，也可以得出答案，但由于涉及的数量较多，运算起来比较麻烦。如果考虑数的整除性质，则无需计算，直接得出答案。

4.【答案】D。解析：设这个整数为 m ，根据题意， $157=mx+a$ 、 $234=my+B$ 、 $324=mz+c$ ，其中余数 a 、 B 、 c 之和为 100。把这三个式子相加， $157+234+324=m(x+y+z)+100$ ，即 $615=m(x+y+z)$ ，即 m 能整除 615， $615=3 \times 5 \times 41$ ，只有 D 符合。

5.【答案】C。解析：符合题意的数应是 7，6，5 的公倍数加 2，所有这样的数可表示为 $210n+2$ ，当 n 取 1，2，3，4 时，这个数是三位数。

第二节 代入排除思想

二、考点精讲

例 1.【答案】C。解析：代入排除法。已知三个数的和为 38，容易判断，结合选项，只有 C 项符合， $8+12+18=38$ ，故选择 C。

【进阶训练】

I.【答案】D。解析：题中条件可以转化为“这个数除以 4 余数为 1，除以 7 的余数为 2”，代入检验可知 93 符合。

另法：满足条件的最小数就是 9，则 $9+28n$ ($n \geq 0$ 且是整数) 都满足条件，则小于 100 的最大的满足条件的数就是 $9+28 \times 3=93$ 。

II.【答案】C。解析：方法一，根据题意可知，这个三位数能被 23 整除，选项中只有 207 符合条件， $207 \div 23=9$ ，且 $2+0+7=9$ 。

方法二，代入法，从选项入手，702、306、207 三个数的各位数字和都是 9， $9 \times 23=207$ ，C 符合题意；203 的各位数字和是 5， $5 \times 23=115$ ，不合题意。

III.【答案】C。解析：题干说到“这群羊的 $\frac{1}{4}$ ”，由此可知这群羊的只数应是 4 的倍数，由此排除 B、D；若为 72 只，则“加上原来这群羊的一半”，将超过 100 只，排除 A；答案选 C。

例 2.【答案】D。解析：假设 A 等有 x 幅，B 等有 y 幅，C 等有 z 幅。可列出方程组为：

$$\begin{cases} x+y+z=10 \rightarrow (1) \\ 3x+2y+z=15 \rightarrow (2) \end{cases}, (1) \times 2 - (2), \text{ 得到 } z-x=5, \text{ 正好与 D 项符合。因此选择 D.}$$

此题其实可以根据 $z-x=5$ ，推算出两个解 $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \\ z=6 \end{cases}$ 或者 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=7 \end{cases}$

【进阶训练】

I.【答案】A。解析：代入法，代入 A， $8 \times 1.1+31 \times 1.11=43.21$ ，符合题意。故选 A。

II.【答案】A。解析：设游戏机卖了 x 台，被墨水染污的金额的前两位数字为 y ，有 $65.5x=10y+0.5$ ，即 $131x=20y+1$ ，其中 x ， y 是正整数且 y 是两位数，因为等式右边的个位数是 1，所以 x 的尾数也应该是 1，选项中只有 A 项符合，经验证， $x=11$ ， $y=72$ 符合题意。

III.【答案】B。解析：尾数法，设大客车需要 x 辆，小客车需要 y 辆，则 $37x+20y=271$ ， $20y$ 的尾数一定是 0，则 $37x$ 的尾数等于 271 的尾数 1，由于 $3 \times 7=21$ ， x 的尾数就是 3，结合选项，正确答案就是 B。

三、综合训练

1. 【答案】D。解析：注意到乙数的3倍和丙数的4倍相等，所以，乙数和丙数之比是4/3，所以排除A、C；将甲数2倍加8等于乙数的3倍，代入，可排除B，将丁数的5倍减去4等于丙数4倍，可得D。

2. 【答案】A。解析：设需要大、小盒子各x、y个，则有 $11x+8y=89$ ，由此式可知x必为奇数，排除B和D；然后剩下两个代入哪一个都可以，不妨代入A，发现上式是成立的，故答案就是A。

3. 【答案】D。解析：因为“小明今年的年龄正好是爸爸年龄的 $\frac{3}{8}$ ”，所以爸爸年龄能被8整除，所以排除B、C，代入A、D即可，排除A，答案选D。

4. 【答案】D。解析：方法一：代入法，可知只有D满足。

方法二：此题也可以用反推法。 $(1200-500) \times 2 - 500 = 900$ 。

5. 【答案】C。解析：方法一，代入排除法。A项小于2小时，当燃烧2个小时时，粗蜡烛剩下原来的 $\frac{3}{5}$ ，细蜡烛剩下原来的一半，不符合题意，故排除A；同理若为D项，细蜡烛已经燃烧完毕，也不符合题意；剩下的B、C两项一个小于3小时，一个大于3小时，取中间值3个小时考虑，若燃烧3小时，细蜡烛剩原来的 $\frac{1}{4}$ ，粗蜡烛剩原来的 $\frac{2}{5}$ ，粗蜡烛与细蜡烛长度的比值为 $\frac{8}{5}$ ，小于4倍，故燃烧时间还不够，因此选择大于3小时的选项C。

方法二，每根蜡烛所点的时间和它本身的高度是成比例的。假设吹灭时蜡烛点了x个小时，那么 $\frac{5-x}{5} = \frac{4-x}{4} \times 4$ ， $x=3\frac{3}{4}$ ，所以应选C。

第三节 特值思想

二、考点精讲

例 1.【答案】C。解析：题目中的等比数列除了公比外，其他没有给出具体数据，所以可以设特值，设 $a=1$ ，则 $B=2$ ， $c=4$ ， $d=8$ ，因此 $\frac{2a+b}{2c+d} = \frac{2 \times 1 + 2}{2 \times 4 + 8} = \frac{1}{4}$ ，选择 C。

【进阶训练】

I.【答案】A。解析：令 $a=3$ ， $B=2$ ，那么 $A=13$ ， $B=6$ ， $C=5$ ， $D=11$ 。选择 A。

II.【答案】D。解析：特值设桶里分别装了 1L 的牛奶和糖水，杯子的大小为 1L，那么先从甲桶内取出一杯牛奶倒入乙桶后，甲桶没牛奶也没糖水，这时候乙桶内有 1L 的牛奶和 1L 的糖水，混合后，再从乙桶取出一杯糖水和牛奶的混合液倒入甲桶，这时候两个桶里的牛奶和糖水水平均分配了，都一样多。

III.【答案】B。解析：这是一个平均数问题。可以设苹果的个数为 6 和 15 的最小公倍数 30，则共有 5 个人，女生有 2 人，男生有 3 人，只给男生则平均每个男生可以分得 10 个。所以选择 B。

例 2.【答案】①溶液是不变量，溶质和溶剂是变量；②不变量溶液设为 100；③7.2%。

解析：从题目中看，不变量是溶液的质量，已知，溶液浓度 = $\frac{\text{溶质}}{\text{溶液}} \times 100\%$ ，且知溶液

初始浓度为 20%，所以，为方便计算，我们设溶液的量 100，从而可得到最终溶质的量为：

$$100 \times 20\% \times \left(1 - \frac{2}{5}\right) \times \left(1 - \frac{2}{5}\right) = 7.2, \text{ 最终的浓度} = \frac{7.2}{100} \times 100\% = 7.2\%$$

【进阶训练】

I.【答案】44。解析：不妨设一月份的产量为 100，则二月份产量为 120，三月份产量为 $120 \times (1+20\%) = 144$ ，所以，三月比一月高 $144/100 - 1 = 44\%$ 。

II.【答案】B。解析：时间相同的时候，速度比等于路程比，因此可设总时间为 2 分钟，前一半时间走了 80 米，后一半时间走了 70 米，所以总路程 = $80 + 70 = 150$ （米）。那么前一半路程所用时间 = $75/80$ ，后一半路程所用时间 = $2 - 75/80 = 85/80$ ，所以走前一半路程与后一半路程所用的时间比 = $75/85 = 15/17$ 。

III.【答案】A。解析：

方法一，假设杯子里共有水 60 份，倒出 $1/3$ 装入纯酒精，相当于装进 20 份纯酒精，又倒出 $1/4$ 装入纯酒精，倒出 $1/4$ ，相当于倒出 5 份纯酒精，倒进 $1/4$ 纯酒精，相当于倒进 15 份纯酒精，则杯子里现有 30 份纯酒精，再倒出 $1/5$ 装入纯酒精，则杯子里有 36 份纯酒精，故现在酒精浓度是 $36/60 \times 100\% = 60\%$ 。

方法二，设一开始杯子有水为 1，在整个过程中水一直在减少，故水最后为 $1 \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$ ，从而酒精浓度为 $1 - \frac{2}{5} = 60\%$ ，解题关键是抓住变化规律少的量。

三、综合训练

1.【答案】A。解析：可采用特值法，取 $x=1, y=0$ ，代入所求式，值为 1，选 A。

2.【答案】B。解析：方法一，由题意，整 10 元的个数应该为奇数个，直接运用特殊值代入验证法，当 $N=4$ 时，可满足题意，则一共卖 $4 \times 4=16$ 。

甲拿 10 元后，剩下的 6 元由乙拿，则乙拿 6 元后，甲还要给乙 2 元，才能平分，所以选 B。

方法二，一共卖了 N^2 元钱，设甲乙每人拿了 a 次 10 元，剩余 B 元。

$N^2=a \times 20+10+B=10(2a+1)+B$ ，甲比乙多拿 $10-B$ 元，应给乙 $(10-B)/2$ 元。 $B < 10$ ，可以排除 A、D。又因为 B 是一个完全平方数的尾数，所以 B 可为 1、4、5、6、9 中的一个。可知当 $B=6$ 时，甲给乙 2 元，选 B。

3.【答案】D。解析：采用逆推的方法。不妨设 a 剩下的长度为 2， b 剩下的长度为 1 个，则 a 绳原长为 $2 \div (1-\frac{2}{5}) \div (1-\frac{2}{3}) \div (1-\frac{2}{5}) = \frac{50}{3}$ 。 b 绳原长为 $1 \div (1-\frac{2}{3}) \div (1-\frac{2}{5}) \div (1-\frac{2}{3}) = 15$ ，所以 $a:B=10:9$ 。

4.【答案】D。解析：方法一，设每名工人一个月的工作量为 1，则全部工作量为 180×12 ，工作 4 个月后还剩下工作量 $180 \times (12-4)$ 。要想提前 2 个月，则剩下的工作量需 $12-4-2=6$ 个月完成，每个月要完成 $180 \times (12-4) \div 6=240$ 个单位的工作量，即需 240 名工人，所以要增加 $240-180=60$ 名工人。

方法二，工作 4 个月，还剩下 8 个月，而要提前 2 个月，即 6 个月完成，则后来每个月的工作效率应为原来的 $\frac{8}{6}$ ，相应地工人数也应为原来的 $\frac{8}{6}$ ，所以一共需要 $180 \times \frac{8}{6}=240$ 名工人，所以要增加 $240-180=60$ 名工人。

5.【答案】C。解析：此题的关键点在于“两个季度降水量的绝对增量刚好相同”，可知此题考查的是增长量与增长率的问题，由此联想到增长率=增长量÷去年同期。

方法一，特值法。为方便计算，我们假设每个季度的绝对增量为 11 和 9 的公倍数 99，因此第一季度去年同期降水量为 $99 \div 11\%=900$ ，第二季度去年同期降水量为 $99 \div 9\%=1100$ 。故去年上半年该市的降水量为 $900+1100=2000$ ，同比增长为 $(99+99) \div 2000=9.9\%$ 。此题答案为 C。

方法二，十字交叉法。不妨设绝对量为 a ，

	部分平均值	总平均值	均值差	对应的量
第一季度	11%		$(x-9)\%$	$a/11\%$
		$x\%$		
第二季度	9%		$(11-x)\%$	$a/9\%$

$$\text{则有, } \frac{(x-9)\%}{(11-x)\%} = \left(\frac{\frac{a}{11}\%}{\frac{a}{9}\%} \right), \text{ 则有 } x=9.9\%.$$

第四节 比例思想

二、考点精讲

例 1.【答案】B。解析：第一根:第二根=1.2:1=6:5，第一根:第三根=2:5=6:15。所以，第一根:第二根:第三根=6:5:15。

第二根的长为： $440 \div (15-5) \times 5 = 220$ 厘米；第一根长 $220 \times 1.2 = 264$ ；第三根长 $220 \times \frac{15}{5} = 660$ 。

截得的小段长应为 264、220、660 的最大公约数，即 44 厘米，所以第一根铁丝截得 $264 \div 44 = 6$ 根。

【进阶训练】

I.【答案】B。解析：由硝酸钾，硫磺，木炭的比例为 15:2:3，求得木炭所占比例为 $\frac{3}{20}$ ，因此，配制 1000 千克的“黑火药”需要木炭 $1000 \times \frac{3}{20} = 150$ 千克，今有木炭 50 千克，故还需要木炭 $150 - 50 = 100$ 千克。故选 B。

II.【答案】B。解析：利用比例法。由题意得两个人的速度和 = $\frac{400-8}{14} = 28$ 米/秒。利用比例法求解：甲的速度:乙的速度:速度和=4:3:7，故甲的速度是 16 米/秒。

III.【答案】A。解析：甲:(乙+丙)=3:2，总销售额为 5 的倍数；(甲+乙):丙=5:1，总销售额为 6 的倍数。设总销售额为 30 份，甲占 $30 \div (3+2) \times 3 = 18$ 份，丙占 $30 \div (5+1) = 5$ 份，乙占 $30 - 18 - 5 = 7$ 份。乙销售额为 56 万，每份是 $56 \div 7 = 8$ 万。所以甲销售额为 $8 \times 18 = 144$ 万。

例 2.【答案】B。解析：设工作效率为 1，则提高后效率为 $\frac{5}{4}$ 。工程的时间缩短为原来的 $\frac{4}{5}$ ，完成这项工程的时间将由原来的十小时缩短为 $10 \times \frac{4}{5} = 8$ 小时。故选 B。

【进阶训练】

I.【解析】甲、乙两种铅笔单价之比为 3:4，又两种笔用去的钱相同，故甲乙两种铅笔支数之比为 4:3。其中甲占总数的 $\frac{4}{4+3}$ ，即 $\frac{4}{7}$ ，甲种铅笔数为 $210 \times \frac{4}{7} = 120$ (支)。

II.【答案】B。解析：由题意知，乙 30 分钟的路程，甲需要 10 点 54 分-10 点 30 分=24 分走完，故甲、乙相同路程所需的时间比为 24:30=4:5，所以甲、乙的速度比为 5:4，可得乙从相遇到甲的工作单位需要 $30 \times \frac{5}{4} = 37.5$ 分。甲从相遇到返回自己单位共用时 $24 + 24 + 30 = 78$ 分，所求为 $78 - 37.5 = 40.5$ 分=40 分 30 秒，选 B。

III.【答案】D。解析：一班组完成任务时，二班组完成 95 套，三班组完成 90 套，故二班组和三班组的效率比为 $95:90=19:18$ ，当二班组完成任务时，三班组应完成了 $100 \times \frac{18}{19}$

套，还有 $100 - 100 \times \frac{18}{19} = 100 \times \frac{1}{19} = \frac{100}{19}$ 套没有完成。

例 3.【答案】D。解析：圆与正方形的面积比为 6:5，正方形与三角形的面积比为 4:9，中间不变的量是正方形，那么在两个比例关系中找出正方形所占比例的最小公倍数，所以圆、正方形、三角形的面积的最简整数比是 24:20:45。

【进阶训练】

I.【答案】C。解析：用甲齿、乙齿、丙齿代表三个齿轮的齿数。甲乙丙三个齿轮转数比为 5:7:2，根据齿数与转数成反比例的关系。

甲齿:乙齿=7:5=14:10，

乙齿:丙齿=2:7=10:35，

所以，甲齿:乙齿:丙齿=14:10:35

由于 14，10，35 三个数互质，且齿数需是自然数，所以甲、乙、丙三个齿轮齿数最少应分别是 14，10，35。即丙齿轮齿数最少 35 个齿。

II.【答案】C。解析：一班和二班的人数比是 5:4，二班与三班人数比是 3:2，则三个班人数之比为 15:12:8，设其分别为 15a、12a、8a，由于三班比二班人数少 8 人，则 $12a-8a=4a=8$ ，则 $a=2$ ，所以三个班总人数为 $(15+12+8) \times 2=70$ 人。

III.【答案】A。解析：依题中所给关系可得，10 斤鱼可换 21 斤豆，则 1 斤豆可换 $\frac{10}{21}$ 斤鱼，以此类推，1 斤鱼可换 $\frac{7}{12}$ 斤肉，1 斤肉可换 $\frac{2}{5}$ 斤油，所以 1 斤豆可换 $\frac{10}{21} \times \frac{7}{12} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{9}$ 斤油，所以 27 斤豆可换 $27 \times \frac{1}{9} = 3$ 斤油。

三、综合训练

1.【答案】C。解析：100:20=5:1，故 $B=4 \times 5=20$ ，则 $a=100-25-20=55$ 。

2.【答案】B。解析：儿子与母亲分得遗产的比是 2:1，母亲与女儿分得遗产的比是 2:1，所以，儿子:母亲:女儿=4:2:1，从而，母亲可以得到 $350 \times 2 / (4+2+1) = 100$ 万元。

3.【答案】B。过路人给了 10 元，表示他吃的鱼的价值是 10 元，故 5 条鱼的价值为 30 元，每条 6 元，甲 3 条鱼值 18 元，吃了 10 元，分的 8 元，继而知道乙拿 2 元。

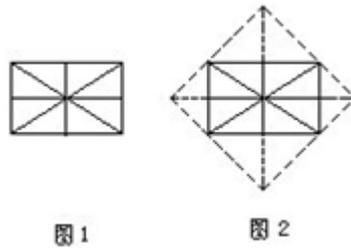
4.【答案】C。解析：利用比例法解题，小明速度：爸爸速度：两人速度差=80：180：100，因为追及时间相同，爸爸追小明的追及距离为 5×80 ，利用比例法，并已知速度差于追击距离，故爸爸追上小明所用时间 = $\frac{5 \times 80}{100} = 4$ 分钟。

5.【答案】4。解析：四个队，自始至终女队员数量都没变，所以之前的 7:18 和之后的 8:17 对于分子来说（女队员）是一样的，7、8 找公倍数，得到 56，所以分别是 56:144 和 56:119，可见女队员不变的情况下，男队员由 144 份变成了 119 份，少了 25 份，而 25 份正好是一小队的一半，所以是一个小队是 50 份，则每个小队都是 50 份，原先女队员和男队员的比例为 56:144，可知一共 200 份，所以一共四个小队。

第五节 分类分步思想

二、考点精讲

例 1.解析：(1) 由一个小三角形组成的三角形有 8 个；(2) 由两个小三角形组成的有 4 个；(3) 由三个小三角形组成的有 0 个；(4) 由四个小三角形组成的三角形有 4 个，(5) 所以图 1 共有 16 个三角形；(6) **【答案】D.**解析：由图 1 知，共有 16 个三角形；图 1 中的长方形扩展为图 2，即为我们所求图形。扩展部分用虚线添出，新增三角形中，由一个小三角形组成的有 8 个；由两个小三角形组成的三角形有 12 个；由四个小三角形组成的三角形有 4 个；由八个小三角形组成的三角形有 4 个，所以新增 28 个。由 (1)、(2) 知，图中共有三角形：16+28=44 (个)。



【进阶训练】

I. 【答案】D.解析：根据图形特点把图中三角形分类，可分为一类是一个面积的三角形，还有一类是四个面积的三角形，顶点朝上的有 3 个，由对称性知：顶点朝下的也有 3 个，故图中共有三角形个数为 16+3+3=22 个。

II. 【答案】C.解析：方法一：可以很容易把符合条件的整数列举出来，从小到大依次是 11、12、15、21、22、24、25、31、32、33、35、36、41、42、44、45、48，共 17 个。

方法二：分类分步思想。

个位数为 1 的有 4 个：11，21，31，41；

个数为 2 的有 4 个：12，22，32，42；

个数为 3 的有 1 个：33；

个数为 4 的有 2 个：24，44；

个数为 5 的有 4 个：15，25，35，45；

个数为 6 的有 1 个：36；

个数为 7 的有 0 个；

个数为 8 的有 1 个：48；

个数为 9 的有 0 个；

综上，共有 4+4+1+2+4+1+1=17 个。

III. 【答案】B.解析：若 3 个点都从正方形的 4 个顶点中取，则得到的三角形面积是正方形面积的一半；若 3 个点中有一个是中心点，其他 2 个是正方形的顶点，则得到的三角形面积是正方形面积的四分之一。因此，可以构成 2 种面积不等的三角形。

例 2. 【答案】①分类；②26。

解析：分类讨论。两本书是计算机和文艺书，有 $C_4^1 \times C_3^1 = 12$ 种取法；两本书是文艺书和体育书，有 $C_3^1 \times C_2^1 = 6$ 种取法；两本书是计算机和体育书，有 $C_4^1 \times C_2^1 = 8$ 种取法；一共 $12+6+8=26$ 种取法。

【进阶训练】

I. 【答案】D. 解析：排列组合与数的整除特性。根据数的整除特性，能被 5 整除的数的末位必为 0 或 5，因此分类来看，第一种情况末位为 0，则前四位有 $A_4^4 = 120$ 种方法；第二种情况末位为 5，因为首位不能为 0 所以首位有除 0 和 5 外 4 种选择方法，其余三位有 4 种选择方法 $A_3^3 = 24$ ，即第二种情况共有 $4 \times 24 = 96$ 种方法，所以共有 $120+96=216$ 种方法。

II. 【答案】B. 解析：分类讨论。

第一类，不选丁，选择甲、乙、丙，有 $C_2^1 A_2^2 = 4$ 种选法；

第二类，选丁，（1）选丙，有 2 中选法；（2）不选丙，有 $A_2^2 = 2$ 种选法。根据分类相加，共有 $4+2+2=8$ 种选法。

III. 【答案】B. 解析：正难则反。要求三位数中恰有两位数字相同的个数，只需求出三位数各不相同的三位数个数和三位数中三个数字全同的个数。

三位数各不相同的有 $9 \times 9 \times 8 = 648$ （个）；

三位数字全相同的有 9 个；所以，在 900 个三位数中，恰有两位数字相同的共有： $900-648-9=243$ （个）。

例 3. 【答案】①分步；② 7^6 。

解析：分步考虑。第一名实习生有 7 种选择，第二名实习生也有 7 种选择，依次类推，第七名实习生也有 7 种选择，共有 7^6 种方法。

【进阶训练】

I. 【答案】B. 解析：区域（3）有 4 种选法，区域（4）有 3 种选法，区域（1）有 3 种选法，区域（2）有两种选法， $4 \times 3 \times 3 \times 2 = 72$ 。

II. 【答案】D. 解析：根据乘法原理可知，共有 $8 \times 7 \times 5 \times 2 = 560$ 种不同的选法。

III. 【答案】A. 解析：第一盆有 3 种选择，第二盆有 2 种选择，由于每 3 个相邻的花盆中花的种类各不相同，则后面 8 盆都只有 1 种选择，共有 $3 \times 2 = 6$ 种不同的种植方法。

例 4. 解析：（1）甲为特殊元素，先排甲。

第一步，甲可以在左端，也可以在右端，2 种排法；第二步，再排其他四个人， A_4^4 。

分步相乘：一共： $2 \times A_4^4 = 48$ 。

（2）甲乙一定要相邻，将其作为一个整体。

甲乙这个整体与其余三个人一起排列，甲乙位置可互换，

分步相乘，一共有 $A_4^1 \times A_2^2 = 48$ 种

(3) 第一步：先排其他三个人，三个人的全排列为 $A_3^3=6$ 种；

第二步：将甲乙两人插到排好的三个人形成的空隙中。三个人可形成 4 个空，4 个空里选择两个排甲乙，有顺序要求，为 $A_4^2=12$ 种。所以共有 $6 \times 12=72$ 种。

【进阶训练】

I. 【答案】B。解析：偶数的个位一定是偶数，先确定其个位，则只能选 2 或 4；剩下两位数由于不能有重复数字，则有 $A_3^2=3 \times 2=6$ 种选法。根据乘法原理共有 $2 \times 6=12$ 种取法。

II. 【答案】C。解析：将连续参观 3 天和 2 天的分别看成 2 个整体，则相当于从 7 天中选择 5 天接待单位，则参观的时间安排有 $A_7^5=7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3=2520$ 种。

III. 【答案】A。解析：插空法。亮着的路灯共有 7 盏，7 盏等除去边上的 2 个空外还形成 6 个空，将关掉的 3 盏灯插入到这 6 个空中，共有 $C_6^3=20$ 种方法，故选择 A。

例 5.解析：4 个盒子，就要设置 3 个隔板（隔板是相同而不可以区分的），然后用插空法，插入 9 个空中有 C_9^3 种。

【进阶训练】

I. 解析：转化成把 n 个相同元素分成 m 份，每份至少 1 个元素，问有多少种不同分法的问题。先每一个盒子中放一个球，就转化成 6 个相同的球放在 4 个盒子，每个盒子至少放一个球有多少种方法。 C_5^3

II. 【答案】C。解析：解法一：采用隔板法。先给每个部门发放 8 份材料，还剩 $30-8 \times 3=6$ 份材料，在这 6 份材料的 5 个间隔中放上两个隔板，即可保证每个部门至少得到了 9 份材料，不同的方法共有 $C_5^2=10$ 种。

解法二：先给每个部门发放 9 份材料，再考虑将剩下的 3 份材料发给这三个部门，若 3 份材料发给一个部门，有 3 种情况；若 3 份材料发给两个部门，有 6 种情况；若 3 份材料发给三个部门，有 1 种情况。共是 10 种情况。

III. 【答案】B。解析：这是相同元素分堆问题，我们用隔板法解决，用隔板法时要保证每个人至少分一，所以可以先从别处借 4 支一样的笔给每个学生一个，等到重新分的时候，就相当于共有 14 支铅笔，分给 4 个人，每人至少一个，共有 $C_{13}^3=286$ 种方式。

例 6. 【答案】 A_7^7 。

【进阶训练】

I. 【答案】 A_5^5 。

II. 【答案】 $A_4^4 \times 2^5=768$ 。

III.【答案】A。解析：分步考虑，第一步，先排甲乙，共 2 种；第二步，甲乙丙丁四个人相邻，甲乙相邻，将甲乙已经捆绑作为一个人，与丙丁相邻，共 A_3^3 种坐法；第三步，甲乙丙丁四人同其他人进行圆排，甲乙丙丁四人捆绑作为一个人，同剩余 6 人圆排，共 A_6^6 种坐法。分步利用乘法原理，可得满足要求的总排法共有 $2 \times A_3^3 \times A_6^6 = 8640$ 种。

三、综合训练

1.【答案】A。解析：只要固定一个人，例如：爸爸，然后考虑其他三个人排成一列时，共有多少种方法即可。显然，三人排列共有 $A_3^3 = 6$ 种方法。

2.【答案】C。解析：将每个三口之家作为一个整体，他们坐在 3 座还是 4 座，有 2 种可能。其中坐在 3 座的家庭有 A_3^3 种坐法；坐在 4 座的家庭由于只可以相邻而坐，所以有 $2 \times A_3^3$ 种坐法，由乘法原理可知，共有 $2 \times A_3^3 \times 2 \times A_3^3 = 2 \times 6 \times 2 \times 6 = 144$ 种安排方法。

3.【答案】B。解析：四盆黄花两侧可形成 5 个空隙，要使三盆红花互不相邻只需从中选取 3 个空隙放入红花即可， $C_5^3 = 10$ 。

4.【答案】D。解析：十位和个位数字都可选择数字 0、1、2、3、4、5（其中十位为 0 时，个位数字即为代表的号码），还可以选择 6、7、8、9 号，所以每支球队选择的号码共有 $6 \times 6 + 4 = 40$ 个。

5.【答案】A。解析：让 5 个球的编号之和为奇数共分三种情况：

第一类，取出的 5 个球编号均为奇数，共有 $C_6^5 = 6$ 种取法；

第二类，取出的 5 个球中有 3 个编号为奇数，两个为偶数，共有 $C_6^3 C_5^2 = 200$ 种取法；

第三类，取出的 5 个球中有 1 个编号为奇数，4 个编号为偶数，共有 $C_6^1 C_5^4 = 30$ 种取法。

根据分类相加，故符合条件的取法共有 $6 + 200 + 30 = 236$ 种，选择 A。

6.【答案】C。解析：排列问题。一盏时为 $A_4^1 = 4$ 种；两盏时为 $A_4^2 = 12$ 种；三盏时为 $A_4^3 = 24$ 种；四盏时为 $A_4^4 = 24$ 种。共有 $4 + 12 + 24 + 24 = 64$ 种。

7.【答案】C。解析：梯形的总数为：BC 上线段总数 \times BD 上线段总数，即 $(4 + 3 + 2 + 1) \times (6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1) = 210$ 。

第六节 方程思想

二、考点精讲

例 1.【答案】B。解析：设答对 5 道题的有 n 人，答对 6 道题的有 m 人，则有： $2 \times 5 + 4 \times 9 + 3n + 5n + 6m = 202$ ； $5 + 9 + 2n + m = 50$ ，解得 $n = 15$ ， $m = 6$ ，选 B。

【进阶训练】

I.【答案】D。解析：设瓶内酒精原来重 x 克，瓶子重 y 克，则可列方程组：

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x + y = 800 \\ \frac{1}{2}x + y = 700 \end{cases} \quad \text{解得：} \begin{cases} x = 600 \\ y = 400 \end{cases}$$

II.【答案】C。解析：在除法算式里，被除数=除数 \times 商+余数，此题可以设除数为 x ，则被除数是 $21x + 6$ 。由题意可知， $21x + 6 + x + 21 + 6 = 319$ ，解得 $x = 13$ ，故被除数为 $13 \times 21 + 6 = 279$ 。

III.【答案】C。解析：男生选择攻读硕士的有 $60 \times 70\% \times \frac{1}{3} = 14$ 人，女生选择攻读硕士的有 $60 \times 30\% \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = 3$ 人，共计 $14 + 3 = 17$ 人。

例 2.【答案】A。解析：设甲、乙、丙各买 1 件，各需要 x ， y ， z 元，则：

$$\begin{cases} 3x + 7y + z = 32 \dots\dots(1) \\ 4x + 10y + z = 43 \dots\dots(2) \end{cases}$$

根据 $(1) \times 3 - (2) \times 2$

$$\text{可得 } x + y + z = 32 \times 3 - 43 \times 2 = 96 - 86 = 10$$

（注：若看不出来，则需要使用换元法）。

【进阶训练】

I.【答案】D。解析：依题意可得： $4 \times \text{篮球} + 2 \times \text{排球} = 560 \dots\dots(1)$ ， $2 \times \text{排球} + 4 \times \text{足球} = 500 \dots\dots(2)$ ， $(1) + (2)$ 得： $4 \times \text{篮球} + 4 \times \text{排球} + 4 \times \text{足球} = 560 + 500 = 1060$ ，所以篮球+排球+足球= $1060 \div 4 = 265$ 元。

II.【答案】C。解析：设买盖饭，水饺和面条的人数分别是 x 、 y 和 z ，则依题意可得

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \rightarrow (1) \\ 15x + 7y + 9z = 60 \rightarrow (2) \end{cases} \quad (2) - (1) \times 7 \text{ 得到 } 4x + z = 9, \text{ 由于 } x, y \text{ 和 } z \text{ 都是整数, 所以 } \begin{cases} x = 1 \\ z = 5 \end{cases}$$

或 $\begin{cases} x = 2 \\ z = 1 \end{cases}$ ，两种情况 y 分别为 0 和 3，所以买水饺最多为 3 人。

III.【答案】A。解析：甲加工了 $3x + 6(8 - x) = 48 - 3x$ ；乙加工了 $2y + 7(8 - y) = 56 - 5y$ 。故 $48 - 3x + 56 - 5y = 59$ ，整理得 $3x + 5y = 45$ 。 $5y$ 与 45 均是 5 的倍数， $3x$ 也是 5 的倍数，因此 x

是5的倍数。 x 是小于等于8的正整数，所以 x 只能取5，此时 $y=6$ 。甲加工了 $48-3\times 5=33$ 个零件，乙加工了 $59-33=26$ 个零件，两者相差 $33-26=7$ 个零件。

三、综合训练

1. 【答案】A。解析：方程法。设衬衫进了 x 件，背心进了 y 件，依题意得：

$$\begin{cases} x+y=24 \\ 90x+10y=400 \end{cases}$$

解得 $x=2$ ， $y=22$ 。衬衫总进价为 $90\times 2=180$ 元，背心总进价为 $10\times 22=220$ 元，所以衬衫总进价比背心总进价低 $220-180=40$ 元，选A。

2. 【答案】D。解析：设1角、2角、5角纸币各有 x 、 y 、 z 张，则 $x+2y+5z=300$ ， $x+y+z=100$ ， $2y-x=16$ 。解该方程组可得 $x=32$ ， $y=24$ ， $z=44$ 。

3. 【答案】A。解析：依题意可知，两次全部参加的为老年女性，共12人，两次都没有参加的是儿童男性，共6人。可设老年男性为 x ，儿童女性人数为 y 。由40名会员可知，

$12+x+6+y=40$ ，由老人与儿童的男女比例相同可知， $\frac{x}{12}=\frac{6}{y}$ ，解得 $x=18$ （ $x=4$ 舍去，因为老人数量多于儿童）， $y=4$ 。所以老人有 $12+18=30$ 人，儿童有 $6+4=10$ 人。

4. 【答案】B。解析：由 $A\geq B$ 可知， $\frac{1}{A}\leq\frac{1}{B}$ ，所以 $\frac{4}{15}=\frac{1}{A}+\frac{1}{B}\leq\frac{1}{B}+\frac{1}{B}=\frac{2}{B}$ ，则 $\frac{1}{B}\geq\frac{2}{15}$ 。又 $\frac{1}{B}\leq\frac{1}{A}+\frac{1}{B}=\frac{4}{15}$ ，故 $\frac{2}{15}\leq\frac{1}{B}\leq\frac{4}{15}$ ， $\frac{15}{4}\leq B\leq\frac{15}{2}$ ，从 B 为自然数可知， B 可以取4、5、6、7。当 $B=4$ ， $A=60$ ；当 $B=5$ ， $A=15$ ；当 $B=6$ ， $A=10$ ；当 $B=7$ ， A 不为自然数，舍去。故 A 有3个不同的值。

5. 【答案】D。解析：此题条件比较单一，没有直接可利用的数量关系。因此，优先考虑方程法，利用方程来理清数量间的特殊关系。

设大包装盒有 x 个，小包装盒有 y 个，则 $12x+5y=99$ ，其中 x 、 y 之和为十多个。对于这个不定方程，从整除特性等方面来考虑没有思路。但是我们注意到：

$5y$ 的尾数只能是5、0，那么对应的 $12x$ 的尾数只能为4或者9，而 $12x$ 为偶数，故尾数只能为4。此时，只有 $x=2$ 或者 $x=7$ 时满足这一条件。

当 $x=2$ 时， $y=15$ ， $x+y=17$ ，正好满足条件， $y-x=13$ ；

当 $x=7$ 时， $y=3$ ， $x+y=10$ ，不符合条件。

综上所述，只能选择D。

第七节 递推思想

二、考点精讲

例 1.解析：从简单情况研究起：

AB 上共有 2 个点，有线段：1 条

AB 上共有 3 个点，有线段：1+2=3（条）

AB 上共有 4 个点，有线段：1+2+3=6（条）

AB 上共有 5 个点，有线段：1+2+3+4=10（条）

.....

AB 上共有 10 个点，有线段：1+2+3+4+...+9=45（条）

一般地，AB 上共有 n 个点，有线段：

$1+2+3+4+\dots+(n-1) = n \times (n-1) \div 2$

即：线段数=点数×(点数-1)÷2。

【进阶训练】

I. 【答案】A.解析：先列举出经过一到六个月兔子的对数分别是 1, 1, 2, 3, 5, 8。很容易发现这个数列的特点：即从第三项起，每一项都等于前两项之和。按这个规律写下去，便可得出一年内兔子繁殖的对数：1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144。可见一年后兔子共有 144 对。

II. 【答案】B.解析：设 n 条直线把平面切分为 a_n 个部分，第 n+1 条线被 n 条线截成 n+1 段。每段把一个封闭区域一分为二，故 $a_{n+1}=a_n+n+1$ 。已知 $a_1=2$, $a_2=2+2=4$, $a_3=4+3=7$, $a_4=7+4=11$, $a_5=11+5=16$, $a_6=16+6=22$ 。因此 6 条直线将该平面分为 22 块。

III. 【答案】A.解析：已知 $3 \div 7 = 0.42857142\dots$ ，小数点后的数字出现 6 个一循环，所以 $1999 \div 6 = 333\dots 1$ ，所以是 4。

例 2. 【答案】D.解析：采用逆推法。最后一次剩下的棋子四等分还剩一枚，则棋子数目至少是 5 个，则第二次操作前棋子数目至少是 $5 \times 4 + 1 = 21$ 个，第一次操作前棋子数目至少是 $21 \times 4 + 1 = 85$ 个。答案为 D。

【进阶训练】

I.解析：逆推法。 $(100 \times 4 + 20 - 112) \div 4 = 77$ 。

II. 【答案】C.解析：把后来甲站所停汽车的辆数看为“1”的倍数，那么乙站所停的是 1.5 的倍数，那么“135”辆就是 2.5 的倍数，这样甲站后来有： $135 \div 2.5 = 54$ 辆，乙站后来有： $54 \times 1.5 = 81$ 辆，甲原有： $54 + 36 - 45 = 45$ 辆，乙原有： $81 + 45 - 36 = 90$ 辆。

III. 【答案】D.解析：人力车运米之前仓库共有大米 $(2+2) \times 2 = 8$ 袋，小车运米之前仓库共有大米 $(8+2) \times 2 = 20$ 袋，大车运米之前（最初）仓库共有大米 $(20+2) \times 2 = 44$ 袋，每袋大米值 $2200 \div 44 = 50$ 元。

三、综合训练

1. 【答案】C。解析：第一次倒掉水后，剩余的水为总水量的 $\frac{1}{2}$ ；第二次倒掉后剩余的水为总水量的 $\frac{1}{2} \times (1 - \frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$ ，……，第四次倒掉后剩余的水为总水量的 $\frac{1}{5}$ ，总水量为 $(20 - 5.6) \div \frac{4}{5} = 18$ 千克，桶的重量为 $20 - 18 = 2$ 千克。

2. 【答案】C。解析：此题可用逆推法快速解答。

	甲	乙
第一次	$120 \div \frac{2}{3} = 180$ 元	$200 - 180 \times \frac{1}{3} = 140$ 元
第二次	$160 - 200 \times \frac{1}{5} = 120$ 元	$160 \div \frac{4}{5} = 200$ 元
最后	160 元	160 元

所以选择 C 项。

3. 【答案】D。解析：逆推法。C 桶的 $\frac{1}{10}$ 倒入 A 桶后，C 桶剩 $\frac{9}{10}$ ，为 90 升，所以倒入 A 的 $\frac{1}{10}$ 为 10 升，即 A 桶的 $\frac{1}{3}$ 倒入 B 桶后剩了 80 升，则 A 桶原有 $80 \div \frac{2}{3} = 120$ 升，选 D。

4. 【答案】B。解析：哥哥最终挑了 $(26 + 2) \div 2 = 14$ 块，弟弟最终是 $26 - 14 = 12$ 块。逆推：(1) 哥哥还给弟弟 5 块，则哥哥是 $14 - 5 = 9$ 块，弟弟是 $12 + 5 = 17$ 块；(2) 弟弟抢走哥哥的一半，抢走了一半，则剩下的就是另一半，所以哥哥就应该是 $9 + 9 = 18$ 块，弟弟是 $17 - 9 = 8$ 块；(3) 哥哥抢走弟弟的一半，则弟弟原来就是 $8 + 8 = 16$ 块。故本题正确答案为 B。

5. 【答案】B。解析：150 名工人排成一排，每次报奇数的人落选退出。第一次留下的人所在位置是 2 的整数倍，第二次留下的人所在位置是 2^2 的整数倍，依此类推，最后留下的人所在位置是 2^n ，由题意可知 $2^n \leq 150$ ，解得 $n \leq 7$ ，所以应该站在 2^7 处，所以 $n = 7$ ，所在位置是 $2^7 = 128$ 。

第三章 基本题型

第一节 极限问题

二、考点精讲

例 1.【答案】。解析：若让分得鲜花最多的人鲜花最少，那么应该让所有人的鲜花数尽量接近， $21 \div 5 = 4.2$ ，说明中间的那个人鲜花数在 4 左右，我们假设其中 4 人鲜花数分别为 3、4、5、6，则四人总共 18 朵，还剩 3 朵，五人鲜花数分别是 3、3、4、5、6，由于五人鲜花数目需要不同，所以让一个有 3 朵的送 1 朵给 6 朵的就可以，这样鲜花最多的人最少有 7 朵。

【进阶训练】

I.【答案】A。解析：考虑最差情况，每个草坪上种树的数量相差为 1，即分别种 2, 3, 4, 5, 6，正好为 20 颗，剩余 1 棵只能种在最大的草坪上，否则有两块草坪栽种的桃树棵数相同，与题意不符。所以面积最大的草坪上至少要栽 7 棵。

II.【答案】B。解析：要让奖励的单位数尽可能多，则每个单位获得的电脑数尽可能少。即各单位奖励的电脑数量分别是 1, 2, 3, ..., n，则它们的总和要不大于 25，即 $\frac{n(1+n)}{2} \leq 25$ ，n 最大为 6。

III.【答案】C。解析：把 8 名同学的成绩从大到小排列，设为 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$ 。要想 a_1 最多，则其他尽量少，又每人都及格且得分为不同的整数，所以 a_8 为 70 分， a_7 为 71 分， a_6 为 72 分，又 $a_1 + a_2 \leq 2.5a_5$ ，利用 a_2, a_3, a_4, a_5 不相等，不妨设为 $x+3, x+2, x+1, x$ ，则 a_1 最多为 $1.5x-3$ ，所以， $70+71+72+x+x+1+x+2+x+3+1.5x-3=640$ ，得 $x=424/5.5$ ，第一名为 $1.5x-3=112.6$ ，显然第一名若取 113 不符合题意，再进一步验证 112 符合题意，第一名最大只能取得 112 分。八个人的分数分别为 112, 80, 79, 78, 77, 73, 71, 70。

例 2.解析：按照最坏情况考虑，每种颜色的球摸 1 个，需要 5 个球，所以，只要一次摸出 6 个球，就能保证至少有 2 个球颜色一样。

【进阶训练】

I.【答案】C。解析：得分情况看做抽屉，每个得分放进一个人，所以一个人得分的情况就是从 0~30，总共 31 种情况，当每个得分都有一个人时，再放进一个人就可以保证至少有一个得分是有两个人，所以有 $31+1=32$ 人。

II.【答案】D。解析：如果想要保证支付一笔 12 元的款项而无需找零，则必须保证有 1 个 10 元的信封和 2 个 1 元的信封。考虑最差情况，最先取出 2 个空信封，然后连续取出 8 个装有 10 元的信封，最后再任取出 2 个装有 1 元的信封，满足题意。此时，共抽取了 $2+8+2=12$ 个信封。

III.【答案】C。解析：题目问的是“至少……才能保证……”，对于这一类题目，一般需要考虑最差情况。

此题的最差情况为“软件设计类、市场营销类、财务管理类各录取 69 人，人力资源管理类预设的 50 人全部录取”，此时任意再录取 1 人能够保证有 70 名找到工作的人专业相同。因此至少要 $69 \times 3 + 50 + 1 = 258$ 人找到工作才可以。此题选择 C。

三、综合训练

1.【答案】B。解析：两天完成，每天完成 150 个零件。4 人做，要想效率最低的人做最多的零件则其他人做的应该尽量少，但是还要满足数量各自不同，就是尽量接近。 $150/4=37$ 余 2。平均每人约做 37 个，4 人的效率分别为 36, 37, 38, 39 时正好。

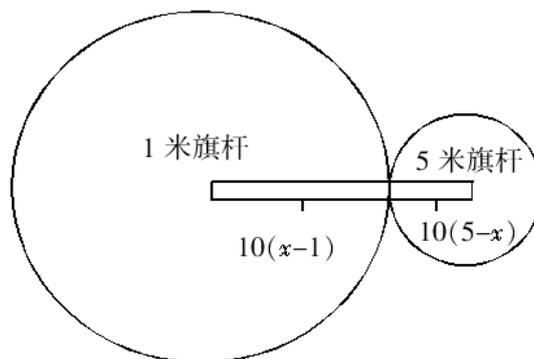
2.【答案】D。解析：为使排名第三的同学得分最少，就应使其他同学得分多。即令前两同学分别得 100 分和 99 分，则剩下的三名同学的总分为 $95 \times 6 - 100 - 99 - 86 = 285$ 分；第四、五名的同学和第三名的同学的分数差距应该尽可能小，即均相差 1 分， $285 \div 3 = 95$ 分，当第三、四、五名同学分别得 96、95、94 分时满足条件。应选择 D。

3.【答案】D。解析：电视剧共 40 集，要使播的天数最多，则应让每天播放的集数尽可能少，但要保证每天至少一集，则播的集数从 1 开始，以后每天最好是增加 1 集，即形成以 1 为首项，1 为公差的等差数列，依此类推，当播放到第 8 天时，共播出电视剧 $1+2+3+4+5+6+7+8=36$ 集，剩下的 4 集无法再播放一天，因此可将这 4 集分配到前 8 天中去，故该电视剧最多可以播放 8 天，选择 D。

4.【答案】C。解析：在 435 份调查问卷中，没有填写手机号码的为 $435 \times (1-80\%) = 87$ 份。要找到两个手机号码后两位相同的被调查者，首先要确定手机号码后两位有几种不同的排列方式。因为每一位号码有 0-9 共 10 种选择，所以后两位的排列方式共有 $10 \times 10 = 100$ 种。考虑最差的情况，先取出没有填写手机号码的 87 份调查问卷，再取出后两位各不相同的问卷 100 份，此时再取出一份问卷，就能保证找到两个手机号码后两位相同的被调查者，那么至少要从这些问卷中抽取 $100+87+1=188$ 份。

5.【答案】B。解析：考虑最差情况，每个品种的鱼都捞出 4 条，则在此基础上再捞一条任何 1 个品种的鱼便能满足条件，故应至少捞鱼 $4 \times 5 + 1 = 21$ 条，选择 B。

6.【答案】C。解析：旗杆的高度最高为 5，最小为 1。因此这两个旗杆间的距离不超过 $(5-1) \times 10 = 40$ 米。考虑其余旗杆的位置分布，设任意旗杆高度为 x 。要满足与 1 米旗杆间距离不超过它们高度差的 10 倍，应在下图左边的圆范围内。要满足与 5 米旗杆间距离不超过它们高度差的 10 倍，应在下图右边的圆范围内。同时满足条件的旗杆只能位于两个旗杆的连线上。所以满足条件的旗杆都位于一条直线上，最少需要 $40 \times 2 = 80$ 米即可把它们都围进去。



www.offcn.com

第二节 行程问题

二、考点精讲

例 1.【答案】C。解析：甲游了 5 分钟=300 秒×1 米/秒=300 米，同理乙 5 分钟游了=300 秒×0.6 米/秒=180 米，所以甲比乙多游了 300-180=120 米。

【进阶训练】

I.【答案】B。解析：设从甲地到乙地的出发时间是上午 x 时，因为两地距离不变，所以列方程 $10 \times (13-x) = 15 \times (11-x)$ ，解得 $x=7$ ，即上午 7 时出发，则两地距离为 $10 \times (13-7) = 60$ 千米。如果希望 12 时到达乙地，速度应为 $60 \div (12-7) = 12$ 千米/小时。

【考点点拨】此题也可以这样分析，以 15 千米/时比 10 千米/时行完全程少用 2 小时，故以 10 千米/时行完全程需 $15 \times 2 \div (15-10) = 6$ 小时，全程有 $6 \times 10 = 60$ 千米，若中午 12 时到，速度应为 $60 \div (6-1) = 12$ 千米/时。

II.【答案】B。解析：从 A 点到 B 点，溜冰车所用时间为 $\frac{AC}{400} + \frac{BC}{600} = 3.7$ ；

从 B 点到 A 点，溜冰车所用时间为 $\frac{AC}{600} + \frac{BC}{400} = 2.5$ 。

将两式相减可得 $\frac{AC-BC}{1200} = 1.2$ ，因此 $AC-BC=1.2 \times 1200=1440$ 米。

III.【答案】D。解析：假设甲的家为 A 地，公司为 B 地，甲从家中出发后走到 M 处与汽车相遇。正常接送从 $B \rightarrow A \rightarrow B$ ，而现在接送是从 $B \rightarrow M \rightarrow B$ 恰好提前 10 分钟；则汽车从 $M \rightarrow A \rightarrow M$ 刚好需 10 分钟；于是汽车从 $M \rightarrow A$ 只需 5 分钟。这说明甲到 M 处遇到汽车时再过 5 分钟，就是以前汽车正常接送他在家出发时间，故甲的行走时间为： $60-5=55$ （分钟），选择 D。

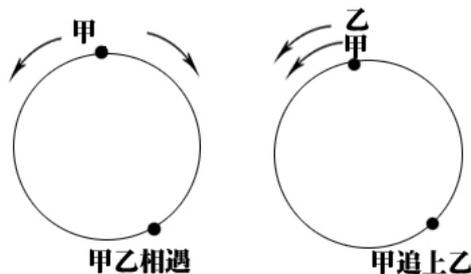
例 2.【答案】D。两船相向而行，2 小时相遇。两船速度和 $210 \div 2 = 105$ （千米/时）；两船同向而行，14 小时甲赶上乙，所以甲船速-乙船速= $210 \div 14 = 15$ （千米/时），由和差问题可得甲： $(105+15) \div 2 = 60$ （千米/时）。乙： $60-15=45$ （千米/时）。

【进阶训练】

I.【答案】B。解析：设甲的速度为 x 米/分钟，乙的速度为 y 米/分钟，因为反向而行，20 分钟后相遇，可列方程， $(x+y) \times 20 = 4000$ ；

同时同地同向而行，若使甲能追上乙，需使甲走的路程比乙走的路程多一圈，经过 40 分钟后，甲追上乙，可列方程 $(x-y) \times 40 = 4000$ 。

解得 $y=50$ 米/分钟，答案为 B。



II.【答案】B.解析：转换一个角度思考：当甲、乙相会时，甲、乙和狗走路的时间都是一样的。 $30 \div (3.5+2.5) = 5$ （小时）， $5 \times 5 = 25$ （千米）。

III.【答案】D.解析：设通信员和队伍速度分别为 v_1, v_2 ，则当通信员追上队长的过程中有 $v_1 - v_2 = 600 \div 3 = 200$ 米 / 分钟，而他在队伍休息也就是静止的时候回到队尾的过程中有 $v_1 = 600 \div 2 \frac{24}{60} = 250$ 米 / 分钟，所以 $v_2 = 250 - 200 = 50$ 米 / 分钟，当通信员与队伍均匀速前进时，相当于两者相遇，所需时间为 $600 \div (50 + 250) = 2$ 分钟。

例 3.解析：（1）由速度和 \times 相遇时间 = 所走路程， $(5+4) \times t = 54$ ，甲乙二人经过 6 小时第一次相遇。同理，甲乙二人从第一次到第二次相遇共走 2 个全程，故甲乙二人再经过 12 小时第二次相遇。

（2）第一次相遇，两人走过的路程和是 1 倍的 AB 间距，从第一次相遇到第二次相遇两人走过的路程和是 2 倍的 AB 间距，所以从出发到第二次相遇，两人走过的路程之和是 3 倍的 AB 间距。

【进阶训练】

I.【答案】C.解析：环形追及时追及的距离等于一个全程，第一次相遇时，乙比甲多行 400 米，第三次相遇时，多行 1200 米，每秒多行 1 米，需 1200 秒。所以选 C 项。

II.【答案】C.解析：当两人第一次相遇时，两人共走了 $\frac{1}{2}$ 圈；两人第二次相遇时，共走了 $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 圈。所以两次相遇的时间比为 1:3，路程比也是 1:3。第二次相遇时第一个人走的路程是 $3 \times 80 = 240$ 米，故半圈为 $240 - 60 = 180$ 米，一圈为 $180 \times 2 = 360$ 米。

III.【答案】C.解析：第一次迎面相遇，甲乙辆车走了 2 倍全程。第二次迎面相遇，甲乙辆车走了 4 倍全程。乙比甲快，相遇又在 P 点，从第一次相遇到第二次相遇，乙从第一次经过 P 点到第二次经过 P 点，路程正好是第一次的路程，所以假设一个全程为 3 份。则第一次相遇，甲走了 2 份，乙走了 4 份。第二次相遇，甲正好走了 1 份到达 B 地，又往回走了 1 份到达 P 点。这样两个全程里乙走了 $= (540 \div 3) \times 4 = 180 \times 4 = 720$ 千米，故乙共走了 $720 \times 3 = 1860$ 千米。

例 4.【答案】D.解析：假设每头牛每天吃 1，那么 24 头牛 6 天吃 144，21 头牛 8 天吃 168，第二种情况比第一种情况多吃 24，这 24 是草 2 天新长的，草场每天长草量为 12，原有草量为 72，放 16 头可以吃 $72 \div (16 - 12) = 18$ 天。

【进阶训练】

I.【答案】D.解析：这道题就是牛吃草问题，队伍的人数有两个量在影响，一个是来这排队的人，不断增加，一个是进超市的人，使得队伍人数不断减少，题上相当于给出了“牛吃草的头数和草匀速生长的速度”即每一个收银台每小时能应付 80 名顾客付款和收银台平均每小时有 60 名顾客前来排队付款，根据如果只开设一个收银台，付款开始 4 小时就没有顾客排队了，可以算出原有人数为 $(80 - 60) \times 4 = 80$ 人，开设两个收银台时可得 $(80 \times 2 - 60) \times t = 80$ ，解得时间 $t = 0.8$ 。

II.【答案】C.解析：设 1 亿人生活 1 年需要 1 份资源。 $100 \times 100 = 10000$ 份即为地球上原有资源与 100 年新生资源的和。 $80 \times 300 = 24000$ 份即为地球上原有资源与 300 年新生资源的和。所以可得下式： $(24000 - 10000) \div (300 - 100) = 70$ 份，则地球上每年新生的资源。 $70 \div 1 = 70$ 亿，最多能养 70 亿人。

例 5.解析：如果把分针和时针看成两个围着表盘转圈的人，这个问题就成了一个典型的行程问题，其实很多钟表类问题都可以化成行程问题。分针的角速度 $v_1=6$ 度/分钟，时针的角速度是分针的 $\frac{1}{12}$ ，即 $v_2=0.5$ 度/分钟。则 $(v_1 - v_2)t = 120$ ，得 $t=21\frac{9}{11}$ ，故在 0 点 $21\frac{9}{11}$ 分，时针分针第一次成 120° 。

【进阶训练】

I.【答案】D.解析：设经 x 分钟后两针在一直线上，这属于分针与时针之间的追及问题，时针的速度为 0.5 度/分，分针的速度为 6 度/分，两者成一条直线，追及距离为 180 ，则有 $x=180/(6-0.5)$ ，解得 $x=32\frac{8}{11}$ 分。

II.【答案】A.解析：已知时针 $10-11$ 点之间的刻度应和分针 $20-25$ 分钟的刻度相对，由题意知，要想时针与分针成一条直线，则分针必在 $20-25$ 分这一范围，若分针与 25 分钟时刻与时针呈题意条件的直线时，即意味着 3 分钟前时针指向 11 点整， 6 分钟后分针指向 25 ，显然不存在这一时间点，故时针不能取到 25 ，而选项中加上 6 分钟后在这一范围的只有 10 点 15 分，所以答案为 A 。

III.【答案】A.解析：时针与分针可以互换位置，那么分针一定在时针之前。经过一个多小时之后，时针走过一个小角度到达分针的位置，分针走过差一点 2 圈的角度，到达时针的位置，此时分针与时针在相同的时间内共同走过 2 圈的角度，相当于一个相遇问题。时针每分钟走过 0.5° 角，分针每分钟走过 6° 角，故时针和分针用了 $720 \div (0.5+6) \approx 111$ 分钟 = 1 小时 51 分走过 2 圈的路程。

例 6.【答案】C.解析：设船的静水速度为 x km/h，由题意可以分别表示出顺水速度 = $(x+3)$ km/h，逆水速度 = $(x-3)$ km/h，由题意可列方程： $2.5(x+3) = 3(x-3)$ ；解得 $x=33$ 千米。

【进阶训练】

I.【答案】C.解析：分析可知轮船逆流航行了 20 小时，顺流航行了 15 小时。可得水流速度是 $(720 \div 15 - 720 \div 20) \div 2 = 6$ ，所以帆船顺水速度是 30 ，逆水速度是 18 ，往返需要 $720 \div 30 + 720 \div 18 = 64$ 。

II.【答案】D.解析：甲船的速度 = 船速 + 水速，乙船的速度是船速 - 水速，物体的速度为水速， $(\text{船速} + \text{水速} - \text{水速}) \times 2 = 1$ 公里，船速为 0.5 公里/分钟，即 30 公里/小时，选取水流为参考系，那么乙船相对于漂流物的速度即为乙船静水中的速度，故相遇时间为 $90 \div 30 = 3$ 小时。

III.【答案】B.解析：设水流速度为每小时 x 千米，则船由 A 地到 B 地行驶的路程为 $(20+x) \times 6$ 千米，船由 B 地到 A 地行驶的路程为 $(20-x) \times 6 \times 1.5$ 千米。列方程为 $(20+x) \times 6 = (20-x) \times 6 \times 1.5$ ；解得 $x=4$ 。

例 7.【答案】C.解析：本题可列表解除终点，我们将车站编号列表：

站号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
上车人数	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
下车人数		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
需座位数	14	12	10	8	6	4	2	0	0	0	0	0	0	0

对上表做下解释：

上车人数：首先为了保证所需座位尽量少，所以上车人数应该尽量少，但是再少也要保证以后每一站都有人下车，所以每站上车人数最少等于后面的车站数量（除终点外）。

下车人数：因为前面每个站上车的人在中间某站都会有人下车，所以前面有几个站点，在中间某站就会有几人下车。

所需座位数：新上车人数减去下车人数，就是这一站所需要新坐下的人数。当下车人数大于等于上车人数的时候，空出来的座位就足够上车人坐了，不再需要新的座位。

共需座位：

$$14+12+10+8+6+4+2=56 \text{ (个)}。$$

【进阶训练】

I.【答案】A。解析：由甲站出发开往乙站车行完全程要 15 分钟，且发车间隔为 5 分钟知：当一辆车恰好进乙站（一辆车恰好出甲站）时，还有 2 辆车正在路上行驶中，也就是说此人遇见的 10 辆车还有 2 辆没有进站，那么我们可知此人用的时间为： $8 \times 5 = 40$ （分钟）。

II.【答案】D。解析：此题需要注意始发站没有人下车、终点站没有人上车。始发站有 12 人上车，每一站上车人数少 1 人，则第 9 站上车人数是 $12 - 9 + 1 = 4$ 人，总的上车人数是 $(12 + 4) \times 9 \div 2 = 72$ 人，每站下车人数相同，则每站下车人数是 $72 \div 9 = 8$ 。

例 8.【答案】C。解析：甲首次追上乙必须多跑一圈（500 米），而甲多跑这 500 米需比乙多休息两分钟，故甲实际上比乙多跑 $500 + 50 \times 2 = 600$ 米；甲追赶 600 米需时： $600 \div (60 - 50) = 60$ 分钟，而 60 分钟内甲应跑的路程为 $60 \times 60 = 3600$ 米，中间应休息 $3600 \div 200 - 1 = 17$ 分，故甲首次追上乙需时 $60 + 17 = 77$ 分。本题也可列方程，取整来解。

【进阶训练】

I.【答案】B。解析：每走 50 分钟休息 10 分钟，相当于 1 个小时只走 50 分钟走的路程，即 $3 \times \frac{5}{6} = 2.5$ 千米。到同学家要走 12 千米，前 4 小时每小时走 2.5 千米，共走了 10 千米，最后 2 千米是以时速 3 千米的速度行走的，故只需 $\frac{2}{3}$ 小时，即 40 分钟，故总需时间为 4 小时 40 分钟，选择 B。

II.【答案】C。解析：通过选项可以看出甲乙两人都分别休息了两次。如果不休息，环路一周用时 $22 \div (4 + 6) = 2.2$ 小时 = 2 小时 12 分，故排除 A、B。剩下的 C、D 三项我们选择中间值代入，选择 C 代入，历时 2 小时 28 分钟，则甲步行时间为 2 小时 18 分钟，即为 2.3 小时，步行路程为 $4 \times 2.3 = 9.2$ 千米。乙步行 2 小时 8 分钟，即为 $\frac{32}{15}$ 小时。步行路程为 $6 \times \frac{32}{15} = 12.8$ 千米。两人步行路程和为 $9.2 + 12.8 = 22$ 千米。故选 C。

III.【答案】C。解析：设乙每小时走的路程为 1，追及距离为 $1 \times 2 = 2$ 。甲跑半小时休息半小时，跑步的半小时追上 $(2.5 - 1) \times 0.5 = 0.75$ 的距离，休息的半小时又拉开了 0.5。

每小时甲实际可追上 $0.75 - 0.5 = 0.25$ ， $2 = 0.25 \times 5 + 0.75$ ，甲在前 5 个小时追上 1.25 的距离，最后 0.75 的距离正好需要花半个小时追上。一共需要 5 个半小时，即 14:30 分追上。选择 C。

另解：在不愿意计算的情况下，可直接列表将每个小时二者的路程标出来，这样无需计算可得出答案。甲半个小时走 $2.5 \times 0.5 = 1.25$ ，乙每半小时走 0.5。

时间	9:00	9:30	10:00	10:30	11:00	11:30	12:00	12:30	13:00	13:30	14:00	14:30
甲	0	1.25	1.25	2.5	2.5	3.75	3.75	5	5	6.25	6.25	7.5
乙	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5

正好在 14:30 追上乙。利用表格来做的话，不容易出错。

三、综合训练

1. 【答案】A。解析：20 万秒=55 小时 33 分 20 秒，从下午 3 点半之后经过 55 小时 33 分 20 秒后变为晚上 11 点 03 分 20 秒，故之后听到的第一次整点报时为凌晨 0 点。

2. 【答案】D。解析：跑 200 米哥哥需要 $200/60=10/3$ 分钟，加上休息 2 分钟，共需 $16/3$ 分钟，弟弟共需 $200/40+2=7$ 分钟，则哥哥 80 分钟跑了 3000 米，3000 为 200 的整数倍，所以，80 分钟时表示：哥哥歇完还要继续跑以 60 米每分速度跑 200，利用这段弟弟歇息的时间把弟弟给追上，用时 $200/60=10/3$ 分钟。所以，哥哥最好追上弟弟时用时 $80+10/3=83$ 加 $1/3$ 分钟，这个时间弟弟还在休息。弟弟 82 分钟跑了 2400 米，开始休息。所以，哥哥再跑 $10/3$ 分钟，共跑 3200 米，（此时弟弟还在休息）刚好比弟弟多 800 米，（一圈）即可追上弟弟，因此，哥哥追上弟弟的时间是 $80+10/3=83$ 又 $1/3$ 分钟。

3. 【答案】A。解析：正常情况下需要 $4\div 20=0.2$ 小时，即 12 分钟。以 10 千米/时的速度行驶了 $4-2.4=1.6$ 千米，用了 0.16 小时，即 9.6 分钟。5 分 24 秒，即 5.4 分钟。所以行驶 2.4 千米共用了 $12-9.6+12-5.4=9$ 分钟，因此后来的速度为 $2.4\div (9\div 60)=16$ 千米/时。

【思路点拨】题干中时间的单位不统一，应将单位统一为易于计算的分钟后再解题。

4. 【答案】C。解析：第二次迎面相遇，两人合计跑了 4 个全程，速度比为 8:5，时间一定时，速度比等于路程比，所以欢欢跑了 $4\times \frac{8}{13}=\frac{32}{13}=2\frac{6}{13}$ ，全程为 $5\div (\frac{1}{2}-\frac{6}{13})=130$ 米。

5. 【答案】C。解析：相同时间内路程比等于速度比。设队伍长度为 1，传令兵速度为 V_1 ，队伍速度为 V_2 。有 $\frac{1}{(V_1-V_2)}+\frac{1}{(V_1+V_2)}=\frac{1}{V_2}$ ，得到 $(V_1-V_2)(V_1+V_2)=2V_1V_2$ 。

令 $V_2=1$ ，有 $V_1^2-2V_1-1=0$ ，解得 $V_1=1+\sqrt{2}$ 。路程比等于速度比，队伍走的路程是队伍长度，则传令兵走的路程是队伍长度的 $1+\sqrt{2}$ 倍。

6. 【答案】C。解析：假设定一头牛一天吃草量为“1”，草的匀速减少速度为 V ，可供 11 头牛吃 T 天。根据牛吃草解题原则，则有： $(20+V)\times 5=(16+V)\times 6=(11+V)\times T$ ，解得 $V=4$ ， $T=8$ 。因此可供 11 头牛吃 8 天。

7. 【答案】D。解析：此题可以看成追及问题。时针每分钟走 0.5° ，分针每分钟走 6° 。两次 90° 夹角之间，分针至少需要多走 180° ，因此需要经过 $180^\circ\div (6^\circ-0.5^\circ)=32.7$ 分钟。

8. 【答案】D。解析：由题意可知，旅游船的静水速度为 $\frac{y}{x}$ 公里/时，顺水速度为 $\frac{y}{3}$ 公里/时，逆水速度为 $\frac{y}{4}$ 公里/时。由水速=顺水速度-静水速度=静水速度-逆水速度，我们可得：

$$\frac{y}{3}-\frac{y}{x}=\frac{y}{x}-\frac{y}{4}, \text{ 消去 } y, \text{ 得: } \frac{1}{3}-\frac{1}{x}=\frac{1}{x}-\frac{1}{4}, \text{ 故选 D.}$$

9. 【答案】B。解析：此题是一道流水问题，对于流水问题，首先需要找到静水速度、水速、顺水速度和逆水速度中的至少两个量才可以。

“单靠人工划船顺流而下的速度是水速的3倍”，如果假设水速为1，那么人工划船的顺水速度为3，故人工划船速度=人工划船顺水速度-水速=3-1=2。

由于“原路返回时只开足动力桨行驶，用时比来时少 $\frac{2}{5}$ ”，即动力桨逆水所用时间为人工划船顺水所用时间的 $\frac{3}{5}$ ，根据“路程一定时，时间比等于速度的反比”可知，动力桨的逆水速度是人工划船顺水速度的 $\frac{5}{3}$ ，即为 $3 \times \frac{5}{3} = 5$ ，故动力桨行驶速度=动力桨逆水速度+水速=5+1=6，为人工划船速度的 $6 \div 2 = 3$ 倍。因此选择B。

第三节 工程问题

二、考点精讲

例 1.【答案】D.解析：本题属于工程问题，设原计划时间为 t 天，于是有 $50 \times (t+3) = 60 \times (t-2)$ ，解得 $t=27$ 天，总的工程总量是 $50 \times 30=1500$ 双，所以若每天加工 75 双，则加工的时间是 20 天，比原计划提前 7 天。

【进阶训练】

I.【答案】D.解析：工作时间等于工作量和工作效率的比值，因此，由题意可以得到，一共需要工作 $5440 \times 3 \div 34 \div 40=12$ 周才能完工。

II.【答案】B.解析：工程问题。设甲单独运需要 x 次，则乙单独运需要 $(x+5)$ 次，依题意有 $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$ ，解得 $x=10$ 。

III.【答案】A.解析：每名工人每天可加工 $3/2$ 张课桌、 $10/3$ 把椅子，设调配 x 名工人加工椅子才能使每天生产的桌椅配套，即 $\frac{\frac{3}{2}(38-x)}{\frac{10}{3}x} = \frac{1}{2}$ ，解得 $x=18$ 。

例 2.【答案】A.解析：方法一：由于夫妻共同合作，一定比其中任何一个人单独做要省时间，由于丈夫 3 天可完成，所以选项中只有 A 符合。

方法二：特值法。不妨设这块稻田的工作量为 6，则丈夫的效率为 2，妻子的效率为 1，夫妻二人合作后，则需要： $6 / (2+1) = 2$ 天。



【进阶训练】

I.【答案】C.解析：

法一：甲的工作效率为 $\frac{1}{30}$ ，乙、丙效率和为 $\frac{1}{15}$ ，三人效率和是 $\frac{1}{30} + \frac{1}{15} = \frac{1}{10}$ 。故三人共同完成工程需要 10 天。

法二：设这项工程的工作量为 30，则甲的工作效率为 1，乙丙的工作效率为 2，则甲、乙、丙三人共同完成该工程需时间为 $30 / (1+2) = 10$ 天。

II.【答案】D.解析：每人一天效率为 1，那么总工作量就是 $20 \times 15=300$ ，动工 3 天，修 $20 \times 3=60$ ，那么还剩下 $300-60=240$ 。15 人修， $240 \div 15=16$ 天，所以一共用了 $3+16=19$ 天。

III.【答案】D.解析：这是一个工程问题，设水池注水量（工作总量）为 20、15、12 的最小公倍数 60，则甲、乙、丙的效率为 3、4、-5。4 小时后水池中的注水量为 $(3+4) \times 4=28$ ，还剩 32 的工作量，三者合作效率为 $3+4+(-5)=2$ ，还需要 16 小时。所以选择 D。

例 3.【答案】A.解析：此题根据循环工作的解答关键点就是找到每个循环之后量的变化，同时采用特值法解答答案。不妨设水池的水量为 30，则甲的工作效率为 5，乙的工作效率为 6，丙的工作效率为 -10，这样一个循环下来水池就能蓄水 1，19 个循环之后蓄水量为

19, 接下来甲管和乙管各开一个小时工注水 $5+6=11$, 加上之前的 19 刚好注满水池, 故共需 $19 \times 3 + 2 = 59$ 小时注满水池, 选择 A。

【进阶训练】

I. 【答案】不妨设工作总量为 4 和 6 的公倍数 12, 甲的效率为 3, 乙的效率为 2, 则 2 天一个循环, 一个循环完成工作量 5, 所以经历 2 个完整的循环后, 还剩下工作量为 2, 则需要花费甲 1 天的时间, 故总共需要: 5 天完成。

II. 【答案】B。解析: 这是一个工程问题中的轮流完工问题。甲乙甲乙和乙甲乙甲用时不同, 则判断出当甲乙甲乙循环时, 整数个循环后甲还需再做一天, 但乙甲乙甲循环时, 整数个循环后, 还需乙一天, 甲半天才能完成工作, 但工作量一定, 由此可得甲一天的工作量等于乙一天的工作量加上甲半天的工作量, 故可得: $\text{甲} = \text{乙} + \frac{1}{2} \text{甲}$, 化简得 $\text{甲} = 2 \text{乙}$, 即甲的效率为乙的 2 倍, 乙单独做这项工作需 19 天, 则甲需要 $19 \div 2 = 9.5$ 天, 选择 B。

III. 【答案】C。解析: 设总的工作量为 1, 一、二、三、四队的工作效率分别为 a、B、c、d, 则由题意知: $a+B+c = \frac{1}{8}$, $B+c+d = \frac{1}{10}$, $a+d = \frac{1}{15}$, 由以上三个方程可以求得: $a = \frac{11}{240}$, $d = \frac{5}{240}$, $B+c = \frac{19}{240}$, 四个队伍总的工作效率是 $\frac{35}{240}$, 这时候可以设工作总量是 240, 一: 二三: 四小队工作效率分别为: 11: 19: 5, 总效率是 35, 则可以经过 6 个循环剩下 30 的工作量, 经过一二三三个小队, 正好做完, 所以最后完成的是三小队。

三、综合训练

1. 【答案】A。解析: 此题为工程问题。设将一个箱子装上卡车的工作量为“1”, 已知 3 个人用 3 分钟搬运 3 个箱子, 则一个人每分钟的工作量为 $3 \div 3 \div 3 = \frac{1}{3}$ 。要在 1 小时 39 分钟 (99 分钟) 内搬运 99 个箱子, 需要 $99 \div 99 \div \frac{1}{3} = 3$ 人。

2. 【答案】C。解析: 这是一个工程问题, 设水渠的工作量为 20、30 的倍数 60, 则甲、乙的效率为 3 和 2。合作效率为 $3 \times 4/5 + 2 \times 9/10 = 12/5 + 9/5 = 21/5$ 。要想使合作天数最少则要让做得快的甲尽可能多做, 而合作的天数就是乙工作的天数。设合作天数为 X, 则得到 $3 \times (16-X) + X \times 21/5 = 60$, 解得 $X = 10$ 。所以选择 C。

3. 【答案】B。解析: 设找开一根出水管每小时可排水“1 份”, 那么 8 根出水管开 3 小时共排出水 $8 \times 3 = 24$ (份); 5 根出水管开 6 小时共排出水 $5 \times 6 = 30$ (份); 两种情况比较, 可知 3 小时内进水管放进的水是 $30 - 24 = 6$ (份); 进水管每小时放进的水是 $6 \div 3 = 2$ (份); 在 4.5 小时内, 池内原有的水加上进水管放进的水, 共有 $8 \times 3 + (4.5 - 3) \times 2 = 27$ (份); 需同时打开水管 $27 \div 4.5 = 6$ (根), 故选择 B 项。

4. 【答案】C。解析: 设施工中晴天有 A 天, 雨天有 B 天, $\frac{1}{12}A + \frac{1}{12} \times (1 - 40\%)B = 1$, $\frac{1}{15}A + \frac{1}{15} \times (1 - 20\%)B = 1$, 解得 $A = 3$, $B = 15$ 。

5. 【答案】A。解析: 设该工作的工作量为 360, 根据题意可得甲、乙、丙的效率分别为 $360 \div 18 = 20$, $360 \div 24 = 15$, $360 \div 30 = 12$ 。甲乙丙轮班一次可做工作 $20 + 15 + 12 = 47$, 360 的工

作量轮流 $360 \div 47 = 7$ 个循环还余 31 的工作量，需要甲再做 1 个小时，剩余 $31 - 20 = 11$ ，乙再做 $\frac{11}{15}$ 小时 = 44 分钟，故乙一共做了 7 小时 44 分钟，选择 A。

第四节 概率问题

二、考点精讲

例 1.解析：一共有 3 种情况。两个红球编号，红 1 红 2，三种情况为（白，红 1），（白，红 2），（红 1，红 2）。

方法一：分步思想：取的第一个球是红色球的概率是 $\frac{2}{3}$ ，第二球是红色的概率是 $\frac{1}{2}$ ，所以两个球都是红色的概率是 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ 。

方法二：典型的古典概率： $\frac{C_2^2}{C_3^2} = \frac{1}{3}$ 。

【进阶训练】

I.解析：不对，小明的做法只是对可能出现的情况分了三大类：3 红、2 红 1 白、1 红 2 白，实际上每一类下面还有不同的方式。（1）3 红的情况，只有一种；（2）2 红 1 白的情况： $C_3^2 C_2^1 = 6$ 种；（3）1 红 2 白的情况有： $C_3^1 C_2^2 = 3$ 种，所以最终由 2 个红球的概率应该是： $6 / (1+6+3) = 0.6$ 。

II.【答案】C。解析：由题意，所求概率为 $\frac{C_6^1 \times C_6^1 \times C_3^1}{C_{15}^3} = \frac{108}{455}$ 。

III.【答案】C。解析：第一次若摸出 9 号球，第二次摸出的球的数字比第一次大将有 0 种可能；第一次若摸出 8 号球，第二次摸出的球的数字比第一次大将有 1 种可能；……。由此可知，获奖的概率是 $(9+8+\dots+1+0) / (10 \times 10) \times 100\% = 45\%$ 。

例 2.【答案】C。解析：命中 4 次 10 环的概率为 $C_5^4 \times (80\%)^4 \times (1-0.8) = 40.96\%$ 。

【进阶训练】

I.【答案】B。解析：5 次预报中至少有 4 次准确，包括两种情况：5 次预报中恰有 4 次准确和 5 次预报都准确。其中 5 次预报中恰有 4 次准确的概率为 $C_5^4 \times (80\%)^4 \times (1-80\%)^{5-4}$ ；5 次预报都准确的概率为 $(80\%)^5$ 。因此 5 次预报中至少有 4 次准确的概率为 $C_5^4 \times (80\%)^4 \times (1-80\%)^{5-4} + (80\%)^5 \approx 74\%$ 。

II.解析：（1）甲射击 5 次，有两次未击中目标的概率为 $C_5^2 \times (\frac{1}{3})^2 \times (\frac{2}{3})^3 = \frac{80}{243}$ 。

（2）由于乙恰好射击 5 次后被中止射击，所以必然是最后两次未击中目标，第一次及第二次至多有一次未击中目标，则乙恰好射击 5 次后，被中止射击的概率为：

$$\left[\left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_2^1 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \right] \times \frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{45}{1024}。$$

例 3.【答案】B。解析：6 个人围圆桌而坐，共有 A_5^6 种排法，其中甲和丁必须相邻的排

法共有 $A_2^2 \times A_4^4$ 种，因此 6 人围圆桌而坐，甲和丁相邻的概率为 $\frac{A_2^2 \times A_4^4}{A_5^6} = \frac{2}{5}$ 。

【进阶训练】

I.【答案】A。解析：本题属于排列组合问题中的圆圈坐问题。

(1) 第一步：选出 3 对夫妻，则有 C_4^3 种方式；

(2) 可以用捆绑法和插空法来解决此问题，3 对夫妇分别捆绑可以看做三个人圆桌坐下，则有 $A_2^2 \times 2^3$ 种方式；

(3) 剩下的一对夫妇不能相邻，相当于在三对夫妇间插空而坐，则有 A_3^2 种方式；

所以，最终的方法数共有 $C_4^3 \times A_2^2 \times 2^3 \times A_3^2 = 384$ 种。

II.【答案】D。解析：我们把“5 对夫妇恰好都被安排在一起相邻而坐”记作事件 A，由概率的定义可知，事件 A 的概率 = 事件 A 的情况数 ÷ 总的情况数。因此此题重点在于求事件 A 的情况数和总情况数。

10 个人被安排在圆桌就餐，说明是一个环形排列问题，根据环形排列的公式可知，这 10 个人坐在一张圆桌的情况数为 A_9^{10} 。同理，5 对夫妇坐在一张圆桌的情况数为 A_4^4 ，又由于每对夫妇内部存在 2 种排序方式，因此事件 A 的情况数为 $A_4^4 \times 2^5$ 。

因此事件 A 的概率为 $\frac{A_4^4 \times 2^5}{A_9^{10}} = \frac{2^5}{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5} = \frac{2}{9 \times 7 \times 3 \times 5} = \frac{2}{945}$ ，在 1‰ 到 5‰ 之间。

因此选择 D。

例 4.解析：一个点落入到这个区间的位置有无限种可能性，虽然每种可能性都相等，但是由于样本的无限性，我们无法用符合要求的结果数比上总的结果数，但是我们可以用线段长度之比来代替符合要求的结果数和总的结果数之比。则所求概率是 $\frac{0.5}{2} = \frac{1}{4}$ 。

【进阶训练】

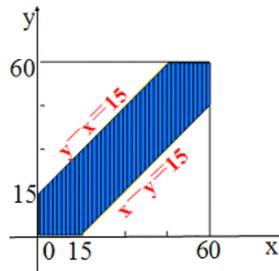
I.解析：电子可能出现的位置是以原子核为圆心，R 为半径的球体内任意一点，并且是等可能的，符合要求的是以原子核为圆心，半径 r 为半径的球体，则电子和原子核之间的距

离小于 r 的概率 $P = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{r^3}{R^3}$ 。

II.解析：以 x, y 分别表示甲乙两人到达约会地点的时间，则两人能够会面的充要条件是：|x - y| ≤ 15。在平面上建立直角坐标系，如图：

则 (x, y) 的所有可能结果是边长为 60 的正方形，图中阴影表示可会面的时间。

$$\text{设 } A=\text{两人能会面, 则 } P(A)=\frac{S_A}{S_S}=\frac{60^2-45^2}{60^2}=\frac{7}{16}.$$



三、综合训练

1. 解析: 设甲、乙到达车站的时间分别为 x, y , 则 $1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2$, 确定平面 S , 如图正方形, 设 A =两人乘同一辆公共汽车, 则: A 发生的充要条件是: 两人到达时间 x, y 在同一发车区间, 即阴影部分。故 $P(A) = 4/16 = 1/4$ 。

2. 【答案】C。解析: 两人至少有 1 人射中目标包括“两人都中”和“两人有 1 人不中”两种情况, 其中两人都中的概率为 $0.8 \times 0.9 = 0.72$, 两人中有 1 人不中的概率为 $0.8 \times (1-0.9) + (1-0.8) \times 0.9 = 0.26$, 故两人至少有 1 人射中目标的概率为 $0.72 + 0.26 = 0.98$ 。

方法二, 从反面考虑。“两人至少有 1 人射中目标”的反面为“两人都未射中目标”, 两人都未射中目标的概率为 $(1-0.8) \times (1-0.9) = 0.02$, 故两人至少有 1 人射中目标的概率为 $1 - 0.02 = 0.98$ 。

3. 【答案】D。解析: 因为每个路口遇见红灯的概率是 $\frac{2}{3}$, 而遇到一次红灯就要耽误一分钟, 所以此人上班需要时间一般为 $15 + 5 \times \frac{2}{3} \times 1 = 18\frac{1}{3}$ 分钟。

4. 【答案】D。解析: 3 人每人中奖的概率是一样的均为 $\frac{1}{4}$, 则三个人中没有人中奖的概率为 $\frac{1}{4}$, 则有人中奖的概率是 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ 。

5. 【答案】D。解析: 至少有一人中奖, 包括的情况较多, 但从其反面考虑此题便能简化。至少一人中奖的反面是没有人中奖, 没人中奖的概率为 $\frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{12}$, 故至少有一人中奖的概率为 $1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$, 选择 D。

6. 【答案】C。解析: 简单古典型概率问题: 概率=符合条件的放法数/总的方法数 = $\frac{C_3^1}{C_9^1} = \frac{1}{3}$ 。

7. 【答案】D。解析: 第一次取得蓝色珠子的概率是 $1/2$, 第二次取得蓝色珠子的概率是 $1/3$, 两次都是的概率就是这两个概率的乘积, 利用了排列组合中的分步思想。

8. 【答案】B。解析: 由题意要求三个球中恰有一个红球的概率, 则要么是第一个球是红球, 第二第三是黄球, 要么第二个是红球, 第一和第三是黄球, 要么是第三个球是红球,

第一个和第二个是黄球。因为题上说是由放回抽取，所以不管第几个是红球，每一种概率都是 $2/10 \times 8/10 \times 8/10$ ，所以三种情况加起来就是 $2/10 \times 8/10 \times 8/10 \times 3 = 48/125$ 。

9. 【答案】C。解析：如果乙要最终取胜，那么后两次比赛必须都获胜。乙第二次和第三次获胜的概率均为 $\frac{1}{2}$ ，则乙最终取胜的可能性为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ，选 C。

第五节 利润问题

二、考点精讲

例 1.【答案】D.解析：设商品的进货价为 x ，则 $x(1+40\%) - x(1+20\%) = 54$ ，解得 $x=270$ ，该商品原来的售价是 $270 \times 1.4=378$ 元。

【进阶训练】

I.【答案】C.解析：设该产品 1 月份的价格为 1，则 2 月份的价格为 $1 \times (1+20\%) = 1.2$ ，三月份的价格为 $1.2 \times (1-20\%) = 0.96 < 1$ ，与 1 月份相比降低了。

II.【答案】D.解析：每斤草莓市场价为 3 元，储存后可增加 2.5 元，即每斤收入为 $3+2.5=5.5$ 元，共有 5 吨 $=5 \times 2000$ 斤 $=10000$ 斤，故总收入可达到 $5.5 \times 10000=55000$ 元。

III.【答案】D.解析：折扣前的价格为 $540 \div (1-10\%) \div (1-20\%) = 750$ 元。

例 2.【答案】B.解析：设上次购买了 x 个，上次的进价是 100，一件商品的利润为 y ，这种商品的进价降低了 20%，这次的进价是 80。因为每个商品的利润率提高了 2.5 个百分点，则有 $y/80 - y/100 = 2.5\%$ ，解得 $y=10$ 。所以，根据变化前后购买的钱数是一样的，则有 $(100+10)x = (10+80)(x+20)$ ，解得 $x=90$ 。

【进阶训练】

I.【答案】B.解析：特值法。不妨设 2011 年货物进口价格为 x ，设 2010 年货物进口量为 2，则 2011 年货物进口量为 $2 \times 1.5=3$ 。由题意知，有 $15 \times 2 \times 1.2 = x \times 3$ ，则 $x=12$ 。故选 B。

II.【答案】D.解析：设每台电脑售价是 100，则促销后的价格为 $100 \times 0.9=90$ 。设预算在平时能买 x 台电脑，打九折后可以买 $x+10$ 台，由于两者花费相同，则 $100x=90(x+10)$ ，解得 $x=90$ 。

III.【答案】B.解析：设总成本为 1，则最终销售额为 $\frac{2}{3} \times (1+10\%) + \frac{1}{3} \times (1+10\%) \times 80\% = \frac{3.08}{3}$ 。盈利为成本的 $\frac{0.08}{3} = 8\% \div 3 \approx 2.7\%$ 。

例 3. (1) 解析：利润率 $= \frac{\text{利润}}{\text{成本}} = \frac{-1000}{10000} = -10\%$ 。

(2) 解析：设打折后的利润率为 $x\%$ ，则

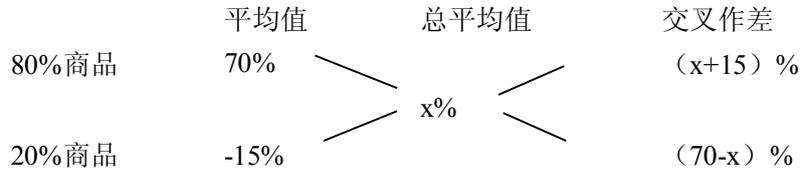
$$\begin{array}{ccc}
 30\% & & 25\% \\
 & \searrow & / \\
 & -10\% & \\
 & / & \searrow \\
 70\% & & x\%
 \end{array}
 \quad \longrightarrow \quad
 \begin{array}{ccc}
 & & -(10+x)\% \\
 & & \\
 & & 35\%
 \end{array}$$

$$\frac{30\%}{70\%} = \frac{-(10+x)\%}{35\%}$$

解得 $x=-25$ ，所以，打折后的利润率为 -25% 。设进价为 100，则定价为 125，打折后为 75，所以打了六折。

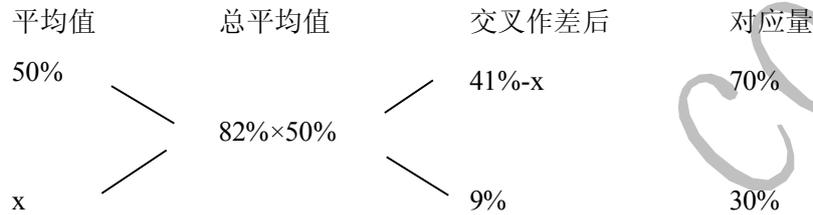
【进阶训练】

I. 【答案】B。解析：设商品的最终利润率为 $x\%$ 。由题意可得剩下 20% 的商品的利润率为 $(1+70\%) \times 0.5 - 1 = -15\%$ 。



根据十字交叉法原理可得 $\frac{(x+15)\%}{(70-x)\%} = \frac{80\%}{20\%}$ ，解得 $x\% = 53\%$ ，因此商品的最终利润率为 53%，选择 B。

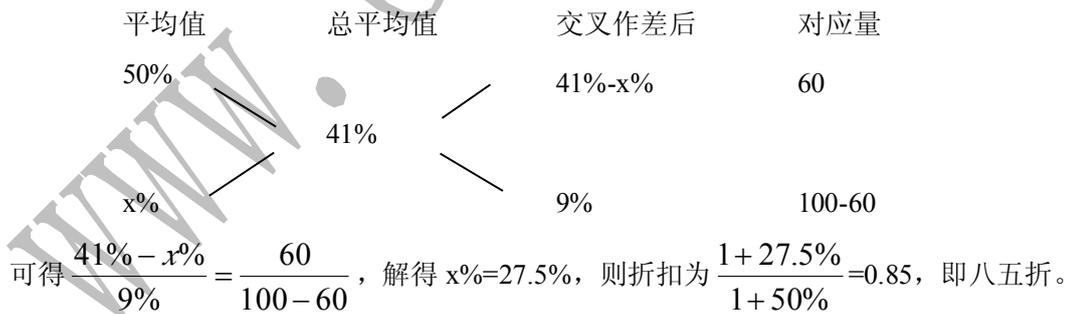
II. 【答案】D。解析：设打折后的利润率为 x ，打了 y 折。



列式得 $(41\% - x) / 9\% = 70\% / 30\%$ ，解得 $x = 20\%$ 。根据折扣的基本公式可得， $1.5y - 1 = 20\%$ ，解得 $y = 80\%$ 。

III. 【答案】C。解析：按期望获利定价，则每套定价为 $200 \times (1+50\%) = 300$ 元，利润 100 元。总期望利润为 $100 \times 100 = 10000$ 元。实际利润为 $10000 \times (1-18\%) = 8200$ 元，则后 40 套平均每套的利润为 $(8200 - 60 \times 100) \div 40 = 55$ 元。那么后 40 套每套定价为 255 元，相当于打了 $255 \div 300 \times 10 = 8.5$ 折，选 C。

方法二：亦可采用十字交叉法。设打折后的利润率为 $x\%$ ，实际利润为 $50\% \times (1-18\%) = 41\%$ ，则有



例 4. 【答案】C。解析：设 2003 年产量为 1，2008 年则为 $(1+7\%)^5$ ，那么增加为 $[(1+7\%)^5 - 1] \div 1$ 。

【进阶训练】

I. 【答案】B。解析：设需要 x 个月，那么 $200 \times (1+15\%)^x \geq 290$ ， x 最小的整数值为 3。

II.【答案】B。解析：设电脑的成本为“100”，则10月份该电脑的售价为 $100 \times (1+50\%) = 150$ ，则12月份该电脑的价格为 $150 \times (1-10\%) \times (1+5\%) = 141.75$ ，因此12月份电脑的利润率为 $\frac{141.75-100}{100} = 41.75\% \approx 42\%$ ，选择B。

例5.【答案】A。解析：首先求出原料的总价是 $8800+25200 \div 0.9 = 36800$ ，按一次性付款的优惠措施计算应付款 $30000 \times 0.9 + 6800 \times 0.8 = 32440$ 元，则可以少付 $8800+25200-32440 = 1560$ 元，故选A。

【进阶训练】

I.【答案】D。解析：用户改装新表12个月共花费电费 $(0.28 \times 100 + 0.56 \times 100) \times 12 = 1008$ 元，改装费100元；改装前所耗电费为 $0.53 \times 200 \times 12 = 1272$ 元，所以共节省 $1272 - 1008 - 100 = 164$ 元。

II.【答案】C。解析： $24 = 10.8 + 1.2 \times 11$ ，即24元最远可以走 $5 + 11 = 16$ 千米，由于不足1千米按1千米计费，故从A地到B地应在15-16千米之间，那么AB的中点C到B地的距离应在7.5-8千米之间，应按照8千米计费，此时需车费 $(8-5) \times 1.2 + 10.8 = 14.4$ 元。

三、综合训练

1.【答案】B。解析：设资产物品销售价 x 元，购置设备 y 元，则 $x-y=200$ ， $3\%x+2\%y=200$ ，得 $x=4080$ ，答案选B。

2.【答案】C。解析：由上表可知，100美元可兑换786.97人民币，那么100人民币可兑换的美元金额为 $100 \div 786.97 \times 100 = 12.71$ 。

3.【答案】B。解析：设甲商品原价为 x ，乙商品原价为 y 。依题意， $0.8x=4y$ ， $0.8x+0.7y+6=x$ 。解得 $y=20$ ，故乙商品实际售价为 $20 \times 0.7 = 14$ 元。

4.解析：(1) 根据题意可得：

$$Y = \begin{cases} 0.57x & x \in [0, 100] \\ 0.5x + 57 & x \in (100, +\infty) \end{cases}$$

(2) 由表格知一二月份用电量都超过100度，所以第一季度用电量 $= 100 + \frac{76-57}{0.5} + 100 + \frac{63-57}{0.5} + \frac{45.6}{0.57} = 330$ 。

5.【答案】B。解析：40万元的利润额，10万元按10%计算利润，10万元按7.5%计算利润，再20万元按5%计算利润。共发放奖金 $10 \times 10\% + 10 \times 7.5\% + 20 \times 5\% = 2.75$ 万元。

6.【答案】D。解析：设生产 x 件A产品， y 件B产品，所得利润 $z = 1000x + 1300y$ ，由

于原料的限制，则 $\begin{cases} 4x + 3y \leq 40 \\ 2x + 5y \leq 38 \end{cases}$ ，同时满足等式可求得 $\begin{cases} x = \frac{43}{7} \\ y = \frac{36}{7} \end{cases}$ ，在其附近寻求满足不等

式的整数解，只有当 $x=6$ ， $y=5$ 时， z 取最大值，为 $1000 \times 6 + 1300 \times 5 = 12500$ 元。

第六节 几何问题

二、考点精讲

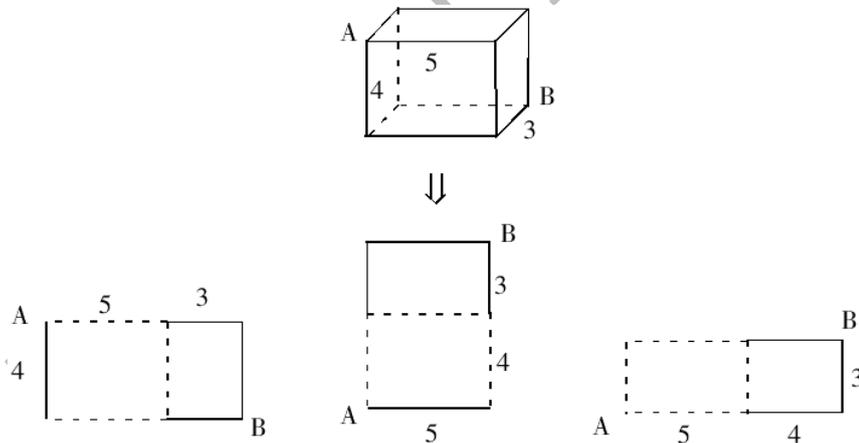
例 1.【答案】C。解析：2+2+5+5=14 厘米。

【进阶训练】

I.【答案】C。解析：每个小圆的半径未知，但所有小圆直径加起来正好是大圆的直径。所以所有小圆的周长之和等于大圆周长，即 20 厘米。

II.【答案】C。解析：设直角三角形的两直角边分别是 x ， y ，则面积为 $\frac{1}{2}xy$ ，周长为 $x+y+\sqrt{x^2+y^2}$ ，由于面积等于周长，则 $x+y+\sqrt{x^2+y^2}=\frac{1}{2}xy$ ，又 $x+y=14$ ，可解得 $\frac{1}{2}xy=24$ 。此题也可由两直角边长度之和为 14 立刻联想到勾股数 (6、8、10)，直接代入以后发现符合条件。

III.【答案】B。解析：如图所示，建筑物内最远两点为两个相对的顶点 AB，由 A 到 B 至少经过两个平面，有如下 3 种方式。每种方式对角线长度为管道最短距离，依次为 $\sqrt{4^2+8^2}=\sqrt{80}$ ， $\sqrt{5^2+7^2}=\sqrt{74}$ ， $\sqrt{9^2+3^2}=\sqrt{90}$ ，中间的情况最短。建筑物的实际边长为模型的 10 倍，所以管道最短距离为 $10\times\sqrt{74}$ 米。由 $8^2<74<9^2$ ，可知 $8<\sqrt{74}<9$ ，管道最短距离在 80-90 米之间。



例 2.【答案】A。解析：因为阴影长方形和白色长方形的长相等，宽的比为 1:3，所以面积也为 1:3，故大长方形总面积为 4，选择 A。

【进阶训练】

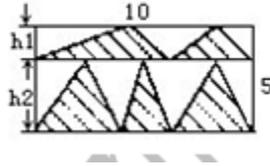
I.【答案】C。解析：对折三次后得到的小长方形为原长方形的 $\frac{1}{8}$ ，故面积为 $\frac{1}{4}$ 。

II.【答案】C。解析：平行四边形面积=底边×高=60，图中阴影部分三角形以 OC 边为底时，与平行四边形的高相同，三角形面积=底边×高÷2，所以阴影部分面积=60÷4=15。

III.【答案】B。解析：由题意知，阴影△AOB 的面积是 24，OB 长为，OD 长为 12，则△AOD 的面积为 48。由于 OB:OD=6:12=1:2 且△OBE 相似于△AOD，根据相似比的平方

等于面积比,有, $\triangle OBE$ 的面积是 $\triangle AOD$ 的面积的 $\frac{1}{4}$, 即 $48 \times \frac{1}{4} = 12$, 在平行四边形 ABCD 中, $\triangle ABD$ 的面积等于 $\triangle CDB$ 的面积, 所以四边形 OECD 的面积是 $48+24-12=60$, 选 B。

例 3.【答案】A。解析: 首先排除 C、D。如图所示,

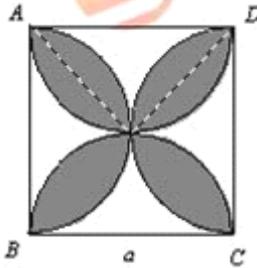


整体考虑阴影面积, 上层阴影面积为 $\frac{1}{2} \times 10 \times h_1$, 下层阴影面积为 $\frac{1}{2} \times 10 \times h_2$, 总共阴影面积为 $\frac{1}{2} \times 10 \times (h_1 + h_2) = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25$ 平方厘米。

【进阶训练】

I.【答案】 $\frac{a^2}{2}$ 。解析: 阴影部分的面积是不规则图形, 不易直接求解面积, 需要借助

于面积转化法, 发现阴影面积为对称图形, 由四个相同的部分组成。可以借助于辅助线转化为规则图形求解, 如图所示,



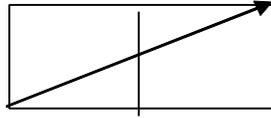
图中以 AD 为直径的半圆的面积为 $\frac{1}{2} \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2$, 以 AD 和两条辅助线为边的三角形的面积为 $\frac{1}{2} \times a \times \frac{a}{2}$, 因此可得阴影的面积为 $4 \times \left(\frac{1}{2} \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \times a \times \frac{a}{2}\right) = \frac{a^2}{2}$ 。

II.【答案】C。解析: 由题意知, 大小正方形的边长分别为 3 和 1, 不妨设乙、丁的高分别为 h_1 、 h_2 , 可知, $h_1 + h_2 = 3 - 1 = 2$, 由梯形面积公式知, 乙与丁的面积和为: $\frac{1}{2} \times (1+3) \times h_1 + \frac{1}{2} \times (1+3) \times h_2 = \frac{1}{2} \times (1+3) \times (h_1 + h_2) = 4$ 。

III.【答案】C。解析: 长方形的宽是“一”与“二”两个正方形的边长之和。长方形的长是“一”、“二”、“三”三个正方形的边长之和。长-宽=30-22=8 是“三”正方形的边长。宽又是两个“三”正方形与中间小正方形的边长之和, 因此中间小正方形边长=22-8×2=6, 中间小正方形面积=6×6=36。

IV.【答案】B。解析: 由图形的对称性可知, 上下两块空白的面积相等, 设为 c。则 $c+B = \frac{1}{4} \times \pi \times 5^2 = \frac{25\pi}{4}$ ①, $2c+a+B = 5^2 = 25$ ②。①×2-②得 $B-a = \frac{25\pi}{2} - 25 \approx 14.25 \text{ cm}^2$ 。

例 4.【答案】B。解析：展开形成一个平面，形成一个边长分别为 $2a$ 和 a 的长方形
蚂蚁爬过最短距离为走对角线。最短距离为 $\sqrt{5}a$ 。



【进阶训练】

I.【答案】A。解析：原表面积为 6，切割后表面积之和增加了截面面积的 2 倍。因此
表面积之和的大小取决于截面面积的大小。如图，沿面 $ABC'D'$ 切开时，截面面积最大为 $\sqrt{2}$ ，
则表面积之和最大 $6+2\sqrt{2}$ 。

II.【答案】C。解析：已做成的箱子的长、宽和高分别是 60，40，22，其表面积为
 $(60 \times 40 + 60 \times 22 + 40 \times 22) \times 2 = 9200$ 平方厘米。设计箱子的长、宽和高分别是 $60-2=58$ ， $40-2=38$ ，
 $22+3=25$ ，其表面积为 $(58 \times 38 + 58 \times 25 + 38 \times 25) \times 2 = 9208$ 平方厘米，所以两者差为 8 平方厘米。

例 5.【答案】(1) 160° ；(2) $\frac{4}{3}\pi$ 。解析：(1) 根据弧长公式 $l = \frac{n\pi r}{180}$ ，可得 $8\pi = \frac{9n\pi}{180}$ ，
解得圆心角 $n=160^\circ$ ；(2) 根据扇形面积的计算公式 $S = \frac{n}{360} \times \pi r^2$ ，可得扇形面积
 $S = \frac{120}{360} \times \pi \times 2^2 = \frac{4}{3}\pi$ 。

【进阶训练】

I.【答案】B。解析： $S_{\text{求}} = S_{\text{大扇}} - S_{\text{小扇}} = \frac{120\pi}{360} (20^2 - 8^2) = 112\pi$ 。

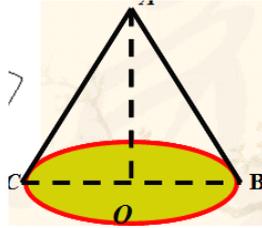
II.解析： $S_{\text{弓形}} = S_{\text{扇形}} - S_{\Delta}$ ，由题意水管道的截面半径是 0.6cm，其中水面高 0.3cm，
得到 $OD=0.3$ ，则 $\angle OAD=30^\circ$ ，所以 $\angle AOB=120^\circ$ 。 $AD = \sqrt{0.6^2 - 0.3^2} = 0.3\sqrt{3}$

$$S_{\text{弓形}} = S_{\text{扇形}} - S_{\Delta} = \frac{n\pi r^2}{360} - \frac{1}{2} AB \times OD = 0.12\pi - 0.09\sqrt{3}$$

III.解析：(1) 因为此扇形的弧长=它所围成圆锥的底面圆周长，所以有
 $2\pi \times r = \frac{\theta\pi R}{180} = \frac{144\pi \times 10}{180}$ 即 $r=4$

(2) 因为圆锥的母线长=扇形的半径

所以圆锥的高 h 为： $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{84} = 9.1$



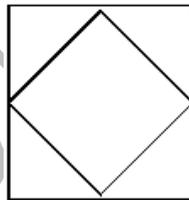
三、综合训练

1. 【答案】A。解析：对折3次后相当于 $2^3=8$ 段绳子重叠，从中间剪去会产生 $2 \times 8=16$ 个断点。每个断点皆构成绳子的一个端点，加上原有的两个端点，共有 $16+2=18$ 个端点，合 $18 \div 2=9$ 段绳子。

2. 【答案】A。解析：设甲井、乙井水深分别为 h_1, h_2 ，水面直径分别为 d_1, d_2 ，由于圆柱体的体积公式为 $V = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h$ ，所以两井的体积比是 $\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \cdot \frac{h_1}{h_2} = 2$ ，因为甲井蓄水量为40立方米，所以乙井为 $40 \div 2=20$ 立方米。

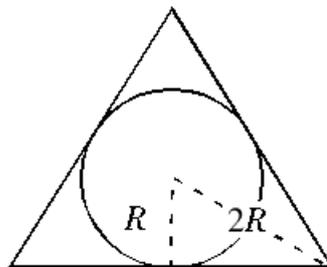
3. 【答案】C。解析：正八面体的体积公式没有学过，但由图中可以看出，将正八面体拆解为两个完全相同的四棱锥，而每个棱锥的体积 $V = \frac{1}{3}Sh$ ，高度 h 正好为正方体边长的一半，即3厘米，现在只要求棱锥的底面积 S 。

将棱锥的底面单独拿出来看，如下图所示：



棱锥底面积正好等于正方体底面积的一半，即为 $6 \times 6 \div 2=18$ 平方厘米。因此每个棱锥的体积为 $\frac{1}{3} \times 18 \times 3=18$ 立方厘米，正八面体体积为 $18 \times 2=36$ 立方厘米。因此选择C。

4. 【答案】C。解析：3颗卫星组成的平面与地球相切时距离最短且可覆盖全球表面。如图所示，等边三角形顶点到其内接圆圆心距离为 $2R$ ，卫星距离地球最短距离为 R 。



5.【答案】D。解析：解析：设三个交点分别为 A、B、C。以 AB 为轴将下面部分翻转，补上上面空白部分，再过 C 点作上面圆的直径，割下两个小弓形，补全下面的空白部分，正好补成一个半圆。其面积为 $3.14 \times 25 \times 1/2 = 39.25$ 平方厘米。

6.【答案】D。解析：阴影部分 ABC 的面积等于整个图形面积减去三角形 AGB 和三角形 BFC 的面积： $6 \times 6 + 4 \times 4 + 1/2 \times 2 \times 4 - 1/2 \times 6 \times 6 - 1/2 \times 10 \times 4 = 18$ 平方厘米。或采用割补法或辅助线法。

7.【答案】B。解析：

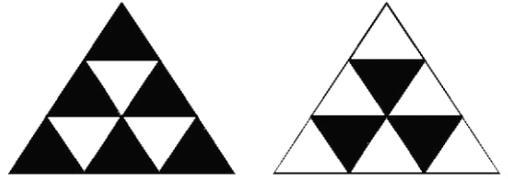


图 1

图 2

我们考虑小三角形颜色相同最多的那种颜色，设其为黑色。在图 1 中，我们将不相邻的三角形涂一种颜色，因为要求有公共边的三角形颜色不同，则黑色部分三角形的颜色一样，因此余下三个面相对于这个面的位置是一样的，我们只要分析其中的一个面即可，如图 2 所示，只有三个三角形能涂黑色，因此最多有 $6 + 3 \times 3 = 15$ 个小三角形颜色相同。

$$8. \text{解析：} S_{\text{求}} = S_{\triangle ABC} - 3S_{\text{扇}} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 - 3 \times \frac{\pi}{24} a^2 = \frac{a^2}{8} (2\sqrt{3} - \pi)。$$

9.【答案】C。解析一：连接 AB, AF, BF。可以得到一个等边三角形，那么 AF 的弧长就占整个圆的六分之一，同理 CG 的弧长也占整个圆的六分之一，所以 $AF + CG - GF = 1/4$ 圆周；所以， $GF = 1/12$ 圆周。则中间阴影部分的周长为 $1/12 \times 4 \times 2\pi = 2/3\pi$ 。

解析二：由于答案差距较大，故只需大概估算一下就知道应该在 2 左右，直接选 C。对于几何问题，很多都可以用大概估计的方法估算出，前提是图形画得比较准确。

第七节 容斥问题

二、考点精讲

例 1.解析：（1）至少达到一科分数线的有 $1-10\%=90\%$ ；（2）两科线都达到线的有： $70\%+60\%-90\%=40\%$ ；（3）只达到行测线的有 $70\%-40\%=30\%$ ；（4）只达到申论线的有 $60\%-40\%=20\%$ 。

【进阶训练】

I.【答案】C.解析：参加开幕式（3 的倍数）有 33 人，参加闭幕式（5 的倍数）有 20 人，既参加开幕式又参加闭幕式（既是 3 的倍数又是 5 的倍数）有 6 人，由容斥原理知，至少参加一项的有 $33+20-6=47$ 人，则既不参加开幕式又不参加闭幕式的有 $100-47=53$ 人。

II.【答案】D.解析：只有转动一次的同学才背对着老师，转动两次或者没有转动的同学是面向老师的。50 以内的数中 4 最大的倍数是 48，故 4 的倍数的个数有 $48\div 4=12$ ；50 以内的数中 6 最大的倍数的数是 48，故 6 的倍数的个数有 $48\div 6=8$ ；既是 4 的倍数，又是 6 的倍数个数有 12、24、36、48 共 4 个，故发生转动的同学有 $12+8-4=16$ 人，其中 4 人转了两次，故只有 $16-4=12$ 人转动了一次，面向老师的同学有 $50-12=38$ 人。

III.【答案】A.解析：任务绩效考核达到良好且群众满意度指标及格的至多有 35 人，所以任务绩效考核达到良好而群众满意度指标不及格的至少有 $40-35=5$ 人。

例 2.【答案】C.解析：不合格的食品数共有 $7+9+6-5-2\times 2=13$ ，则三项全部合格的食品有 $36-13=23$ 种。

【进阶训练】

I.【答案】C.解析：设同时报乙、丙职位的有 x 人，由容斥原理可得， $22+16+25-8-6-x=42$ ，解得 $x=7$ 。

II.【答案】C.解析：要使已经报名的人数尽量多，则三科都报的人尽量多，最多只能为 26 人。

此时利用容斥原理可得，已经报名的人数为 $35+45+55-30-26-38+26=67$ 人，则至少还有 $120-67=53$ 人没有报考任何一科。

III.【答案】C.解析：第一次有 $1-70\%=30\%$ 的学生没有得到 90 分以上，同理，第二次是 25%，第三次是 15%，第四次是 10%，当这四次没有得到 90 分以上的学生各不相同，至少有一次没得到 90 分以上的学生最多，为 $30\%+25\%+15\%+10\%=80\%$ ，因此四次都得 90 分以上的学生至少是 $1-80\%=20\%$ 。法 2： $70\%+75\%+85\%+90\%-3\times 100\%=20\%$ 。

例 3.【答案】C.解析：60 人为上身穿白和黑衣服的人， $60-29=31$ 人为穿白上衣的人。 $31-12=19$ 人为穿白上衣黑裤子的人， $34-19=15$ 人为穿黑上衣黑裤子的人。

【进阶训练】

I.【答案】A.解析：依题意可知，两次全部参加的为老年女性，共 12 人，两次都没有参加的是儿童男性，共 6 人。可设老年男性为 X ，儿童女性人数为 Y 。由 40 名会员可知，

$12+X+6+Y=40$ ，由老人与儿童的男女比例相同可知， $\frac{x}{12} = \frac{6}{y}$ ，解得 $X=18$ ($X=4$ 舍去，因为老人数量多于儿童)， $Y=4$ 。所以老人有 $12+18=30$ 人，儿童有 $6+4=10$ 人。

三、综合训练

1. 【答案】D。解析：88 人有手机，15 人有手机没电脑，则 $88-15=73$ 人既有手机又有电脑，已知 76 人有电脑，所以有电脑没手机有 $76-73=3$ 人。

2. 【答案】A。解析：三种上网方式都使用的客户有 $1258+1852+932-3542-352=148$ 个。

3. 【答案】B。解析：可根据刻度刻线的份数 10, 12, 15 对木棍的长度赋予特值。(10, 12, 15) 的最小公倍数，它是 60。把这根木棍的 10 等分的每等分长 6 个单位。12 等分的每等分长 5 单位；15 等分的每等分长 4 单位。

不计木的两个端点，木棍的内部等分点数分别是 9, 11, 14 (相应于 10, 12, 15 等分)，共计 34 个。

由于 5, 6 的最小公倍数为 30，所以 10 与 12 等分的内分点在 30 单位处处相重了一个，必须从 34 中扣除。

又由于 4, 5 的最小公倍数为 20，所以 12 与 15 等分的内分点在 20 单位和 40 单位两个相重，必须再减去 2。

同样，6, 4 的最小公倍数为 12，所以 15 与 10 等分的内分点在 12, 24, 26; 48 单位处相重，必须再减去 4。

由于这些相重点，各不相同，所以从 34 个内分点中减去 1，再减去 2，再减去 4，得 27 小刻度点，沿这些刻度点把木棍锯成 28 段。

4. 【答案】C。解析：设三科都喜欢的人为 x ，根据面积法： $100=19+21+15+18+16+17-2x+20$ ，解得 $x=13$ ，进而求的喜欢外语的人数= $21+16+17-13=41$ ，对应不喜欢外语的人有 $100-41=59$ 人。要保证选取的人至少有两个喜欢外语，就是考虑最坏情况，所有不喜欢外语的人都选出来的基础上再选出两名喜欢外语的，即 $59+2=61$ 。

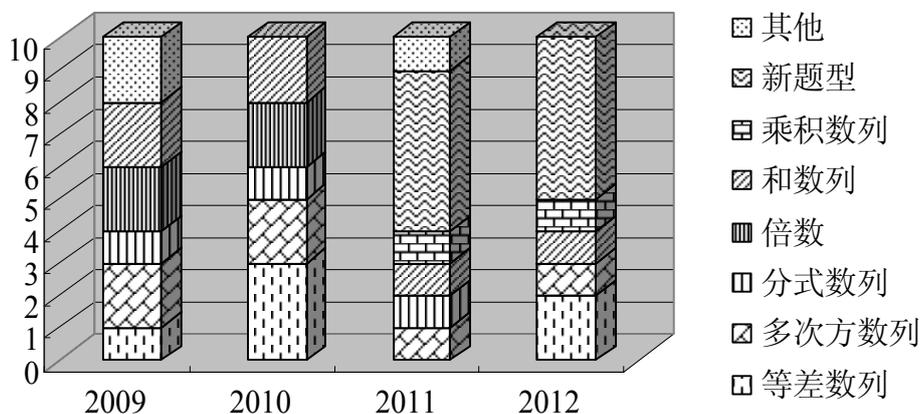
5. 【答案】A。解析：假设懂俄语的教师有 x 人。不懂英语的有 $100-75=25$ 人，不懂法语的有 $100-80=20$ 人，不懂俄语的有 $100-x$ 人，如果这些人都不重合，则不懂这三门外语的教师人最多，则此时三门语言都懂的教师最少，为 $100-(25+20+100-x)=5$ 人，求得 $x=50$ 人。

第二部分 数字推理

考情分析

数字推理部分在 2010 年之前是必考题型, 在 2011 年国考和大部分的省考都取消了对它的考查, 但在 2012 年的部分省考中, 该类题型再次出现, 因此作为 2013 年的考生来说, 数字推理部分是不容忽视的。从 2009-2012 年的考试真题来看, 数字推理考查的主要题型还是差数列、倍数数列、和数列、多次方数列和分式数列, 尤其是差数列, 是每次考试的必考题型, 考生应予以把握。从考试难度上把握, 数字推理部分考查的大都是基本题型及其变型, 因此考生应对这些常考题型的常规做法熟练掌握, 以便在考试中做到得心应手。

2009-2012年浙江省考数字推理部分高频考点分析



第一章 核心思想

第一节 核心思想

1. 【答案】50。解析：后项减前项依次得到 3, 5, 7, 9, (11), 为奇数列。
2. 【答案】51。解析：两项和加 1 得下项, 故答案为 $19+31+1=51$ 。
3. 【答案】272。解析：后项减前项得到 1, 4, 9, 25, 64, 分别为 1, 2, 3, 5, 8 的平方, 1, 2, 3, 5, 8 为和数列, 下项为 13, 故下项差应该为 13 的平方 169, 因此答案为 $103+169=272$ 。
4. 【答案】66。解析：方法一, 二级等差数列。方法二, 拆分。各项可依次写成: $1 \times 1, 2 \times 3, 3 \times 5, 4 \times 7, 5 \times 9$, 其中乘积的第一项为自然数列, 乘积第二项为奇数列, 故下项为 $6 \times 11=66$ 。

第二节 两个“数”的敏感

一、数字敏感

(一) 含义

1、解析：2 是偶数、质数；33 是奇数、合数，可拆分为 $33=3\times 11$ ；37 是奇数、质数；49 是奇数、平方数， $49=7\times 7$ ；243 是奇数、合数、多次方数， $243=3^5$ ；1331 是奇数、合数、多次方数， $1331=11^3$ 。

另外，多位数均可以按照位数上的数字拆分，比如，1331 可看作 1、3、3、1 的组合，也可以看作 13、31 的组合。

2、注：此问可留给学生在课余做数字敏感的联系。

(二) 要求

 试试看，你能推出什么？

$$26 = (2 \times 13) = (3^3 - 1) = (5^2 + 1) = (3 \times 8 + 2) = (4 \times 6 + 2) \dots\dots$$

$$124 = (4 \times 31) = (2^2 \times 31) = (5^3 - 1) = (2^7 - 4) = (\quad) \dots\dots$$

$$1001 = (13 \times 7 \times 11) = (999 + 2) = (1000 + 1) = (2^{10} - 23) = (\quad) \dots\dots$$

 对于其他数字，你会有什么想法？

注：此问可留给学生在课余做数字敏感的联系。

(三) 例题

例 1.【答案】A。解析：平方数列。 $1=1^2$ ， $4=2^2$ ， $9=3^2$ ， $16=4^2$ ， $25=5^2$ ， $(36)=6^2$ 。

【进阶训练】

I.【答案】A。解析：多次方数列。

6	25	64	(81)	32	1
↓	↓	↓	↓	↓	↓
6^1	5^2	4^3	(3^4)	2^5	1^6

II.【答案】A。解析：多次方数列。 $4=2^2$ ， $9=3^2$ ， $25=5^2$ ， $64=8^2$ ， $169=13^2$ ，底数是一个和数列，故下一项是 $(8+13)^2=441$ 。

例 2.【答案】D。解析：多次方数列变式， $0=1^1-1$ ， $2=2^2-2$ ， $24=3^3-3$ ， $252=4^4-4$ ， $()=5^5-5=3120$ 。

【进阶训练】

I.【答案】D。解析：立方数列变式。

3	10	29	66	(127)	
↓	↓	↓	↓	↓	
1^3+2	2^3+2	3^3+2	4^3+2	(5^3+2)	底数是连续自然数

II.【答案】A。解析：多次方数列变式。加 1 后变为： $1=1^3$ ， $8=2^3$ ， $27=3^3$ ， $64=4^3$ ， $(125)=5^3$ ，结果为 $125-1=124$ ，选择 A。

例 3.【答案】C。解析：各项是递减的连续质数。

【进阶训练】

I.【答案】A。解析：各项分别加上 1、2、3、4、5、(6)，分别是连续的质数 41、43、47、53、59、(61)。

II.【答案】D。解析：各项依次为 2×5 、 3×7 、 5×11 、 7×13 、 (11×17) 。第一个乘数 2、3、5、7、(11) 是连续质数，第二个乘数 5、7、11、13、(17) 也是连续质数。

【考点点拨】本题是一个整数拆分数列。通过传统的作差、作和、作商以及多次方变式均不能得出合适的规律。我们观察发现，题干数字均为合数，将这些合数拆分为 2×5 、 3×7 、 5×11 、 7×13 、 11×17 ，可发现第一个乘数与第二个乘数均为连续质数。

二、数列敏感

(一) 含义

1、解析：(1) 自然数列、质数列、和数列 2, 3, 5, 8, 13, 21……、积数列 2, 3, 6, 18, 108、等比数列、等差数列变式 2, 3, 5, 8, 12, 17、等比数列变式、和数列变式、积数列变式……等，老师可不拘于所列，尽情发挥。

(2) 偶数列、合数列、和数列、等差数列变式、等比数列变式、和数列变式、积数列变式……等，老师可不拘于所列，尽情发挥。

2、注：此问可留给学生在课余做数列敏感的练习。

(三) 例题

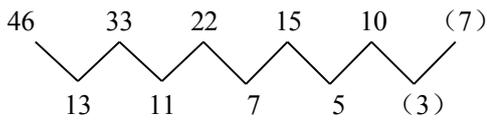
例 1.【答案】D。解析：二级等差数列。

8	2	-2	-4	-4	(-2)
-6	-4	-2	0	(2)	

作差
公差为 2 的等差数列

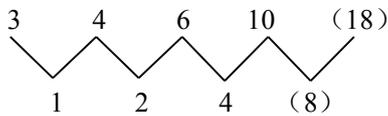
【进阶训练】

I. 【答案】D。解析：等差数列变式。



作差（前项减后项）
质数列

II. 【答案】C。解析：二级等比数列。

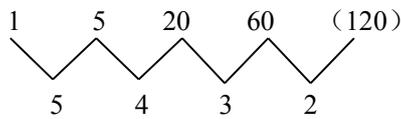


作商
公比为 2 的等比数列

例 2. 【答案】81。解析：等比数列。27×3=81。

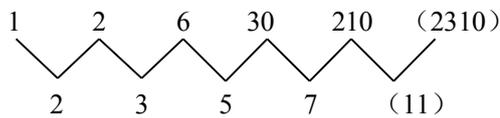
【进阶训练】

I. 【答案】D。解析：等比数列变式。



作商
公差为-1 的等差数列

II. 【答案】C。解析：等比数列变式。



作商
质数列

例 3. 【答案】A。解析：典型和数列。前两项之和等于第三项，往后依次类推，答案为 A。

【进阶训练】

I. 【答案】C。解析：和数列变式。第一项+第二项×2=第三项，以此类推，19+46×2=111。

II. 【答案】B。解析：2+3×3=11、3+11×4=47、11+47×5=246、47+246×6=（1523）。

例 4. 【答案】B。解析：各项依次是连续质数 2、3、5、7、11、（13）的 2 倍，则 13×2=（26）。

【进阶训练】

I. 【答案】D。解析：4×1-1=3、3×2-1=5、5×3-1=14、14×4-1=55、55×（5）-1=（274），各项第二个乘数 1、2、3、4、（5）是连续自然数。

II. 【答案】A。解析：第一项×第二项+1=第三项，以此类推，8×57+1=（457）。

第二章 常见题型

第一节 等差数列

二、考点精讲

例 1.【答案】A。解析：二级等差数列。相邻两项之差分别为 20、36、52、(68)，是公差为 16 的等差数列，下一项为 $113+68=(181)$ 。

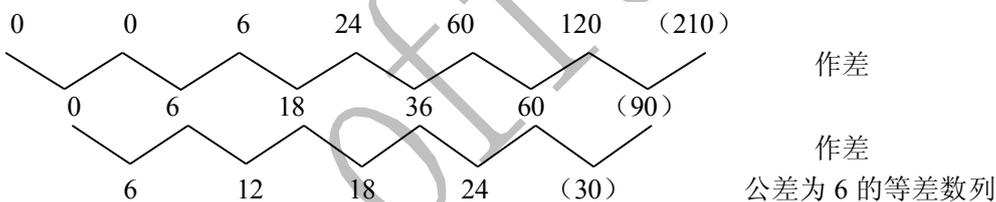
【进阶训练】

I.【答案】D。解析：相邻两项之差分别为 -2、-3、-5、-7、(-11)，数字部分为连续的质数，所以下一项为 $80-11=69$ 。

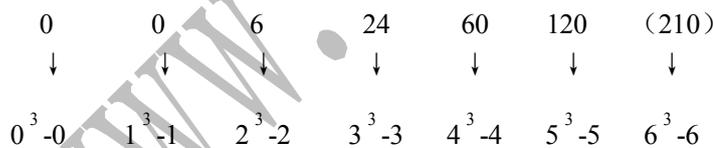
II.【答案】C。解析：相邻两项差分别为 1、2、6、24、(120)，后一项分别为前一项的 2、3、4、(5) 倍，所以所求项为 $33+120=153$ 。

III.【答案】C。解析：相邻两项差分别为 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、($\frac{1}{5}$)，分母为连续的自然数，所以所求项为 $\frac{19}{12} + \frac{1}{5} = \frac{107}{60}$ 。

例 2.【答案】C。解析：方法一，三级等差数列。

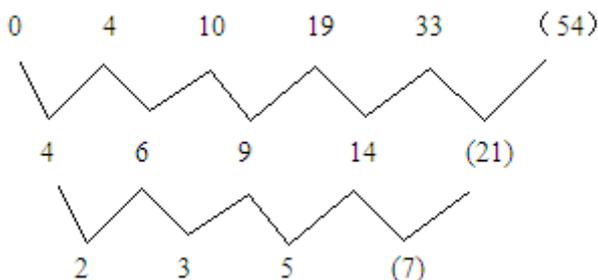


方法二，立方数列变式。



【进阶训练】

I.【答案】D。解析：三级等差数列变式



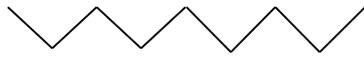
另外，如果将 2、3、5 看做和数列，答案为 55，但题中无此选项。

II. 【答案】B。解析：三级等差数列变式。

2 6 11 18 29 (48) 作差



4 5 7 11 (19) 作差



1 2 4 (8) 公比为 2 的等比数列

III. 【答案】C。解析：三级等差数列变式

3 4 9 23 53 (108)



1 5 14 30 (55)



4 9 16 (25)

其中 4、9、16、(25) 分别为 2^2 、 3^2 、 4^2 、 (5^2) 。

例 3. 【答案】A。解析：构造网络思维模式。

2 5 15 50 175 (625)



3 10 35 125 450

其中 3、10、35、125 分别为原数列中 15、50、175、625 的 $\frac{1}{5}$ 。

【进阶训练】

I. 【答案】C。解析：构造网络思维模式

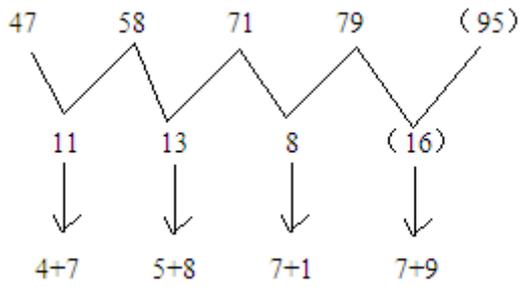
2 4 4 0 16 (256)



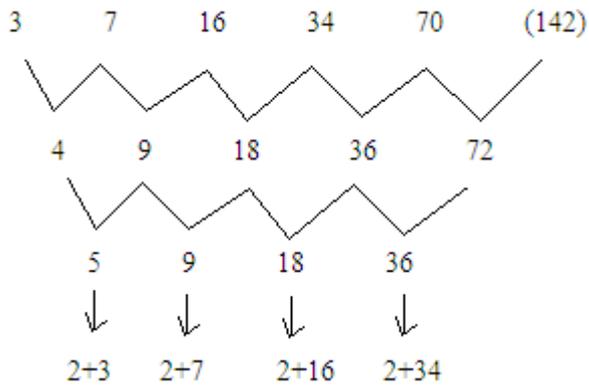
2 0 -4 16

其中 2、0、-4 的平方分别为原数列中的 4、0、16，所以所求项应为 16 的平方 256。

II. 【答案】B。解析：构造网络思维模式。



III. 【答案】A。解析：



其中，3、7、16、34 分别为原数列中的数。

第二节 等比数列

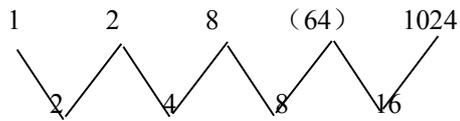
二、考点精讲

例 1.【答案】C。典型等比数列，公比为 2。

【进阶训练】

I.【答案】D。解析：典型等比数列，公比为 $\frac{3}{4}$ 。

II.【答案】A。解析：二级等比数列。



作商

公比为 2 的等比数列

例 2.【答案】D。解析：等比数列变式，从第二项起，后一项=前一项×自然数列。

【进阶训练】

I.【答案】B。解析：等比数列变式。

2, 2, 6, 30, 210, (1890)

作商

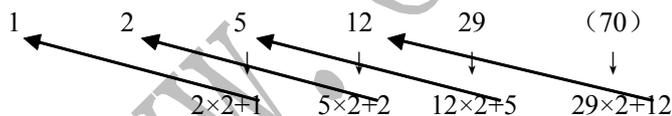


公差为 2 的等差数列

II.【答案】A。解析：从第二项起，后一项=前一项×自然数列+1。3×1+1=4，4×2+1=9，9×3+1=28，28×4+1=113，113×5+1=(566)。

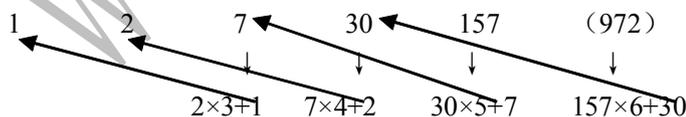
III.【答案】C。解析：从第二项开始，每一项等于前一项的 2 倍加上连续奇数，4×2+3=11，11×2+5=27，27×2+7=61，61×2+9=(131)。

例 3.【答案】D。解析：第一项+第二项×2=第三项，以此类推，12+29×2=70。

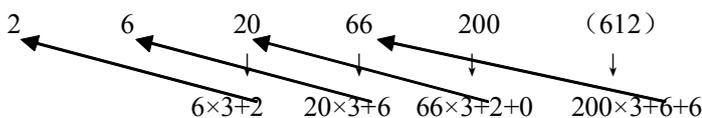


【进阶训练】

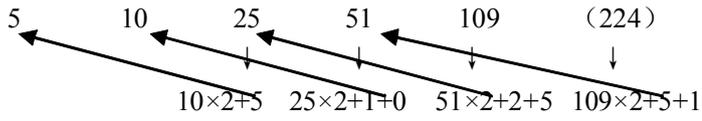
I.【答案】D。解析：第一项×从 3 开始的连续自然数+第一项=第三项，以此类推，157×6+30=(972)。



II.【答案】C。解析：第一项各位数字之和+第二项×3=第三项，以此类推，200×3+6+6=(612)。



III.【答案】C。解析：第一项的各位数字之和+第二项×2=第三项，以此类推，109×2+5+1=(224)。



第三节 和数列

二、考点精讲

例 1.【答案】D。解析：第三项等于前两项之和。



【进阶训练】

I.【答案】B。解析：第三项等于前两项之和加上从 1 开始的自然数列， $3=0+2+1$ ， $7=2+3+2$ ， $13=3+7+3$ 以此类推 $(42)=13+24+5$ 。

II.【答案】A。解析：两两相加得到新数列：1, 8, 27, 64, (125)，分别是 1, 2, 3, 4, (5) 的立方，其底数为首项为 1 的连续自然数列。

III.【答案】第三项等于前两项之和的一半。

例 2.【答案】D。解析：第四项等于前三项之和。

【进阶训练】

I.【答案】C。解析：相邻三项之和得到新数列为：4, 9, 16, 25, (36)，分别是 2, 3, 4, 5, (6) 的平方。

II.【答案】C。解析：相邻三项之和为质数列：2, 3, 5, 7, 11, (13)；而 $(13)=3+5+(5)$ 。

III.【答案】B。解析：从第三项开始，每一项都等于它之前所有项数的和。

第四节 积数列

二、考点精讲

例 1.【答案】D. 解析：典型积数列，前两项乘积=第三项，所以答案应为 25000。

【进阶训练】

I.【答案】C. 解析：前两项乘积等于后一项，所以应为 8。

II.【答案】B. 解析：第三项=第二项÷第一项，以此类推，所求项为 $2 \div 0.5 = (4)$ 。

例 2.【答案】B. 解析：积数列变形，第三项=第一项×第二项+1，以此类推， $7 \times 22 + 1 = (155)$ 。

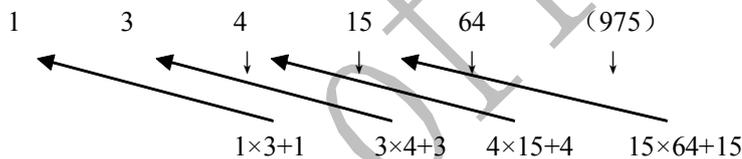
【进阶训练】

I.【答案】C. 解析：第一项×第二项+从 3 开始的连续自然数=第三项，所以 $14 \times 75 + 6 = 1056$ ，尾数为 6，选择 C。

II.【答案】D. 解析：第一项×第二项-从 2 开始的连续自然数=第三项，以此类推， $9 \times 32 - 5 = (283)$ ，选择 D。

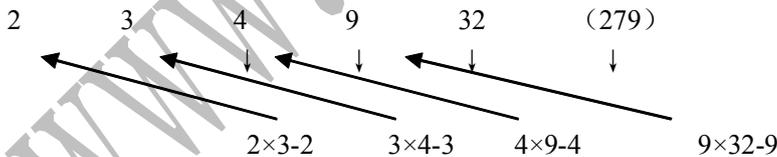
III.【答案】D. 解析：第一项×第二项+从 6 开始的连续合数=第三项，以此类推， $24 \times 201 + 10 = (4834)$ ，选择 D。

例 3.【答案】C. 解析：第一项×第二项+第一项=第三项，以此类推， $15 \times 64 + 15 = (975)$ ，选择 C。

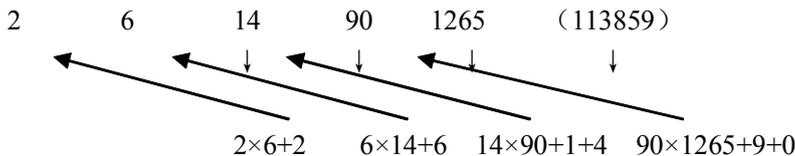


【进阶训练】

I.【答案】D. 解析：第一项×第二项-第一项=第三项，所以 $9 \times 32 - 9 = 279$ ，选 D。



II.【答案】D. 解析：第一项×第二项+第一项各位数字之和=第三项，以此类推， $90 \times 1265 + 9 + 0 = (113859)$ ，尾数为 9，选择 D。



III.【答案】C. 解析：前两项之和加前两项之积等于第三项。 $(0.5+1) + 0.5 \times 1 = 2$ ， $(1+2) + 1 \times 2 = 5$ ， $(2+5) + 2 \times 5 = 17$ ， $(5+17) + 5 \times 17 = 107$ ， $(17+107) + 17 \times 107 = (1943)$ 。



www.offcn.com

第五节 多次方数列

二、考点精讲

例 1.【答案】A。解析：是 1, 2, 3, 4, 5, (6) 的立方数列。

【进阶训练】

I.【答案】C。解析：原数列可以表示为： $1^6, 2^5, 3^4, 4^3, 5^2, (6^1), 7^0$ 。

II.【答案】B。解析：原数列可以表示为： $0^2, 1^1, 2^2, 3^1, 4^2, (5^1)$ 。

例 2.【答案】C。解析：原数列可以表示为： $1^2+1, 2^2+1, 3^2+1, 4^2+1, 5^2+1, (6^2+1)$ 。

【进阶训练】

I.【答案】C。解析：原数列可以表示为： $(-3)^3+1, (-2)^3+2, (-1)^3+3, 0^3+4, 1^3+5, (2^3+6)$ 。

II.【答案】B。解析：原数列可以表示为： $(-3)^3-3, (-1)^3-3, (1^3-3), 3^3-3, 5^3-3, 7^3-3$ 。

例 3.【答案】D。解析：第一项²+第二项=第三项。

【进阶训练】

I.【答案】C。解析：第一项²+第二项=第三项。

II.【答案】A。解析： $(\text{第一项} + \text{第二项})^2 + (\text{第一项} + \text{第二项}) = \text{第三项}$ ，尾数法计算出答案。

第六节 分数数列

二、考点精讲

例 1. 【答案】A。解析：

$$\begin{array}{cccccc} \frac{1}{3} & 1 & 1 & \frac{13}{17} & (\frac{17}{33}) & \frac{21}{65} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \frac{1}{3} & \frac{5}{5} & \frac{9}{9} & \frac{13}{17} & (\frac{17}{33}) & \frac{21}{65} \end{array}$$

分子 1、5、9、13、(17)、21 构成公差为 4 的等差数列；

分母 3、5、9、17、(33)、65 构成等差数列变式。

【进阶训练】

I. 【答案】B。解析：各式化成 $\frac{5}{2}, \frac{7}{5}, \frac{9}{10}, (\frac{11}{17}), \frac{13}{26}$ ，分子是等差数列，分母是二级等差数列，差数列为 3, 5, (7), (9)。

II. 【答案】B。解析：分整数和小数来分析。整数部分都为 2，小数部分为和数列 0.01、0.02、0.03、(0.05)、0.08、0.13，所以选 B。

III. 【答案】B。解析：数列中每项的整数、分子、分母分别组成公差为 2、6、7 的等差数列。

例 2. 【答案】B。解析：每一项分子为前一项分母，分母为前一项分子与分母之和。

【进阶训练】

I. 【答案】C。解析：分子=前项分子+前项分母，分母=前项分母+分子；空缺项分子为 21+34=55，分母为 34+55=89。

例 3. 【答案】B。解析：分子分母交替变化。

$$\begin{array}{ccccccccc} \frac{1}{1} & \searrow & \frac{3}{4} & \nearrow & \frac{9}{5} & \searrow & \frac{7}{16} & \nearrow & \frac{25}{9} & \searrow & (\frac{11}{36}) & \text{平方数列} \\ \frac{1}{1} & \nearrow & \frac{3}{4} & \searrow & \frac{9}{5} & \nearrow & \frac{7}{16} & \searrow & \frac{25}{9} & \nearrow & (\frac{11}{36}) & \text{公差为 2 的等差数列} \end{array}$$

【进阶训练】

I. 【答案】12/5。解析：数列写成 $\frac{5}{1}, \frac{4}{7}, \frac{9}{9}, \frac{16}{11}, \frac{13}{25}, (\frac{36}{15})$ ，将该数列按照分子，

分母交替的取出的数字是 5, 7, 9, 11, 13, 15；再按照分母，分子交替的取出的数字是 1, 4, 9, 16, 25, 36，刚好一组是连续奇数，一组是连续的平方数列。

第七节 组合数列

二、考点精讲

例 1.【答案】C。解析：间隔组合数列。

奇数项：21, 23, 25, 27 是公差为 2 的等差数列；

偶数项：26, 24, 22, (20) 是公差为 -2 的等差数列。

【进阶训练】

I.【答案】B。解析：间隔组合数列，公差为 7 的等差数列 7、14、21 和公比为 2 的等比数列 4、8、16, () = 21 + 7 = 28, () = 16 × 2 = 32。所以选 B 项。

II.【答案】B。解析：间隔组合数列，奇数项 0、4、8、(12) 为公差为 4 的等差数列，偶数项 2、3、6、(18) 为积数列，第三项 = 前两项之积。

III.【答案】D。解析：间隔组合数列。偶数项依次为 $\sqrt{4}$, ($\sqrt{3}$), $\sqrt{2}$, $\sqrt{1}$ ；奇数项依次是 4, 3, 2, 1 的立方。

例 2.【答案】A。解析：二者分组组合数列。每两个一组，二者之差均为 3。8-5=3, 12-9=3, 13-10=3, (15)-12=3。

【进阶训练】

I.【答案】B。解析：三三分组，每三项之和都为 17, 1+9+7=17, 4+8+5=17, (4)+11+2=17。

II.【答案】C。解析：分组组合数列。每三项一组，前项+后项的平方=第三项。1+2²=5, 3+4²=19, 5+6²=41。

III.【答案】D。解析：原数列 4, 5, 9, 16, 25, 17, (), 三三一组，其中 4+5=9, 9+16=25, 25+17=(42)

例 3.【答案】C。解析：合数拆分。1=1×1, 2=1×2, 6=2×3, 15=3×5, 40=5×8, 104=8×13, () = 13×21=273。

【进阶训练】

I.【答案】B。解析：方法一，整数乘积拆分数列。

0 4 16 48 128 (320)

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

0×2 1×4 2×8 3×16 4×32 (5×64)

第一个乘数 0、1、2、3、4、(5) 是连续自然数；

第二个乘数 2、4、8、16、32、(64) 是公比为 2 的等比数列。

方法二，积数列变式，(第二项-第一项)×4=第三项。

(4-0)×4=16, (16-4)×4=48, (48-16)×4=128, (128-48)×4=(320)。

II.【答案】A。解析：整数乘积拆分数列。

8 18 40 63 110 (156)

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

2×4 3×6 5×8 7×9 11×10 (13×12)

第一个乘数 2、3、5、7、11、(13) 是质数列；

第二个乘数 4、6、8、9、10、(12) 是合数列。

例 4.【答案】B。解析：48 可以变成 $16\sqrt{9}$ ，其中根号外面的数 2、4、8、16 是公比为 2 的等比数列，根号内 3、5、7、9 是奇数列，所以下一项为 $32\sqrt{11}$ 。

【进阶训练】

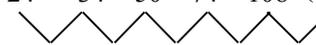
I.【答案】B。解析：横向递推思维模式。 $2\sqrt{3}$ 可以写成 $0+2\sqrt{3}$ ，则加号前面为 0，2，6，12，为二级等差数列，所以下一项加号前为 20，加号后面的可以为 $2\sqrt{3}$ ， $3\sqrt{3}$ ， $5\sqrt{3}$ ， $8\sqrt{3}$ ，前面的系数为 2，3，5，8 下一项为 12（按二级等差数列）或 13（按和数列），结合选项，答案为 B。

II.【答案】D。解析：题干四个数字形式不同，需要统一， $2\sqrt{7}$ 、 $3\sqrt{13}$ 的系数分别为 2、3，将 2 改写为 $1\sqrt{4}$ ，将 20 改写为 $4\sqrt{25}$ ，原数列变为 $1\sqrt{4}$ 、 $2\sqrt{7}$ 、 $3\sqrt{13}$ 、 $4\sqrt{25}$ 。系数 1、2、3、4 构成等差数列；根号下数字依次是 4、7、13、25，相邻项之差依次是 3、6、12，构成公比为 2 的等比数列，应填入 $5\sqrt{25+12\times 2}=5\sqrt{49}=35$ 。

第三章 综合练习

1. 【答案】D。解析：第一项的2倍与第二项的3倍相加等于第三项，以此类推， $28 \times 2 + 100 \times 3 = (356)$ 。

2. 【答案】C。解析：三级等差数列。

24 34 50 74 108 (154)
 作差
 10 16 24 34 (46)
 作差
 6 8 10 (12) 公差为2的等差数列

3. 【答案】A。解析：立方数列变式。

11 24 67 122 219 (340)
 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
 2^3+3 3^3-3 4^3+3 5^3-3 6^3+3 (7^3-3)

4. 【答案】A。解析：间隔组合数列。

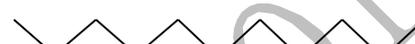
奇数项是公差为2的等差数列；

偶数项是公差为-5的等差数列，所以下一项为 $168-5 = (163)$ ，选择A。

5. 【答案】C。解析：前两项之和的平方等于第三项，以此类推， $(1+4)^2=25$ ，选择C。

6. 【答案】C。解析：前两项之积减去5等于第三项，依次类推， $16 \times 107 - 5 = (1707)$ ，可由尾数确定答案。

7. 【答案】D。解析：分式数列，将1改写为 $\frac{10}{10}$ ；

分子：1 2 5 10 17 (26)
 作差
 1 3 5 7 (9) 公差为2的等差数列
 分母：4 5 7 10 14 (19)
 作差
 1 2 3 4 (5) 公差为1的等差数列

【思路点拨】数列中只有一个数不是分数形式，改写成分数，再寻找规律。

8. 【答案】A。解析：从第三项起，每项都等于前面所有项之和，答案为 $1+2+3+6+12+24=24+24=(48)$ 。

9. 【答案】C。解析：二级等差数列变式。

1 10 26 75 196 (520)
 作差
 9 16 49 121 324 平方数列
 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
 3^2 4^2 7^2 11^2 18^2 底数为和数列

10. 【答案】A。解析： $3 \times 3 - 1 = 8$ 、 $8 \times 3 - 2 = 22$ 、 $22 \times 3 - 4 = 62$ 、 $62 \times 3 - 8 = 178$ 、 $178 \times 3 - 16 = (518)$ ，其中减数1、2、4、8、(16)是公比为2的等比数列。

11.【答案】C。解析：间隔组合数列。

奇数项 5, 10, 15, (20) 是公差为 5 的等差数列；

偶数项 4, 8, 16, (32) 是公比为 2 的等比数列。

12.【答案】A。解析： $3 \times 5 + 1 = 16$ ， $5 \times 16 + 2 = 82$ ， $16 \times 82 + 3 = 1315$ ， $82 \times 1315 + 4 = (107834)$ 。

13.【答案】B。解析：整数乘积拆分数列。

3	12	30	63	117	(198)
↓	↓	↓	↓	↓	↓
1×3	3×4	5×6	7×9	9×13	11×18

第一个乘数：1、3、5、7、9、(11) 是连续奇数；

第二个乘数：

3	4	6	9	13	(18)
1	2	3	4		
(5)					

作差
连续自然数

14.【答案】B。解析： $(1+3) \times 2 = 8$ 、 $(3+8) \times 3 = 33$ 、 $(8+33) \times 4 = 164$ 、 $(33+164) \times 5 = (985)$ ，即相邻两项之和乘以连续自然数等于下一项。

15.【答案】D。解析：各项依次写为 $\frac{4}{6}$ 、 $\frac{6}{12}$ 、 $\frac{9}{18}$ 、 $\frac{14}{24}$ 、 $\frac{21}{30}$ 、 $(\frac{32}{36} = \frac{8}{9})$ 。

分子：二级等差数列变式。

4	6	9	14	21	(32)
2	3	5	7		
(11)					

作差
质数列

分母：6、12、18、24、30、(36) 是公差为 6 的等差数列。

16.【答案】B。解析：第一项的平方与第二项之和等于第三项，以此类推， $21^2 + 165 = (606)$ 。

17.【答案】C。解析：各项分别为 1×1 、 3×3 、 5×7 、 7×13 、 9×21 ，第一个乘数组成奇数数列，第二个乘数组成二级等差数列。

1	3	7	13	21	(31)
---	---	---	----	----	------

--	--	--	--	--	--

2	4	6	8		
(10) 公差为 2 等差数列					

第一个乘数的下一项是 $9 + 2 = 11$ ，则 $() = 11 \times 31 = 341$ 。

18.【答案】D。解析： $(11-7) \times 4 = 16$ 、 $(16-11) \times 5 = 25$ 、 $(25-16) \times 6 = 54$ 、 $(54-25) \times 7 = (203)$ 。

19.【答案】C。解析：三级等差数列变式。

1	5	10	12	23	(7)
---	---	----	----	----	-----

--	--	--	--	--	--

作差

4	5	2	11		
(-16)					

作差

1	-3	9			
(-27)					

公比为 -3 的等比数列

20.【答案】D。解析：和数列变式，第1项+第2项-1=第3项，依次类推， $13+20-1=(32)$ ， $20+(32)-1=51$ 。所以选D项。

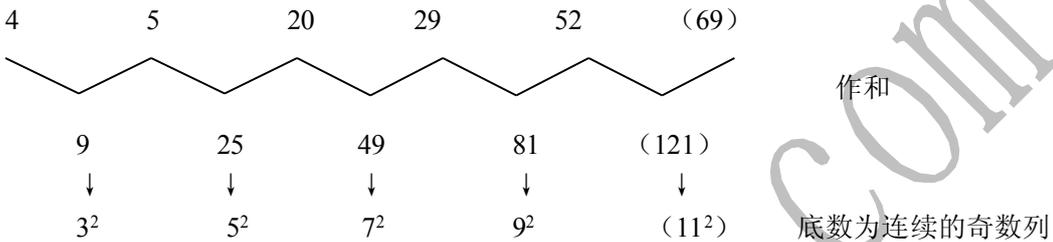
21.【答案】A。解析：各项依次写为 $\frac{5}{4}$ 、 $\frac{8}{6}$ 、 $\frac{12}{8}$ 、 $\frac{17}{9}$ 、 $\frac{26}{10}$ 、 $(\frac{44}{12}) = \frac{11}{3}$ 。

分母：4、6、8、9、10、(12)是连续合数。

每项分子与分母之差依次是1、2、4、8、16、(32)，是公比为2的等比数列。

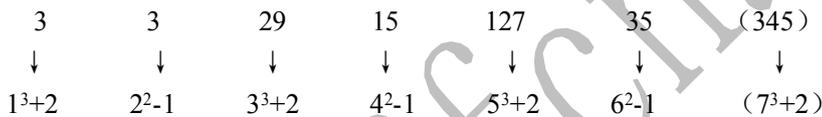
22.【答案】D。解析：多次方数列变式。各项依次为 1^0+0 ， 2^1+1 ， 3^2+2 ， 4^3+3 ， 5^4+4 ， (6^5+5) 。

23.【答案】B。解析：和数列变式。



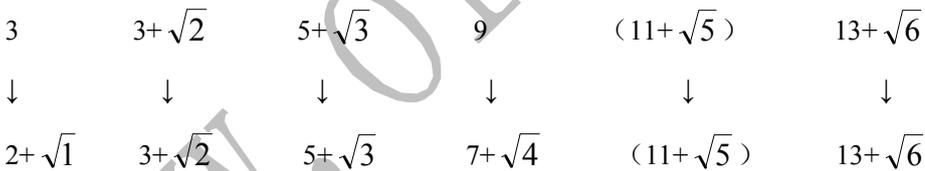
24.【答案】B。解析：前两项相乘，再加3，得到第三项，以此类推， $21 \times 192 + 3 = (4035)$ 。

25.【答案】A。解析：多次方数列变式。



26.【答案】D。解析：相邻三项为一组，每组之和构成平方数列， $1+3+0=4$ ， $3+0+6=9$ ， $0+6+10=16$ ， $6+10+9=25$ ， $10+9+?= (36)$ ，所以答案是17，选择D。

27.【答案】C。解析：数位组合数列。



第一个加数：2、3、5、7、(11)、13是连续质数；

第二个加数依次是 $\sqrt{1}$ 、 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{4}$ 、 $(\sqrt{5})$ 、 $\sqrt{6}$ 。

【技巧点拨】题干中，有三项是整数与根式的和，应考虑将其余几项适当改写为这种形式，统一形式便于寻找规律。

28.【答案】B。解析：分段组合数列。每三个一组，7、21、14是一组，21、63、()是一组。第二组的每一项都是第一组对应项的3倍。所以选B。