

摘 要

尘埃等离子体又称“复杂等离子体”，通常等离子体是由电子、离子和中性粒子组成，而尘埃等离子体除了上述的气体成分之外，还包含固体微粒。尘埃等离子体广泛存在于星际空间、行星环、慧尾、电离层以及地球上各种气体放电实验中，它具有许多新的特点，系统开放性、充电的变化、自组织及形成有序结构等，尘埃等离子体已经成为非常吸引人的研究领域。

当等离子体中产生或投入大量尘埃颗粒时，由于电子的迁移速率远大于离子，到达尘埃表面的电子电流远大于离子电流，使得尘埃颗粒表面带有负电荷，等离子体中电子成分迅速减小，负离子的作用会凸现出来。负离子会影响尘埃颗粒的充电，从而影响尘埃颗粒表面的电势，而尘埃颗粒带电是尘埃等离子体与其它多离子成分等离子体的重要区别，因此研究负离子对尘埃等离子体的影响对于深入理解尘埃等离子体的性质有重要作用。

尘埃等离子体中含有负离子称为电负性尘埃等离子体。本论文主要研究电负性尘埃等离子体中负离子含量对尘埃颗粒的振荡、尘埃晶格波和稳态尘埃空洞的影响。另外我们也研究了外加非均匀磁场对尘埃颗粒的振荡、晶格波的影响，这可能为尘埃等离子体的诊断提供一种新的方法。

在第一章中，简要介绍尘埃等离子体的存在、特点、研究方法和研究进展。在研究进展中主要介绍了与本文研究方向一致的尘埃晶格波和尘埃空洞的研究情况。

在第二章中，建立含负离子的一维射频碰撞鞘模型，研究鞘层的性质，自恰地解出鞘层电压和厚度随时间变化的规律，鞘层中电场电势的分布以及鞘层中各种粒子的密度及速度分布，研究了碰撞强度和负离子含量对鞘层结构的影响。研究表明，碰撞强度增大和负离子含量增加均会使鞘层极板电压增大，而使鞘层厚度减小，同时会使正离子的数密度增加而速率降低，并对结果作出

了解释。

在第三章中,在上一章鞘层模型的基础上,研究单个尘埃颗粒在含负离子的一维射频碰撞鞘中的运动,包括尘埃颗粒的充电、受力以及在鞘层中的振荡行为,尤其研究了各种作用力、负离子含量以及外加磁场对振荡行为的贡献。研究结果表明,中性粒子对振荡起阻尼作用,磁场对振荡频率的影响取决于具体的磁场构形和尘埃的平衡位置,负离子会降低尘埃颗粒的振荡频率,而振荡频率取决于颗粒的受力行为,因此负离子降低尘埃颗粒的振荡频率是源于负离子对于各种作用力的影响。

在第四章中采用固体物理中研究晶格波的方法,对尘埃晶格波进行研究,包括一维链状晶格中传播的纵波、横波以及二维六角晶格中传播的横波。数值结果验证了近邻近似的正确性,也就是研究尘埃颗粒的相互作用时,只需考虑相邻颗粒之间的相互作用。采用了三种不同的电相互作用势模型,即屏蔽库仑势、Tsytovich 及 Wang 模型对尘埃晶格波的色散关系进行比较。同时也研究尘埃间距、磁场强度和负离子含量对尘埃晶格波色散关系的影响。对于横波来说,加入吸引势会增加波的稳定性,而增大尘埃间距和增加负离子含量同样也会增加波的稳定性。但是对于纵波来说,以上的结果与横波是相反的。

在第五章中对尘埃空洞的稳态结构进行研究。首先建立了电负性的一维稳态空洞的流体模型,负离子的存在会改变空洞内外区的 Poisson 方程以及空洞边界的充电方程的形式。数值研究了电离率和负离子含量对稳态空洞的影响。研究结果表明电离率的增加和负离子含量的增加均能使空洞边界减小,空洞内部的电场强度增加,马赫数增加。

关键词: 电负性 尘埃等离子体 鞘层 振荡 尘埃晶格波 尘埃空洞

Abstract

“Dusty Plasmas” is also called “complex plasmas”, which contains not only electrons, ions, neutral particles in common plasmas, but also small solid particles. Dusty Plasmas exist widely in interstellar space, interplanetary space, planetary rings, comet’s tails, earth’s atmosphere, and all kinds of gas discharges in experiments. Dust plasmas have many unusual characters, such as open system, variation of charge, self-organized structure, etc. Now dusty plasmas have become a very interesting research field.

In the study of dusty plasmas in laboratory, when many dust grains are immersed in gaseous plasmas, because the electrons speed is much larger than the ions speed, the dust grains become negatively charged, the role of negative ions comes out as the content of electrons decreases quickly. Negative ions content will change the charge procession and the surface potential of dust grains, the latter distinguishes dusty plasmas from multi-component plasmas. The dusty plasmas contain negative ions are also called electronegative dusty plasmas. The influences of negative ions content on the oscillation of dust grain, lattice wave and dust void are mainly studied in this thesis. The influences of nonuniform magnetic field on the oscillation of dust grain and lattice wave are also studied. This may provide a new method for diagnostics.

Firstly, the existence (also character, method, development) of dusty plasmas are introduced, particularly, the development of dust lattice wave and dust void which is related to my research work are introduced in detail.

Secondly, one dimensional electronegative radio-frequency collisional sheath is built, and the characters of sheath are investigated. The sheath voltage and thickness vary with time, the space distribution of electric field, potential, the number density and velocity of all kinds of particles are solved self-consistently. The influence of collisional intensity and negative ions content on the sheath structure is studied. The result shows with the increasment of collisional intensity or negative ions content the sheath voltage increases and the sheath thickness decreases, the number density of ions increased and the velocity of ions decreased. Then the explanation of the results

is given.

Thirdly, on the basis of the sheath model above, the motion of an isolated dust grain is investigated, which includes the charge, forces and oscillation, especially the influence of the forces, the negative ion content and magnetic field on the oscillation. The result shows neutral particles contribute to damping. The influence of magnetic field on oscillation is decided by magnetic field structure and the equilibrium position. The negative ions will drop the oscillation frequency, which can be explained by the influence of negative ions on the ion drag force and electric field force.

Forthly, using the method of studying lattice wave in solid physics, we investigate the dust lattice wave, including one dimensional longitudinal wave and two dimensional hexagonal transverse wave. Numerical result validates the neighbourhood approximation. Using three different electric interactional potential model (Coulomb Screen, Tsytovich, Wang), we compare the dispersion property of lattice wave. The influences of the inter-grain spaces, the magnetic field intensity and the negative ions content on the dispersion property are also investigated. For transverse wave, the attractive potential will increase the stability. Enlarging inter-grain spaces and increasing the negative ions content will also increase the stability. But it is contrary for longitudinal waves.

Fifthly, the stable structure of dust void is investigated. A one dimensional electronegative hydro-dynamics model for stable void is studied. The existence of negative ions will change the form of Poisson equation inside and outside of the void and also change the charging equation at the void boundary. Numerical results show the influence of ionization rate and negative ions content on the stable void. The void boundary will decrease, the electric field intensity will increase and Mach number will decrease when raise the ionization rate or the negative ions content.

Key Words: electronegative, dust plasmas, sheath, oscillation, dust lattice wave, dust void

中国科学技术大学学位论文原创性和授权使用声明

本人声明所呈交的学位论文,是本人在导师指导下进行研究工作所取得的成果。除已特别加以标注和致谢的地方外,论文中不包含任何他人已经发表或撰写过的研究成果。与我一同工作的同志对本研究所做的贡献均已在论文中作了明确的说明。

本人授权中国科学技术大学拥有学位论文的部分使用权,即:学校有权按有关规定向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版,允许论文被查阅和借阅,可以将学位论文编入有关数据库进行检索,可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

保密的学位论文在解密后也遵守此规定。

作者签名: 甘宝霞
2008年4月30日

第一章 综述

1.1 引言

尘埃等离子体是由电子、离子、中性原子以及一些带电的尘埃颗粒组成的复杂的等离子体,其中电子、离子、中性原子处于气体状态,尘埃颗粒通常为大小在 10^{-9}m 到 10^{-5}m 之间,带电量为 10^3e 到 10^5e 之间的固体颗粒[1,2]。尘埃等离子体广泛地存在于星际空间中的星际介质,行星环、彗星尾、地球电离层以及地球上的各类气体放电实验中[3-5]。由于所处的环境和等离子体参数的不同,尘埃等离子体中尘埃颗粒的材料、尺寸、带电量以及性质都有很大的差异,这种宏观颗粒成分使系统更加复杂,因而尘埃等离子体中的许多物理过程都具有多时间尺度与多空间尺度的特点;而尘埃颗粒的充电问题,使得它比其它多离子成分的等离子体更具有多样性。因此,尘埃等离子体也称为“复杂等离子体”。

尘埃等离子体对外界实验参数变化敏感、反应时间快、尘埃颗粒易产生、易跟踪,另外尘埃等离子体的特点决定了它具有不同寻常的性质(尘埃等离子体系统的开放性,尘埃充电的变化,高耗散性[6],自组织和形成有序的结构[7-23]),正是由于上述的多种原因,尘埃等离子体成为非常有趣和吸引人的研究领域,世界上越来越多的研究小组加入这个研究领域。迄今为止,尘埃等离子体的研究已经覆盖了许多等离子体物理研究的基本方面,包括:流体力学、相变的动理学、非线性物理、固体物理、天体和空间物理、工业应用、工程学等。

负离子和带负电的尘埃在宇宙空间和工业过程等离子体中是广泛存在的。当尘埃颗粒对电子的吸收使得电子的数密度变得很少时,等离子体中的负离子将会起到很重要的作用。负离子对于减少电子数和尘埃电荷数起到关键作用,并最终导致尘埃表面势的减少。理解负离子对尘埃等离子体性质的影响对于研究等离子体刻蚀和沉积中尘埃颗粒的控制、尘埃空洞的形成都起到重要的作用[24-28]。近年来,外加磁场[29]对尘埃等离子体的影响吸引了人们的兴趣,外加磁场会影响尘埃的受力行为,这可为等离子体鞘层的诊断提供新的方法。

本文将从理论上研究在电负性尘埃等离子体中,尘埃颗粒的运动、尘埃晶格波的色散关系以及尘埃空洞的稳态结构。在电负性尘埃等离子体模型的基础上也讨论了外加磁场对尘埃振荡,尘埃晶格波的色散关系的影响。

在这一章里,首先对尘埃等离子体作一简要介绍,这包括尘埃等离子体和等离子体的关系、尘埃等离子体的存在、尘埃等离子体的研究方法和研究进展;接着较详细介绍与本论文有关的尘埃等离子体中的波动现象及尘埃空洞的研究情

况；最后是对这一章的小结。

1.2 尘埃等离子体简介

1.2.1 等离子体和尘埃等离子体

等离子体是带电粒子和中性粒子组成的表现出集体行为的一种准中性气体。可以说宇宙中物质的 99% 以等离子体状态存在，也就是以带电气体的形式存在，比如恒星的内部及大气层，气态星云和大量的星际氢，地球大气层外的范阿伦辐射带和太阳风等。由于等离子体由带电粒子组成，所以系统中存在丰富而复杂的电磁现象。

尘埃等离子体是等离子体的一个特殊存在形式，等离子体中的尘埃颗粒通过收集背景等离子体中的电子和离子而带电，在实验室中，由于电子平均迁移速率比离子快，因此流向颗粒表面的电子电流通量大于离子流通量，因此尘埃颗粒通常带负电荷， $1\mu\text{m}$ 尺寸的颗粒其电荷量就能达到 $10^4 e$ 。尘埃颗粒也可能带有一定数量的正电荷，比如在星际空间中存在很强的宇宙射线，其辐射作用可能会使尘埃表面发生二次电子发射。

这种宏观颗粒成分使系统更加复杂，这主要表现为：尘埃颗粒质量远大于质子质量，所带电荷为几千个到几十万个电子电量，而其荷质比远小于质子的荷质比。除了人造的，它们的大小和形状是不同的。所以尘埃等离子体中的许多物理问题都具有多时间尺度与多空间尺度的特点；尘埃颗粒的充电问题，使得它比其它多成分的等离子体更具有多样性，尘埃颗粒的带电量是由到达尘埃颗粒表面的电流平衡决定的，尘埃颗粒的带电量是变化的，尘埃颗粒附近局域等离子体参数的变化、尘埃颗粒本身的半径的变化、热运动导致的位置的变化、周围尘埃颗粒的存在均会改变其带电量。尘埃颗粒是等离子体中电子、离子及一些源电子（热、光及二次电子发射）的复合中心，这意味着它可以显著地影响等离子体的电离平衡。正是由于这些原因，尘埃等离子体成为一种新类型的非哈密顿系统，它的性质完全不同于通常的多成分等离子体。

1.2.2 尘埃等离子体的存在

尘埃等离子体存在的范围很广，几乎所有等离子体存在的地方，尘埃等离子体都可能存在。下面对尘埃等离子体的存在作一简要介绍。

在太空环境中，尘埃等离子体主要存在于星际空间的尘埃云以及环绕恒星的尘埃云空间，星际云中尘埃颗粒通常是介质材料或金属材料，而环绕恒星的尘埃

通常是石墨、硅和非晶碳。

在太阳系中主要存在于行星环、彗尾、地球的磁层等。行星环是指行星周围由大量小块物体构成、围绕行星运转的物质环，它们会由于反射太阳光而发亮。比如上世纪 80 年代初，美国旅行者 2 号探测器飞过土星环时观察到土星的 B 环上有一些奇异的轮辐状结构，研究发现这些轮辐状结构是由带电的尘埃颗粒组成的[30,31]。彗星在靠近太阳时会在太阳的辐射以及太阳风的作用下向外喷射物质，称为彗尾，是由一些大小不同的微粒以及稀薄电离气体组成的。地球磁层的尘埃可能来自于彗星与地球的碰撞，也可能来自于人为污染，比如火箭的喷出物等。

在微电子工业中，几乎所有表面技术都涉及尘埃污染问题，如离子反应刻蚀、膜的沉积以及溅射等。上世纪 80 年代末，IBM 的 Selwyn 等人发现放电室中的反应气体会产生尘埃云，在放电过程中尘埃云带电，由于电场力和重力相平衡，尘埃云悬浮在需要加工的芯片上方[32]。当放电结束后，电场力消失，悬浮在反应等离子体中的微小尘埃颗粒落到芯片表面时会污染芯片，因此尘埃是造成芯片污染或影响其产品质量的主要原因。随着大规模集成电路以及薄膜沉积技术的发展，怎样控制尘埃污染已经成为工业中一个重要的技术环节。

在磁约束热核聚变中，靠近壁的位置，由于高能离子轰击器壁会溅射出原子团，形成尘埃颗粒悬浮在等离子体中[33-35]。

1.2.3 尘埃等离子体的研究方法

尘埃等离子体可以借鉴等离子体中的描述方法，由于尘埃颗粒的电荷量及质量都比较大，系统又具有其独特性，因而具体的处理方法和等离子体又有所不同。

实验研究是最直观的方法。对尘埃等离子体进行实验研究具有以下优势：实验室尘埃等离子体的产生有两种方式，在气体放电过程中，离子轰击器壁产生尘埃颗粒或者人为向等离子体中投入尘埃颗粒，因此产生尘埃等离子体的方法相对比较简单；由于尘埃颗粒本身较大，当颗粒尺寸大于 1 微米时，颗粒的动力学行为就可以直接通过显微镜观察到，因而很容易被观察和跟踪；由于尘埃系统对外界反应敏感，可以通过改变气压、射频功率等来研究其随这些参数的变化；尘埃系统反应时间的尺度比普通液体悬浮液快百万次。因此可以通过设计合适的实验装置和手段对尘埃颗粒的形成、生长、分布、输运以及其中的集体效应进行研究。

理论研究包括电磁流体力学描述和动理学描述[36-41]。对尘埃等离子体的电磁流体力学描述是将尘埃等离子体中的不同粒子：电子、离子、尘埃颗粒看作不同的流体分别进行描述，理想的流体可以用流体的连续性方程、动量方程、状态方程以及 Maxwell 方程组联立求解，得出作为流体的尘埃等离子体的自洽场和一

些集体运动，如等离子体中的波和不稳定性。动理学描述是对尘埃等离子体中各种粒子的速度分布函数的时间演化方程进行研究。它和流体力学的三维坐标空间描述不同，通常是在六维的坐标-速度空间描述，之所以需要速度空间描述，是因为有些多粒子体系的行为和它们粒子的速度状态有密切的关系。

近年来，由于计算机科学和技术的飞速发展，模拟计算已成为继理论分析、实验测定之外的现代科学研究的三种主要方法之一。由于尘埃等离子体是自由度十分巨大的体系，物理现象极为丰富和复杂，因此这种方法对尘埃等离子体的研究也很必要。目前，数值模拟方法主要包括以下两种方式：根据流体力学方程组或动理学方程组分别结合 Maxwell 方程组在给定条件下求出其数值解；跟踪每一个粒子在外加电场、磁场和自己产生的自洽场中的运动轨道，例如 PIC (Particle-in-Cell) 模拟[42]、MC (Monte-Carlo) 模拟、MD (Molecular Dynamics) 模拟[43-45]等。

1.3 尘埃等离子体的研究进展

尘埃等离子体虽然在上世纪初就有人对其进行研究，但是真正被科学界关注，还是源于上个世纪 80 年代的两大重要发现，分别是前文中提到的美国旅行者 2 号探测器飞过土星环时观察到土星的 B 环上有一些奇异的轮辐状结构以及 IBM 的 Selwyn 等人发现放电室中的反应气体会产生尘埃云，尤其是在 1994 年在实验上发现尘埃晶格，吸引了许多人投入尘埃等离子体的研究。迄今为止，人们对尘埃等离子体进行了多方面的研究，主要包括尘埃等离子体中的基本现象，比如：尘埃颗粒的充电[46]、尘埃颗粒周围的电势[47-63]、单个尘埃颗粒受力[64-67]及其在鞘层中的运动[68-75]；尘埃等离子体中的集体现象，比如波[76-102]以及不稳定性[103]；尘埃等离子体中的非线性结构：比如孤立子[104,105]、激波[106-111]、马赫锥[112-117]涡旋、空洞[118-136]等；另外还有尘埃颗粒的生长、凝聚及结晶[7-10]等现象。下面较为详细地介绍与本文相关的尘埃等离子体的波和尘埃空洞的研究状况。

1.3.1 尘埃等离子体中的波

等离子体中的集体效应中的波动一直是等离子体物理中一个十分重要的问题。而这种新的成分——带电尘埃颗粒的出现不仅改变了电子、离子成分和影响了传统的波模式，而且引入了与微观颗粒相联系的低频模。尘埃等离子体根据颗粒之间耦合程度可以分为弱耦合状态（气态）和强耦合状态（液态、固态），这就提供了独特的条件去研究不同相态的波动现象。在无磁场尘埃等离子体中，会

出现两类新的波模,一类是 Langmuir 波和弱耦合的声波模,包括尘埃声波(DAW) [137,138], 尘埃离子声波(DIAW) [139,140], 另一类是强耦合的尘埃晶格波(DLW)。

下面首先简要介绍尘埃等离子体中的弱耦合波和非线性波,然后较为详细地介绍尘埃晶格波。

1.3.1.1 弱耦合尘埃等离子体中的波

尘埃等离子体中尘埃颗粒通常具有很大的惯性和很小的荷质比,所以会产生一些包含尘埃颗粒运动的频率较低而波长较长的波(尘埃声波)。另外,因为尘埃颗粒要吸收其中的电子带电,所以会极大的减少其中自由电子所占的份额,当有大量尘埃颗粒投入等离子体中,电子电流会迅速衰减,显然大的电流损失自然会影响等离子体当中所有波的模式。尘埃颗粒的位置变化也会改变尘埃所带电荷数,它会在很大程度上影响波的模式。比如对朗缪尔波及离子声波的影响。另外由于波动的存在、相变过程中物理参数的变化等原因会使尘埃上的电荷出现涨落,也会改变波动的演化特征。比如 Popel 等人认为尘埃充电的反常耗散是形成尘埃离子声激波的主要机制[141],而 Ma 则研究了尘埃电荷涨落对于任意幅度下尘埃声孤立子运动的影响[142]。

在土星环上的奇异轮辐状结构被发现以后,人们就对这些低频波进行了大量的理论研究,而其中很重要的一个成果就是 1990 年 Rao 等人从理论上预言了尘埃声波的存在,该预言很快被实验证实[137]。尘埃声波在典型实验条件下大约在 10-100 赫兹之间,其波速较慢而波长较长[138]。另外,Shukla 等人首先从理论上研究了尘埃离子声波的色散关系,由于讨论的是尘埃带负电荷的情形,尘埃离子声波的相速度总是大于相对应的双组分等离子体中离子声波的相速度[139]。线性的尘埃离子声波也很快在实验上观察到,而且实验证实了加入尘埃后离子声波相速度的增加[140]。

对上述低频波动的研究通常有两种方法:流体力学方法和动理学方法。一般来说,用动理学方法研究波,得到的结果更自恰。但是用动理学研究波有很大的困难,要处理尘埃-尘埃、尘埃-离子的碰撞积分,与通常的等离子体不同,对于现实的实验条件,这些积分不能作近似处理,而颗粒充电在动理学方程中作为一个新的独立变量,使计算更复杂,虽然用动理学理论研究尘埃等离子体有很大进展,但是问题还远远没有解决;另一方面,在多种情况下,基于流体方程分析的相对简单的流体方法,使我们能够抓住物理过程的本质,理解尘埃等离子体主要的动力性质,所以主要的波模式的分析可用流体力学方法,但是这种方法也有其局限性,当考虑到模式的阻尼和增长率时,就必须要用动理学模型来解决。

1.3.1.2 非线性波

尘埃等离子体象其它等离子体一样是非线性的介质,其中存在多种非线性现象。由于大量不同的波的模式的存在,一般不能认为有限幅度的波是独立的,由于不同的过程,波的幅度可以达到非线性水平,它可以是规则的集体过程所导致的非线性的急剧变化。如果没有耗散或耗散足够小,这种非线性急剧变化可以与波的色散相平衡,会导致孤立子[104,105]的形成。在许多情况下,最低次的非线性项是二次的,弱孤立子的动力学是由 Kdv (Korteweg-de-Vries) 方程决定的。由于集体耗散,可以形成无碰撞激波。集体耗散通常取决于粘滞,激波可以用 Kdv-Burgers 方程(考虑色散)[107,109]或 Burgers 方程(忽略色散)描述[110,111]。尘埃等离子体中有多种丰富的机制,决定了介质的非线性和色散性质,这通常使得在尘埃等离子体中描述非线性波更为复杂。

1.3.1.3 晶格波

在强耦合的尘埃晶格被发现之后,许多作者对强耦合的尘埃等离子体中的波动过程进行了大量的研究,下面,对尘埃晶格波[143-150]进行较为详细的介绍。

1986年, Ikezi 就从理论上预言了当尘埃等离子体中尘埃颗粒之间的静电相互作用能远远超过它们的随机热能时,可能发生库仑凝聚现象而形成有序的晶格结构[151]。之后在实验上也观察到尘埃晶格[7,152-154]。

图 1.1 是在 1994 年,在弱电离射频 A_r 气体放电中,悬浮在鞘层中的负带电的直径为 10 微米的 SrO_2 精细粒子形成了强耦合尘埃等离子体,用光学显微镜可以观察到库仑晶格。通过控制系统参数,可以观察到六角和体心、面心立方晶格。尘

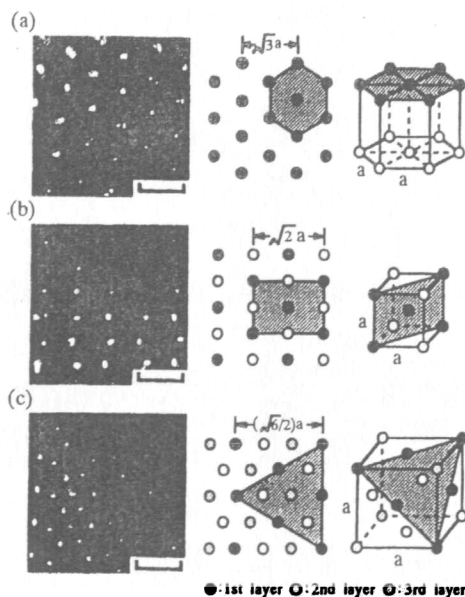


图 1.1 不同晶格结构的微观照片(a)六角晶格(b)体心立方(c)面心立方,比例尺对应 200 微米。摘自文献[7]。

埃晶格中尘埃颗粒的平均间距大约在几百个微米左右，而整个晶格的大小约在几个毫米到厘米的量级。实验中最常见的还是由平面六边形组成的二维尘埃晶格。

当尘埃形成晶格后，波谱变得与固体中的波谱相似。出现了被称为尘埃晶格波（DLW）的一个纵波模和两个横波模。当颗粒处于晶格状态，离融解充分远时，可以忽略热运动的影响，这种波可以被认为是处于平衡态的理想晶格中的冷颗粒扰动引起的。

图 1.2 是Homann 等人在1997年观察到尘埃晶格波的实验装置，在射频放电鞘层中有一维链状结构的尘埃，激光束作用在第一个尘埃上，产生扰动，使尘埃在平衡位置附近振荡，从而产生晶格波[79]。图 1.3 是在实验中观察到的一维链状晶格中产生的纵波。

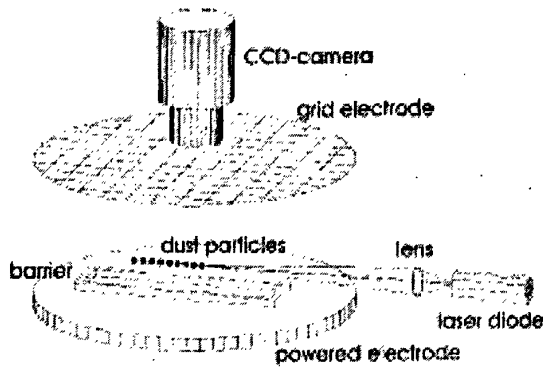


图 1.2 产生一维链状尘埃晶格波的实验装置。摘自文献[79]。

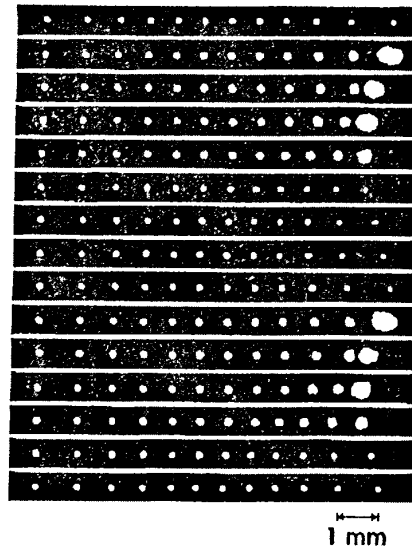


图 1.3 12 个尘埃构成的一维链状晶格，拍摄间隔时间为 100ms，摘自文献[79]。

图 1.4 是 Samsonov 等人在 2005 年观察尘埃晶格波的实验装置。二维六角分布的尘埃由线圈电流激励，产生扰动，形成了如图 1.5 所示的晶格波[97]。

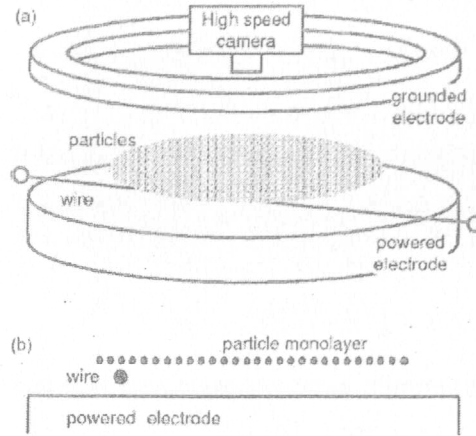


图 1.4 产生二维六角尘埃晶格的实验装置图。摘自文献[97]。

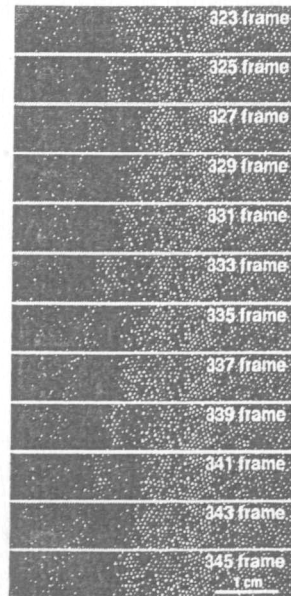


图 1.5 二维六角晶格中观察到的横波，俯视图，扰动后 1.4-1.5 秒，已经较好的形成了波包。摘自文献[97]。

1996 年 Melandso 首次使用了凝聚态物理的方法来研究尘埃晶格中线性和弱非线性波的传播[76]。这些展开方法包括仅仅考虑相邻颗粒之间的静电相互作用，以及假设了晶格中小的振荡幅度。当颗粒间距与德拜半径同量级或更大时，解析理论与粒子模拟有很好的 consistency，这也是实验室中应用在尘埃晶格上的常用条件。这种方法在以后的研究过程中也被广泛地采用。也有文献采用其它方法研究晶格波，比如 1999 年，B. Farokhi 等人在小尘埃颗粒的 Poisson 方程推导出 Schroödinger 方程的基础上研究了线性和非线性尘埃晶格波。这种自恰的理论也

给出了不同于以往的晶格波的色散关系[88]。

1997年, Homann等人观察到第一个与纵波相联系的最简单的一维模型, 链状等距模型[79]。1998年, Homann等人采用简化的方法, 获得二维尘埃晶格中的纵波模[87], 2000年 Ivlev等人考虑了离子的定向流动[77], 对以上一维模型进行了修改。

2005年, Kompaneets等人研究了一维晶格链中的晶格波, 尘埃-尘埃的相互作用势假设为任意依赖于垂直和水平坐标, 这样可以考虑尾迹效应。在这个模型里也考虑了垂直和水平的电荷波动[84]。

对晶格波研究最多的是二维六角晶格, 人们分别从解析、实验和数值模拟的角度进行大量的研究。

1997年, S. V. Vladimirov等人在研究中发现颗粒在鞘层中的垂直振荡能导致准二维的尘埃等离子体晶格的低频模, 并获得了线性色散关系[155]。2000年, S. Nunomura等人在实验上研究了二维屏蔽-库仑晶格中的横波[156]。同年, B. Farokhi等人在研究尘埃晶格波时考虑了依赖尘埃电势的尘埃电荷[83]。2001年, Xiaogang Wang等人研究了包含阻尼情况下的 Yukawa 晶格中的纵波模和横波模。得到二维六角晶格和三维体心和面心立方晶格的色散关系[89]。2003年, YanHongLiu等人采用分子动力学方法模拟了二维尘埃晶格中波的色散关系[99]。同年, K. Qiao and T. W. Hyde使用数值模拟方法研究了二维库仑晶格中颗粒垂直晶格面运动所传播的横波。当波数低于临界值时得到类光学的反转色散关系(又称负色散关系, 即波的频率随着波数的增加而减少), 波数高于临界值时, 色散关系变为正色散关系。他们发现负色散关系与尘埃颗粒的间距和德拜长度有关, 而正色散关系与传播角有关。同样, 用解析理论也获得了波的色散关系[81]。2004年, Wen-shan Duan等人研究了二维六角横波, 包括不同方向的压缩波和横波的色散关系[102]。同年, G. Uchida等人用解析和分子动力学模拟的方法研究了恒定磁场中的二维等离子体晶格波的色散关系。波色散关系的表达式清晰的表明由于 Lorentz 力作用在尘埃颗粒上而使纵波和横波耦合而产生的高频和低频的两个分支[98]。2006年, S. V. Vladimirov等人用解析的方法研究了等离子体中带电尘埃颗粒形成的二维六角晶格中, 颗粒在六角晶格平面外振荡而传播的波模。他们得出二维六角晶格中传播的横波模的色散关系与传播角之间的关系。色散关系使用了最近邻近近似(只考虑相邻颗粒之间的相互作用)。可以看出当波数增加(波长减小)时, 色散关系会由负色散关系转向正色散关系[78]。

1.3.2 尘埃空洞

1.3.2.1 有关空洞的实验研究

在尘埃等离子体中发现了多种有趣的非线性结构，如：马赫锥、涡旋、空洞等。空洞是尘埃等离子体中尘埃被排空的区域，典型的空洞为厘米大小且具有尖锐的边界。

有关空洞的实验研究有两类，分别是在有重力条件下及微重力条件下所做的实验。因为在地面上的尘埃等离子体实验中，尘埃颗粒在重力作用下，总是悬浮在具有较强的空间电场的鞘层中。在那里，鞘层电场力以及重力对其中尘埃颗粒的悬浮、运动甚至是尘埃等离子体的实现都有着非常大的影响。而在太空中，当宇宙飞船在轨道内自由下落时提供的微重力条件对于尘埃等离子体实验的进行则是十分理想的。在那里重力可以忽略不计，因而不需要空间电场来支持尘埃颗粒的悬浮。在这种情况下，在理论上，实验装置中的带电尘埃颗粒可以充满整个等离子体区域。

1996 年，美国衣阿华大学的 G. Prabhuram 等人在实验中发现尘埃等离子体中出现一对超低频的模，称为丝状模和尘埃空洞，大约有 10Hz 的量级。他们提出了模式产生的可能原因：低相速度的模可能与尘埃声波有关，而空洞可能与电离波有关[119]。如图 1.6 所示：

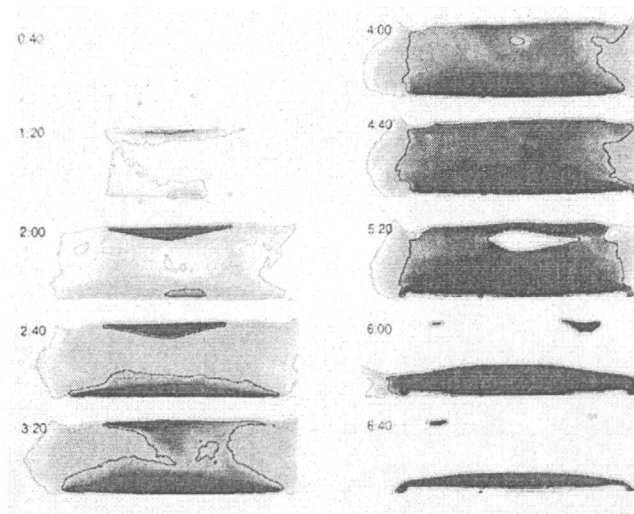


图 1.6 G. Prabhuram , J. Goree 在实验中观察到的空洞的演化过程，摘自文献[119]

1999 年，德国马普所的 D. Samsonov 等人在射频放电等离子体实验中观察到尘埃空洞的产生：当颗粒生长到足够大，由于不稳定性，空洞在尘埃云中发展

起来,起初突然产生了丝状模,它的频率是宽频的,峰值频率约为 100Hz,然后丝状模迅速发展(大约 10ms)为包含空洞的饱和状态[126]。图 1.7 是在实验中观察到的空洞的形成过程。

Samsonov 和 Goree 提出离子拉力 (ion drag force) 在最初的不稳定性中起着最重要的作用。他们认为:在空间均匀的等离子体中,局域的带有负电荷的尘埃颗粒的减少,将会产生一个相对于周围等离子体的正的空间电荷区域,于是尘埃密度减少的区域产生了向外的电场,对于带负电荷的尘埃颗粒来说,产生了向内的电场力,用来维持平衡状态的尘埃密度,而向外的离子拉力(离子流的方向)会排斥尘埃颗粒,如果离子拉力大于电场力,不稳定性就产生了,从而加剧了起初颗粒密度的减少。

而德国马普所的 E. Morfill 等人 1999 年在国际空间站所进行的微重力实验中也发现了尘埃空洞[132]。实验结果发现,在没有重力影响的条件下,作用于尘埃颗粒上的一些其它力,例如由于放电室中温度不均匀引起的热梯度力、离子流产生的离子流拖曳力以及等离子体中涨落效应引起的随机力都在其中凸现了出来,进而极大地影响着尘埃颗粒的运动过程。图 1.9 是在尘埃等离子体的太空微重力实验中所获得的照片,其中可以很清楚地看到微米量级的尘埃颗粒几乎充满了整个放电室,在中心区域出现一个轮廓清晰空洞,被称为尘埃空洞。他们认为在微重力实验中,颗粒本来已经充分大,空洞的形成并没有经历起初的不稳定状态。

在重力与微重力环境中观察到尘埃空洞后,激发了人们对空洞的演化及空洞中的物理参数的测量的研究热情。2002 年,奥本大学的 E. Thomas 等人对空洞区悬浮微颗粒进行受力测量[130],他们在射频尘埃等离子体中使用温度梯度产生空洞,应用激光闪光技术,获得颗粒从空洞顶端落到底端的二维速度矢量图,从而产生作用在空洞区颗粒上的加速度图,最终得到力图。

结果显示:尘埃颗粒经过空洞时有连续的加速度,水平方向有空间对称向外的加速度,垂直方向由于重力及热压力而不对称,与假设的线性的温度梯度的计算结果有很好的符合。

荷兰的 R. P. Dahiya 等人研究了射频等离子体鞘中尘埃空洞的演化[133],他们提出尘埃颗粒之间的粘滞力与排斥的屏蔽库仑势相竞争,决定了理想的颗粒间距及尘埃云的体积。它随着气压及射频源的功率的增加而减小。在尘埃等离子体中观察到,尘埃空洞连续的扩张和收缩,由于频率接近人的心跳频率,把它称为“心跳”不稳定性。

2004 年法国的 Maxime Mikikian 等人对“心跳”不稳定性 (heart beat instability) 的电和光的性质的研究[123],发现不稳定性的频率变化为非正弦的而

是相对复杂的形式。图 1.10 是他们在实验中观察到的“心跳”不稳定性

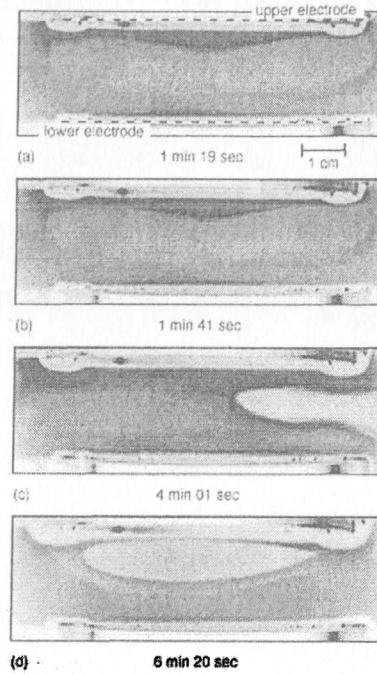


图 1.8 在实验中观察到的空洞的演化过程，摘自文献[126]

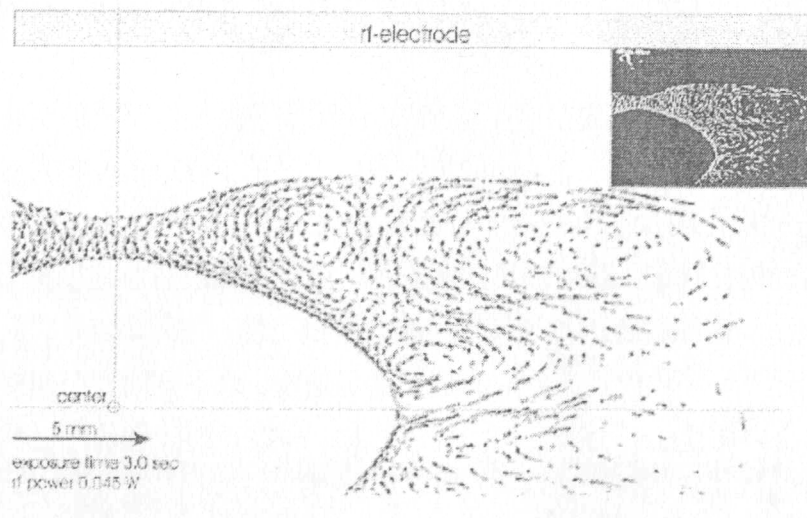


图 1.9 G.E. Morfill 等人在微重力实验中观察到的空洞，摘自文献[132]

近年来我国中科院物理所的黄峰、王龙、叶茂福以及江南等人在实验中观察到，尘埃空洞在一定条件下会出现圆形、细丝状以及蛋壳状等复杂的空间结构，他们称之为尘埃云斑图[135]，如图 1.11 所示。

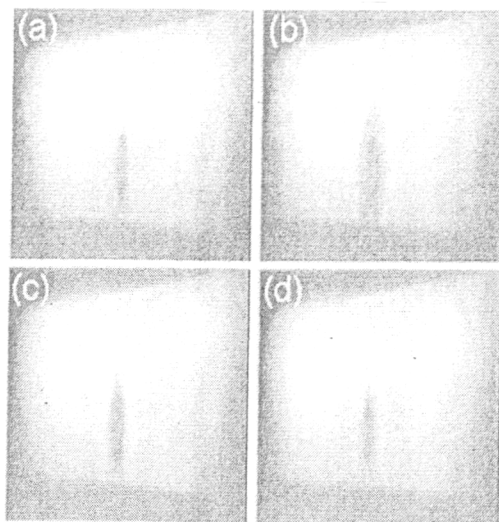


图 1.10 Maxime Mikikian 等人研究的空洞的“心跳”不稳定性。摘自文献[123]。

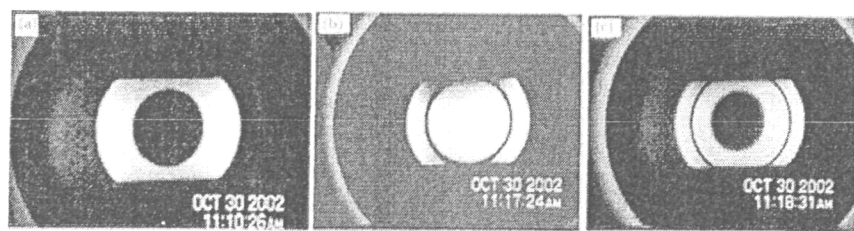


图 1.11 中科院物理所的黄峰等人观察到的空洞。摘自文献[135]。

1.3.2.2 有关空洞的理论研究

有关空洞的理论研究最主要的是 V. N. Tsytovich 等做的理论工作[124,127,128,131]。1999 年，他们提出尘埃空洞的一维模型[127]，为了研究的方便，他们做了多个假设：对于尘埃颗粒，认为其是球形、单色散(monodisperse)、不发射电子、忽略其惯性、忽略动力学效应、忽略热传导过程；对于等离子体，认为电子温度和离子温度是空间均匀、忽略电离、用离子德拜长度的近似表达式、忽略离子流、不包括离子中性原子的碰撞、忽略电子漂移。考虑了尘埃充电以及尘埃-中性原子的碰撞，而没有离子-中性原子的碰撞（在许多等离子体过程和等离子体晶格实验中，空洞的尺度要比离子-中性原子的平均自由程大得多），得出了一维非线性流体方程的数值解，找到了形成稳定空洞的参数空间的区域，得出维持空洞需要最小的电离率，空洞区等离子体参数的空间轮廓。只要电离率是常数，扩大或收缩空洞的相表揭示了对于单稳平衡的空洞，空洞的大小对应于一个静止点，大的空洞收缩，小的空洞扩张直到达到这个静止点。另外，如果电离率不是常数，空洞会发生振荡。这些模拟结果可以和实验室和微重力实验的结果相比较。

2001 年, V. N. Tsytovich 等人讨论了碰撞条件下的空洞[128], 包括了空洞区等离子体是准中性的或者准中性被破坏以及离子撞击压不重要的情况。2004 年, 他们考虑离子-中性原子散射 (diffusion)、离子压力, 以及尘埃压力效应, 对静态结构建立完整的受力平衡系统[131]。2005 年, 他们又发展了空洞的稳定性理论[124]。

另外, 有多个国家的学者从不同角度对空洞做了理论研究。2001 年, 荷兰的 M. R. Akdim 等人建立两维流体模型, 描述微重力条件下尘埃晶格实验中出现的空洞[129], 结果表明: 忽略准中性等离子体中心的热压力(由离子-中性原子碰撞对气体加热所产生的温度梯度驱动的), 离子拉力是形成空洞的最有希望的作用力。印度的 K. Avinash 通过比较均匀及非均匀状态亥姆霍兹自由能, 获得尘埃颗粒气、液及其混合态的尘埃等离子体的相表。空洞作为一个相分离态在流体边界出现[120]。2003 年, K. Avinash 等人首次提出尘埃等离子体中基本的、时变的自洽的非线性演化模型[134], 其模型包括三个部分: 1、起初由于离子拉力而产生的不稳定性; 2、不稳定性的非线性饱和机制; 3、空洞作为可能的非线性饱和状态, 由起初的不稳定平衡演化而来。他们使用了与实验相关的初始条件, 描述了非线性演化过程, 即零频线性不稳定性在非线性区的迅速增长以及随后饱和形成空洞。2004 年, 德国的 A. A. Mamun 等人建立一个一维、无碰撞、无磁化的等离子体模型[122], 其中电子、离子为麦克斯韦分布, 尘埃为非麦克斯韦分布。结果表明由于正等离子体电势的存在, 尘埃空洞可以形成。正等离子体电势产生原因于带负电的尘埃颗粒被捕获而产生的非等温颗粒分布。他们发现随着尘埃带电密度的增加, 尘埃空洞会收缩, 而尘埃温度增加, 它会扩大。2006 年我国大连理工大学的 Yue Liu 等人发展了带有对流效应的柱状几何构形的尘埃空洞的非线性理论[125], 结果显示离子拉力在空洞演化的过程中起重要作用, 对流项减慢了空洞的形成过程, 空洞尺度在柱坐标中比直角坐标中大。

1.4 本论文的研究内容

本文研究在电负性尘埃等离子体中尘埃颗粒的振荡行为、晶格波以及尘埃空洞。首先研究了尘埃颗粒在鞘层中的振荡行为以及一维、二维尘埃晶格中的纵波模和横波模, 由于负离子的存在, 会改变尘埃颗粒的充电行为和受力情况, 外加磁场也会改变颗粒的受力行为, 从而对尘埃颗粒的振荡和波的色散关系产生影响, 在文中对这些影响进行了详细的讨论。然后研究了尘埃空洞的稳态结构, 讨论了电离率以及负离子含量的改变对稳态空洞的影响。

第二章研究电负性射频等离子体鞘层的性质, 碰撞强度以及负离子对鞘层参数的影响。

第三章研究尘埃颗粒在鞘层中的充电和受力行为。颗粒的充电采用了轨道受限运动模型 (Orbit-Limited Motion)，在其中增加了负离子成分引起的充电电流。受力除了通常的电场力和离子拉力、中性原子拉力，还考虑了磁场力的作用，分析了各种作用力对尘埃运动的影响。数值研究尘埃颗粒在鞘层中的振荡行为以及碰撞参数、外磁场及负离子对振荡的影响。

第四章研究了尘埃等离子体中一维链状晶格中的纵波、横波以及二维六角晶格中的横波的色散关系，使用固体理论中求晶格波的方法，通过颗粒之间的相互作用势来获得色散关系，比较了不同的作用势、尘埃间距对色散关系的影响，同时也讨论了外磁场及负离子对色散关系的影响。

第五章中研究尘埃空洞的稳态结构，建立了一维流体模型，研究不同电离率对空洞形成的影响以及负离子成分对稳态结构的影响。

第六章是结论与展望，对本文内容进行总结，并在此基础上讨论了本文工作的不足之处以及下一步工作的改进方向。

第二章 电负性射频碰撞等离子体鞘层

本章主要研究含负离子的射频碰撞等离子体鞘层的特性。首先介绍鞘层和鞘层形成的基本概念以及已有的有关射频鞘层研究情况。然后,重点研究含负离子的射频碰撞等离子体鞘层,着重分析碰撞强度和负离子含量对鞘层结构的影响,最后给出本章的小结。

2.1 背景介绍

2.1.1 鞘层的形成、分类及应用

在等离子体与其它物质的界面附近,准电中性被破坏,形成一个具有较强电场的叫做鞘层的区域。下面简要介绍鞘层的形成过程。设等离子体($n_e \approx n_i$)起初约束在两接地平板之间,由于准中性条件成立,所以等离子体中的电势和电场处处为零。由于电子热速度 $(eT_e/m)^{1/2}$ 至少是离子热速度 $(eT_i/M)^{1/2}$ 的100倍,不受约束的快速运动的电子迅速撞击平板,而被平板吸附,在很短的时间里,靠近平板的电子损失了,这样在这个位置出现了相对过剩的正电荷,破坏了准电中性条件,鞘中的正电荷导致了由等离子体到极板的电势曲线的迅速下降。由等离子体指向极板的电场形成了,它阻碍了电子向极板运动,相反地,加速离子向极板运动[157],当电子流和离子流达到平衡时,在界面附近便形成了鞘层。

鞘层的性质同气体放电方式有关,实验室中等离子体可以通过直流放电和射频放电产生,而射频是常用的产生、维持和控制等离子体的方法[158-167]。不象直流放电,射频放电甚至对被绝缘材料覆盖的电极也能够产生高直流“偏置”的鞘电压,射频电极也常用于高密等离子体中控制直流偏置电压和离子流的能量分布。典型的射频为12.56MHz,许多物理量的性质对射频来说是平均的,这与相应的直流放电近似,因此大量离子是处于时间平均电场中的。因此,低压射频放电也被广泛应用于电子工业的材料制备过程。

鞘层的性质还同离子平均自由程和鞘宽的相对大小有关。当离子的平均自由程大于鞘宽时,(例如,对于低密等离子体),可以略去粒子之间的碰撞效应,这种鞘称为无碰撞鞘,而当离子的平均自由程小于鞘宽时,这时不能略去粒子之间的碰撞效应,这种鞘层称为碰撞鞘。在控制各向异性的刻蚀实验中,低压(1-10mTorr)高密($10^{11} \sim 10^{12} \text{cm}^{-3}$)等离子体源,如感应耦合等离子体源,常

用在等离子体刻蚀过程中,在这种情况下,由于鞘厚度比离子平均自由程大很多,忽略鞘中离子的运动是合理的。而在薄膜沉积实验中,当放电电压高到几百 mTorr, 导致离子平均自由程接近鞘厚度, 这样必须考虑鞘中离子的碰撞效应 [166]。

另外,电子的非麦氏分布,离子温度,壁的二次电子辐射,电离过程等对鞘层的性质都有影响。

鞘层理论在聚变装置中的等离子体的边缘特性、朗谬尔探针理论问题中具有广泛的应用,特别是近年来低温等离子体技术应用的迅速发展,如等离子体材料表面改性,微电子学,薄膜制备,半导体掺杂等领域的应用,大大地推动和促进了鞘层结构的理论和实验研究。这些研究反过来又促进了这些新技术的发展和完善。因此,等离子体鞘层理论和实验的研究对于高新技术的应用和发展具有重要的实际意义。

2.1.2 鞘层的玻姆判据

1949 年,玻姆采用了双流体方程组,求出了鞘形成条件的明晰公式,这个式子称为玻姆判据。

$$u_s \geq u_B = (eT_e / M)^{1/2} \quad (2.1)$$

这个式子指出离子进入鞘层必须满足的条件,也就是离子在鞘层边缘的速度必须超过离子声速。

如果离子有定向速度,那么在等离子体的某个区域必然要存在一个有限电场来加速离子,玻姆对鞘作了解析分析,预言在本体等离子体与鞘之间应存在一个预鞘层。在预鞘层中存在一个小电场,此电场使离子获得加速(这个小电场的产生,其原因较为复杂,它与电离过程,放电过程等有关,对预鞘的产生和结构,有待进一步研究),使得离子以大于声速的速度进入鞘。

1959 年,Boyd 和 Thompson 从动力学理论出发,求出了气体放电过程中更为一般的判据,

$$\frac{eT_e}{M} \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{v^2} \right) f(v) dv \leq T_e \frac{d(n_e + n_-)}{d\Phi} \Big|_{\Phi=0} \quad (2.2)$$

其中 $f(v)$ 是正离子的一维速度分布函数, $n_e + n_-$ 是负电荷粒子的密度总和, Φ 是电势, $\Phi = 0$ 是鞘层与预鞘边界处的电势。上式中的物理情况对有显著数量的负离子存在的电负性气体特别有用。Boyd 和 Thompson 给出了电负性等离子体的广义玻姆判据:

$$u_s \geq \left[\frac{eT_e(1+\alpha_s)}{M(1+\alpha_s\gamma)} \right]^{1/2} \quad (2.3)$$

由于等离子体和预鞘区的电势会排斥负离子，他们还对 α_s 作了修正。

1991 年, Riemann 对等离子体鞘层进行了更为深入的研究, 他认为整个鞘层分为两个部分: 离壁一个德拜半径的量级的区域和由该区域边界一直到鞘与等离子体交界的区域, 这两个区域的性质有显著的差别。他采用了边界层理论, 最后导出广义玻姆判据。

2.1.3 射频鞘层模型的研究

由于低压射频放电广泛应用于电子工业的材料制备过程, 因此建立合适的鞘层模型, 决定鞘层动力学及电流-电压的性质很重要。射频等离子体鞘层最重要的特性是鞘层的厚度和电势等物理量都随着时间和空间变化, 因此射频等离子体鞘层显得相当复杂。

第一个自洽的射频鞘层模型是 1988 年由 Lieberman 首先提出的[158], 在该模型中, 作者采用了无碰撞的离子流体动力学描述, 并认为鞘层中电子密度是阶梯状分布的, 从而得到了射频鞘层电场的解析表达式。1989 年 Lieberman 在此基础上将其扩展为碰撞鞘层模型[161]。1998 年 Gierling 等人则提出了改进的阶梯模型用于描述电子密度分布[160]。

1999 年 Edelberg 等人建立了一个更为自洽的一维无碰撞射频鞘层模型[171], 其中采用了电子的玻尔兹曼分布来确定电子的空间分布, 他们提出了一个非线性的鞘层等效回路模型, 通过考虑电子电流、离子电流以及鞘层位移电流与极板电流源平衡来自洽地确定极板的瞬时电压。在等离子体刻蚀和沉积过程中, 入射到基片表面的离子的能量分布强烈影响表面反应、薄膜沉积以及刻蚀速率。应用在基片电极的射频偏置源的幅度和频率决定了鞘电势的时空变换, 进而决定了撞击基片的离子的能量分布。Edelberg 等人建立了可以预测撞击偏置电极的离子的能量分布自洽的鞘动力学模型。模型包含描述鞘中电荷转移与鞘的等效回路模型的耦合, 来预测表面附近随时空变化的电荷和电势分布。他们研究的是射频偏置附近的、处于低压区的鞘层, 在这里, 碰撞可以忽略不计。鞘层厚度为典型的几百个微米, 比离子、中性原子在 10mTorr 下几个毫米要小得多。

负离子是鞘层中经常出现的一种带电粒子, 它是一部分电子与中性原子、分子接触或在膜生长过程化学反应生成的。含有负离子的等离子体鞘层, 我们称之为电负性鞘层。负离子在包括表面处理、等离子体化学、气体放电、以及电离层等等离子体系统和工艺中扮演重要角色, 因此研究负离子对鞘层结构的影响具有极其重要的意义。

近年来,也有一些研究工作针对电负性等离子体鞘层的特性:1995年,1996年 Fernandez Palop 分析了平面探针附近出现的电负性等离子体鞘层区域,建立并求解相关理论模型,获得大量信息,包括:电场、电势、各种粒子密度分布、鞘层的厚度等等[26,27]。1997年 Amemiya 研究了由热电子、负离子和电极发射的电子构成的等离子体鞘层构成的双层结构。计算了鞘边界离子能量和极板表面的电场。2000年 Li 研究了一维无碰撞电负性鞘层模型[25],得出结论:负离子与电子的浓度比值、温度比值对鞘层内空间电荷分布以及鞘层的厚度有很大的影响。2003年 Wang 研究了电负性等离子体鞘层的结构,修正离子声速和玻姆判据,讨论了不同情况下的鞘层电势、空间电荷密度[28]。

也一些学者针对极板的构形对鞘层的二维模型进行了研究[168,169]。还有一些学者对磁鞘进行了研究[170]。

在本章中,我们将在 Edelberg 等人建立的一维无碰撞射频鞘层模型的基础上进行扩展,增加对离子与中性粒子之间碰撞和负离子对鞘层影响的考虑,建立含负离子的碰撞射频等离子体鞘层模型,研究鞘层中各物理参数的变化以及负离子和碰撞对这些参数的影响。

2.2 含负离子的射频碰撞等离子体鞘层

2.2.1 模型的建立

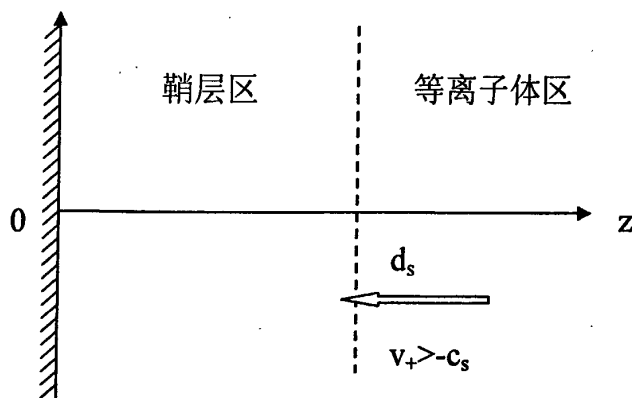


图 2.1 鞘层的等效回路模型

射频放电是常用的等离子体产生方法。当射频电极极板尺寸远大于等离子体鞘层厚度时,可把电极极板看作无穷大。由对称性可知稳定的鞘层中的物理量应与其距极板的距离有关,与平行于极板方向上的位置无关,所以鞘层物理量可以简化为一维分布。

由于电子振荡频率远大于射频场频率,所以电子对射频场的响应可看作是瞬时的,故电子的空间分布用 Boltzmann 分布描述[171,172]:

$$n_e = n_{e0} \exp(e\phi/T_e), \quad (2.4)$$

假设负离子的分布也遵从 Boltzmann 分布[157,172-176]:

$$n_- = n_{-0} \exp(\chi_- e\phi/T_-). \quad (2.5)$$

(2.4)(2.5)式中的 n_{e0}, n_{-0} 分别是鞘层边界处电子和负离子的密度, χ_- 是负离子的带电量相对电子电量 e 的倍数。另外(2.4)(2.5)两式含有静电势 ϕ , 这涉及到静电势是否适用的问题。经典电磁理论给出,当电路尺寸 l 与射频源的频率 $\omega_f/2\pi$ 满足似稳条件

$$l/c \ll 2\pi/\omega_f \quad (2.6)$$

时,可近似认为电路对电源变化的响应不需要时间[171],故电路中的电场在每一时刻可认为是静电场,静电势的概念可以适用。一般射频源频率在兆赫兹 (MHz) 量级,如果电路尺寸在米 (m) 的量级以内,则似稳条件可以得到满足。

我们采用流体动力学描述正离子的运动,连续性方程和动量方程分别为:

$$\partial_t n_+ + \nabla \cdot (n_+ \bar{v}_+) = 0, \quad (2.7)$$

$$m_+ [\partial_t \bar{v}_+ + (\bar{v}_+ \cdot \nabla) \bar{v}_+] = e\bar{E} - \bar{F}_c, \quad (2.8)$$

其中 n_+ 和 $\bar{v}_+$ 分别为正离子的数密度和速度, m_+ 为离子质量, e 为单位电荷,本文假定正离子带一个单位正电荷; $\bar{E}$ 为电场, $\bar{F}_c$ 是正离子与中性粒子的碰撞阻力,一般可表示为[177]:

$$\bar{F}_c = m_+ (n_+ \sigma v_+) \bar{v}_+, \quad (2.9)$$

其中 σ 为正离子与中性粒子的碰撞截面,又可表示为:

$$\sigma(v_+) = \sigma_s (v_+/c_s)^\gamma, \quad (2.10)$$

这里 σ_s 为离子速度等于声速时的碰撞截面; $c_s = \sqrt{eT_e/m_+}$ 为离子声速, T_e 为电子温度(本文所有的温度量均以电子伏 eV 为单位); γ 是无量纲参量,取值在 0~1 之间, $\gamma=0$ 对应平均自由程为常数的情况, $\gamma=1$ 对应离子迁移率为常数的情况。空间电势由 Poisson 方程决定:

$$\nabla^2 \phi = -\frac{e}{\epsilon_0} (n_+ - n_e - \chi_- n_-). \quad (2.11)$$

由 $\bar{E} = -\nabla \phi$ 和(2.4), (2.5), (2.7)-(2.11)式可得到一维鞘层的方程组:

$$\begin{cases} \frac{\partial n_+(z,t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}[n_+(z,t)v_+(z,t)] = 0 \\ \frac{\partial v_+(z,t)}{\partial t} + v_+(z,t)\frac{\partial v_+(z,t)}{\partial z} = \frac{eE(z,t)}{m_+} - n_n\sigma_s c_s \left| \frac{v_+(z,t)}{c_s} \right|^{1+\gamma} v_+(z,t) \\ \frac{\partial E(z,t)}{\partial z} = \frac{e}{\epsilon_0} \left\{ n_+(z,t) - n_{e0} \exp\left[\frac{\phi(z,t)}{T_e}\right] - \chi_- n_{-0} \exp\left[\frac{\chi_- \phi(z,t)}{T_-}\right] \right\} \\ \frac{\partial \phi(z,t)}{\partial z} = -E(z,t) \end{cases} \quad (2.12)$$

下面对方程组(2.12)作进一步的说明:

在方程组(2.12)的第一和第二个方程中, 衡量时间偏导项 $\frac{\partial}{\partial t}$ 的重要性的参量是 β , 定义为[171]:

$$\beta = \frac{1}{3\pi} \left(\frac{\omega_f}{\omega_{p+}} \right) \left(\frac{|V|_{\max}}{2T_e} \right)^{1/4}, \quad (2.13)$$

其中 ω_f 为射频源的圆频率, $\omega_{p+} = \sqrt{e^2 n_{+0} / (\epsilon_0 m_+)}$ 是离子振荡圆频率。当 $\beta \ll 1$ 时, 可以忽略 ∂_t 项, 尽管 n_+ 和 v_+ 仍然是时间 t 的函数。例如对 $\omega_f = 2\pi \times 4\text{MHz}$ 、 $n_{+0} = 10^{17} \text{m}^{-3}$ 、 $|V|_{\max} = 200\text{V}$ 、 $T_e = 3\text{eV}$ 的氩等离子体, 有 $\beta = 0.1$, 可以略去。实际上, β 对时间偏导项重要性的估计是最大化了的。即使当射频频率与离子振荡频率接近时, 时间偏导项也可以忽略。当 β 可以略去时, 方程组(2.12)变为:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial z}[n_+(z,t)v_+(z,t)] = 0 \\ \frac{\partial v_+(z,t)}{\partial z} = \frac{eE(z,t)}{m_+ v_+(z,t)} - n_n\sigma_s c_s \left| \frac{v_+(z,t)}{c_s} \right|^{1+\gamma} \\ \frac{\partial E(z,t)}{\partial z} = \frac{e}{\epsilon_0} \left\{ n_+(z,t) - n_{e0} \exp\left[\frac{\phi(z,t)}{T_e}\right] - \chi_- n_{-0} \exp\left[\frac{\chi_- \phi(z,t)}{T_-}\right] \right\} \\ \frac{\partial \phi(z,t)}{\partial z} = -E(z,t) \end{cases} \quad (2.14)$$

其中第一式称为通量守恒方程。若 $\beta \sim 1$ 或 $\beta > 1$, 如果有 $\omega_{p+} \ll \omega_f$, 则可以把正离子看作只响应各物理量的平均效应。此时也可以得到类似方程组(2.14)的第一式的通量守恒方程:

$$\partial_z[\bar{n}_+(z)\bar{v}_+(z)] = 0. \quad (2.15)$$

但注意此时 $\bar{n}_+(z) = \langle n_+(z,t) \rangle$ 和 $\bar{v}_+(z) = \langle v_+(z,t) \rangle$ 分别是正离子的平均数密度和平均速度, 均与时间无关。另外方程组(2.14)的第二式将成为:

$$\frac{\partial \bar{v}_+(z)}{\partial z} = \frac{e\bar{E}(z)}{m_+ \bar{v}_+(z)} - n_n \sigma_s c_s \left| \frac{\bar{v}_+(z)}{c_s} \right|^{1+\gamma}, \quad (2.16)$$

其中 $\bar{E}(z) = \langle E(z, t) \rangle$ 是平均电场。尽管(2.15)式和(2.16)式形式上跟方程组(2.14)的第一、第二式相像，它们的求解却很困难。下文只讨论 $\beta \ll 1$ ，时间偏导项可以忽略的情况。

2.2.2 边界条件

下面确定边界条件。把极板取为 z 的零点，此处有 $\phi(0, t) = V(t)$ ， $V(t)$ 为射频电源提供的极板电压。设鞘层厚度为 $d_s(t)$ 。在鞘层边界 $z = d_s(t)$ 处，对于无碰撞的等离子体，根据 Bohm 判据，离子需要在预鞘被电场加速到至少 c_s 进入鞘层。因此在鞘层边缘，电场不为零。Edelberg 把该处电场取为：

$$E(d_s(t), t) = E_0 = -\frac{T_e}{2\lambda_{De}}, \quad (2.17)$$

其中 $\lambda_{De} = \sqrt{\epsilon_0 T_e / (n_{e0} e)}$ 是电子的 Debye 长度。尽管此处电场不为零，但通常认为在预鞘区准中性条件仍然满足。我们把本体等离子体 (bulk plasma) 取为电势零点，则鞘层边缘的电势也为零，即 $\phi(d_s(t), t) = 0$ ，同时(2.4)(2.5)两式中的 n_{e0} 、 n_0 便成为鞘层边缘的电子、负离子数密度。设此处正离子的数密度为 n_{+0} ，则准中性条件表示为：

$$n_{+0} - n_{e0} - \chi_- n_0 = 0. \quad (2.18)$$

其中 χ_- 为负离子带电量。对于本文考虑的碰撞等离子体，鞘层边缘电场取 $E(d_s(t), t) = -\alpha T_e / \lambda_{De}$ ，可以看到，电场与碰撞强度成正比，当碰撞强度大时，电场大便于加速离子的运动，使其克服碰撞阻力进入鞘层。

假定离子进入鞘层的速度为 $v_+(d_s(t), t) = -c_s$ ，这里负号表示离子运动的方向是 z 轴的负方向。根据玻姆判据： $v_+(d_s(t), t) \geq -c_s$ ，这是没有负离子存在时，离子进入鞘层的要求，也就是至少达到离子声速。如果加入负离子成分， $v_+(d_s(t), t) \geq -c_s \left(\frac{1+\alpha_s}{1+\alpha_s \gamma} \right)^{1/2}$ ，这里 α_s 为负离子与电子的密度比， γ 为电子与离子的温度比，显然，这对离子进入鞘层的速度的要求更低，本文仍然取 $v_+(d_s(t), t) \geq -c_s$ 。

由以上的边界处的电场和离子速度可以看出：如果正离子以此电场在预鞘加速 $1/2$ 个平均自由程 λ_{ps} ，那么正好达到离子声速，这符合预鞘的尺度在离子平

均自由程量级。

最终, 边界条件可归纳为:

$$\begin{cases} \phi(0, t) = V(t) \\ \phi(d_s(t), t) = 0 \\ E(d_s(t), t) = -\alpha T_e / \lambda_{De} \\ v_+(d_s(t), t) = -c_s \end{cases} \quad (2.19)$$

这里采用 Edelberg 的等效回路模型方法, 在其等效回路模型上增加了负离子电流。如图 2.2 所示:

边界条件(2.19)中的 $V(t)$ 和 $d_s(t)$ 可在 Edelberg 的等效回路模型[171]的基础上加上对负离子的考虑来确定。模型把鞘层看成由两个二极管、一个电流源和一个电容器并联而成的等效电路, 如图 2.2 所示。其中两个二极管分别表示电子和负离子入射到电极上而产生的电流, 由于电子和负离子均服从 Boltzmann 分布, 由分子运动论知其电流可表示为:

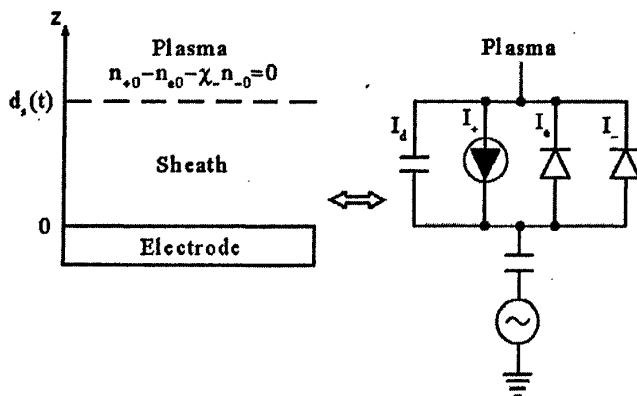


图 2.2 鞘层的等效回路模型

$$I_+(t) = \frac{1}{4} A e \bar{v}_e n_{e0} \exp[V(t)/T_e], \quad (2.20)$$

$$I_-(t) = \frac{1}{4} A \chi_- e \bar{v}_- n_{-0} \exp[\chi_- V(t)/T_-], \quad (2.21)$$

其中 $\bar{v}_e$ 和 $\bar{v}_-$ 分别为电子和负离子的平均速率, 表示为:

$$\bar{v}_e = \sqrt{\frac{8eT_e}{\pi m_e}} = \sqrt{\frac{8m_+}{\pi m_e}} c_s, \quad (2.22)$$

$$\bar{v}_- = \sqrt{\frac{8eT_-}{\pi m_-}} = \sqrt{\frac{8T_- m_+}{\pi T_e m_-}} c_s. \quad (2.23)$$

由于方程组(2.14)的第一式保证了通量守恒, 故正离子的电流也恒定, 可看

作一个电流源，其电流为：

$$I_+ = -Aev_{+0}n_{+0}, \quad (2.24)$$

其中负号指示电流沿 z 负方向。同时，极板、鞘层和等离子体构成了一个平行板电容器，电容为：

$$C_{sh}(t) = \varepsilon_0 A / d_s(t). \quad (2.25)$$

由似稳电路理论，电容的位移电流为：

$$I_d(t) = C_{sh}(t)d_t V(t). \quad (2.26)$$

鞘层的上方是本体等离子体，这在电路上等效于本体等离子体与鞘层的串联。通常本体等离子体的阻抗较大，故本体等离子体与射频源合在一起可以等效成一个电流源，对极板提供的电流可设为 $I_{\max} \sin(\omega_{rf}t)$ ，则极板上电流平衡方程为：

$$I_+ + I_e + I_- + I_d = I_{\max} \sin(\omega_{rf}t). \quad (2.27)$$

(2.20)-(2.26)式代入(2.27)式可得：

$$\frac{dV(t)}{dt} = \frac{d_s(t)}{\varepsilon_0} \times \left\{ ev_{+0}n_{+0} - \frac{c_s}{\sqrt{2\pi}} \left[\sqrt{\frac{m_+}{m_e}} n_{e0} \exp\left(\frac{V(t)}{T_e}\right) + \sqrt{\frac{T_- m_+}{T_e m_-}} \chi_- n_{-0} \exp\left(\frac{\chi_- V(t)}{T_-}\right) \right] + \frac{I_{\max}}{A} \sin(\omega_{rf}t) \right\}. \quad (2.28)$$

射频电源的常用参数是平均功率 P_{rf} ，它与电流幅值 $I_{\max}$ 的关系为：

$$P_{rf} = \frac{\omega_{rf}}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_{rf}} V(t) I_{\max} \sin(\omega_{rf}t) dt. \quad (2.29)$$

把方程组(2.14)第一式积分，并考虑到边界条件，可得：

$$n_+(z, t) = -n_{+0}v_{+0}/v_+(z, t), \quad (2.30)$$

代入方程组(2.14)第三式可消去 $n_+(z, t)$ ，得：

$$\begin{cases} \frac{\partial v_+(z, t)}{\partial z} = \frac{eE(z, t)}{m_+ v_+(z, t)} - n_n \sigma_s c_s \left| \frac{v_+(z, t)}{c_s} \right|^{1+\gamma} \\ \frac{\partial E(z, t)}{\partial z} = \frac{e}{\varepsilon_0} \left\{ \frac{-n_{+0}v_{+0}}{v_+(z, t)} - n_{e0} \exp\left[\frac{\phi(z, t)}{T_e}\right] - \chi_- n_{-0} \exp\left[\frac{\chi_- \phi(z, t)}{T_-}\right] \right\} \\ \frac{\partial \phi(z, t)}{\partial z} = -E(z, t) \end{cases} \quad (2.31)$$

为简化后面计算，作如下归一化变量代换：

$$\xi = z / \lambda_{De}, \quad (2.32)$$

$$\tau = \omega_{rf} t \quad (2.33)$$

$$u_+(\xi, \tau) = v_+(\lambda_{De} \xi, \tau / \omega_{rf}) / c_s, \quad (2.34)$$

$$u_{+0} = v_{+0} / c_s, \quad (2.35)$$

$$\Phi(\xi, \tau) = \phi(\lambda_{De} \xi, \tau / \omega_{rf}) / T_e, \quad (2.36)$$

$$U(\tau) = V(\tau / \omega_{rf}) / T_e, \quad (2.37)$$

$$E^\#(\xi, \tau) = \frac{E(\lambda_{De} \xi, \tau / \omega_{rf})}{T_e / \lambda_{De}}, \quad (2.38)$$

$$D_s(\tau) = d_s(\tau / \omega_{rf}) / \lambda_{De}, \quad (2.39)$$

$$\varepsilon = n_{e0} / n_{+0}, \quad (2.40)$$

$$\kappa = T_e / T_-, \quad (2.41)$$

把这些变量代换应用到方程组 (2.31), 可得归一化的描述鞘层内部的方程组:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_+}{\partial \xi} = \frac{E^\#}{u_+} - \alpha |u_+|^{1+\gamma} \\ \frac{\partial E^\#}{\partial \xi} = \frac{-u_{+0}}{\varepsilon u_+} \exp(\Phi) - \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) \exp(\chi_- \kappa \Phi) \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = -E^\# \end{cases} \quad (2.42)$$

而把边界条件(2.19)归一化得:

$$\begin{cases} \Phi(0, \tau) = U(\tau) \\ \Phi(D_s(\tau), \tau) = 0 \\ E^\#(D_s(\tau), \tau) = -\alpha \\ u_+(D_s(\tau), \tau) = -1 \end{cases} \quad (2.43)$$

鞘层等效电路模型的(2.28)式和(2.29)式归一化后得:

$$\frac{dU}{d\tau} = \frac{D_s}{\omega_{rf} \sqrt{\varepsilon n_{+0} e \varepsilon_0 T_e}} \times \left\{ n_{+0} e c_s \left[u_{+0} - \sqrt{\frac{m_+}{2\pi}} \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{m_e}} \exp(U) + \frac{1-\varepsilon}{\sqrt{\kappa m_-}} \exp(\chi_- \kappa U) \right) \right] + \frac{I_{\max}}{A} \sin(\tau) \right\}, \quad (2.44)$$

$$P_f = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U(\tau) T_e I_{\max} \sin(\tau) d\tau = \frac{I_{\max} T_e}{2\pi} \int_0^{2\pi} U(\tau) \sin(\tau) d\tau. \quad (2.45)$$

(2.42)-(2.45)式构成了描述射频鞘层及边界条件的完备方程组。

2.2.3 数值求解

下面对非线性方程组进行数值求解：

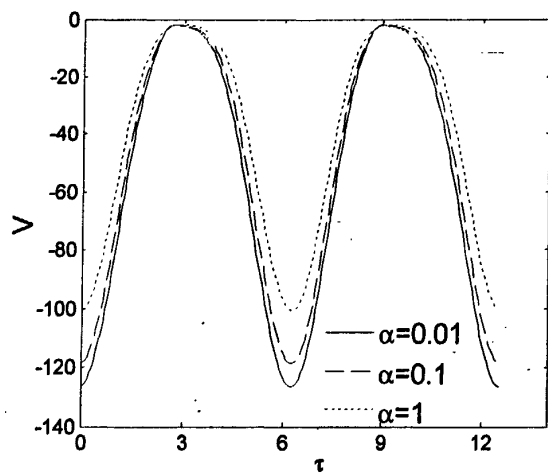
- 1、任意给定初始鞘层厚度 $D_s(\tau)$ ，
 - 2、把它代入一阶常微分方程(2.44)中，可以用四阶 Runge-Kutta 法解出 $\dot{U}(\tau)$ 。....
 - 3、方程组(2.42)由于不含对时间 τ 的偏导，所以是以 τ 为参量的三元一阶方程组，初始条件由(2.43)前三式给出，对于任意给定的时间 τ_0 方程组可以用四阶 Runge-Kutta 法，以鞘层边缘为求解起点，向极板方向求解，直到在某点满足 $\Phi = U(\tau_0)$ 时停止，该点即为极板，相应的求解路径即为新的鞘层厚度 $D_s(\tau_0)$ ，因此只要穷举所有的时间格点，即可解出一个新的鞘层厚度 $D_s(\tau)$ 。
 - 4、把新求出的 $D_s(\tau)$ 代入方程 (2.44)，转至步骤 (2)，
- 重复上述过程，直到获得稳定的解。

取等离子体参数：鞘层边缘正离子数密度 $n_{i0} = 3 \times 10^{14} \text{ m}^{-3}$ ，电子温度 $T_e = 3 \text{ eV}$ ，氧负离子 O^{-2} 温度 $T_- = 0.05 \text{ eV}$ ，即 $\kappa = 60$ ， $T_i = T_-$ ，碰撞参数 $\gamma = 0$ 。另取射频源频率 $\omega_f = 2\pi \times 10^6 \text{ Hz}$ ，功率 $P_f = 1 \text{ W}$ ，电极极板面积 $A = 4.1 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ 。

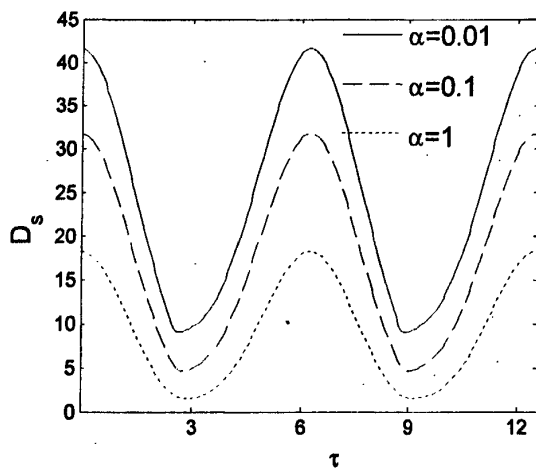
2.2.4 碰撞强度对鞘层参数的影响

当 $\varepsilon = 1$ （即无负离子）时，分别取 $\alpha = 0.01$ ， $\alpha = 0.1$ ， $\alpha = 1$ ，考察极板电压与鞘层厚度的变化。得到的极板电压和鞘层厚度分别如图 2.3 (a) (b) 所示。图 2.4 是无碰撞的 Edelberg 模型的情况，与我们的结果定性上是一致的。当 α 增大时，极板电压幅度也相应增大，这是因为当碰撞系数增大、碰撞频繁时，鞘层的宏观阻抗也增大，在电源功率恒定的情况下，电压幅度增大而电流减小。

图 2.5 (a)-(d) 给出不同碰撞强度情况下，鞘中的势，电场，正离子和电子数密度以及正离子速度的变化曲线。可以看到存在碰撞时鞘层电场在靠近极板处减弱，而在远离极板处增强，正离子速率减小，正离子密度增大。这是由于碰撞减慢了正离子的速率，而由于方程组(2.14)的第一式的通量守恒，正离子的密度有所增大。另外，从 Poission 方程可知，正离子密度的增加，将引起电场梯度的增强，在其他条件保持不变的情况下，电场梯度的增强意味着鞘区非线性空间尺度变小，即鞘宽变小。

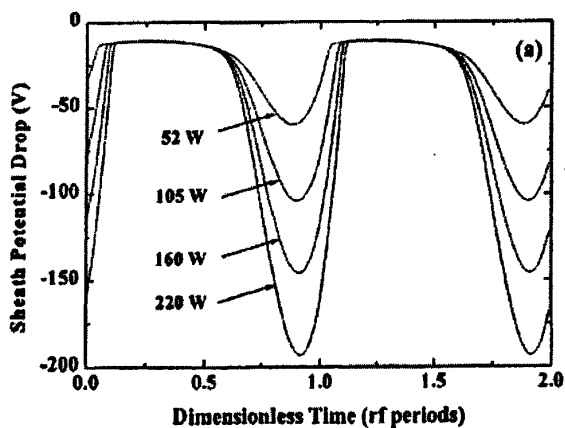


(a)

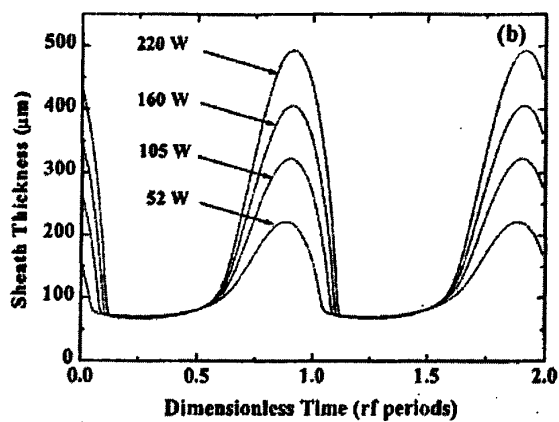


(b)

图 2.3 碰撞强度不同时, (a) 鞘层极板电压随时间的变化 (b) 鞘层厚度随时间的变化

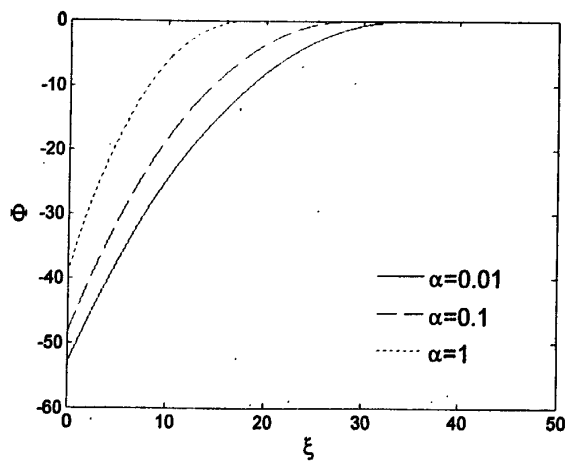


(a)

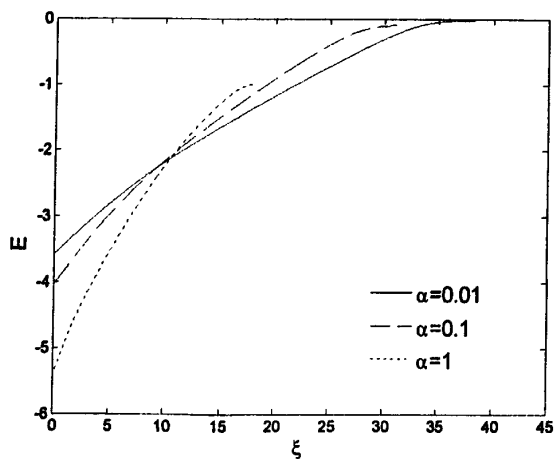


(b)

图 2.4 射频源功率不同时, (a) 鞘层极板电压随时间的变化 (b) 鞘层厚度随时间的变化
摘自文献[171]。



(a)



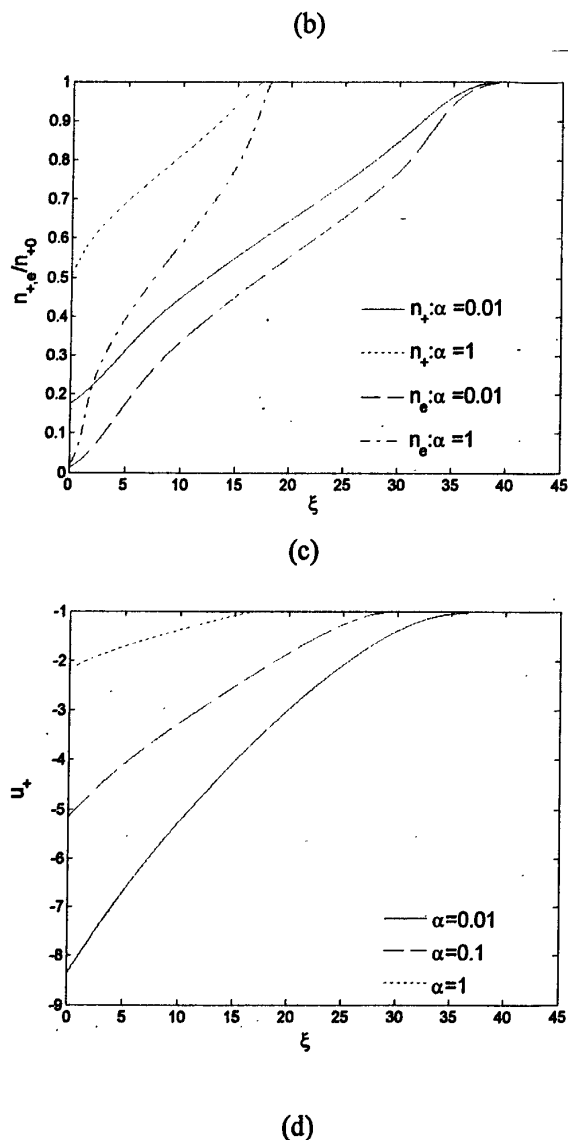


图 2.5 碰撞强度不同时,鞘层内部 (a) 电势的空间分布曲线 (b) 电场的空间分布曲线 (c) 正离子数密度和电子数密度的空间分布曲线 (d) 正离子速度的空间分布曲线

2.2.5 负离子对鞘层参数的影响

下面研究负离子对鞘层的影响。由于对不同的负离子含量,电子 Debye 长度不同,故取定 $n_n \sigma_s = \alpha / \lambda_{De} = 8.5077 \times 10^4 / m$, ($\alpha = \lambda_{De} / \lambda_{ps}$, $\lambda_{ps} = 1 / n_n \sigma_s$ 是离子以声速运动时的平均自由程) 由(2.9)式知,正离子与中性粒子的碰撞阻力是一定的,负离子含量分别取 $\varepsilon = 1$ 、 $\varepsilon = 0.7$ 、 $\varepsilon = 0.4$,观察鞘层的变化,由于电子 Debye 长度是变化的,将不采取以前的归一化方法。

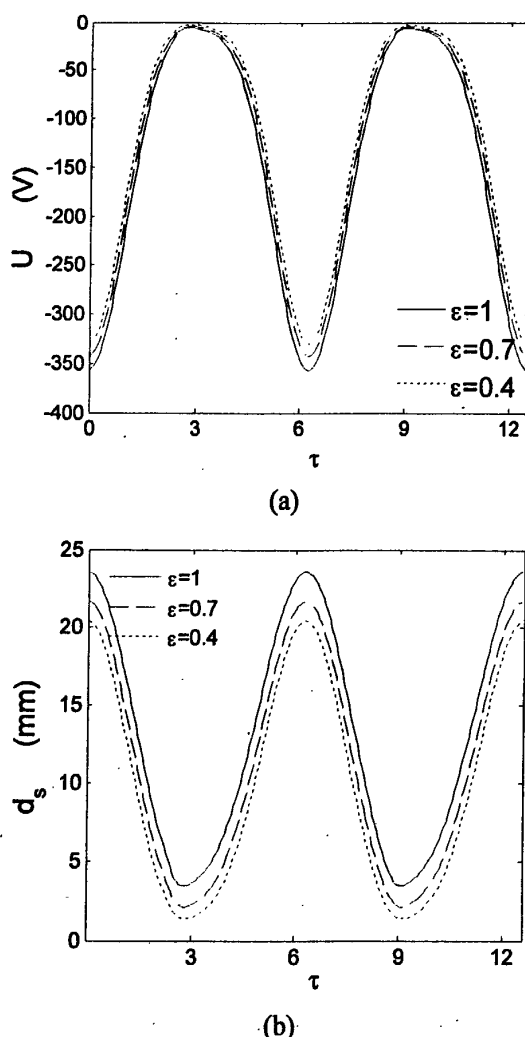
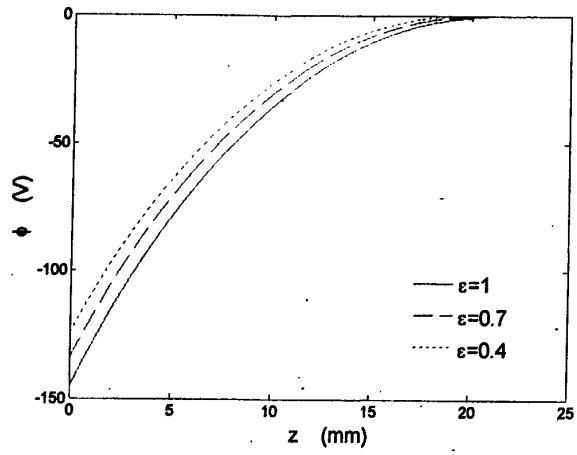


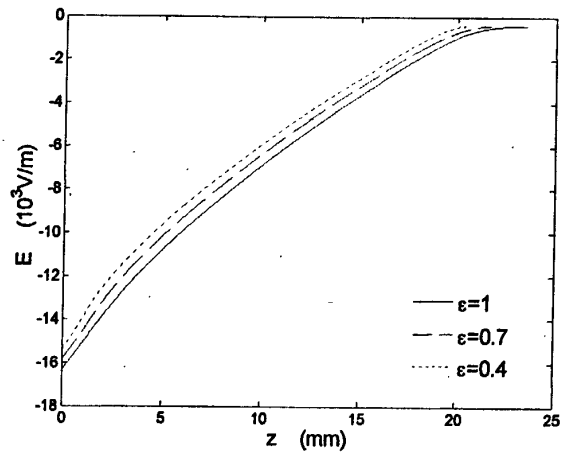
图 2.6 负离子含量不同时, (a) 鞘层极板电压随时间的变化 (b) 鞘层厚度随时间的变化。

极板电压和鞘层厚度的瞬时变化如图 2.6 (a) (b) 所示。从图中可见负离子存在时极板电压幅度略有增加, 鞘层厚度略有减小。这可以理解为: 当负离子取代了部分电子后, 负离子质量大、温度低, 从而鞘层导电性能下降, 等效于阻抗增大; 功率恒定时, 阻抗增大导致电压增大, 电流减小。

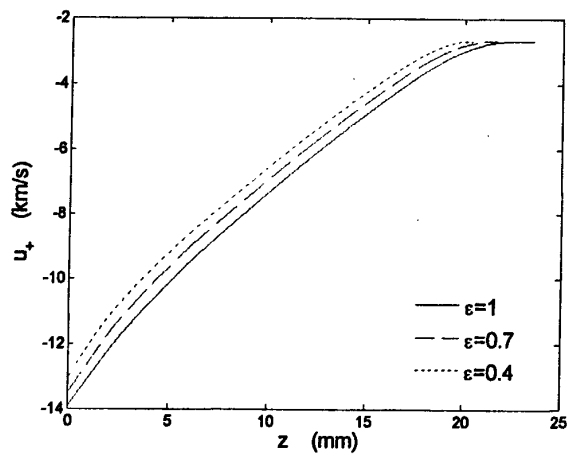
负离子含量不同时, 鞘层各物理量的时间平均的空间分布如图 2.7 (a)-(f) 所示。存在负离子时, 鞘层平均电势略有增加。电场强度的绝对值减小, 正离子的速率减小而密度增大, 正如对碰撞强度一节的分析, 鞘层的厚度也会略有减少。



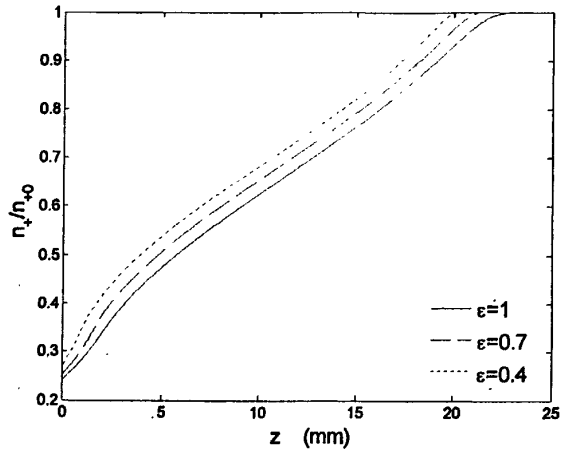
(a)



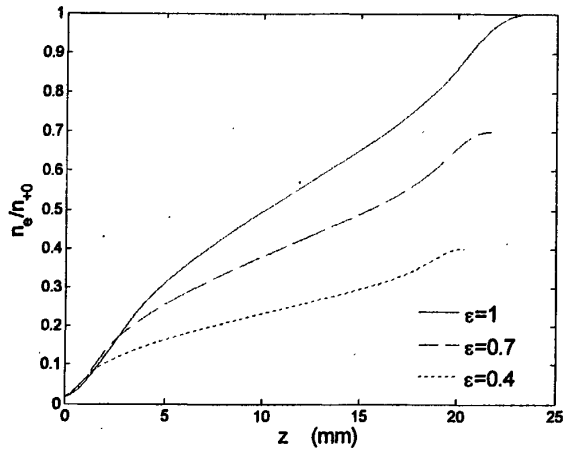
(b)



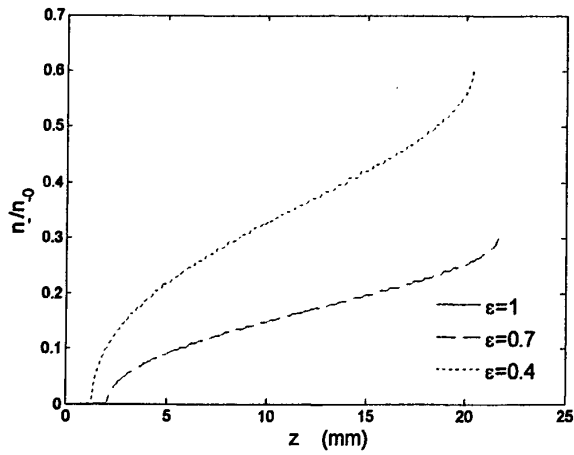
(c)



(d)



(e)



(f)

图 2.7 鞘层内部 (a) 电势的空间分布 (b) 电场的空间分布 (c) 正离子速度的空间分布 (d) 正离子数密度的空间分布 (e) 电子数密度的空间分布 (f) 负离子数密度的空间分布。

2.3 本章小结

本章在 Edelberg 等人建立的一维无碰撞射频鞘层模型的基础上进行扩展, 增加对离子与中性粒子之间碰撞和负离子对鞘层影响的考虑, 建立含负离子的碰撞射频等离子体鞘层模型。讨论了碰撞和负离子对鞘层中各物理参数 (鞘层极板电压、鞘层厚度、鞘层中电场、电势、正离子速度的空间分布, 电子、离子、负离子数密度的空间分布) 的影响。结果表明:

当碰撞增强或负离子存在时, 极板电压幅度相应增大, 鞘层厚度减小, 鞘层平均电势增大, 正离子速率减小, 正离子密度增大。

第三章 磁性球形尘埃颗粒在鞘层中的振荡

本章在第二章的基础上,研究磁性球形尘埃颗粒在鞘层中的振荡特性。首先给出有关尘埃颗粒的充电,受力以及在鞘层中振荡研究的背景介绍。然后给出尘埃在电负性鞘层中受力分析,在这基础上,研究尘埃颗粒在电负性鞘层中振荡特性以及磁场强度、负离子含量对振荡特性的影响。最后,给出本章的主要结论。

3.1 背景介绍

3.1.1 单个尘埃颗粒的充电和受力行为

研究单个尘埃颗粒的行为是研究尘埃等离子体的集体行为的基础。这就要涉及到尘埃颗粒的充电和受力等基本问题。

3.1.1.1 单个尘埃颗粒的充电

尘埃等离子体与其它多成份等离子体的重要区别就是浸没在等离子体中的尘埃颗粒会因为收集周围的电子和离子而带电,同时也可能会因为宇宙射线或等离子体中高能粒子的撞击而发射光电子以及二次电子带电。尘埃颗粒的充电是尘埃等离子体中最重要的参数之一,它决定颗粒与等离子体中电子和离子的相互作用、颗粒与电磁场的相互作用以及颗粒之间的相互作用。因此研究尘埃等离子体的行为就必须从尘埃颗粒的充电入手。影响尘埃颗粒充电的因素很多,比如外界环境的变化、等离子体的随机涨落效应、尘埃颗粒的生长引起其半径的变化、尘埃颗粒热运动导致的位置的变化以及其他尘埃颗粒的影响等,因此尘埃颗粒的带电量不是一个定值。这些充电的过程会对尘埃等离子体的性质产生重要的影响。下面主要介绍在气体放电等离子体中,充电过程取决于对等离子体中电子和离子的收集,尘埃所带电荷取决于到达尘埃颗粒表面的电子和离子的竞争。

最常用的描述尘埃颗粒吸收电子和离子的方法是轨道运动限制近似(OML)模型[178]。这种方法处理的是单个小探针(尘埃颗粒)附近无碰撞的电子和离子的轨迹,从能量和角动量守恒中得到碰撞截面。

在 OML 模型中使用了三个重要的假设,(i) 尘埃颗粒是独立的,在它的附近其它尘埃颗粒不会影响电子和离子的运动;(ii) 电子和离子在到达尘埃颗粒表面的过程中不会经历碰撞;(iii) 不考虑有效电势的势垒。

OML 模型很明显的优势是截面独立于尘埃颗粒周围的等离子体电势,到达尘埃表面的电子和离子流由相应的碰撞截面 $\sigma_{e(i)}$ 和速度分布函数 $f_{e(i)}(v)$ 的积分

决定:

$$I_{e(i)} = n_{e(i)} \int v \sigma_{e(i)}(v) f_{e(i)}(v) d^3 v, \quad (3.1)$$

其中 $n_{e(i)}$ 是电子 (离子) 的数密度。对等离子体粒子使用 Maxwellian 速度分布函数

$$f_{e(i)}(v) = \left(2\pi v_{Te(i)}^2 \right)^{-3/2} \exp \left(-v^2 / 2v_{Te(i)}^2 \right), \quad (3.2)$$

其中 $v_{Te(i)} = \sqrt{T_{e(i)} / m_{e(i)}}$ 是电子 (离子) 的热速度, 得到积分结果:

$$I_e = \sqrt{8\pi} a^2 n_e v_{Te} \exp \left(\frac{e\phi_s}{T_e} \right), \quad (3.3)$$

$$I_i = \sqrt{8\pi} a^2 n_i v_{Ti} \left(1 - \frac{e\phi_s}{T_i} \right) \quad (3.4)$$

在一般的实验室尘埃等离子体中, 决定尘埃带电量的主要是等离子体中的电子流和离子流。假设一个孤立球形尘埃颗粒, 当其半径 r_d 远小于电子 Debye 半径 λ_{De} 时, 其平衡电量 Q_d 可以表示成为:

$$Q_d = C_d \phi_s \quad (3.5)$$

其中 $C_d = 4\pi\epsilon_0 r_d$ 为尘埃颗粒的电容, ϕ_s 为尘埃表面的悬浮势。

这样在充电达到平衡态时, 到达尘埃表面的总电流为零, 即:

$$I_i(\phi_s) + I_e(\phi_s) = 0, \quad (3.6)$$

将(3.3)-(3.5)代入(3.6)可以确定平衡时尘埃粒子的带电量。

尘埃等离子体常常处于外电场中, 比如在气体放电中靠近器壁或电极的位置 (鞘层), 这里有较强的电场可以和颗粒的重力相平衡, 离子在电场中也会作定向运动, 在这种情况下, 相对于静态尘埃颗粒成份的离子的定向运动会很显著的影响尘埃颗粒的充电行为, 对离子使用漂移 Maxwellian 速度分布函数:

$$f_i(v) = \left(2\pi v_{Ti}^2 \right)^{-3/2} \exp \left[\frac{(\mathbf{v} - \mathbf{u})^2}{2v_{Ti}^2} \right], \quad (3.7)$$

其中 $\mathbf{u}$ 是离子平均的定向速度。利用(3.7)式, 可求得电流的表达式

$$I_i = \sqrt{2\pi} a^2 n_i v_{Ti} \left\{ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + u^2 / v_{Ti}^2 - 2e\phi_s / T_i}{u / v_{Ti}} \operatorname{erf} \left(\frac{u}{\sqrt{2}v_{Ti}} \right) + \exp \left(-\frac{u^2}{2v_{Ti}^2} \right) \right\}, \quad (3.8)$$

对于 $u \gg v_{Ti}$, 上式可以写成:

$$I_i = \pi a^2 n_i u \left(1 - \frac{2e\phi_s}{m_i u^2} \right), \quad (3.9)$$

3.1.1.1 单个尘埃颗粒的受力

作用在等离子体中的尘埃颗粒上的主要作用力可以分为两种情况：一种情况是不依赖颗粒带电的力，如重力、中性气体拉力、热导力，另一种情况是直接依赖尘埃颗粒的带电量，如电场力和离子拉力。

(1) 电场力

如果等离子体是均匀的，并且施加外场后没有引起鞘层的扭曲，Daugherty 等通过求解有外场的情况下泊松方程的解析解[64]，得出尘埃周围电势应该由施加外场产生的势，未扰动 Debye-Huckel 势以及因施加外场导致的尘埃表面极化而产生的势这三部分组成。电场力可以表示为

$$F_{es} = Q_d E \left[1 + \frac{(a/\lambda_D)^2}{3(1 + a/\lambda_D)} \right], \quad (3.10)$$

其中 F_{es} 是静电力， Q_d 是尘埃颗粒所带电荷， E 是所加的外电场， a 是尘埃颗粒半径， λ_D 是等离子体的德拜长度，第一项表示有外场下受到的静电力，第二项表示由于尘埃表面极化而产生的力。因为 a/λ_D 通常很小，因此总的静电力可以用简单的真空静电场力 $Q_d E$ 来近似。

如果等离子体密度是不均匀的，即存在密度梯度，电场就与等离子体密度有关。在这种情况下德拜长度与空间位置有关，尘埃周围的德拜鞘层会发生变形，Hamaguchi 等发现了一种正比于密度梯度的力[179]，称为“极化力”，此时总的电场力为： $F = F_{es} + F_p$ ，其中 F_p 是极化力，当 $\lambda_D \gg a$ 时，有

$$\frac{F_p}{F_{es}} = \frac{a}{\lambda_D} \left[\frac{-eV(a)}{kT_e} \right], \quad (3.11)$$

即极化力与静电力的比值 F_p/F_{es} 在 a/λ_D 量级上，通常情况下这是一个很小的值，因此总的静电力仍然可以用简单的真空静电场力 $Q_d E$ 来近似。

(2) 中性气体拉力[5]

尘埃颗粒经过中性气体时会和原子或分子碰撞而发生动量传输，尘埃颗粒因此受到中性气体拉力的作用。定义努森常数 $K_n = \lambda_{mfp}/a$ ，即中性气体分子的平均自由程和尘埃半径的比值。当 K_n 较小时，对应高压，平均自由程较短的情况，中性气体拉力正比于尘埃颗粒的半径和速度。对于典型的低气压等离子体工艺情况（如小于 1 Torr），中性气体分子平均自由程 λ_{mfp} 大于几百 μm ，而颗粒半径小于几个 μm ，则 $K_n \gg 1$ ，下面就讨论这种情况下的中性气体拉力。定义尘埃颗粒和中性气体粒子的相对速度

$$s = |\mathbf{v}_d - \mathbf{v}_n| / \sqrt{2} V_{tn}, \quad (3.12)$$

其中 $\mathbf{v}_d$ 是尘埃颗粒的速度， $\mathbf{v}_n$ 是中性气体粒子的速度， V_{tn} 为中性气体粒子的热

速度。

尘埃颗粒和中性气体粒子的碰撞可以分为镜面碰撞和完全漫反射两种情形：镜面碰撞即分子速度分量垂直于尘埃颗粒，碰撞后分子速度反向；完全漫反射指气体分子先是被吸附在尘埃表面，然后再从尘埃表面被发射出去。当 $s \ll 1$ ，即较低的相对速度，镜面反射和完全漫反射情况下的中性气体拉力分别可以表达为：

$$F_{dn} = -\frac{8}{3} \sqrt{2\pi} r_d^2 m_n n_n V_{tn} (\mathbf{v}_d - \mathbf{v}_n), \quad (3.13)$$

$$F_{dn} = -\frac{8}{3} \sqrt{2\pi} r_d^2 m_n n_n V_{tn} \left(1 + \frac{\pi}{8}\right) (\mathbf{v}_d - \mathbf{v}_n), \quad (3.14)$$

对于较高的相对速度 $s \gg 1$ ，二者的表达式相同，即

$$F_{dn} = -\pi r_d^2 m_n n_n |\mathbf{v}_d - \mathbf{v}_n| (\mathbf{v}_d - \mathbf{v}_n), \quad (3.15)$$

可以看到，中性气体拉力在低的相对速度下正比于其相对速度；而在高的相对速度下则正比于相对速度的平方。在实验室等离子体中，尘埃和分子间的相对速度小于气体分子的热速度，即 $s < 1$ ，这时镜面反射和漫反射只是两个极端情况，为了解释中间情况，引入一个系数 α 表示漫反射的几率，它与尘埃表面情况有关。这时中性气体的拉力表示为：

$$F_{dn} = -\frac{8}{3} \sqrt{2\pi} r_d^2 m_n n_n V_{tn} \left(1 + \alpha \frac{\pi}{8}\right) (\mathbf{v}_d - \mathbf{v}_n), \quad (3.16)$$

其中 $\alpha = 0$ 为镜面反射， $\alpha = 1$ 为完全漫反射， α 通常接近于 1。对于多数尘埃等离子体 (3.16) 式可以应用，通常还可以把中性气体拉力写为

$$F_n = -m_d \nu_{dn} u, \quad (3.17)$$

其中 ν_{dn} 是尘埃中性粒子碰撞的有效动量交换频率。

(3) 热导力[5]

如果中性气体温度是不均匀的，就会存在温度梯度，气体分子和尘埃碰撞时在尘埃颗粒较热的一边动量传输较大，这样会产生从气体到尘埃的净的动量传输，因此而产生的力称为热导力，它正比于温度梯度，从气体温度高的区域指向低的区域（与热流方向一致）。热力表达式如下：

$$F_T = -\frac{8\sqrt{2\pi}}{15} \frac{r_d^2}{V_{tn}} \left[1 + \frac{5\pi}{32}(1-\alpha)\right] k_n^{con} \nabla T_n, \quad (3.18)$$

其中 k_n^{con} 是气体热导系数， T_n 是气体温度， ∇T_n 为中性气体的温度梯度。当尘埃表面温度和气体温度小于 500K 时，系数 $\alpha \approx 1$ 。而在大多数实验室等离子体中，中性气体温度在室温附近，因此 α 可以取为 1。这个公式虽然与气压无关，

但是只有在气压足够高时才能使用。

(4) 离子拉力

离子拉力是尘埃颗粒在等离子体鞘层中受到的极为重要也极为复杂的一个力。在实验室等离子体中, 当有足够高的放电功率和较大的离子流时, 离子拉力显得极为重要。离子拉力来自于定向离子流与尘埃颗粒之间碰撞产生的动量交换, 根据离子与尘埃颗粒碰撞方式的不同, 可以把离子拉力分为两个部分, 第一部分是离子流与尘埃颗粒直接碰撞时交换动量所产生的力, 通常称为收集力 F_{id}^c

(collection force), 另一种是由于离子流与带电尘埃颗粒在库仑相互作用时交换动量所产生的力, 这部分力来自于那些被尘埃颗粒周围的电场散射的离子, 被称为“轨道力” F_{id}^o (orbit force)。总的离子拉力为二者之和, 即

$$F_{id} = F_{id}^c + F_{id}^o. \quad (3.19)$$

对于离子拉力的具体计算, 近二十年来已经有很多人对它进行了研究, 但直到目前为止这一问题还没有得到完善的解决, 文献中最常用的是 Barnes 等人 1992 年提出的离子拉力的解析模型, 也被认为是离子拉力的标准模型[75]。Barnes 等人的模型通过修改标准的带电粒子二体碰撞理论, 考虑了尘埃颗粒的有限尺寸以及离子收集效应对碰撞的影响, 其模型中收集力可以表示为

$$F_{id}^c = \pi a^2 n_i m_i v_i^2 \left[1 - 2 \frac{eV(a)}{m_i v_i^2} \right], \quad (3.20)$$

轨道力可以表示为:

$$F_{id}^o = \frac{\pi}{2} b^2 n_i m_i v_i^2 \ln \left(1 + \frac{4}{\beta^2} \right), \quad (3.21)$$

其中

$$b = \frac{Z_d e^2}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{1}{2} m v_i^2 \right)} = 2b_{\frac{\pi}{2}}$$

($b_{\frac{\pi}{2}}$ 为渐进参数, 渐进轨道角为 $\frac{\pi}{2}$), $\beta = b/\lambda_D$ 。在通常的等离子体条件下,

如 $a = 1\mu\text{m}$, $n_i = 5 \times 10^9 \text{cm}^{-3}$ (且 $n_i = 0.6n_\infty$), $T_e = 3\text{eV}$, $T_i/T_e = 10^{-2}$, 鞘层边缘

的 F_{id}^c 和 F_{id}^o 分别近似为:

$$F_{id}^o \approx a^2 n_\infty k T_e \left[\frac{eV(a)}{k T_e} \right] \ln \left(1 + \frac{c^2}{\beta^2} \right), \quad (3.22)$$

$$F_{id}^c \approx a^2 n_e k T_e \left[1 + \left| \frac{e V(a)}{k T_e} \right| \right]. \tag{3.23}$$

对于 $\beta \ll 1$ (小粒子情况), 计算出的收集力比轨道力小得多。当 β 很大时 (大颗粒情况), 收集力远大于轨道力。

(5) 重力的表达式为: $F_g = m_d g$, 其中 g 是重力加速度。

3.1.2 单个尘埃颗粒在鞘层中的振荡

尘埃颗粒在鞘层中的动力学行为是相当复杂的问题, 原因在于鞘层的性质和到达尘埃表面的充电电流是复杂的, 然而许多近似和简化使得处理这个问题成为可能。1994 年 Winske 和 Jones, 1997 年 Elskens 等人以及 2002 年 Shukla 分别使用流体模型研究了等离子体鞘层边界的尘埃颗粒的动力学行为[72,73,110], 采用不同的近似和假设, 使用流体模型计算电子和离子密度、电场强度和尘埃颗粒所带的电荷。在本章里, 我们将研究不同作用力 (重力、离子拉力、中性粒子拉力、电场力、磁场力) 对尘埃颗粒振荡的贡献以及负离子与磁场对尘埃颗粒振荡的影响。

最近, 磁性尘埃颗粒在具有外加非均匀磁场的等离子体鞘中的动力学行为引起人们的兴趣。外加磁场可以提升颗粒的平衡位置, 这可为颗粒的带电量 and 鞘层的厚度提供一个新的诊断方法。本章将讨论磁场对尘埃颗粒振荡的影响, 在下一章中会研究磁场对晶格波色散关系的影响。

早期, 人们就在胶体中应用磁性颗粒来研究晶格的形成和颗粒凝聚, 相变以及它们的光学性质和磁性质。这种磁性颗粒一般由掺以一定比例铁粉以及三氧化

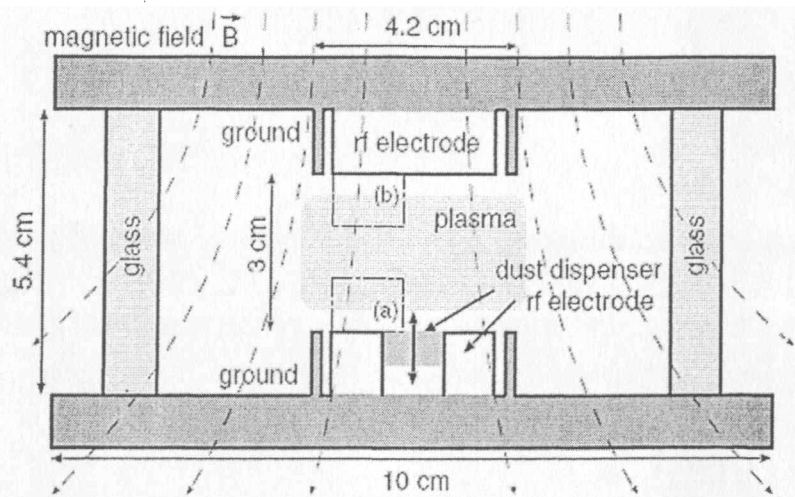


图 3.1 外加磁场的射频等离子体装置图, 磁性尘埃悬浮在等离子体鞘层中。摘自文献[29]。

二铁和四氧化三铁的塑料制成, 这种颗粒处于磁场中将被磁化而具有磁矩, 而移

去磁场时，其上没有剩磁[29]。

2003 年，Samsonov 等人研究了悬浮在等离子体中的磁性尘埃颗粒在外磁场的作用下的受力及凝聚行为[29]。图 3.1 为研究具有外加磁场时射频等离子体中磁性尘埃振荡特性的原理图。他们采用的是电容耦合的射频放电，放电室由两个接地的平行板电极构成，磁场由与反应室共轴的通电线圈产生。颗粒具有磁性，在外场中会磁化并获得磁矩，

$$m = \frac{4\pi r_p^3 (\mu - 1)}{\mu_0 (\mu + 2)} B, \quad (3.24)$$

其中 r_p 是颗粒半径， μ_0 是真空中磁导率， μ 是磁导率， B 是磁场强度。如果磁场是各向异性的，颗粒会受到力的作用，

$$\mathbf{F}_m = (\mathbf{m} \cdot \nabla) \mathbf{B}. \quad (3.25)$$

3.2 磁性球形尘埃颗粒在电负性鞘层中的受力

下面我们将使用上一章建立的含负离子的一维射频碰撞鞘层模型，讨论具有外加磁场和负离子对尘埃颗粒振荡的影响。其中假设外磁场较小，对鞘层模型的影响忽略不计。

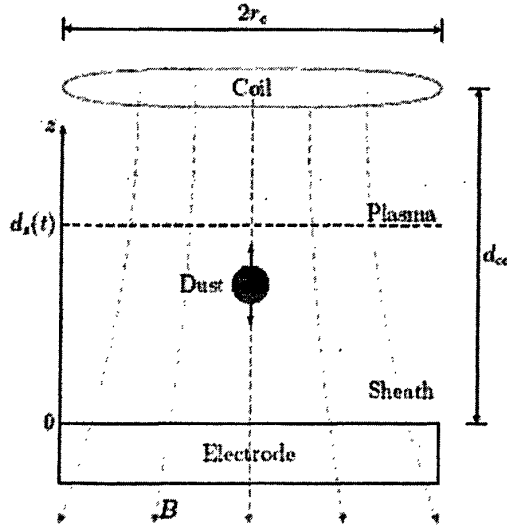


图 3.2 鞘层中的磁性尘埃颗粒在非均匀磁场中的悬浮

在上述鞘层基础上外加非均匀磁场，考察磁性尘埃颗粒在鞘层中的振荡行为，如图 3.2 所示。电流线圈是产生磁场的常用方法，本文只考虑线圈轴线附近的磁场和尘埃的振动，由于线圈轴线附近的磁场横向梯度较小，本文将其忽略，因此考察的问题仍然是一维的。

3.2.1 电场力

下面研究尘埃颗粒的充电和极化过程。由于鞘层中带电子子的作用，尘埃颗粒在鞘层中会带上电荷。当球形尘埃的半径 $r_d \ll \lambda_D$ 时，充电可采用 OML(Orbit Motion Limited)模型描述。由于尘埃充电时间尺度远小于尘埃位置变化的时间尺度，所以只考虑时间平均的充电效应。假设尘埃是半径为 r_d 的球体，正离子、电子和负离子对尘埃的平均充电电流分别为[5]：

$$I_{ch+} = \pi r_d^2 e \bar{n}_+ \bar{v}_{ch+} \left(1 - \frac{2e\phi_d}{m_+ \bar{v}_{ch+}^2} \right), \quad (3.26)$$

$$I_{che} = -\pi r_d^2 e \bar{n}_e \bar{v}_e \exp(\phi_d / T_e), \quad (3.27)$$

$$I_{ch-} = -\pi r_d^2 \chi_- e \bar{n}_- \bar{v}_- \exp(\chi_- \phi_d / T_-), \quad (3.28)$$

其中 $\bar{v}_{ch+} = \sqrt{\frac{8eT_+}{\pi m_+} + \bar{v}_+^2}$ 为正离子到达尘埃的平均速度，它由热速度和正离子

流平均速度 $\bar{v}_+(z) = \frac{\omega_{rf}}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_{rf}} v_+(z, t) dt$ 构成； $\bar{v}_e$ 、 $\bar{v}_-$ 分别为电子和负离子的热速度；

ϕ_d 为尘埃表面的悬浮电势。由(2.30) (2.4)(2.5)式可得各粒子的平均数密度：

$$\bar{n}_+(z) = \frac{\omega_{rf}}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_{rf}} \frac{-v_{+0} n_{+0}}{v_+(z, t)} dt = -v_{+0} n_{+0} \left\langle \frac{1}{v_+} \right\rangle, \quad (3.29)$$

$$\bar{n}_e(z) = \frac{\omega_{rf}}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_{rf}} n_{e0} \exp \left[\frac{\phi(z, t)}{T_e} \right] dt = \varepsilon n_{+0} \left\langle \exp \left(\frac{\phi}{T_e} \right) \right\rangle, \quad (3.30)$$

$$\bar{n}_-(z) = \frac{\omega_{rf}}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_{rf}} n_{-0} \exp \left[\frac{\chi_- \phi(z, t)}{T_-} \right] dt = (1 - \varepsilon) n_{+0} \left\langle \exp \left(\frac{\chi_- \phi}{T_-} \right) \right\rangle, \quad (3.31)$$

其中算符“ $\langle \rangle$ ”表示对其中的第二章所讨论的相应鞘层物理量求时间平均，

即 $\langle \rangle = \frac{\omega_{rf}}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_{rf}} dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\tau$ 。当充电达到平衡状态时应有：

$$I_{ch+} + I_{che} + I_{ch-} = 0. \quad (3.32)$$

因为 $r_d \ll \lambda_D$ ，故鞘层中的尘埃颗粒可看作孤立的球形电容器，其电容为：

$$C_d = 4\pi\epsilon_0 r_d. \quad (3.33)$$

尘埃颗粒悬浮电势 ϕ_d 、电容 C_d 和电量 Q_d 的关系为：

$$Q_d = C_d \phi_d. \quad (3.34)$$

从(3.32)式原则上可以解出尘埃的悬浮电势 ϕ_d ，它与尘埃的位置有关，即 $\phi_d = \phi_d(z)$ 。再代入(3.34)式，即可求得尘埃的带电量。

为方便配合第二章的归一化方程，增设归一化变量：

$$\bar{u}_{ch+} = \frac{\bar{v}_{ch+}}{c_s} = \sqrt{\frac{8T_+}{\pi T_e} + \bar{u}_+^2}, \quad (3.35)$$

$$\Phi_d = e\phi_d / T_e. \quad (3.36)$$

把(3.26)-(3.30)(3.38)式代入(3.32)式并归一化得到关于电荷平衡方程：

$$u_0 \bar{u}_{ch+} \left\langle \frac{1}{u_+} \right\rangle \left(1 - \frac{2\Phi_d}{\bar{u}_{ch+}^2} \right) + \sqrt{\frac{8m_+}{\pi}} \left[\varepsilon \frac{1}{\sqrt{m_e}} \langle \exp(\Phi) \rangle \exp(\Phi_d) + \frac{1-\varepsilon}{\sqrt{\kappa m_-}} \langle \exp(\chi_- \kappa \Phi) \rangle \exp(\chi_- \kappa \Phi_d) \right] = 0. \quad (3.37)$$

(3.37)式是一个一元非线性代数方程，可以用迭代法求数值解，迭代格式可以如下构造：

$$\Phi_d^{(n+1)} = \ln \left\{ \frac{-\sqrt{m_e}}{\varepsilon \langle \exp(\Phi) \rangle} \left[u_0 \left\langle \frac{1}{u_+} \right\rangle \sqrt{\frac{\pi}{8m_+}} \bar{u}_{ch+} \left(1 - \frac{2\Phi_d^{(n)}}{\bar{u}_{ch+}^2} \right) + \frac{1-\varepsilon}{\sqrt{\kappa m_-}} \langle \exp(\chi_- \kappa \Phi) \rangle \exp(\chi_- \kappa \Phi_d^{(n)}) \right] \right\}. \quad (3.38)$$

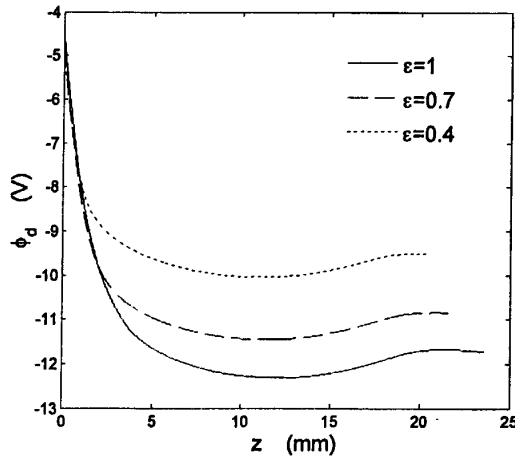


图 3.3 不同负离子含量时尘埃的悬浮电势随尘埃在鞘层的位置而变化。

数值求解(3.38)式得到 Φ_d 的分布曲线如图3.3所示。由图可见, 尽管负离子对鞘层结构影响不大, 但对尘埃的充电有较大影响。由于负离子充电能力比电子小, 所以负离子存在时尘埃悬浮电势较高(绝对值较小)。由(3.34)式知, 尘埃带电量与悬浮电势成正比关系, 所以尘埃带电量的分布曲线在形状上跟图3.3是一样的, 只差一个比例因子而已。带电尘埃在电场中受力为:

$$\bar{F}_E = Q_d \bar{E}。 \quad (3.39)$$

由于鞘层中有较强的电场, 尘埃还会产生电极化, 极化强度为:

$$\bar{p} = 4\pi\epsilon_0 r_d^3 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \bar{E}, \quad (3.40)$$

其中 ϵ_r 是尘埃物质的相对介电常数。然而, 极化尘埃在非均匀电场中所受极化力 $\bar{F}_{pol} = -(\bar{p} \cdot \nabla) \bar{E}$ 比重力小6个量级[180], 故可以将其忽略。

3.2.2 磁场力

当球形尘埃具有磁性时, 它在磁场中将获得磁矩[29]:

$$\bar{M} = \frac{4\pi r_d^3}{\mu_0} \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2} \bar{B}, \quad (3.41)$$

其中 μ_r 是相对磁导率。在非均匀磁场中, 它将受到磁场力:

$$\bar{F}_M = (\bar{M} \cdot \nabla) \bar{B}。 \quad (3.42)$$

如图3.2所示, 设线圈为细导线绕成的圆, 半径为 r_c , 线圈与鞘层极板之间的距离为 d_{ce} , 线圈总电流为 I_c , 则在轴上产生的磁场为:

$$B(z) = -\frac{\mu_0 I_c r_c^2}{2[r_c^2 + (d_{ce} - z)^2]^{3/2}}。 \quad (3.43)$$

磁场梯度为:

$$\frac{dB}{dz} = -\frac{3\mu_0 I_c r_c^2 (d_{ce} - z)}{2[r_c^2 + (d_{ce} - z)^2]^{5/2}}。 \quad (3.44)$$

由(3.41)-(3.44)式可得尘埃所受磁场力为:

$$F_M = \frac{4\pi r_d^3}{\mu_0} \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2} \cdot B \cdot \frac{dB}{dz} = \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2} \cdot \frac{3\pi r_d^3 \mu_0 I_c^2 r_c^4 (d_{ce} - \lambda_{De} \xi)}{[r_c^2 + (d_{ce} - \lambda_{De} \xi)^2]^4}。 \quad (3.45)$$

3.2.3 离子拉力

正离子在鞘层中受到电场的加速, 具有定向运动速度, 形成正离子流。定向

运动的正离子与带电尘埃颗粒碰撞产生的力称为正离子拉力 (drag force)。这里使用 Barnes 等人的离子拉力模型[75]。此模型中离子 Drag 力由收集力和轨道力两部分组成；前者来源于被尘埃颗粒收集的正离子的动量运输，后者来源于被尘埃颗粒散射的动量运输。根据基于双碰撞的有限轨道理论 (OML)，它们的表达式为[75]：

$$F_{id}^c = \pi b_c^2 n_+ m_+ \bar{v}_{ch+} = -\pi b_c^2 e T_e n_{+0} u_{+0} \bar{u}_{ch+}, \quad (3.46)$$

$$F_{id}^o = 2\pi b_o^2 n_+ m_+ \bar{v}_{ch+} \ln \left(\frac{b_o^2 + \lambda_D^2}{b_o^2 + b_c^2} \right) = -2\pi b_o^2 e T_e n_{+0} u_{+0} \bar{u}_{ch+} \ln \left(\frac{b_o^2 + \lambda_D^2}{b_o^2 + b_c^2} \right), \quad (3.47)$$

其中 λ_D 为式给出的 Debye 长度， b_o 、 b_c 分别为库仑半径和收集半径，定义为：

$$b_c = r_d \sqrt{1 - \frac{2e\phi_d}{m_+ \bar{v}_{ch+}^2}} = r_d \sqrt{1 - \frac{2\Phi_d}{\bar{u}_{ch+}^2}} \quad (3.48)$$

$$b_o = r_d \frac{e\phi_d}{m_+ \bar{v}_{ch+}^2} = r_d \frac{\Phi_d}{\bar{u}_{ch+}^2}, \quad (3.49)$$

$\bar{v}_{ch+}$ 为正离子到达尘埃表面的平均速度。总的正离子 Drag 力为收集力和轨道力之和：

$$F_{id} = F_{id}^c + F_{id}^o. \quad (3.50)$$

负离子被假设在鞘层中服从 Boltzmann 分布，对尘埃没有拉力作用。

3.2.4 中性粒子拉力

中性粒子对尘埃的拉力 (drag force) 为[5]：

$$F_n = -\frac{8}{3} \sqrt{2\pi} r_d^2 m_n n_n \bar{v}_n v_d = -2m_d \gamma_d \dot{z}, \quad (3.51)$$

其中 m_n 、 n_n 和 $\bar{v}_n$ 分别为中性粒子的质量、数密度和平均热速度， v_d 为尘埃颗粒

的运动速度，它是坐标的一阶导数，故又写作 $\dot{z}$ ， $\gamma_d = \frac{4\sqrt{2\pi}}{3m_d} r_d^2 m_n n_n \bar{v}_n$ 相当于尘埃的摩擦系数。

3.3 磁性球形尘埃颗粒在电负性鞘层中的振荡

以上讨论的尘埃颗粒受力可分为两类：摩擦力和与位置相关的力。所以尘埃颗粒运动的牛顿方程为：

$$m_d \ddot{z} = F_{total} = F_{damp} + F(z), \quad (3.52)$$

其中 F_{damp} 和 $F(z)$ 分别表示摩擦力和与位置相关的力。上文讨论的尘埃颗粒受力，其中只有中性粒子拉力属于摩擦力，直接将其代入上式即得：

$$\ddot{z} + 2\gamma_d \dot{z} = F(z)/m_d, \quad (3.53)$$

$F(z)$ 是各种与位置相关的力之和：

$$F(z) = \sum_i F_i(z). \quad (3.54)$$

显然如果存在 z_0 使

$$F(z_0) = \sum_i F_i(z_0) = 0, \quad (3.55)$$

则尘埃颗粒可以静止悬浮在 z_0 位置。把 $F(z)$ 在 z_0 附近作 Taylor 展开，保留到线性项得：

$$F(z) = \sum_i F_i(z) \cong F(z_0) + F'(z_0) \times (z - z_0) = \sum_i F'_i(z_0) \times (z - z_0). \quad (3.56)$$

上式最后一步已将(3.55)式代入。(3.56)式代入(3.53)式得：

$$\ddot{z} + 2\gamma_d \dot{z} = \frac{\sum_i F'_i(z_0)}{m_d} (z - z_0). \quad (3.57)$$

如果 $\sum_i F'_i(z_0) < 0$ ，则(3.57)式成为一个阻尼振荡方程，平衡位置为 z_0 ，无阻尼时圆频率的平方为：

$$\Omega^2 = -\sum_i F'_i(z_0)/m_d = \sum_i \Omega_i^2, \quad (3.58)$$

其中 $\Omega_i^2 = -F'_i(z_0)/m_d$ 。

如果不存在使得 $F(z_0) = 0$ 的 z_0 ，或者 $F'(z_0) > 0$ ，则尘埃颗粒不能稳定约束在此区域。当尘埃颗粒可以稳定约束时，阻尼系数对振荡的影响为：

(i) 当 $\gamma_d < \Omega$ 时，尘埃颗粒作欠阻尼振荡，圆频率为 $\sqrt{\Omega^2 - \gamma_d^2}$ ；

(ii) 当 $\gamma_d > \Omega$ 时，为过阻尼情况，尘埃颗粒不振荡，而会缓慢趋于平衡位置 z_0 ；

(iii) 当 $\gamma_d = \Omega$ 时，为临界阻尼情况，尘埃颗粒也不振荡，但趋于平衡位置 z_0 的速度比过阻尼情形要快。

由于这里没有外界的周期性扰动，所考虑的尘埃颗粒受力均为鞘层或尘埃颗粒的固有特性，所以此处讨论的振荡是尘埃颗粒的固有振荡，有别于受周期性外力的受迫振荡和共振。(3.58)式给出的是尘埃颗粒的固有振荡频率。

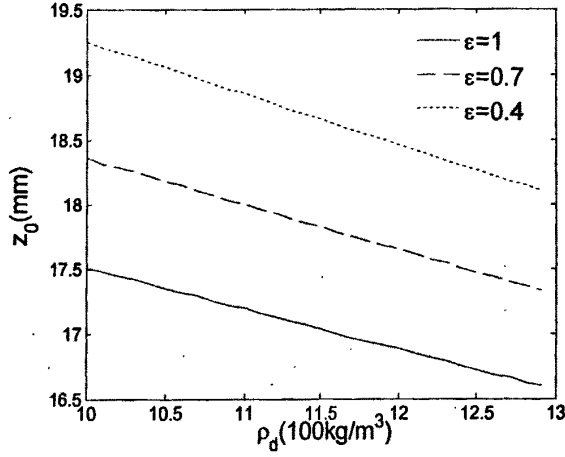


图 3.4 负离子含量不同时尘埃颗粒的平衡位置与尘埃颗粒的质量密度的关系

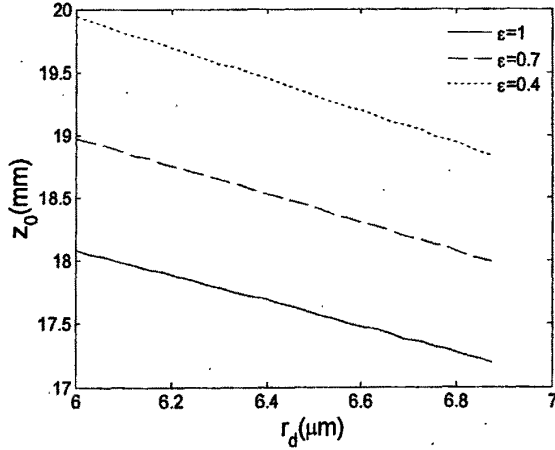


图 3.5 负离子含量不同时尘埃颗粒的平衡位置与尘埃颗粒的半径的关系

数值计算具体参数采用： $n_{e0} = 3 \times 10^8 \text{ cm}^{-3} = 3 \times 10^{14} \text{ m}^{-3}$ ，极板面积 $A = 410 \text{ cm}^2 = 0.041 \text{ m}^2$ ，射频圆频率 $\omega_H = 2\pi \times 1 \text{ MHz}$ ，射频功率 $P_H = 1 \text{ W}$ 。碰撞参数 $n_n \sigma_s = 1.3452 \times 10^3 / \text{m}$ 。分别取 $\epsilon = 1$ ， $\epsilon = 0.7$ ， $\epsilon = 0.4$ 。

首先考察无磁场情况下尘埃平衡位置与其质量密度的关系。取尘埃半径 $r_d = 8 \mu\text{m}$ ，得到平衡曲线如图 3.4 所示。由图 3.4 看出，负离子的存在提升平衡位置。

求解方程 (3.55) 可以得到尘埃在鞘层中的平衡位置。在无磁场情况下，考察尘埃的平衡位置与其半径的关系。取尘埃质量密度 $\rho_d = 1500 \text{ kg/m}^3$ ，得到如图 3.5 的曲线。可以看到当尘埃悬浮在鞘层上方时，有负离子存在提升平衡位置。

当负离子存在时，电场增强（由于功率不变），尘埃带电量减小（悬浮电势绝对值减小）；综合效果对于本情况是电场力增强，尘埃平衡位置有所上升，但

这并不是适于所有情况的。

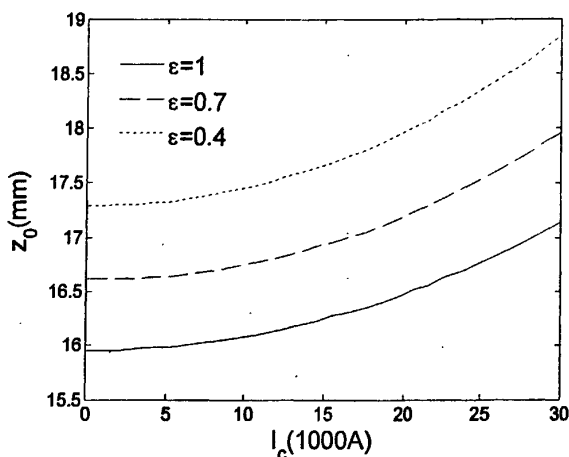


图 3.6 负离子含量不同时, 尘埃的平衡位置同线圈电流的关系

给线圈加上电流产生磁场, 考察尘埃平衡位置随线圈电流的变化。取尘埃相对磁导率 $\mu_r = 4$, 半径 $r_d = 8\mu m$, 质量密度 $\rho_d = 1500 kg/m^3$, 线圈半径 $r_c = 0.2m$, 线圈到极板距离 $d_{ce} = 0.28m$, 得到如图 3.6 的平衡曲线。可以看到磁场把尘埃的平衡位置上提。

以上讨论了尘埃颗粒在鞘层上方的悬浮, 其实尘埃在鞘层下方很接近极板的地方还有一个平衡位置, 但是下文会提到尘埃在那个平衡点是无法稳定的, 所以这里不探讨尘埃在鞘层下方的平衡位置。

由于以上已经完整归纳了阻尼系数对振荡频率的影响, 所以这里只讨论无阻尼的振荡圆频率 Ω 。由(3.58)式知, 尘埃振荡圆频率平方是各种受力对其贡献的直接叠加, 所以可以对每个力的贡献单独讨论。以下分别考察各种受力对频率的贡献。

显然重力与位置无关, 即 $F'_g = -\frac{\partial(m_d g)}{\partial z} = 0$, 它对振荡频率没有贡献。

电场力对圆频率平方的贡献为:

$$\Omega_E^2 = -F'_E(z_0)/m_d = -(Q_d E'_0)/m_d, \quad (3.59)$$

下标 0 表示在平衡位置 z_0 处取值。从图 3.7 的电场力分布曲线可以看到, 在鞘层的大部分区域, 随坐标增加电场力是递减的, 即 $F'_E < 0$, 所以振荡是稳定的。但在很靠近极板的区域电场力却是递增的, 所以尘埃颗粒在此区域是无法稳定的, 这就是上面讨论平衡位置时不考虑极板附近的平衡位置的原因。从图 3.7 可以看到负离子存在时电场力梯度较小, 故振荡频率会相应下降。

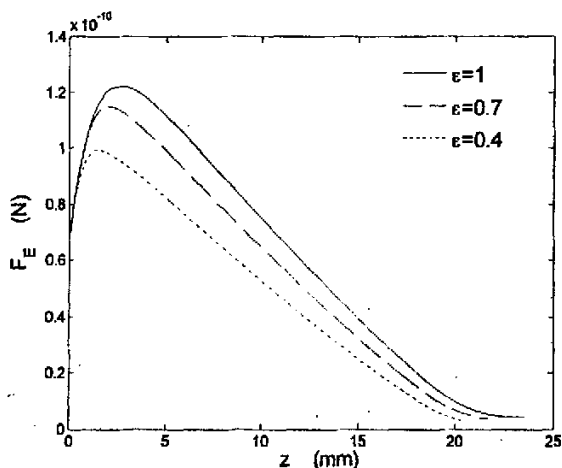


图 3.7 负离子含量不同时，电场力和位置的关系。

当加上磁场时，磁场对圆频率平方的贡献为：

$$\Omega_M^2 = -\frac{F'_M(z_0)}{m_d} = \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2} \cdot \frac{3\pi r_d^3 \mu_0 I_c^2 r_c^4 [r_c^2 - 7(d_{ce} - z_0)^2]}{m_d [r_c^2 + (d_{ce} - z_0)^2]^5} \quad (3.60)$$

当 $\Omega_M^2 > 0$ ，即 $r_c > \sqrt{7}(d_{ce} - z_0)$ 时，磁场是致稳的。否则当 $r_c < \sqrt{7}(d_{ce} - z_0)$ 时， $\Omega_M^2 < 0$ ，磁场将贡献不稳定性。当然磁场贡献的不稳定性不一定导致尘埃运动不稳定，只要其它力的致稳性可以抵消磁场贡献的不稳定性，总的圆频率平方 $\Omega^2 > 0$ ，尘埃的运动就是稳定的，此时磁场的作用表现为降低振荡频率。

如果在本体等离子体内部没有电场和定向离子流，设有一个尘埃颗粒在本体等离子体中存在平衡位置使得它所受重力和磁场力平衡。如果磁场满足 $r_c > \sqrt{7}(d_{ce} - z_0)$ ，而没有其他不稳定性，尘埃颗粒将可以被磁场约束在本体等离子体中。反之，若磁场不满足 $r_c > \sqrt{7}(d_{ce} - z_0)$ ，尘埃颗粒将会运动到上鞘层或下鞘层而不能约束在本体等离子体内部。

由于正离子拉力中含有不能解析表达的 $\phi_d(z)$ ，所以只能从数值看其对振荡频率和稳定性的贡献。从正离子拉力的空间分布图 3.8 可以看到， $F'_{id} < 0$ ，从而 $\Omega_{id}^2 > 0$ ，即正离子拉力是致稳的，它的存在将提高尘埃颗粒的振荡频率。负离子含量不同时，正离子拉力的差异主要来自尘埃颗粒悬浮电势的差别。

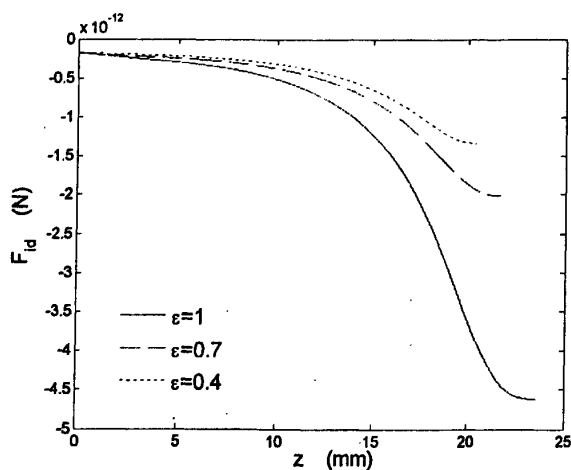


图 3.8 负离子含量不同时离子拉力与位置关系

3.4 磁场强度和负离子对振荡的影响

把中性气体设为氩理想气体，并取参数如下：温度 $T_n = 0.05eV$ ，压强 $p = 10Pa$ ，可求得 $\gamma_d = 3.0533$ 。取磁场参数 $r_c = 0.2m$ ， $d_{ce} = 0.28m$ 。使用 Verlet 速度算法对振荡的动力学过程进行模拟。分别取线圈电流 $I_c = 0$ ， $I_c = 15kA$ ， $I_c = 30kA$ ，无负离子时，得到如图 3.9 所示的阻尼振荡图像。从图 3.9 可看出磁场对平衡位置的提升和对频率的降低作用。取 $I_c = 10kA$ ，对不同负离子含量的情况进行模拟，得到图 3.10 的结果。可以看到负离子存在时会降低振荡频率。至于从图 3.10 看到的负离子对平衡位置的提升作用，则并不是必然的，这与无负

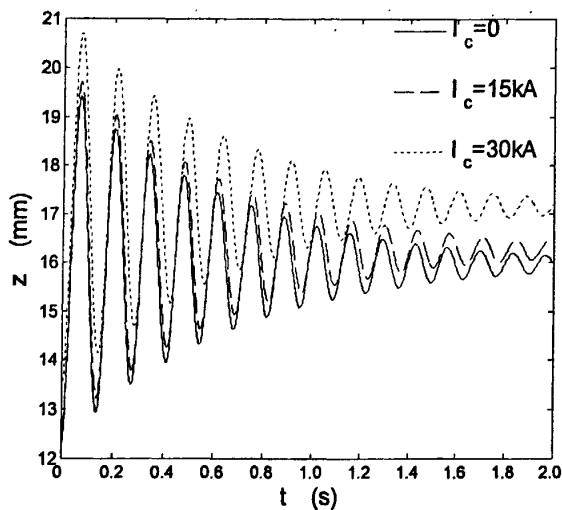


图 3.9 振荡的动力学过程尘埃的位置随时间的变化

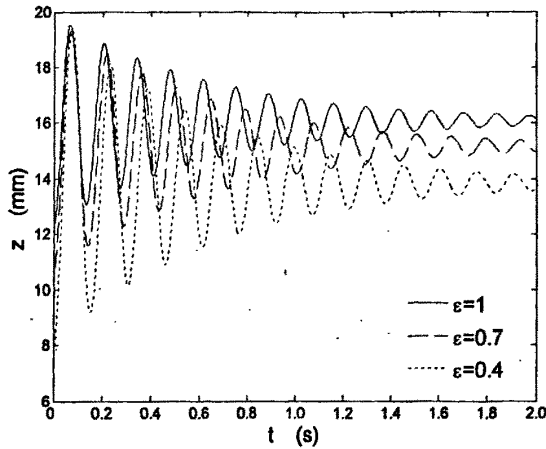


图 3.10 不同负离子含量时，振荡的动力学过程尘埃的位置随时间的变化

离子时尘埃的平衡位置有关，这在前面的论述中已经分析过。负离子存在时，频率有所下降，这是由于负离子存在时电场力梯度和正离子拉力梯度均减小（图 3.7，图 3.8）而产生的效果。

3.5 本章小结

本章讨论了外加非均匀磁场时，磁性尘埃在鞘层中的受力和振荡行为，研究了各种作用力对振荡频率的贡献，分析了外加磁场及负离子对振荡的影响。

研究表明：

重力对振荡频率没有贡献，离子拉力是致稳的，在鞘层（除了紧靠近极板）的大部分区域，电场力是致稳的，磁场是否致稳要考虑具体的装置位形、线圈参数和平衡位置。

在本章磁场构形中，磁场对平衡位置有提升作用，并且会降低振荡频率。

负离子存在时会降低振荡频率。

第四章 磁性尘埃晶格波

本章在第二和第三章研究的基础上研究电负性等离子体中的磁性尘埃晶格波。首先介绍有关尘埃晶格和晶格波的基本概念,尘埃粒子间的相互作用势模型以及已有的晶格波的研究情况。第二到第四小节研究一维磁性尘埃链中传播的纵波和横波,给出有关参数(如尘埃间距,负离子含量等)对色散关系的影响;第五小节研究二维六角晶格中传播的横波,以及有关参数对色散关系的影响。最后给出本章的小结。

4.1 背景介绍

4.1.4 尘埃晶格和晶格波

根据尘埃颗粒的耦合程度可以将尘埃等离子体分为弱耦合尘埃等离子体和强耦合尘埃等离子体。1986年, Ikezi 就从理论上预言了当尘埃等离子体中尘埃颗粒之间的静电相互作用能远远超过它们的随机热能时,可能发生库仑凝聚现象而形成有序的晶格结构[181]。尘埃等离子体中尘埃颗粒之间的静电相互作用能与它们的随机热能的比值可以定义为:

$$\Gamma = \frac{q^2/d}{kT} \exp(-d/\lambda_d), \quad (4.1)$$

Γ 为耦合系数, q 为尘埃颗粒带电量, d 为尘埃颗粒间距, T 为尘埃颗粒的温度, λ_d 为德拜长度。可以看到对于尘埃颗粒,带电量较大,而温度较低,相比等离子体的其它成分更容易发生耦合。

另外定义

$$\kappa = d/\lambda_d, \quad (4.2)$$

即尘埃间距与其德拜长度的比值。

理论预言,当 $\Gamma \geq \Gamma_c = 172$ 且 $\kappa \leq 1$ 时,尘埃颗粒会发生结晶现象。在此之后,在实验上也观察到尘埃晶格[7,182-184]。

当尘埃颗粒形成晶格后,波谱变得与固体中的波谱相似,出现了被称为尘埃晶格波(DLW)的一个纵波模和两个横波模。人们对这些波模进行了大量的实验、理论以及计算机模拟方面的研究。比如 Homann 等人在 1997 年研究了在射频放电鞘层中的一维链状结构的尘埃颗粒,使用激光束作用在第一个尘埃颗粒

上,产生扰动,从而产生晶格波[79]。Samsonov 等人在 2005 年研究了二维六角分布的尘埃晶格中传播的晶格波[97]。2001 年, Xiaogang Wang 等人研究了包含阻尼情况下的 Yukawa 晶格中的纵波模和横波模,得到二维六角晶格和三维体心和面心立方晶格的色散关系[89]。2003 年, YanHongLiu 等人采用分子动力学方法模拟了二维尘埃晶格中波的色散关系[99]。

4.1.1 尘埃晶格波的研究方法

目前在理论上研究尘埃晶格波广泛使用的方法是 Melandso 首次提出的凝聚态物理中的解析展开方法[76]。这种方法基于分析单个颗粒的运动方程,这就要知道尘埃-尘埃之间的相互作用势和所受的外力的形式,由相互作用势可以求出尘埃之间的相互作用力。

文献中通常使用的相互作用势是颗粒之间的屏蔽 Coulomb 势,而电子和离子的作用以间接的方式包含在这个模型里,它们提供了库仑相互作用。有实验验证二维系统中屏蔽 Coulomb 势是颗粒之间相互作用的很好的近似[185]。

外力包含除中性原子拉力以外的所有外在作用力(如约束、激励、热噪声等),而中性原子拉力单独写在方程的左边,这样对问题的分析是方便的,因为本征模并不依赖于中性原子拉力。

在处理具体的问题时,通常考虑尘埃颗粒小幅振荡和近邻颗粒的相互作用。当晶格远离融解时,可以忽略颗粒的热运动,尘埃颗粒小幅振荡常常采用激光扰动或线圈激励来作为扰动源。在尘埃等离子体中,单个尘埃颗粒的微观电势可以很好地被等离子体屏蔽,当颗粒间距大于屏蔽长度时,我们可以只考虑近邻颗粒的相互作用。

Melandso 研究了一维链状晶格中传播的纵波,对于线性波,颗粒偏离平衡位置的位移远小于颗粒之间的平均间距,色散关系的形式为[76]:

$$\omega^2 = \frac{2}{\pi} \omega_{pd}^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-xn)}{n^3} \left(1 + xn + \frac{x^2 n^2}{2} \right) \sin^2 \frac{nk\Delta}{2}, \quad (4.3)$$

求和遍及链中所有颗粒,对于较大的 $x(\Delta \gg \lambda_D)$, 简化为只考虑第一项,即:

$$\omega \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \omega_{pd} \left(1 + x + \frac{x^2}{2} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{x}{2}\right) \sin \frac{k\Delta}{2}, \quad (4.4)$$

当 $k\Delta \ll 1: \omega = C_{DL} k$, 类声波的色散关系出现, (4.4) 式在尘埃等离子体物理中起到重要的作用,因为一维链状强相互作用颗粒相对容易在实验中实现。进一步地, (4.4) 式可以对有序尘埃等离子体结构中波频的性质作出简单的估计。如果考虑到尘埃颗粒和中性原子的碰撞,可以在(4.3)式左边用 $\omega(\omega + iv_{dn})$ 取代 ω^2 。

Vladimirov 等人研究了强相互作用的尘埃颗粒水平链的垂直振荡, 假设了库仑相互作用和近邻颗粒相互作用[155], 色散关系为:

$$\omega^2 = \Omega_v^2 - \frac{\omega_{pd}^2}{\pi} \exp(-x)(1+x) \sin^2 \frac{k\Delta}{2}, \quad (4.5)$$

另外 Homann 等人研究了二维尘埃晶格中传播的纵波的色散关系[87], Wang 等人研究了二维晶格中传播的纵波和横波以及三维体心和面心立方晶格中传播的波的色散关系[89]。

4.1.2 负色散关系

实验和理论上研究最多的是一维链状和二维层状的带电尘埃颗粒形成的晶格结构。最近的研究表明一维链状带电尘埃颗粒中可以传播压缩的声波和扭曲的类光学的横波模式。在二维晶格中最常见的是二维六角晶格, 在实验和理论上研究也比较多。横波可以根据颗粒是否在平面内振荡分为两类。其中一类是尘埃颗粒在尘埃点阵平面内作振荡所产生的波动模式; 另一类是尘埃颗粒在垂直于尘埃点阵平面作振荡运动所产生的扭曲模。二维尘埃等离子体晶格色散关系的数值模拟表明它会从起初的长波段的反转的类光学的性质(负色散关系)变到短波段的正常的色散关系[103](正色散关系)。

2003年, K. Qiao and T. W. Hyde使用数值模拟方法研究了二维尘埃晶格中颗粒垂直晶格面运动所传播的横波。当波数低于临界值时得到类光学的反转色散关系, 波数高于临界值时, 色散关系变为正色散关系。他们发现负色散关系与尘埃颗粒的间距和德拜长度有关, 而正色散关系与传播角有关。同样, 用解析理论也获得了类似的色散关系[81]。

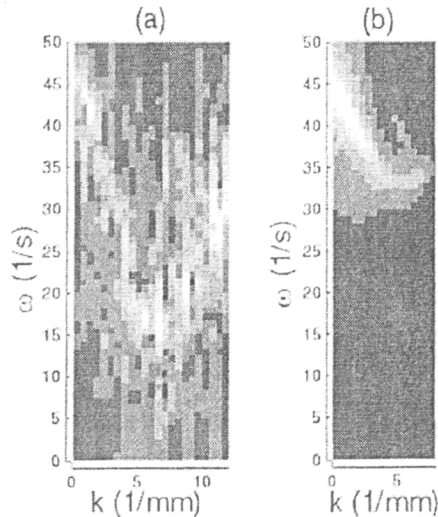


图 4.1 K. Qiao 和 T. W. Hyde 通过数值模拟获得的色散关系, 摘自文献[81]。

2006 年, S. V. Vladimirov 等人用解析的方法研究了在带电尘埃颗粒形成的二维六角晶格中, 颗粒在六角晶格平面外振荡而传播的波模。他们得出二维六角晶格中传播的横波模的色散关系与传播角之间的关系。色散关系使用了最近邻近近似(只考虑相邻尘埃之间的相互作用), 结果表明当波数增加(波长减小)时, 色散关系会由负色散关系转向正色散关系。六角晶格在 xy 平面内, 角度为与 x 轴的夹角[78]。

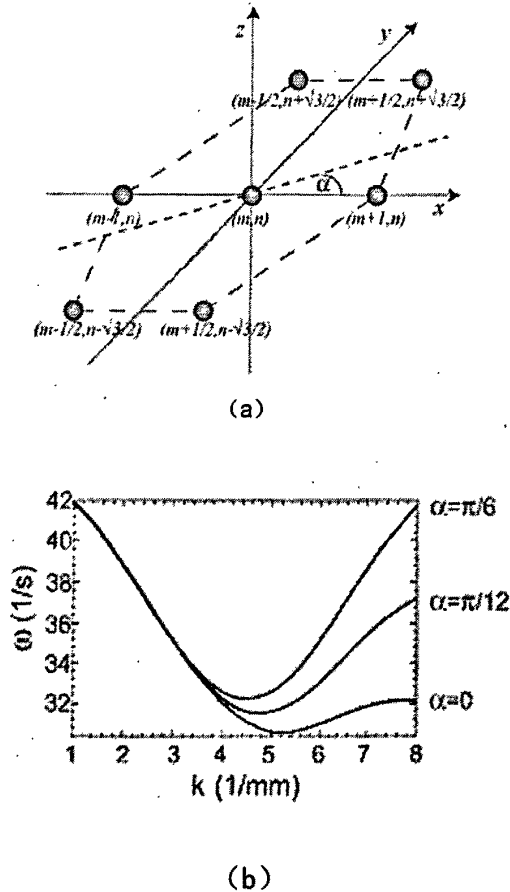


图 4.2 二维六角晶格中色散关系与传播角的关系, 摘自文献[78]。(a) 传播角 (b) 色散关系与传播角的关系

4.1.3 尘埃颗粒之间的相互作用势

尘埃颗粒之间的相互作用通常采用屏蔽 Coulomb 势, 但是这种作用势使得尘埃颗粒之间相互排斥, 尘埃颗粒之所以会形成晶格, 颗粒之间一定会有吸引作用。Tsytovich、Wang 等人对屏蔽 Coulomb 势进行修改, 在其中加入一吸引项。下面将这三种作用势模型分别作一介绍。

屏蔽 Coulomb 势可以表示为[185]

$$U_{i,j} = \frac{q_{di}q_{dj}}{4\pi\epsilon_0} \frac{\exp\left(-\frac{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}{\lambda_D}\right)}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}, \quad (4.6)$$

$U_{i,j}$ 表示第 i,j 个颗粒之间的相互作用势, q_{di}, q_{dj} 分别表示第 i,j 个颗粒所带的电量, λ_D 是德拜半径。 $|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ 表示颗粒之间的距离。

Tsytovich 等人提出的相互作用势表示为[186]

$$U_{i,j} = \frac{q_{di}q_{dj}}{4\pi\epsilon_0} \frac{\exp\left(-\frac{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}{\lambda_D}\right) - \alpha_T}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}, \quad (4.7)$$

α_T 变化范围是从 0 到 1。

Wang 提出的相互作用势为[187,188]:

$$U_{i,j} = \frac{q_{di}q_{dj}}{4\pi\epsilon_0} \frac{\exp\left(-\frac{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}{\lambda_D}\right)}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \left(1 - \frac{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}{2\lambda_D}\right), \quad (4.8)$$

Tsytovich 对吸引势作了如下解释: 在尘埃等离子体中, 两个带有同种电荷的尘埃颗粒会相互吸引, 这种吸引源于集体效应, 吸引的强度和距离与尘埃平均密度有关。集体吸引的效应可以用来从物理上解释实验室中尘埃晶格形成的现象。

带有同种电荷的颗粒之间的相互吸引是通常颗粒物理中没有遇到的新现象, 这可能部分地由于尘埃具有有限的大小以及有吸收等离子体粒子有关。假设两个检验尘埃的长距相互作用 (这样集体效应是重要的), 这个假设是有理由的, 因为实验中尘埃间距比它们的大小大得多。相互作用中集体效应发生在长距的假设可以在最终的结果中得到检验。如果距离另外一个尘埃为 r 的尘埃的电势为 $\phi(r)$, 两个尘埃之间相互作用的势能为 $Q\phi(r)$, 尘埃的电势可以通过静介电常数线性 ϵ_k 描述, 对于两个相互作用尘埃的静电能 $V(r)$ 可以表示为,

$$V(r) = \frac{Q^2}{2\pi^2} \int \frac{\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}{k^2 \epsilon_k}. \quad (4.9)$$

集体效应改变了通常的静介电常数, 当介电常数 ϵ_k 在某一波数 k 范围内为负时, 吸引的可能性出现了, 这意味着当考虑到集体作用时, 静电相互作用能自身可以改变符号。

Wang 对吸引势作了如下解释: 通常两个带有相同电荷的尘埃颗粒在距离小于尘埃等离子体德拜半径之内, 由于 Coulomb 屏蔽作用是相互排斥的。在尘埃颗粒的运动速度大于电子热速度时, 仅考虑颗粒之间的相互作用是成立的。但是在实际的实验条件下, 等离子体中的尘埃颗粒运动很缓慢, 它们总是带着德拜球。

带着德拜球的尘埃颗粒的相互作用势包含了在远距离的吸引成分。这样两颗粒之间的静电能包含两个德拜球、尘埃颗粒-德拜球之间的相互作用，经计算可以表示为：

$$U_{sd} = \frac{q_{di}q_{dj}}{4\pi\epsilon_0 D 2\lambda} \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}{\lambda_D}\right), \quad (4.10)$$

与屏蔽 Coulomb 势(4.6)式相加，即可得到(4.8)式。

本章将研究电负性尘埃等离子体中的晶格波，包括一维链状晶格中传播的横波和纵波以及二维六角晶格中传播的横波。其中尘埃颗粒之间的相互作用势分别采用三种不同的势模型，即屏蔽 Coulomb 势模型、Tsytovich 势模型和 Wang 势模型，比较它们对于色散关系的影响，另外改变尘埃颗粒间距、外磁场、负离子含量，研究它们对于色散关系的影响。

4.2 y 方向上振荡的一维纵波

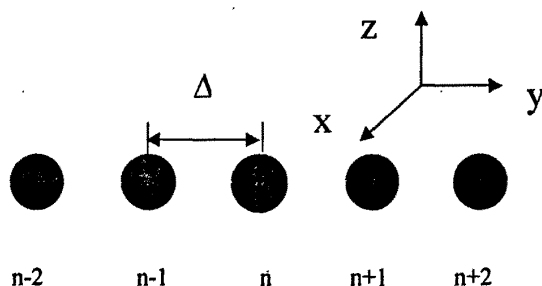


图 4.3 一维链状晶格

设有无穷长磁性尘埃晶格链，其位形和尘埃编号如图 4.3 所示，尘埃颗粒的间距为 Δ 。在这样的一维晶格中，可以传播横波和纵波。Yaroshenko 等人以屏蔽 Coulomb 势和磁相互作用势作为磁性尘埃颗粒的相互作用势，仅考虑了两个相邻尘埃颗粒的相互作用，研究了一维磁性尘埃颗粒的一个横波模[189]，这里对其进行扩展，尘埃相互作用范围推广为所有尘埃颗粒，研究各种振荡方向上的纵横波模。尘埃颗粒在等离子体中由于充电而带负电荷，在磁场的作用下产生磁矩，两尘埃颗粒的磁相互作用势可以表示为[189]：

$$U_{M,n,n\pm p} = \frac{\mu_0 M_0^2}{4\pi} \left[\frac{1}{r_p^3} - \frac{3(z_n - z_{n\pm p})^2}{r_p^5} \right], \quad (4.11)$$

下标 M 指示磁相互作用，下标 $n, n\pm p$ 分别代表第 n 和第 $n\pm p$ 个尘埃颗粒， z_n 表示第 n 个颗粒沿磁场方向的扰动位移， r_p 是颗粒的间距，假设尘埃运动的范围很小，不考虑其磁矩的变化，即 $M_0 = M(z = z_0)$ 。

另外假设电相互作用采用常见的屏蔽 Coulomb 势, 忽略尘埃电荷的变化,
 $Q_0 = Q(z = z_0)$

$$U_{C,n,n\pm p} = \frac{Q_0^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\exp\left(-\frac{r_p}{\lambda_D}\right)}{r_p}, \quad (4.12)$$

由(4.11)(4.12)可以看出尘埃颗粒之间的相互作用势是排斥的, 尘埃相互吸引的物理机制和描述方法是尘埃等离子体研究的一个重要方向, 较经典的有两个模型, 一个是 Tsytovich 模型,

$$U_{T,n,n\pm p} = \frac{Q_0^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\exp\left(-\frac{r_p}{\lambda_D}\right) - \alpha_T}{r_p}, \quad (4.13)$$

另一个是 Wang 模型:

$$U_{W,n,n\pm p} = \frac{Q_0^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\exp\left(-\frac{r_p}{\lambda_D}\right)}{r_p} \left(1 - \frac{r_p}{2\lambda_D}\right), \quad (4.14)$$

α_T 变化范围是从 0 到 1, 本文取 0.3. 这两项都在屏蔽 Coulomb 势后加上吸引项。把以上的三种作用势统一写为以下形式:

$$U_{E,n,n\pm p} = U_{A,n,n\pm p} + \frac{Q_0^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\exp\left(-\frac{r_p}{\lambda_D}\right)}{r_p}, \quad (4.15)$$

其中 $U_{A,n,n\pm p}$ 为作用势中的吸引项。

下面讨论 y 方向振荡所产生的纵波。当尘埃颗粒在 y 方向振荡时, 尘埃颗粒的间距为:

$$r_p = p\Delta + \begin{cases} y_n - y_{n-p}, \\ y_{n+p} - y_n \end{cases}, \quad (4.16)$$

其中 y_n 表示第 n 个尘埃颗粒偏离平衡位置的位移, 尘埃颗粒之间的相互作用势可以写为磁相互作用势与电相互作用势之和, 对势求导可以得到相互作用力。

第 n 个尘埃的运动方程为:

$$m_d \ddot{y}_n + 2m_d \gamma_d \dot{y}_n = (F_{y,n,n-1} + F_{y,n,n+1}) + (F_{y,n,n-2} + F_{y,n,n+2}) + \cdots, \quad (4.17)$$

将有关力的表达式代入上式可得:

$$\ddot{y}_n + 2\gamma_d \dot{y}_n = -\sum_{p=1}^{+\infty} \Omega_p^2 (2y_n - y_{n-p} - y_{n+p}), \quad (4.18)$$

$$\Omega_{\parallel p}^2 = m_d^{-1} \left\{ \frac{\partial^2 U_{A,n,n \pm p}}{\partial r_p^2} \bigg|_{r_p=p\Delta} + \frac{Q_0^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\left[\left(\frac{p\Delta}{\lambda_D} \right)^2 + 2 \left(\frac{p\Delta}{\lambda_D} \right) + 2 \right] \exp\left(-\frac{p\Delta}{\lambda_D} \right)}{(p\Delta)^3} + \frac{\mu_0 M_0^2}{4\pi} \frac{12}{(p\Delta)^3} \right\}$$

设方程有行波解,

$$y_n = A_y \exp(-i\omega t + ikn\Delta), \quad (4.19)$$

代入方程 (4.18) 即:

$$\omega^2 + 2i\gamma_d \omega = 4 \sum_{p=1}^{+\infty} \Omega_{\parallel p}^2 \sin^2 \frac{pk\Delta}{2}. \quad (4.20)$$

下面, 首先讨论 $\gamma_d = 0$ (不考虑中性粒子拉力的阻尼作用), 无负离子和无磁场, 而电相互作用取屏蔽 Coulomb 形式情况下的波动模式。计算相互作用力时, 只考虑最邻近的颗粒。一些具体参数取值如下。鞘层参数: $n_{+0} = 3 \times 10^{14} \text{ m}^{-3}$, $T_e = 3 \text{ eV}$, $T_{neg} = 0.05 \text{ eV}$, $T_i = T_{neg}$, $\kappa = 60$, $\omega_{rf} = 2\pi \times 10^6 \text{ Hz}$, $P_{rf} = 1 \text{ W}$, $A = 0.041 \text{ m}^2$, $|V|_{\max} = 20 \text{ V}$, 其中 n_{+0} 是离子的初始密度, T_e 是电子温度, T_{neg} 是负离子 (O^{2-}) 的温度, T_i 是离子 (A_r^+) 的温度, κ 是 T_e/T_i , ω_{rf} 是射频, P_{rf} 是射频功率, $|V|_{\max}$ 是电极电势的最大值, 尘埃颗粒的参数为: $\rho_d = 1500 \text{ kg/m}^3$, $\Delta = 800 \times 10^{-6} \text{ m}$, $Q_0 = Q(z = z_0)$, $M_0 = M(z = z_0)$, 其中 ρ_d 是尘埃颗粒的密度, 线圈的参数为: $r_c = 0.2 \text{ m}$, $d_{ce} = 0.28 \text{ m}$, $\mu_r = 4$ 。在本章中以后提到的波的色散关系也是取的上述参数。

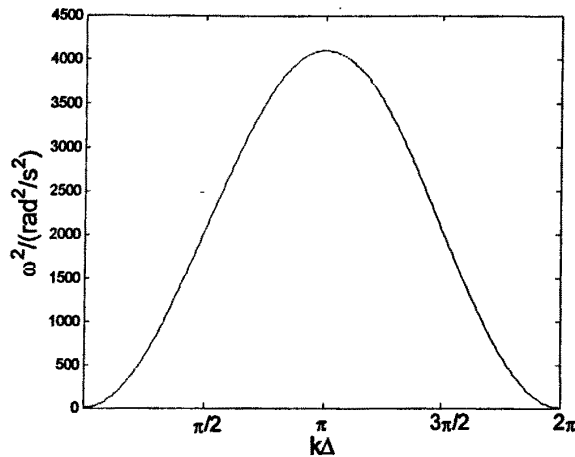


图 4.4 一维尘埃晶格中的纵波的色散关系

数值模拟发现一维尘埃晶格中的纵波的色散关系是以 2π 为周期变换的, 由图 4.4 可以看出色散关系在一个周期内由正色散关系变为负色散关系。

4.2.1 验证近邻近似的合理性

下面研究无负离子, 无磁场情况下, 数值计算分别截断在第一、第二、第三项 (即考虑相邻的 2、4、6 个颗粒之间的相互作用) 时纵波模的色散关系。

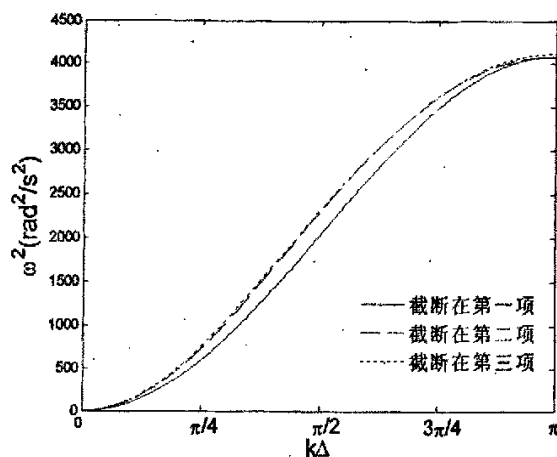


图 4.5 无负离子, 无磁场情况下, 数值计算分别截断在第一、第二、第三项 (即考虑相邻的 2、4、6 个颗粒之间的相互作用) 时纵波模的色散关系。

由图 4.5 可以看出截断取在第一、二项之间时, 色散关系略有区别, 而当截断取在第三项时, 已经和截断取在第二项时非常接近, 这同时也验证了近邻作用的合理性[76]。下面研究的纵波模的色散关系均为对其数值计算截断在第三项所得到的色散关系。

4.2.2 三种不同相互作用势对色散关系的影响

图 4.6 给出了无负离子和磁场、数值截断在第三项时, 采用三种不同的相互作用势模型下所得到的色散曲线。

由图 4.6 可看出, 在 y 方向上振荡的一维纵波中, 当相互作用势中增加吸引项后, 波传播的频率会降低。

4.2.3 尘埃间距对色散关系的影响

下面分别采用三种不同的相互作用势模型来研究尘埃间距对色散关系的影响。

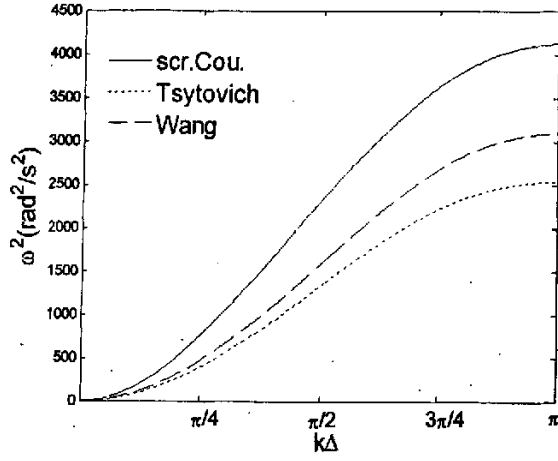
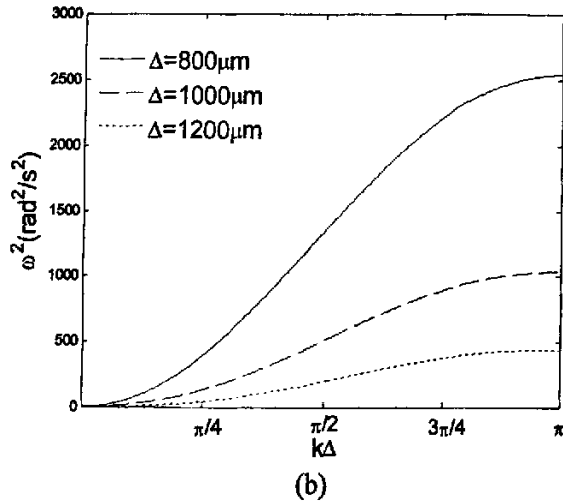
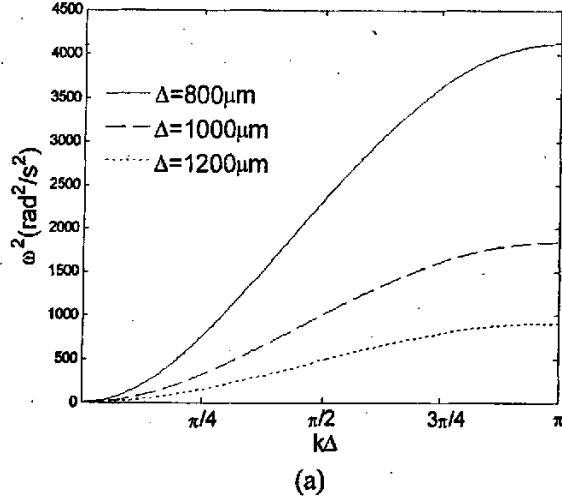


图 4.6 纵波模的色散关系。分别采用屏蔽 Coulomb 势模型、Tsytovich 模型和 Wang 模型对纵波模的色散关系进行比较。



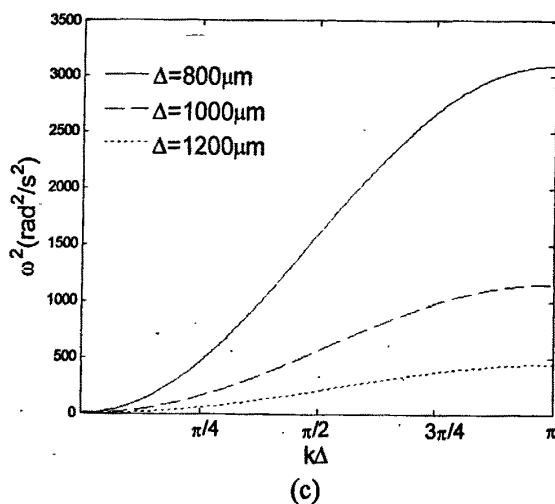
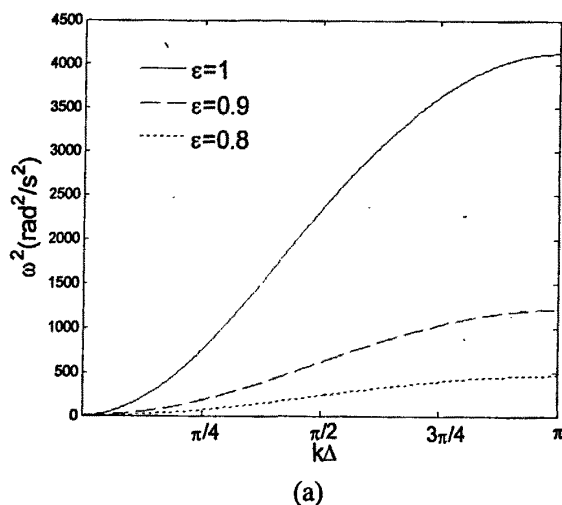


图 4.7 尘埃间距对于纵波模色散关系的影响 (a) 屏蔽 Coulomb 势模型、(b) Tsytovich 模型、(c) Wang 模型

由图 4.7 可以看出, 对于这三种作用势模型, 随着尘埃间距的增大, 频率都逐渐减小。

4.2.4 负离子对色散关系的影响

图 4.8 (a)-(c) 给出不同负离子含量下的色散曲线。如图所示, 改变负离子含量对色散关系影响较大。负离子含量的增加不仅会降低频率, 对于 Tsytovich 模型和 Wang 模型甚至会使色散关系发生反转, 由正色散关系变为负色散关系, 还会导致波的不稳定性。



(a)

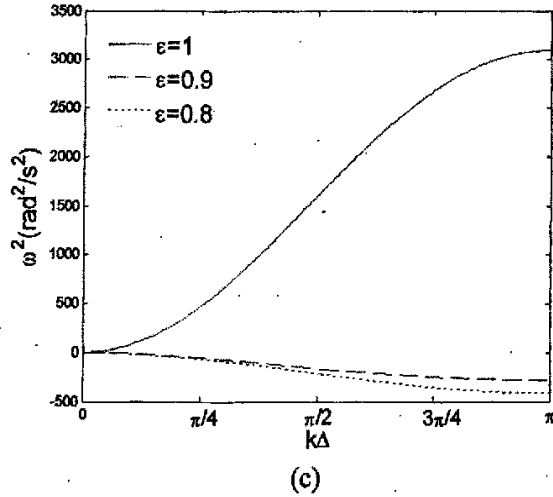
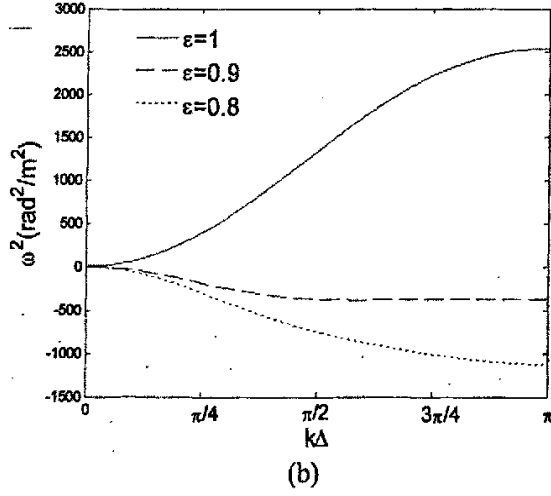


图 4.8 负离子含量对纵波模色散关系的影响。分别采用(a)屏蔽 Coulomb 势模型、(b)Tsytovich 模型、(c)Wang 模型研究纵波模的色散关系。

4.3 z 方向振荡的一维横波

考虑尘埃只在 z 方向上振荡，尘埃的距离 r_p 可表示为：

$$r_p = \sqrt{(p\Delta)^2 + (z_n - z_{n \pm p})^2}$$

考虑第 n 个尘埃运动，它的运动方程为：

$$m_d \ddot{z}_n + 2m_d \gamma_d \dot{z}_n = F_{n,ext} + (F_{z,n,n-1} + F_{z,n,n+1}) + (F_{z,n,n-2} + F_{z,n,n+2}) + \dots, \quad (4.21)$$

其中 $F_{n,ext}$ 为外场对尘埃的作用力，(不包含摩擦力，摩擦力已写在方程左边第二项)，

$$\ddot{z}_n + 2\gamma_d \dot{z}_n = -\Omega_{osc}^2 (z_n - z_0) + \sum_{p=1}^{+\infty} \Omega_{1z,p}^2 (2z_n - z_{n-p} - z_{n+p}), \quad (4.22)$$

其中

$$\Omega_{1z,p}^2 = m_d^{-1} \left[-\frac{1}{p\Delta} \left(\frac{\partial U_{A,n,n\pm p}}{\partial r_p} \right) \Big|_{r_p=p\Delta} \right] + \frac{Q_0^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\left(1 + \frac{p\Delta}{\lambda_D}\right) \exp\left(-\frac{p\Delta}{\lambda_D}\right)}{(p\Delta)^3} + \frac{\mu_0 M_0^2}{4\pi} \frac{3}{(p\Delta)^5}$$

设该方程有行波解,

$$z_n = z_0 + A_z \exp(-i\omega t + ikn\Delta), \quad (4.23)$$

代入方程 (4.22) 可得到色散关系

$$\omega^2 + 2i\gamma_d \omega = \Omega_{osc}^2 - 4 \sum_{p=1}^{+\infty} \Omega_{1z,p}^2 \sin^2 \frac{pk\Delta}{2}. \quad (4.24)$$

首先考察 $\gamma_d = 0$ (不考虑中性粒子拉力的阻尼作用), 无负离子, 无磁场, 以及电相互作用取屏蔽 Coulomb 势情况下, 数值计算截断在第一项时波模的色散关系 (图 4.9)。

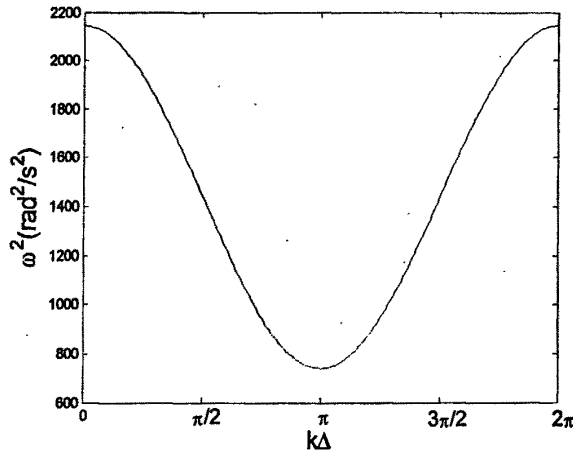


图 4.9 z 方向振荡的横波模的色散关系

数值模拟表明色散关系以 2π 作周期变化, 在一个周期内, 色散关系在前半个周期为负色散关系, 而在后半周期为正色散关系。

4.3.1 验证近邻近似的合理性

如图 4.10, 当数值截断在第二、第三项时, 两条曲线已经很接近, 从这里也可以看出近邻近似的合理性。

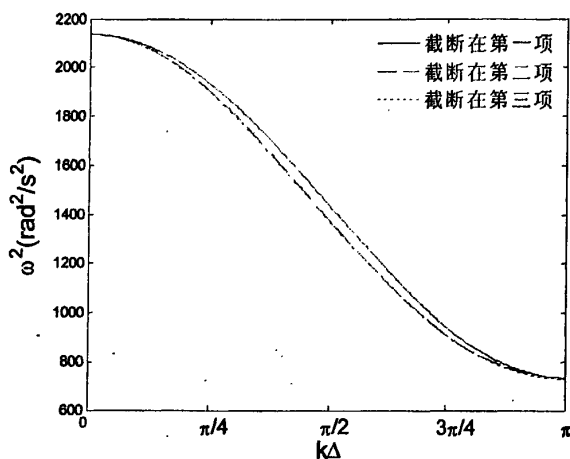


图 4.10 z 方向振荡的横波模的色散关系。无负离子，无磁场情况下，数值计算分别截断在第一、第二、第三项（即考虑相邻的 2、4、6 个颗粒之间的相互作用）时纵波模的色散关系。

4.3.2 三种不同相互作用势对色散关系的影响

图 4.11 表示无负离子和磁场、数值截断在第三项时，三种不同相互作用势对色散关系的影响。

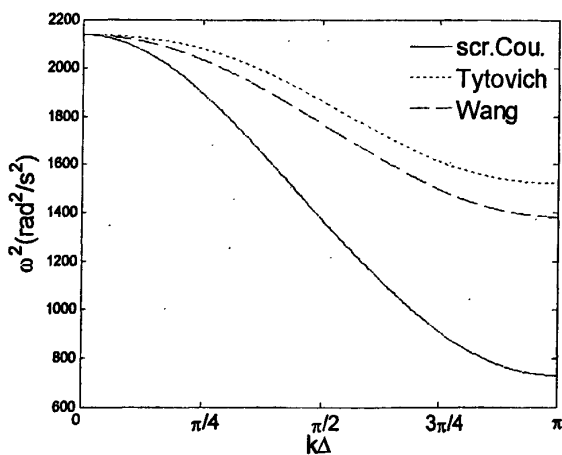


图 4.11 z 方向振荡的横波模的色散关系。分别采用(a)屏蔽 Coulomb 势模型、Wang 模型、Tsytoovich 模型研究纵波模的色散关系。

从图 4.11 可以看到，加入吸引作用后会提升波的频率。

4.3.3 尘埃间距对色散关系的影响

图 4.12 给出了采用三种不同的相互作用势模型时，尘埃间距对色散关系的影响。

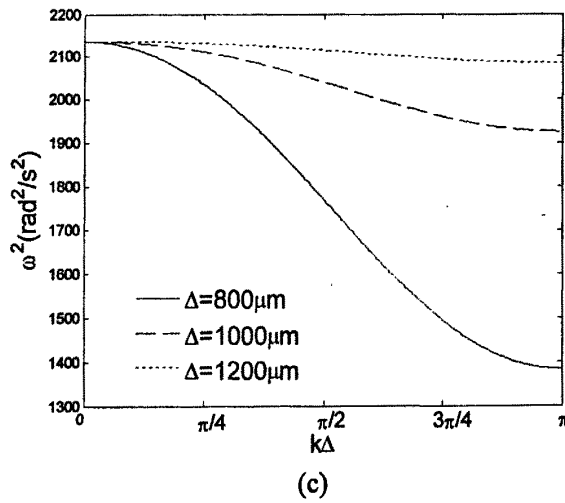
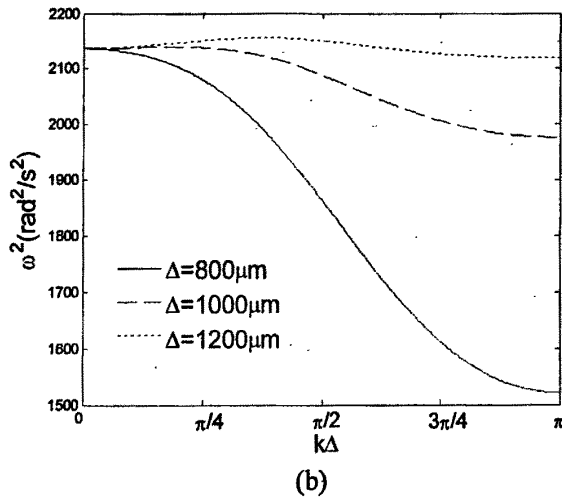
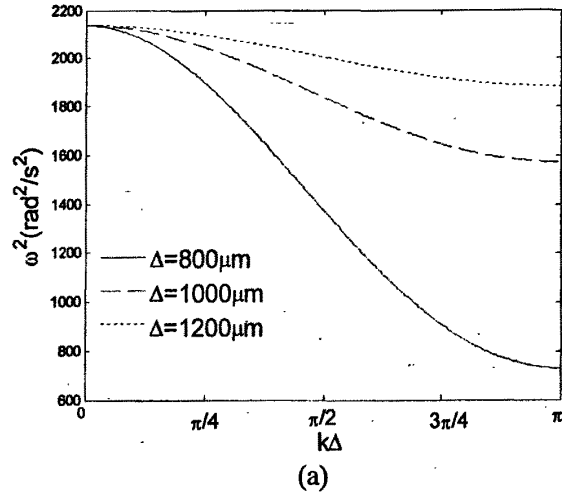


图 4.12 尘埃间距变化时对 z 方向振荡的横波模的色散关系的影响 (a) 屏蔽 Coulomb 模型、(b) Tsytovich 模型、(c) Wang 模型

图 4.12 可以看出, 对于三种不同作用势模型来说, 随着间距增大, 频率都会升高。

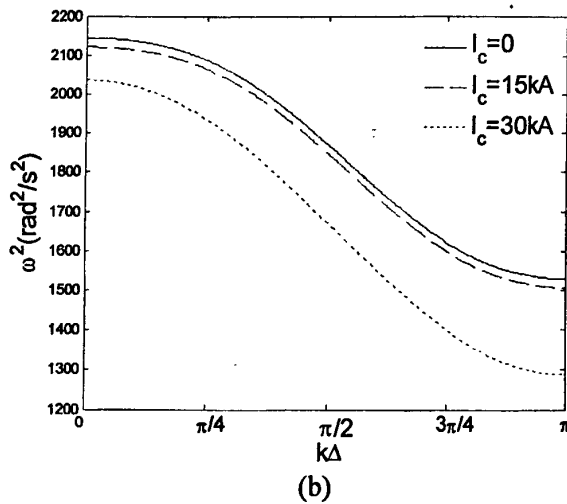
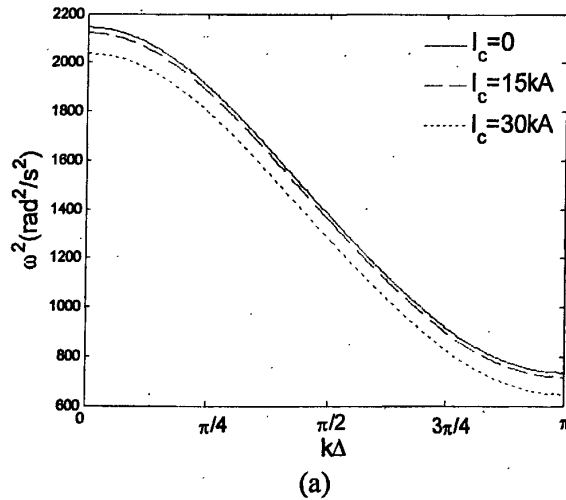
4.3.4 磁场强度对色散关系的影响

图 4.13 给出了采用三种不同的相互作用势模型下磁场对色散关系的影响。由图 4.13 可以看到, 对于三种相互作用势模型, 磁场增加均会降低频率。

4.3.5 负离子对色散关系的影响

图 4.14 给出不同负离子含量下的色散曲线。

由图 4.14 可以看出, 对于三种相互作用势模型, 负离子含量增加会使波的频率增大, 对于 Tsytovich 模型和 Wang 模型会使色散关系发生反转。



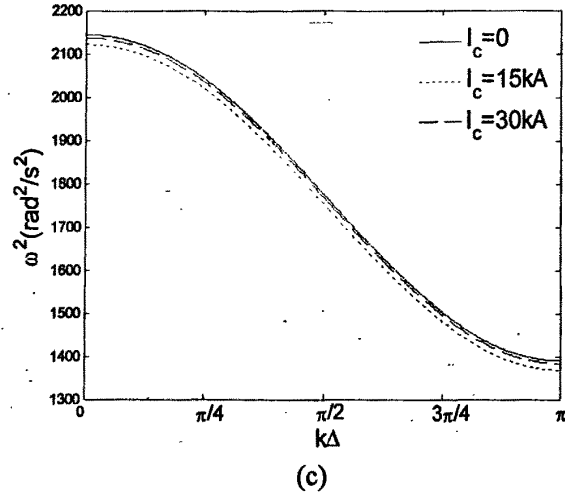
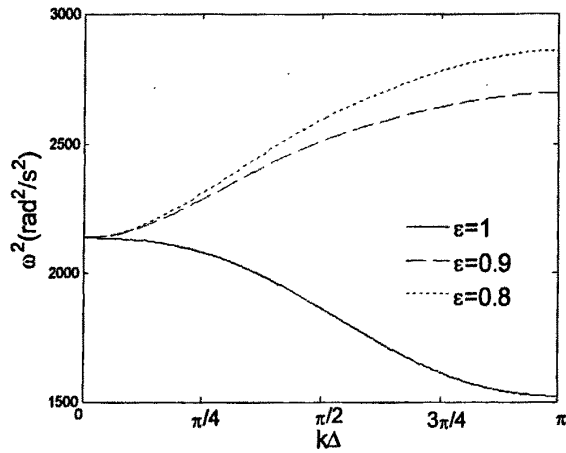
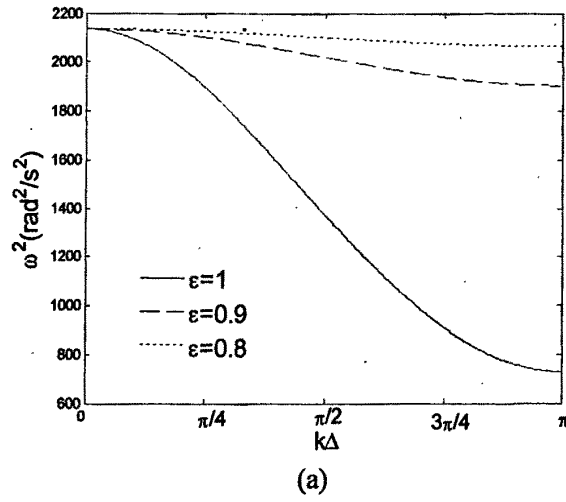
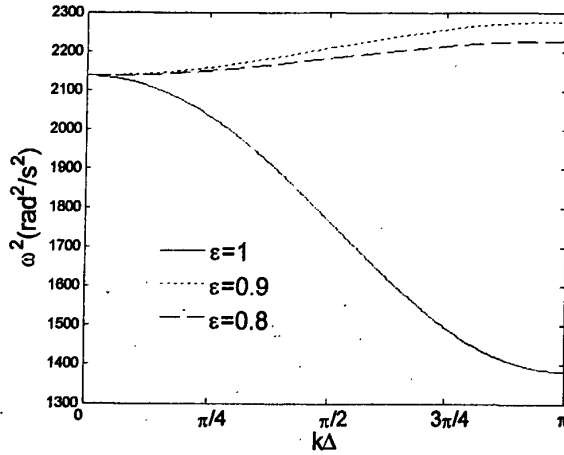


图 4.13 磁场强度对 z 方向振荡的横波模的色散关系的影响 (a) 屏蔽 Coulomb 势模型、(b) Tsytovich 模型、(c) Wang 模型



(b)



(c)

图 4.14 负离子对 z 方向振荡的横波模的色散关系的影响。(a) 屏蔽 Coulomb 势模型、(b) Tsytovich 模型、(c) Wang 模型

4.4 x 方向振荡的一维横波

x 方向振荡的横波模同 z 方向振荡的横波模推导方法类似，除了该方向上没有 $F_{n,ext}$ ，以及由外力引起的 Ω_{osc}^2 ，作用力的磁力项的系数有变化(磁相互作用势由对 z 求导改为对 x 求导所引起的改变)

$$\omega^2 + 2i\gamma_d\omega = -4 \sum_{p=1}^{+\infty} \Omega_{\perp x, p}^2 \sin^2 \frac{pk\Delta}{2}, \quad (4.25)$$

其中 $\Omega_{\perp x, p}^2$ 为

$$\Omega_{\perp x, p}^2 = m_d^{-1} \left[-\frac{1}{p\Delta} \left(\frac{\partial U_{A, n, n \pm p}}{\partial r_p} \right) \Big|_{r_p = p\Delta} \right] + \frac{Q_0^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\left(1 + \frac{p\Delta}{\lambda_D} \right) \exp\left(-\frac{p\Delta}{\lambda_D} \right)}{(p\Delta)^3} + \frac{\mu_0 M_0^2}{4\pi} \frac{3}{(p\Delta)^5}$$

图 4.15 为截断在第一项时，x 方向上振荡所传播的横波模的色散关系。可以看到 x 方向上振荡的波是不稳定的（频率的平方为负值），色散关系同样作周期变化，前半周期为负色散关系，后半周期为正色散关系。

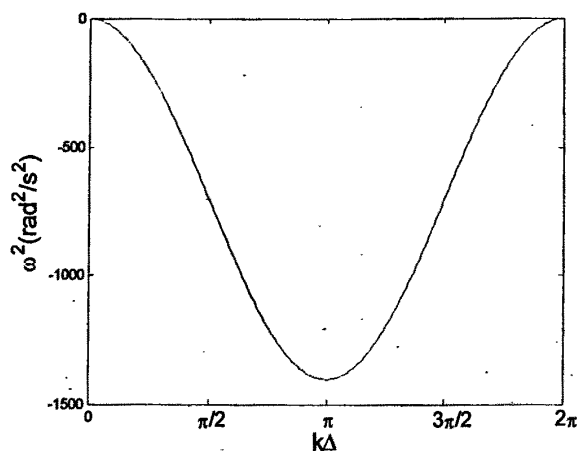


图 4.15 无负离子、无磁场时 x 方向振荡的横波模的色散关系。

4.4.1 验证近邻近似的合理性

图 4.16 给出截断第一，第二和第三项时的色散曲线。可以看到，截断在第二和第三项时两曲线已经很接近，由此也可以看出近邻近似的合理性。

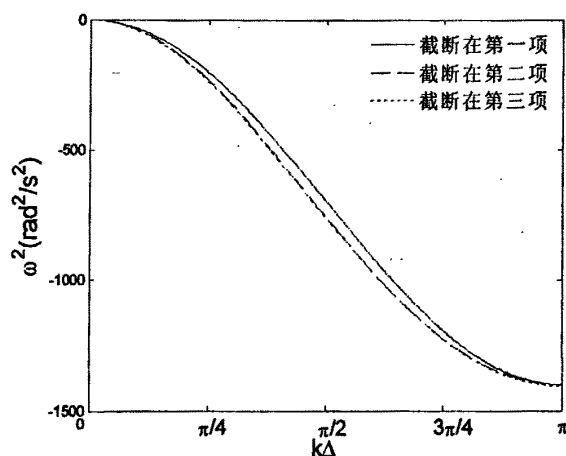


图 4.16 x 方向振荡的横波模的色散关系。无负离子，无磁场情况下，数值计算分别截断在第一、第二、第三项（即考虑相邻的 2、4、6 个颗粒之间的相互作用）时 x 方向振荡的横波模的色散关系。

4.4.2 三种不同相互作用势对色散关系的影响

图 4.17 是无负离子和磁场、数值截断在第三项时，三种不同相互作用势对色散关系的影响。

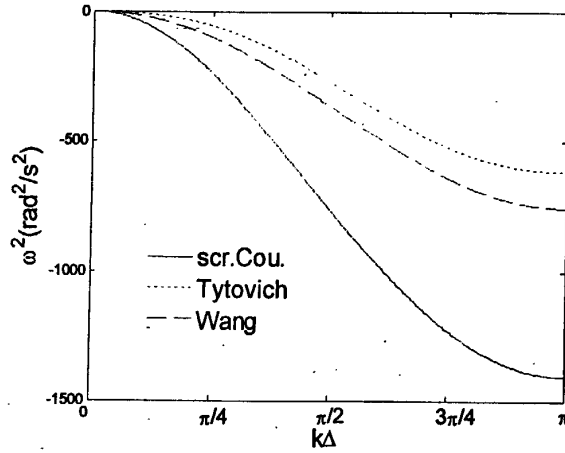


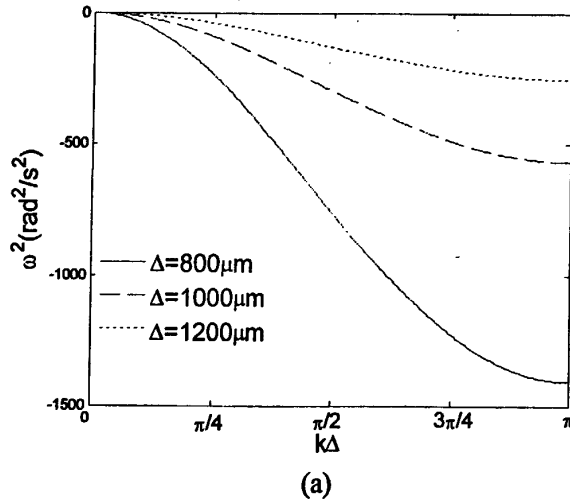
图 4.17 x 方向振荡的横波模的色散关系，分别采用屏蔽 Coulomb 势模型、Wang 模型、Tsytoich 模型对 x 方向振荡的横波模的色散关系进行比较。

由图可以看出 Tsytoich 和 Wang 模型会使波的稳定性增强，但是 x 方向上振荡的横波模仍然是不稳定的。

4.4.3 尘埃间距对色散关系的影响

图 4.18 表示三种不同相互作用势下尘埃间距对色散曲线的影响。

由图可以看出，对于三种作用势模型，间距增大会使 x 方向上振荡的横波模的稳定性增强。



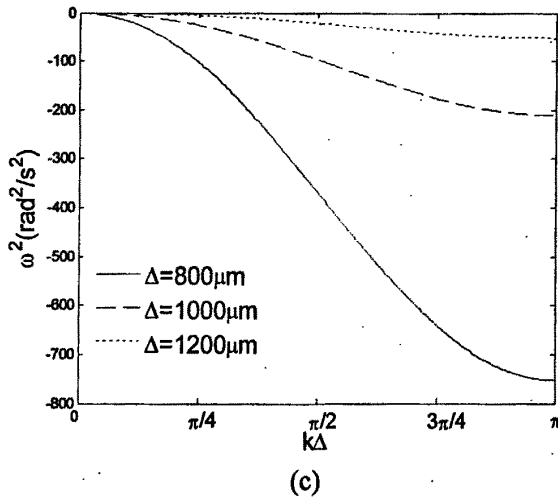
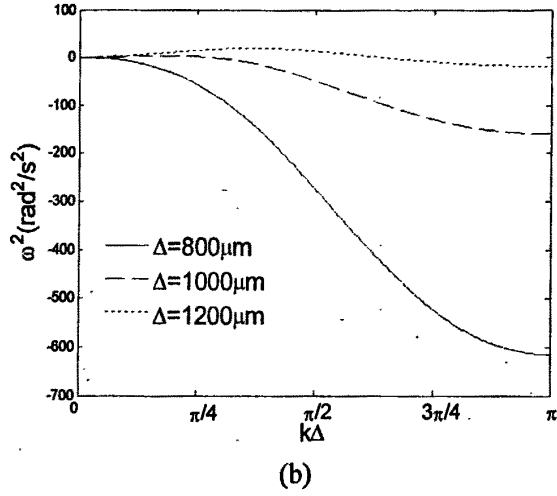
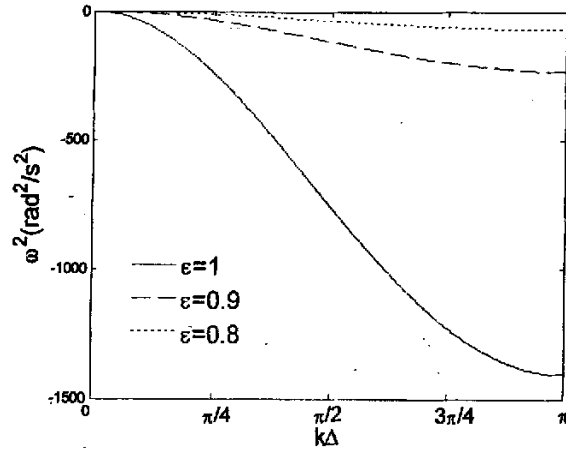


图 4.18 尘埃间距对 x 方向振荡的横波模的色散关系的影响, 分别采用 (a) 屏蔽 Coulomb 势模型、(b) Tsytovich 模型和 (c) Wang 模型研究 x 方向色散关系

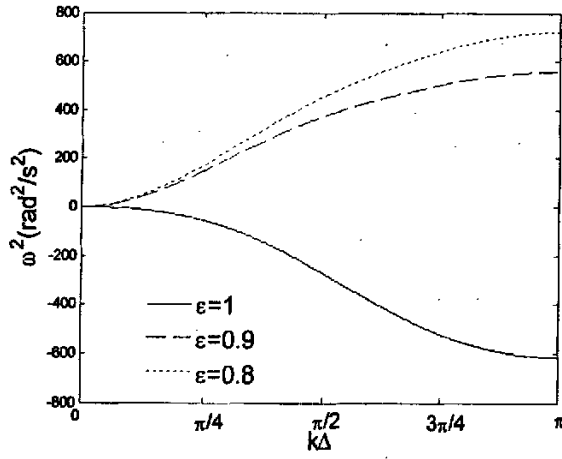
4.4.4 负离子对色散关系的影响

图 4.19 给出三种不同相互作用势下负离子对色散关系的影响。

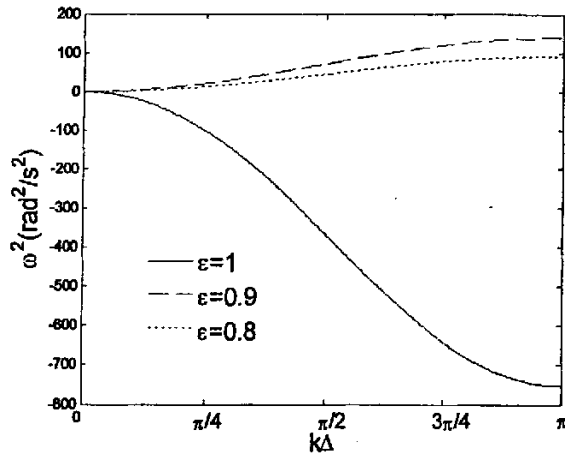
由图 4.19 可以看出, 对于三种不同的作用势模型, 负离子含量的增加都会使波的稳定性增强。而对于 Tsytovich 模型和 Wang 模型, 负离子含量增加会导致波的色散关系发生反转。



(a)



(b)



(c)

图 4.19 负离子含量对 x 方向振荡的横波模的色散关系的影响。分别采用 (a)

屏蔽 Coulomb 势模型、(b) Tsytovich 模型、(c) Wang 模型对 x 方向振荡的横波模的色散关系的比较。

4.5 二维六角晶格中传播的横波

下面研究二维六角晶格中传播的横波模。一般在实验室看到的单层的尘埃晶格结构是六角形的。如图 4.20 所示：

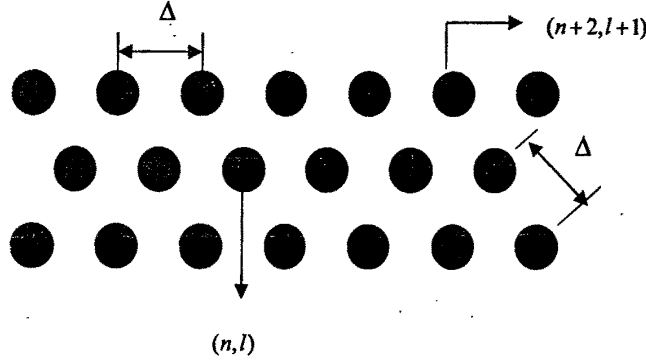


图 4.20 二维六角晶格

图中 Δ 表示两个相邻尘埃的间距。在该模型中，相互作用势仍取为电相互作用势和磁相互作用势之和。 (n, l) 和 $(n+p, l+q)$ 两尘埃颗粒之间的距离是

$$r_{(p,q)} = \sqrt{\left[\left(p + \frac{q}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} q^2 \right] \Delta^2 + [z_{(n,l)} - z_{(n+p,l+q)}]^2},$$

右边的两项分别是静电相互作用势和磁相互作用势。下标 (n, l) 代表第 (n, l) 尘埃颗粒， $z_{(n,l)}$ 表示第 (n, l) 个颗粒沿磁场的扰动位移， $r_{(p,q)}$ 是颗粒的间距， a_T 变化范围是从 0 到 1，这里取 0.3。 λ_D 是电子德拜半径。第 (n, l) 个尘埃颗粒的运动方程为：

$$\ddot{z}_{(n,l)} + 2\gamma_d \dot{z}_{(n,l)} = m_d^{-1} \left\{ F_{(n,l),ext} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{p,q=-\infty \\ (p,q) \neq (0,0)}}^{+\infty} [F_{z,(n,l),(n-p,l-q)} + F_{z,(n,l),(n+p,l+q)}] \right\}, \quad (4.26)$$

其中 $F_{(n,l),ext} = \mathbf{F}_{(n,l),G} + \mathbf{F}_{(n,l),id} + \mathbf{F}_{(n,l),E} + \mathbf{F}_{(n,l),M}$ 。 γ_d 对应与来自 $\mathbf{F}_{(n,l),nd}$ 的摩擦系数，上方方程可以写作以下形式：

$$\ddot{z}_{(n,l)} + 2\gamma_d \dot{z}_{(n,l)} = -\Omega_{osc}^2 [z_{(n,l)} - z_0] + \frac{1}{2} \sum_{\substack{p,q=-\infty \\ (p,q) \neq (0,0)}}^{+\infty} \Omega_{\perp hex(p,q)}^2 [2z_{(n,l)} - z_{(n-p,l-q)} - z_{(n+p,l+q)}], \quad (4.27)$$

其中

$$\Omega_{osc}^2 = \Omega_E^2 + \Omega_M^2 + \Omega_G^2 + \Omega_{id}^2,$$

$$\Omega_E^2 = -\frac{F'_E(z_0)}{m_d} = -\frac{(Q_d E)_0'}{m_d},$$

$$\Omega_M^2 = -\frac{F'_M(z_0)}{m_d} = \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2} \cdot \frac{3\pi r_d^3 \mu_0 I_c^2 r_c^4 [r_c^2 - 7(d_{ce} - z_0)^2]}{m_d [r_c^2 + (d_{ce} - z_0)^2]^5}.$$

上式中 r_c 是线圈半径, d_{ce} 是线圈与鞘电极之间的距离, I_c 是总的线圈电流强度, μ_r 是磁导率。而 $\Omega_G^2 = 0$, Ω_{id}^2 只能从数值模拟中获得。

$\Omega_{\perp hex(p,q)}^2$ 定义为:

$$\Omega_{\perp hex(p,q)}^2 = m_d^{-1} \left\{ -\frac{1}{\sqrt{p^2 + pq + q^2} \Delta} \left[\frac{\partial A_{(n,l),(n+p,l+q)}}{\partial r_{(p,q)}} \right]_{|r_{(p,q)} = \sqrt{p^2 + pq + q^2} \Delta} \right\} +$$

$$\frac{Q_0^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\left(1 + \frac{\sqrt{p^2 + pq + q^2} \Delta}{\lambda_D} \right) \exp\left(-\frac{\sqrt{p^2 + pq + q^2} \Delta}{\lambda_D} \right)}{(\sqrt{p^2 + pq + q^2} \Delta)^3} +$$

$$\frac{\mu_0 M_0^2}{4\pi} \frac{9}{(\sqrt{p^2 + pq + q^2} \Delta)^5} \left\}.$$

假设方程(4.27)有行波解,

$$z_{(n,l)} = z_0 + A_z \exp \left[-i\omega t + ik_x \left(n + \frac{l}{2} \right) \Delta + ik_y \frac{\sqrt{3}}{2} l \Delta \right], \quad (4.28)$$

把上式代入方程(4.27), 可以得到:

$$\omega^2 + 2i\gamma_d \omega = \Omega_{osc}^2 - 2 \sum_{\substack{p,q=-\infty \\ (p,q) \neq (0,0)}}^{+\infty} \Omega_{\perp hex(p,q)}^2 \sin^2 \frac{\Delta[(2p+q)k_x + \sqrt{3}qk_y]}{4}. \quad (4.29)$$

在研究晶格波的性质时仍然假设 $\gamma_d = 0$, 即不考虑阻尼作用。下面研究截断在第一项, 即只考虑近邻 6 个尘埃颗粒的相互作用。

图 4.21 给出二维六角晶格中传播的横波的色散关系。为在一个周期内, 形成具有两个波谷形状的结构。比较背景介绍中图 4.1 的色散关系, 可以看到我们得到了当波数更大时的晶格波色散关系, 这是因为我们在起初讨论色散关系时, 研究的是本征模的情况, 忽略了中性粒子的阻尼作用。目前实验上研究的一个方向是尽可能的消除背景中性粒子的作用, 这样就可以和我们的结果作比较。另外可以看到波具有不稳定性。

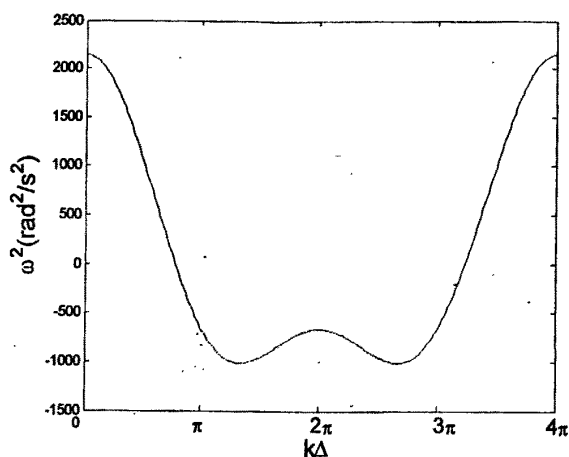


图 4.21 二维六角晶格中横波的色散关系

4.5.1 验证近邻近似的合理性

图 4.22 给出(4.29)式求和中截断在第一、第二、第三项,即近邻 6, 12、18 个尘埃颗粒的相互作用。

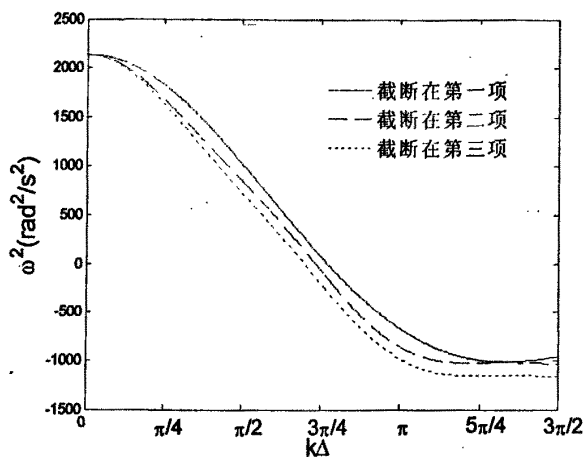


图 4.22 二维六角晶格中横波的色散关系, 无负离子, 无磁场情况下, 数值计算分别截断在第一、第二、第三项(即考虑相邻的 6, 12, 18 个颗粒之间的相互作用)时二维六角晶格中横波的色散关系。

由图 4.22 可以看出, 截断在第三项已经能够做到较好的近似了。

4.5.2 三种不同相互作用势对色散关系的影响

图 4.23 给出三种不同相互作用势下二维六角晶格横波的色散曲线。

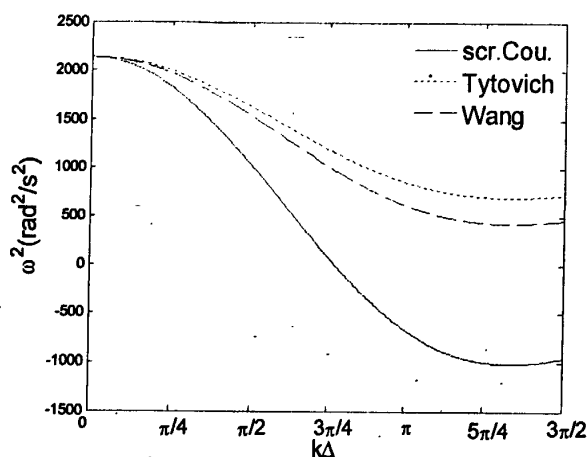


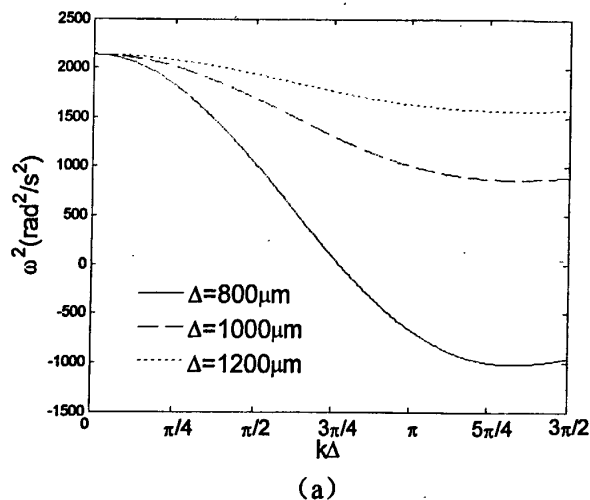
图 4.23 二维六角晶格中横波的色散关系，分别采用 (a) 屏蔽 Coulomb 势模型、(b) Wang 模型、(c) Tsytovich 模型对二维六角晶格中横波的色散关系的比较。

由图 4.23 可以看到，对于二维六角晶格横波来说，加入吸引项可以提高波的稳定性。

4.5.3 尘埃间距对色散关系的影响

图 4.24 给出三种不同相互作用势下尘埃间距对二维六角晶格横波的色散曲线的影响。

由图 4.24 可以看到间距增大可以使二维六角晶格中的横波更稳定。



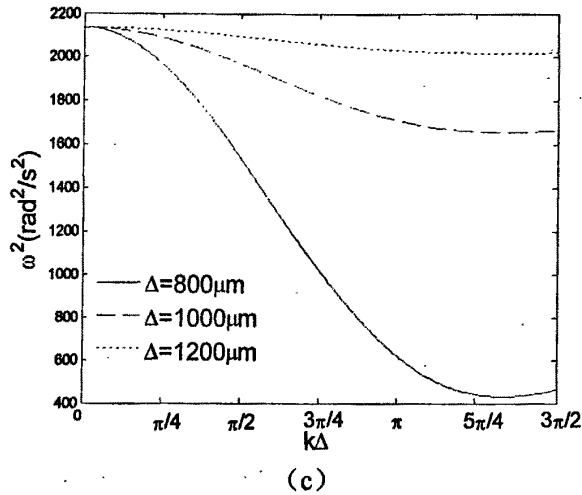
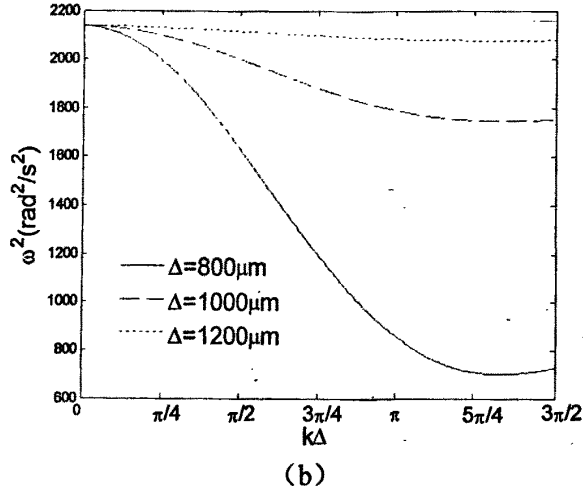
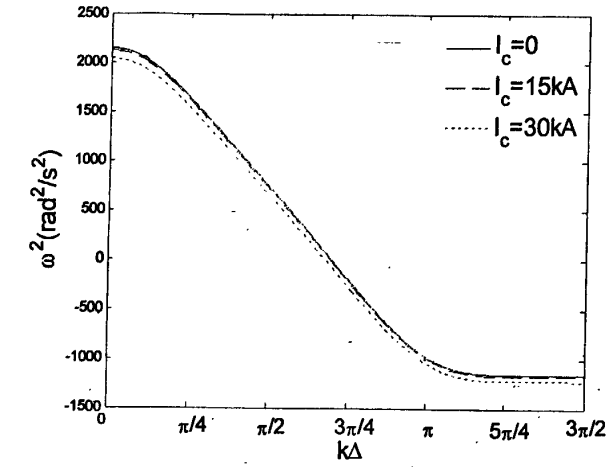


图 4.24 尘埃间距对二维六角晶格中横波的色散关系的影响, 分别采用 (a) 屏蔽 Coulomb 势模型、(b) Tsytoich 模型、(c) Wang 模型研究 z 方向振荡的横波模的色散关系。

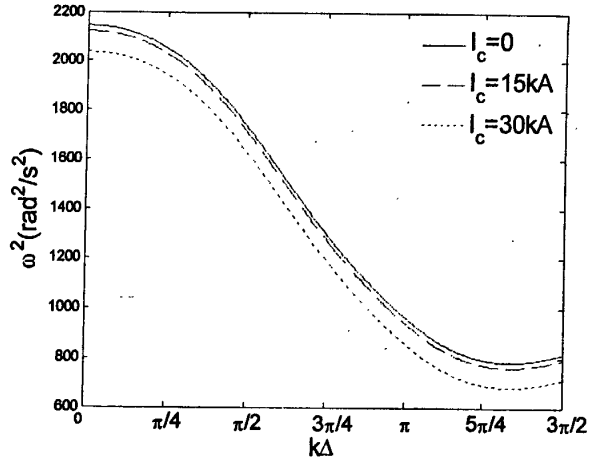
4.5.4 磁场强度对色散关系的影响

图 4.25 给出三种不同相互作用势下磁场强度对二维六角晶格横波的色散曲线的影响。

图 4.25 表明, 对于三种作用势模型, 磁场都具有频率降低的作用, 但是加入吸引项后, 降频的效果更明显。



(a)



(b)

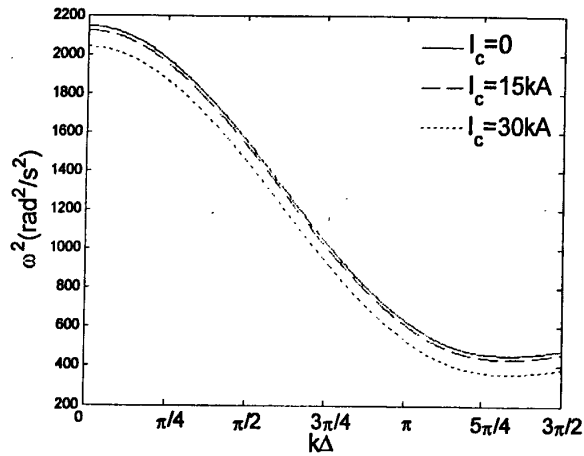
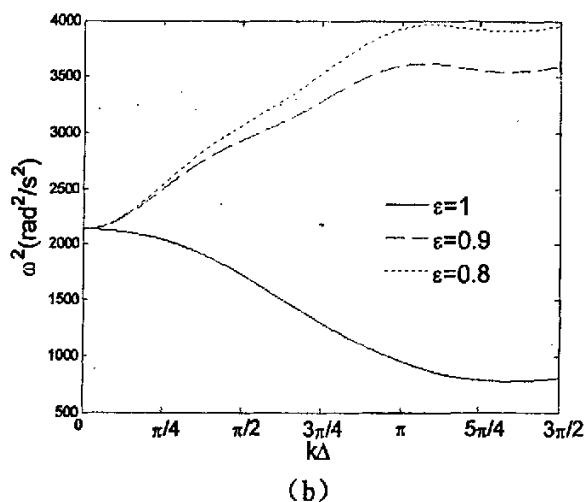
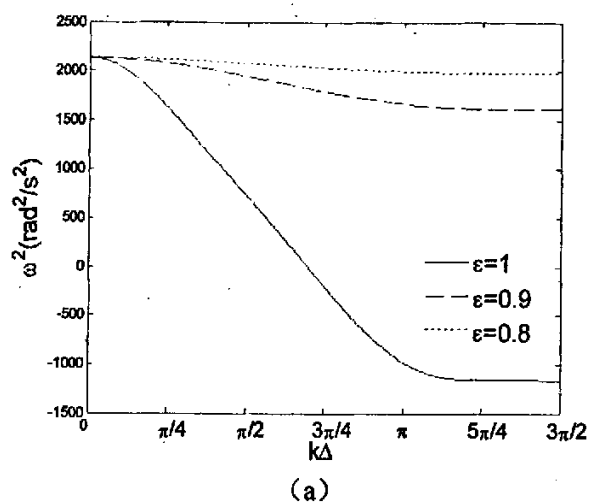


图 4.25 磁场对二维六角晶格中横波的色散关系的影响, (a)(b)(c) 分别采用屏蔽 Coulomb 势模型、Tsytovich 模型、Wang 模型来研究二维六角晶格中横波的色散关系。

4.5.5 负离子对色散关系的影响

图 4.26 给出三种不同相互作用势下负离子对二维六角晶格横波的色散曲线的影响。

图 4.26 表明对于三种不同作用势模型，负离子的存在均会增加波的稳定性。但对于 Tsytovich 模型和 Wang 模型，负离子的存在还会造成波的色散关系的反转。



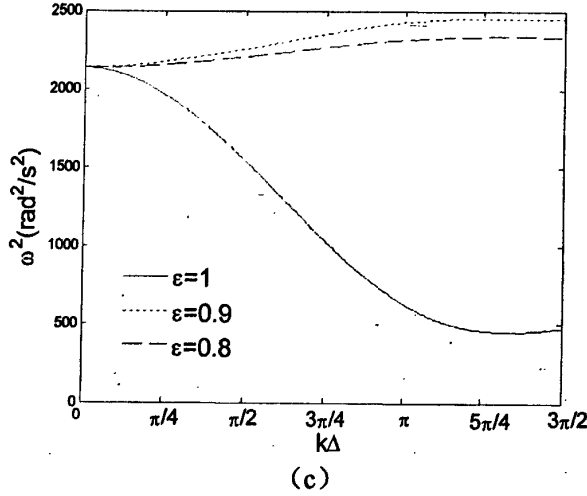


图 4.26 负离子对二维六角晶格中横波的色散关系的影响, (a) (b) (c) 分别采用屏蔽 Coulomb 势模型、Tsytovich 模型、Wang 模型。

对于纵波模的色散关系(4.20), 可以看到求和符号前面是正号, 而对于横波模的色散关系(4.24)(4.25)(4.29), 求和符号前面是负号, 这导致了相互作用势和尘埃间距对纵横波模色散关系的影响是相反的。由于外磁场使尘埃在 z 方向受到磁场力的作用, 因此只在 z 方向振动的横波模中讨论了外加磁场对尘埃晶格波色散关系的影响。另外负离子对尘埃晶格波的影响应该是间接的, 因为负离子会改变尘埃表面的带电量, 进而改变尘埃所受的离子拉力和电场力, 改变尘埃在鞘层中的振荡频率 Ω_{osc}^2 ; 尘埃表面带电量的变化又会影响尘埃间的相互作用势。

4.6 本章小结

本章主要研究电负性尘埃等离子体中线性晶格波的色散关系。其中包括一维链状晶格中传播的纵波和横波, 二维六角晶格中传播的横波。讨论了负离子成分、磁场强度以及不同的作用势模型(屏蔽 Coulomb 势、Tsytovich 模型、Wang 模型)对晶格波色散关系的影响。研究表明:

当不考虑波的阻尼作用时, 晶格波的纵波模和横波模的色散关系是周期的。对于一维链状晶格中传播的纵波模, 在一个周期内, 色散关系由正转为负, 而对于其中传播的横波模, 在一个周期内, 色散关系由负转为正。对于二维六角晶格中传播的横波, 色散关系在一个周期内会出现负-正-负-正的变换, 中间会出现两个波谷状结构。

x 方向上传播的横波模和二维六角晶格中传播的横波模具有不稳定性。验证了对于求晶格波的色散关系, 近邻近似具有合理性。当具有吸引势时, 对于纵波

模来说会降低频率,而对于横波模来说会提高频率。对于纵波模,尘埃间距增大会降低频率,对于横波模,尘埃间距增大会提高频率。对于纵波模,存在负离子会降低频率,对于横波模,存在负离子会提高频率。对于 z 方向振荡的横波模,提高磁场强度会降低频率。负离子含量增加后,对于 y 方向振荡的纵波模,Tsytoich模型和Wang模型会增加波的不稳定性。对于其他的几种波模,Tsytoich模型和Wang模型会使波的色散关系发生反转。

第五章 电负性尘埃空洞的稳态结构

本章研究电负性等离子体中尘埃空洞的稳态结构。在第一小节简要介绍有关尘埃空洞的研究背景。第二小节建立一维电负性尘埃空洞的稳态结构模型,进行数值模拟,研究电离率和负离子对稳态空洞的影响。最后给出本章的小结。

5.1 背景介绍

尘埃空洞是尘埃等离子体中尘埃颗粒被排空的区域,典型的空洞为厘米大小且具有尖锐的边界。1996年,美国衣阿华大学的 G. Prabhuram 等人在实验中发现尘埃等离子体中出现一对超低频的模,称为丝状模和尘埃空洞,大约有 10Hz 的量级[119]。1999年,德国的马普所的 D. Samsonov 等人在射频放电等离子体实验中观察到尘埃空洞的产生[126]。德国马普所的 E. Morfill 等人 1999 年在国际空间站所进行的微重力实验中也发现了尘埃空洞[132]。在重力与微重力环境中观察到尘埃空洞后,激发了人们对空洞的演化及空洞中的物理参数的测量的研究热情[123,130,133,135]。

目前普遍认为空洞的形成机制是这样的:离子拉力在最初的不稳定性中起着最重要的作用。在空间均匀的等离子体中,局域的带有负电荷的尘埃颗粒的减少,将会产生一个相对于周围等离子体的正的空间电荷区域,于是尘埃密度减少的区域产生了向外的电场,对于带负电荷的尘埃颗粒来说,产生了向内的电场力,用来维持平衡状态的尘埃密度,而向外的离子拉力(离子流的方向)会排斥尘埃颗粒,如果离子拉力大于电场力,不稳定性就产生了,从而加剧了起初颗粒密度的减少[126]。

有关空洞的理论研究最主要的是 V. N. Tsytovich 等做的理论工作[124,127,128,131]。1999年,他们提出尘埃空洞的一维模型[127],2001年,V. N. Tsytovich 等人讨论了碰撞条件下的空洞[128],包括了空洞区等离子体是准中性的或者准中性被破坏以及离子撞击压不重要的情况。2004年,他们考虑离子-中性原子散射(diffusion)、离子压力,以及尘埃压力效应,对静态结构建立较为完整的受力平衡系统[131]。2005年,他们又发展了空洞的稳定性理论[124]。另外,有多个国家的学者从不同角度对空洞做了理论研究[120,122,125,129,134]。

在形成尘埃空洞的过程中,电离率可能会起到比较重要的作用,局部尘埃颗粒密度的减少,会影响电离率,电离率的变化又会影响等离子体中粒子数密度的

变化,进而影响空洞中的电场、电势及马赫数的分布,本章研究了电离率的变化对稳态空洞的影响。

另外,在前面提到的文献中,研究的电离气体均为电子和正离子,由于气体放电过程中通常会产生负离子,负离子会显著地影响尘埃颗粒的充电行为,改变尘埃颗粒表面的电势,从而对尘埃等离子体的性质产生重要影响。本章还就这种情况对稳态空洞进行研究。

本章首先建立有负离子存在的稳态一维空洞的流体模型,其中负离子改变了空洞内外区的 Poisson 方程和空洞边界上尘埃的充电方程的形式,通过数值模拟,研究电离率变化对稳态空洞结构的影响以及负离子含量不同对稳态空洞内各物理参数的影响。

5.2 电负性尘埃空洞的稳态结构

5.2.1 模型的建立

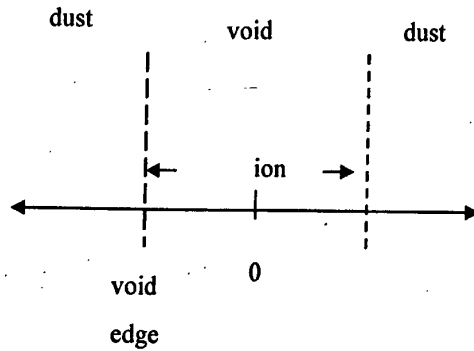


图 5.1 一维空洞模型

1 一维空洞模型

图 5.1 为一维空洞结构的原理图。空洞中心为坐标原点,空洞区为 $(-x_v, x_v)$, $x \leq -x_v, x \geq x_v$ 为尘埃等离子体区。首先对有关参数进行归一化。首先对一些参数进行归一化处理:离子、电子及负离子的密度用空洞中心处离子密度归一: $n \equiv n_i/n_{0i}$, $n_e \equiv n_e/n_{0i}$, $n_- \equiv n_-/n_{0i}$ 。电势用电子温度归一: $\psi \equiv e\phi/T_e$ 。其中 T_e

为电子温度。电场及位置以如下方式归一: $E \equiv \frac{ed_i^2}{aT_e\sqrt{T_i/T_e}}E$, $x \equiv \frac{a\sqrt{T_i/T_e}}{d_i^2}x$,

其中 $d_i = (T_i / 4\pi n_{0i} e^2)^{1/2}$ 为离子德拜长度, a 为尘埃颗粒半径。尘埃颗粒所带电荷: $z \equiv Z_d e^2 / a T_e$ 。离子速率及马赫数: $u \equiv u_i / \sqrt{2T_e / m_i}$, $M \equiv u_i / \sqrt{T_e / m_i}$ 。另外定义电子离子的质量比 $\mu \equiv m_e / m_i$, $\tau \equiv T_i / T_e$, 尘埃密度参量 $P \equiv n_d Z_d / n_{0i}$ 。

在空洞区: 电子和负离子密度满足 Boltzmann 分布:

$$n_e = n_{0e} \exp(\psi), \quad (5.1)$$

$$n_- = n_{0-} \exp(\psi / \tau). \quad (5.2)$$

电场和电势的关系为:

$$E = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (5.3)$$

电场满足 Poisson 方程

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \left(\frac{d_i}{a}\right)^2 (n - n_e - n_-). \quad (5.4)$$

在离子动量方程中, 考虑稳态情况及只受到电场力的作用:

$$u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} = -\frac{e}{m_i} \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (5.5)$$

考虑到空洞区存在电离, 离子的连续性方程为:

$$\frac{\partial n u_i}{\partial x} = \nu_i n_e, \quad (5.6)$$

其中 ν_i 为电离率。

(5.5)(5.6)式归一化后为:

$$u^2 = -\psi, \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial n u}{\partial x} = 1/x_{0i}, \quad (5.8)$$

其中

$$1/x_{0i} \equiv \frac{n_{0e} \nu_i d_i^2}{n_{0i} a \sqrt{2T_i / m_i}}.$$

下面研究空洞边界处的尘埃颗粒的受力和充电行为。边界处的尘埃颗粒受到电场力与离子拉力的作用, 稳态时, 边界上受力平衡:

$$F_E + F_{dr} = 0, \quad (5.9)$$

其中 $F_E = -Z_d e E$, $F_{dr} = m_i u_i \nu$,

归一化后得:

$$-E + unz\alpha_{dr} = 0, \quad (5.10)$$

其中[127]

$$\alpha_{dr} = \frac{\sqrt{\tau}}{2u^3} \left[\ln\left(\frac{d_i}{a}\right) + \frac{u^2}{z} + \frac{u^4}{z^2} \right]. \quad (5.11)$$

离子拉力包括库仑力和收集力, 库仑力是离子与尘埃颗粒所带电荷的库仑相互作用, 反映在上式括号中的第一项, 收集力是离子与尘埃颗粒碰撞产生的作用力, 反映在上式括号中的第二、三项。

尘埃颗粒在等离子体中会吸收周围的带电粒子而达到动态平衡, 由[127]可知当没有负离子时, 尘埃颗粒充电平衡方程为:

$$\exp(-z) = \frac{n}{n_e} \sqrt{\frac{\pi m_e}{m_i}} \frac{2z}{\tau} \alpha_{ch}, \quad (5.12)$$

其中

$$\alpha_{ch} = \frac{1}{\sqrt{\tau}u} \left(1 + \frac{\tau u^2}{z} \right). \quad (5.13)$$

类比电子与负离子充电电流

$$I_e = \frac{1}{4} A e \bar{v}_e n_{0e} \exp\left[\frac{e\phi}{T_e}\right], \quad I_- = \frac{1}{4} A e \bar{v}_- n_{0-} \exp\left[\frac{e\phi}{T_-}\right],$$

其中

$$\bar{v}_- = \sqrt{\frac{8T_-}{\pi m_-}}, \quad \bar{v}_e = \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}},$$

可得到当负离子存在时的充电方程为:

$$n_e \exp(-z) + \sqrt{\tau} \mu n_- \exp(-z/\tau) = n \sqrt{\frac{\pi m_e}{m_i}} \frac{2z}{\tau} \alpha_{ch}. \quad (5.14)$$

令 $\delta = n_{0-}/n_{0i}$, 准中性条件 $n_{0e} + n_{0-} - n_{0i} = 0$ 。这样, 空洞区行为由简单的一次微分方程组决定:

$$\frac{d\psi}{dx} = -E, \quad (5.15)$$

$$\partial_x E = -(d_i/a)^2 ((1-\delta) \exp(\psi) + \delta \exp(\psi/\tau) - x/(x_{0i} \sqrt{-\psi})). \quad (5.16)$$

由(5.7)(5.10)(5.11)可得:

$$E(x_v) - \tau z_v x_v / (2x_{0i} [-\psi(x_v)]^{3/2}) \left\{ \ln(d_i/a) - \psi(x_v)/z_v + [\psi(x_v)]^2 / z_v^2 \right\} = 0, \quad (5.17)$$

由(5.7)(5.13)(5.14)可得:

$$(1-\delta)\exp[-z_v+\psi(x_v)] = -\delta(\tau\mu)^{1/2}\exp[-z_v/\tau+\psi(x_v)/\tau] + 2z_v(\pi\mu)^{1/2}x_v(1/z_v-1/\psi(x_v)/(x_{0i}\tau^{1/2})) \quad (5.18)$$

(5.17) (5.18)为边界处电场及电势所需满足的两个边条件。

考虑到边界处尘埃密度的跃变, 边界处尘埃密度参数应满足条件:

$$\Delta P_v > 0. \quad (5.19)$$

在尘埃等离子体区, Poisson 方程为:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \left(\frac{d_i}{a}\right)^2 (n - n_e - n_- - P), \quad (5.20)$$

稳态离子连续性方程为:

$$\frac{\partial nu}{\partial x} = -nP\alpha_{ch}, \quad (5.21)$$

考虑到离子拉力, 离子动量方程:

$$\frac{\partial(\tau u^2 + \psi)}{\partial x} = -zuP\alpha_{dr}. \quad (5.22)$$

将(5.14)(5.20)-(5.22)代入(5.19)[127], 解析地得出边界处 P 的表达式,

$$P_v = \frac{x_v[-\psi(x_v)]^{1/2} - (1-\delta)e^{\psi(x_v)} - \delta e^{(\psi/\tau)} + 8^{-1}\tau a^2 z_v^2 x_v^2 [\psi(x_v)]^4 A_n(\sqrt{-2\psi(x_v)})}{1 + 8^{-1}\tau a^2 x_v [-\psi(x_v)]^{7/2} B_n(\sqrt{-2\psi(x_v)})}, \quad (5.23)$$

其中

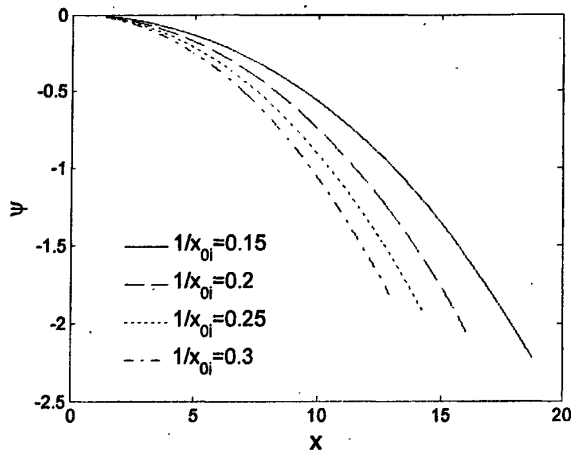
$$\begin{aligned} A_n(M) &= \frac{z^2 \Lambda(M)}{M^6} \left[\Lambda(M) + \Lambda_*(M) \frac{4z^2 + 4M^2 z + M^4}{2z^2 + 2z + M^2} \right] \\ B_n(M) &= \frac{z^2}{M^6} \left[\Lambda^2(M) + 2\Lambda(M)\Lambda_*(M) \frac{2z + M^2}{2z^2 + 2z + M^2} + \right. \\ &\quad \left. \frac{M^2}{2z} \left(1 + \frac{M^2}{2z} \right) (\Lambda_*(M) \frac{2z + M^2}{2z^2 + 2z + M^2 z} - \Lambda(M)) \right] \\ \Lambda(M) &= \ln\left(\frac{d_i}{a}\right) + \frac{M^2}{2z} + \frac{M^4}{4z^2}, \quad \Lambda_*(M) = \ln\left(\frac{d_i}{a}\right) - \frac{M^4}{4z^2}, \quad M^2 = 2\tau u^2 = -2\psi. \end{aligned}$$

5.2.2 电离率和负离子对稳态空洞结构的影响的数值研究

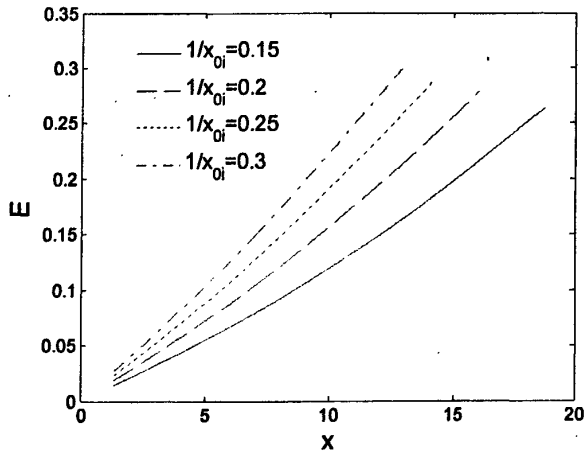
下面对方程组(5.15)(5.16)在边界条件(5.17)-(5.19)下进行数值研究。有关参数取值如下: $d_i = 0.001$; $a = 0.01$; $\tau = 0.05$; $\mu = 5.4e-4$ 。负离子含量用 δ 来表示。

图中未说明电离率的, 电离率均取 $1/x_{0i} = 0.2$ 。

图 5.2 是电离率分别取 0.15, 0.2, 0.25, 0.3 时, 尘埃区的电势、电场强度和马赫数的空间分布曲线。图 5.2 (a) 表明, 空洞内部的电势分布类似抛物线, 由中心向边界逐渐降低, 当提高电离率后, 空洞边界的电势升高, 空洞边界的位置也相应减小 (x 由 18.7889 减小为 12.8896)。图 5.2 (b) 表明空洞内部的电场强度由中心向边界逐渐增大, 当提高电离率后, 空洞边界的电场强度也变大了, 对于同一位置, 电场强度变大了。图 5.2 (c) 表明马赫数也是由空洞中心向边界逐渐增大的, 提高电离率后, 空洞边界的位置减小, 空洞边界的马赫数减小, 同一位置所对应的马赫数增大。



(a)



(b)

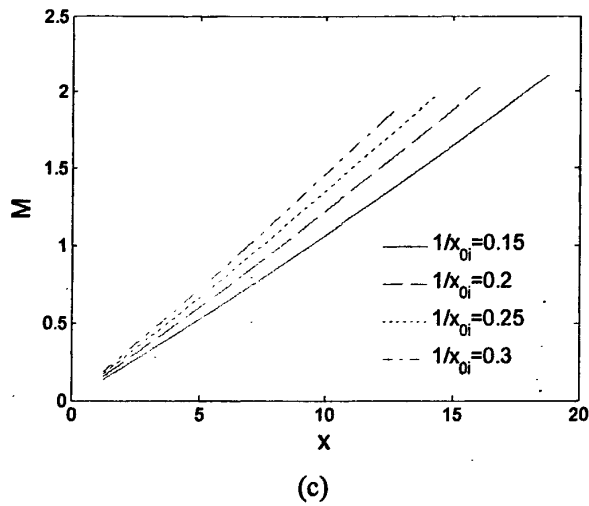
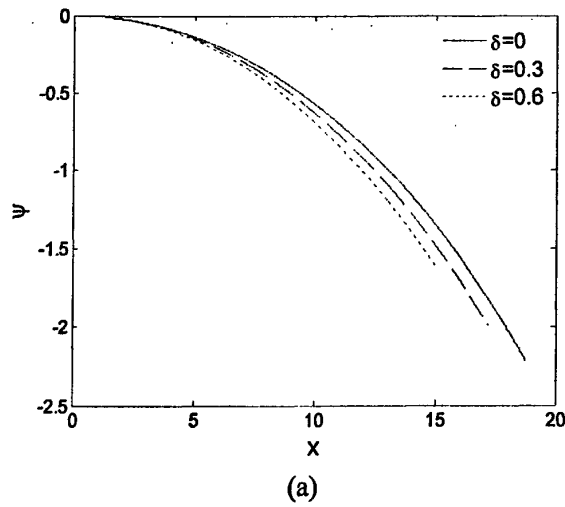
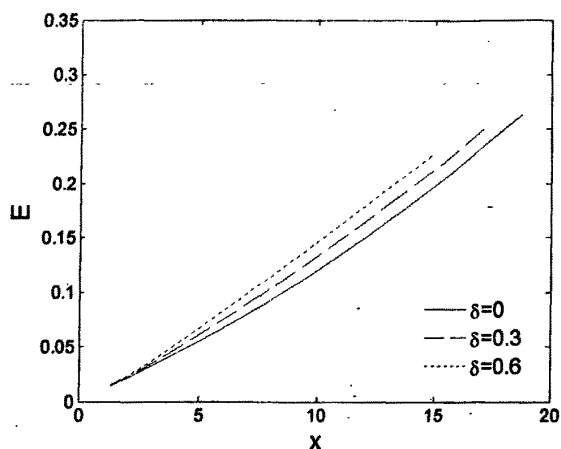


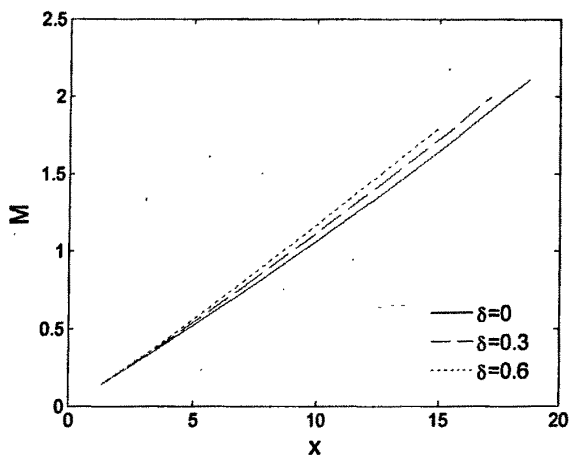
图 5.2 电离率不同时, 空洞内部的(a)电势的空间分布 (b) 电场强度的空间分布 (c) 马赫数的空间分布

图 5.3 给出了不同负离子含量对稳态空洞中的电势、电场强度以及马赫数的空间分布的影响。从图 5.3 (a) 中可以看出, 增加负离子含量会使空洞内部同一位置的电势减小, 而使空洞边界的电势升高。空洞的边界位置减小 (x_v 由 18.7889 减小为 14.9898)。图 5.3 (b) 中可以看出, 增加负离子含量会使空洞内部的同一位置的电场强度变大, 而使空洞边界的电场强度减小。图 5.3 (c) 表明增加负离子含量会使空洞内部的同一位置的马赫数增大, 而使空洞边界的马赫数减小。





(b)



(c)

图 5.3 负离子含量不同时, 空洞内部的 (a) 电势的空间分布 (b) 电场强度的空间分布 (c) 马赫数的空间分布

图 5.4 表示空洞边界位置与电离率之间的关系, 由于电离率较小或较大都不易形成稳态空洞, 我们取电离率在 0.15 到 0.3 附近这一区间来进行研究。研究表明随着电离率增大, 空洞边界的位置是减小的。这也与前面的不同电离率对空洞内部参数的影响的研究结果一致。

图 5.5 给出了空洞边界尘埃颗粒的带电量与电离率的关系, 由图中可以看出, 随着电离率的增加, 空洞边界尘埃的带电量是减少的。

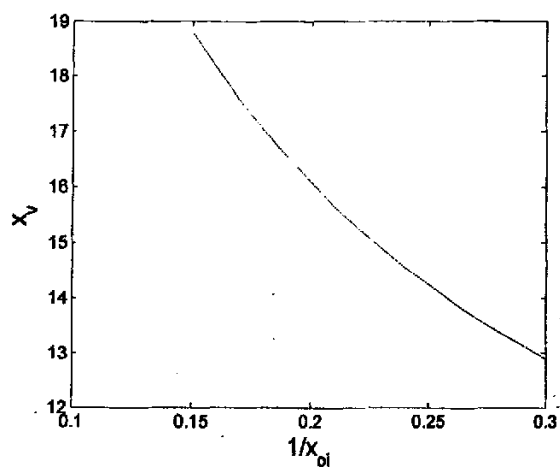


图 5.4 空洞边界位置与电离率的关系

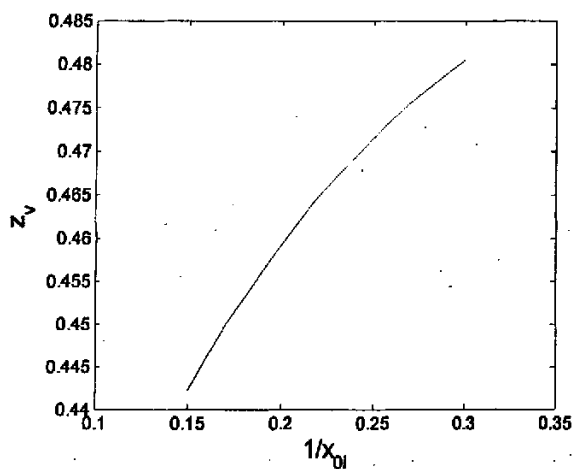


图 5.5 空洞边界尘埃颗粒的带电量与电离率的关系

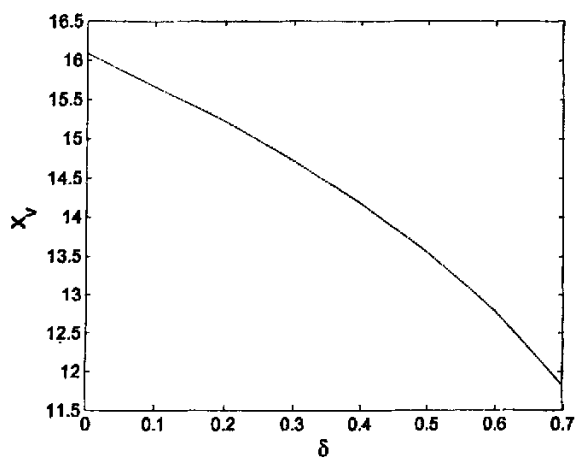


图 5.6 空洞边界位置与负离子含量的关系

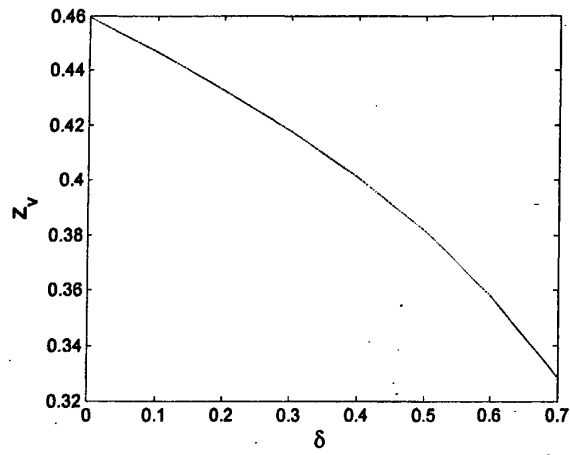


图 5.7 空洞边界尘埃颗粒的带电量与负离子含量的关系

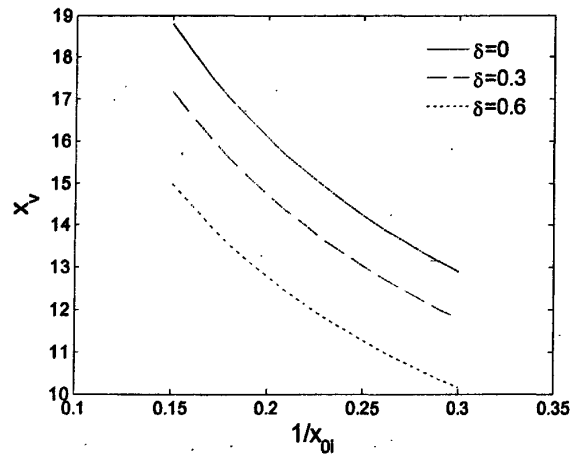


图 5.8 负离子含量变化时，空洞边界位置与电离率的关系。

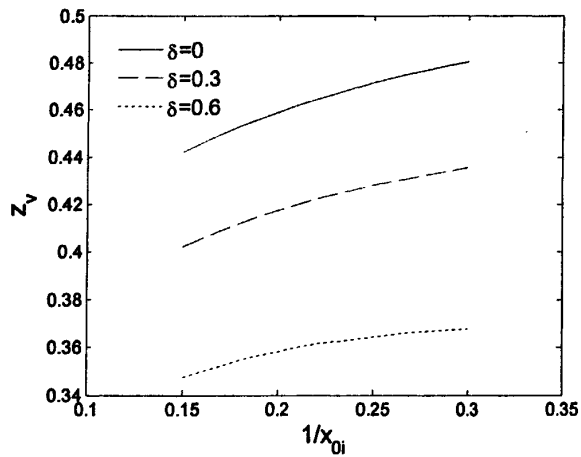


图 5.9 负离子含量变化时，空洞边界尘埃颗粒的带电量与电离率的关系。

图 5.6 表明了空洞边界位置与负离子含量的关系,随着负离子含量的增大,空洞边界的位置减小。从图 5.7 中可以看出,随着负离子含量的增大,空洞边界尘埃带电量也是减小的。

图 5.8 和图 5.9 分别给出了电离率在一定区间内,负离子含量的改变对空洞边界和边界尘埃的带电量的影响,可以看出,当负离子含量增加时,空洞边界和边界尘埃的带电量是减少的。

我们的结果与文献[127]中的稳态空洞中的物理参量的分布、空洞边界位置和电离率在定性上符合得较好。另外,我们还研究了不同电离率以及负离子含量对稳态空洞的影响。这些影响在物理上大致可作如下解释:电离率的改变会影响空洞内部的离子密度的分布,影响内部电场的分布,进一步影响离子运动的速度,电离率增加,会使离子密度增加,电场强度增大,加速离子运动的速度,使马赫数增加。由于电场强度是电势的导数,因此电势降低了。负离子含量的增加会降低电子含量,负离子的质量远大于电子,迁移速度慢,对于充电过程来说,到达尘埃颗粒表面的负电荷减少了,因此尘埃颗粒的带电量也减少了。负离子对电场的影响从 Poisson 方程中可以看出,使电场强度增加,与上面讨论相同,它也会使电势降低,马赫数变大。

5.3 本章小结

本文采用流体理论,数值研究不同电离率下尘埃等离子体中尘埃空洞的稳态结构以及负离子含量对稳态空洞中电场、电势及马赫数空间分布的影响。

研究结果表明,当电离率较小或较大时都不易形成稳态结构,电离率升高或负离子含量的增大都会改变稳态空洞内部的参数分布,使空洞内部电势降低,电场强度及马赫数增加,使空洞的边界位置和边界尘埃的带电量减少。

第六章 总结与展望

6.1 本文主要结论

本文研究了在电负性尘埃等离子体中, 单个磁性球形尘埃颗粒在射频碰撞等离子体鞘层中的振荡、尘埃晶格波的色散关系, 以及尘埃空洞的稳态结构, 主要研究结果如下:

1) 建立了一维电负性射频碰撞鞘层的流体模型, 数值研究电极极板电压与鞘层厚度随时间变化的规律, 鞘层内部物理量: 电场、电势、正离子速度、电子数密度、离子数密度和负离子数密度在鞘层中的空间分布。讨论碰撞强度和负离子含量对电极极板电压、鞘层厚度以及鞘层内部各物理量空间分布的影响。当碰撞强度增大时, 极板电压幅度相应增大, 鞘层厚度减小, 鞘层平均电势增大, 正离子速率减慢, 正离子数密度增大。这是由于碰撞减慢了正离子的速率, 而由于连续性方程中提供的通量守恒条件, 正离子的数密度有所增大。负离子存在时极板电压幅度略有增加, 鞘层厚度略有减少。这是因为负离子取代了部分电子后, 负离子质量大、温度低, 从而鞘层导电性能下降, 等效于阻抗增大; 当功率恒定时, 阻抗增大导致电压增大, 电流减小。存在负离子时, 鞘层平均电势、电场和正离子速度的平均分布略有增加。

2) 在前面研究的鞘层模型的基础上, 数值研究外加磁场时尘埃颗粒在鞘层中的振荡, 分析不同作用力对颗粒振荡行为的贡献, 比较磁场强度和负离子含量对振荡的影响。结果发现, 中性粒子拉力类似摩擦力可提供阻尼, 根据其振荡圆频率的比较, 可以分别使颗粒作过阻尼振荡、临界阻尼振荡和过阻尼振荡。电场力在鞘层的大部分区域会增加颗粒振荡频率, 离子拉力同样会增加颗粒振荡频率, 负离子存在会提高尘埃表面电势, 降低振荡频率, 磁场力对振荡的影响取决于磁场的具体构形以及尘埃颗粒的平衡位置。

3) 采用固体物理中求晶格波色散关系的方法, 求出一维尘埃晶格中传播的纵波、横波和二维六角尘埃晶格中传播的横波的色散关系, 数值研究结果发现当不考虑波的阻尼作用时, 晶格波的纵波模和横波模的色散关系是周期的。对于一维链状晶格中传播的纵波模, 在一个周期内, 色散关系由正转为负, 而对于其中传播的横波模, 在一个周期内, 色散关系由负转为正。对于二维六角晶格中传播的横波, 色散关系在一个周期内会出现负-正-负-正的变换, 中间会出现两个波谷状结构。比较不同的数值截断对于色散关系的影响, 验证了近邻近似的合理性。

研究发现 x 方向上传播的横波模和二维六角晶格中传播的横波模具有不稳定性。比较三种电相互作用势模型(Coulomb 势模型, Tsytovich 势模型, Wang 势模型)对线性晶格波色散关系的影响。Tsytovich 势模型, Wang 势模型对于纵波会降低其频率, 而对于横波会增加其频率。研究了尘埃间距对线性晶格波色散关系的影响。结果发现, 对于纵波和横波, 尘埃间距对于色散关系的影响是相反的, 对于纵波, 随着尘埃间距的增加, 波的频率是降低的, 而对于横波来说, 波的频率是升高的。比较弱磁场对线性晶格波色散关系的影响。磁场对沿磁场方向振荡产生的波动的色散关系会产生影响, 在本实验所取的参数条件下, 磁场降低了波的频率。研究负离子对线性晶格波色散关系的影响。结果表明, 对于纵波和横波, 负离子对于色散关系的影响也是相反的, 对于纵波, 存在负离子时, 波的频率是降低的, 而对于横波来说, 波的频率是升高的。负离子存在时, 对于 y 方向振荡的纵波模, Tsytovich 模型和 Wang 模型会增加波的不稳定性。对于其他的几种波模, Tsytovich 模型和 Wang 模型会使波的色散关系发生反转。

4) 建立了一维尘埃空洞的稳态模型, 数值研究了不同电离率对稳态结构的影响以及负离子含量对于稳态结构的影响。结果表明, 当电离率较小或较大时都不易形成稳态结构, 电离率升高或负离子含量的增大都会改变稳态空洞内部的参数分布, 使空洞内部电势降低, 电场强度及马赫数增加, 使空洞的边界位置和边界尘埃的带电量减少。

6.2 展望

然而, 需要说明的是以上的工作中还存在许多的不足和需要改进的地方。

本文讨论的是弱磁场, 不仅忽略了它对鞘层的影响, 而且尘埃运动方程中也没有考虑 Lorentz 力, 只是研究了磁性颗粒在磁场梯度的方向上会受到磁场力的作用, 这可以提升颗粒的平衡位置, 影响它的振荡频率。当存在强磁场时, 对鞘层及颗粒振荡以及晶格波仍需进行研究。

本文在研究晶格波的色散关系时, 尘埃颗粒的带电量 and 磁矩取的是平衡位置的数值, 当尘埃颗粒在平衡位置附近振荡时, 这些参量值是否改变, 如何改变需要进一步探讨。

负离子对晶格波色散关系的影响更为复杂, 它会影响鞘层内部各物理参数的分布, 还会影响尘埃表面的电势, 进而影响尘埃之间的相互作用, 本文对负离子的作用的讨论采用的是数值方法, 可以定性地分析负离子的作用, 但是数值方法得出的数据毕竟是有限的。

本文在讨论尘埃晶格波的色散关系时, 忽略了中性粒子拉力的阻尼作用, 这虽然可以看出物理过程的全貌, 但是现有的实验中是存在这种作用力的。

在尘埃空洞的稳态结构的研究中,描述空洞的方程组是非线性的中心具有奇点的方程,采用数值方法进行模拟,得不出空洞中心附近的物理行为,这需要进一步作解析的渐进行为方面的分析。本文研究的是尘埃空洞的稳态结构,尘埃空洞是如何演化的,在接下来的工作中我们会进行深入的研究。

参考文献

- [1] V E Fortov, A G Khrapak, S A Khrapak, V I Molotkov, O F Petrov, *Physics - Uspekhi* **47**, 5 (2004)
- [2] V. E. Fortov, A.V. Ivlev, S.A. Khrapak, A.G. Khrapak, G. E. Morfill, *Physics Reports* **421**, 1 (2005)
- [3] Alfven H, *On the origin of the solar system*, Clarendon Press, Oxford, UK (1954)
- [4] Spitzer Jr L, *Physical Processes in the Interstellar Medium* Wiley, New York (1978)
- [5] Shukla P K *Introduction to Dusty Plasma Physics* Bristol: Institute of Physics London (2002)
- [6] D. Samsonov, S. K. Zhdanov, R. A. Quinn, S. I. Popel, and G. E. Morfill, *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 255004 (2004)
- [7] J. H. Chu, Lin I, *Phys. Rev. Lett.*, **72**, 4009 (1994)
- [8] T. Matthey and J. P. Hansen, *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 165001 (2003)
- [9] P. K. Shukla and N. N. Rao, *Phys. Plasmas*, **3**, 5 (1996)
- [10] Oliver Arp, Dietmar Block, and Alexander Piel, Andre' Melzer, *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 165004 (2004)
- [11] Chieko Totsuji, M. Sanusi Liman, Kenji Tsuruta, and Hiroo Totsuji, *Phys. Rev. E* **68**, 017401 (2003)
- [12] P. K. Shukla, S. M. Mahajan, *Physics Letters A* **328**, 185 (2004)
- [13] Glenn Joyce, Martin Lampe, and Gurudas Ganguli, *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 095006 (2002)
- [14] G. Morfill and V. N. Tsytovich, *Plasma Physics Reports*, **26**, 8 (2000)
- [15] Vladimir E. Fortov, Vladimir I. Molotkov, Anatoli P. Nefedov, and Oleg F. Petrov, *Phys. Plasmas*, **6**, 5 (1999)
- [16] Z. W. Ma and A. Bhattacharjee, *Phys. Plasmas*, **9**, 8 (2002)
- [17] V. N. Tsytovich, *Plasma Physics Reports*, **26**, 8 (2000)
- [18] Jeng-Mei Liu, Wen-Tau Juan, Ju-Wang Hsu, Zen-Hong Huang and Lin I, *Plasma Phys. Control. Fusion* **41**, A47 (1999)
- [19] Minghui Kong, B Partoens and F M Peeters, *New Journal of Physics* **5**, 23 (2003)
- [20] Hiroo Totsuji, Chieko Totsuji, and Kenji Tsuruta, *Phys. Rev. E*, **64**, 066402 (2001)
- [21] G. E. Morfill, H. M. Thomas, U. Konopka, and M. Zuzic, *Phys. Plasmas*, **6**, 5 (1999)
- [22] S. V. Vladimirov, P. V. Shevchenko, and N. F. Cramer, *Phys. Rev. E*, **56**, 1 (1997)
- [23] H. Schollmeyer, A. Melzer, A. Homann, and A. Piel, *Phys. Plasmas*, **6**, 7 (1999)
- [24] Zheng-Xiong Wang, Xiaogang Wang, Jin-Yuan Liu, and Yue Liu, *J. Appl. Phys.*, **97**, 023302 (2005)
- [25] Ming Li, Michael A. Vyvoda, Steven K. Dew, and Michael J. Brett, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **28**, 1 (2000)
- [26] J. I. Fernandez Palop, V. Colomer, J. Ballesteros, M. A. Herncindez, A. Dengra, *Surface and Coatings Technology* **84**, 341 (1996)
- [27] J. I. Fernandez Palop, J Ballesteros, V. Colomer, M. A. Hernimdez, and A. Dengra, *J. Appl. Phys.*, **77**, 7 (1995)
- [28] WANG Zheng-Xiong, LIU Jin-Yuan, ZOU Xiu, LIU Yue, WANG Xiao-Gang, *Chin. Phys.*

Lett., 20, 9 (2003)

- [29] Samsonov D, et al. New J. Phys. 5, 241 (2003)
- [30] B. A. Smith et al., Science **215**, 504 (1982)
- [31] R. L. Merlino and J. A. Goree, Phys. Today., 7, 1 (2004)
- [32] G. S. Selwyn, J. Singh, R. S. Bennett, J. Vac. Sci. Technol. **A7**, 2758 (1989)
- [33] K. Narihara et al., Nucl. Fusion **37**, 1177 (1997)
- [34] J. Winter, Phys. Plasmas **7**, 3862 (2000)
- [35] S. I. Krasheninnikov, Y. Tomita and R. D. Smirnov et al., Phys. Plasmas **11**, 3141 (2004)
- [36] V. N. Tsytovich and U. de Angelis, Phys. Plasmas, **6**, 4 (1999)
- [37] V. N. Tsytovich and U. de Angelis, Phys. Plasmas, **7**, 2 (2000)
- [38] V. N. Tsytovich and U. de Angelis, Phys. Plasmas, **8**, 4 (2001)
- [39] V. N. Tsytovich and U. de Angelis, Phys. Plasmas, **9**, 6 (2002)
- [40] V. N. Tsytovich and U. de Angelis, Phys. Plasmas, **11**, 2 (2004)
- [41] I. Denysenk and M. Y. Yu, K. Ostrikov, N. A. Azarenkov, L. Stenflo, Phys. Plasmas, **11**, 11 (2004)
- [42] Giovanni Lapenta, Phys. Plasmas, **6**, 5 (1999)
- [43] H. Ohta and S. Hamaguchi, Phys. Rev. Lett., **84**, 6026 (2000)
- [44] P. Schmidt, G. Zwicknagel, P. G. Reinhard, and C. Toepffer, Phys. Rev. E, **56**, 6 (1997)
- [45] H. Ohta and S. Hamaguchi, Phys. Plasmas, **7**, 11 (2000)
- [46] S. Benkadda, V. N. Tsytovich, S. V. Vladimirov, Phys. Rev. E., **60**, 4(1999)
- [47] G. A. Hebner, M. E. Riley, and K. E. Greenberg, Phys. Rev. E., **66**, 046407 (2002)
- [48] M. Salimullah and M. R. Amin, Phys. Plasmas **3** (5), 1776 (1996)
- [49] G. L. Delzanno, G. Lapenta, and M. Rosenberg, Phys. Rev. Lett., **92**, 3 (2004)
- [50] V. N. Tsytovich and G. E. Morfill, Plasma Physics Reports, **28**, 3 (2002)
- [51] V. N. Tsytovich and J. Koller, Contrib. Plasma Phys. **44**, 4 (2004)
- [52] S. Alia, M. H. Nasim, G. Murtaza, Phys. Plasmas, **12**, 033502 (2005)
- [53] Benjamin P. Lee and Michael E. Fisher, Phys. Rev. Lett., **76**, 16 (1996)
- [54] G. A. Hebner, M. E. Riley, D. S. Johnson, Pauline Ho, and R. J. Buss, Phys. Rev. Lett., **87**, 23 (2001)
- [55] M. Nambu, M. Salimullah and R. Bingham, Phys. Rev. E., **63**, 056403 (2001)
- [56] Martin Lampe, Valeriy Gavrilshchaka, Gurudas Ganguli, and Glenn Joyce, Phys. Rev. Lett., **86**, 23 (2001)
- [57] V. I. Vishnyakov and G. S. Dragan, Phys. Rev. E., **71**, 016411 (2005)
- [58] Martin Lampe, Glenn Joyce, and Gurudas Ganguli, Valeriy Gavrilshchaka, Phys. Plasmas, **7**, 3851 (2000)
- [59] Anirban Bose and M. S. Janaki, Phys. Plasmas, **12**, 032102 (2005)
- [60] S. A. Khrapak, A. V. Ivlev, and G. E. Morfill, S. K. Zhdanov, Phys. Rev. Lett., **90**, 22 (2003)
- [61] P. K. Shukla, M. Salimullah, Phys. Plasmas **3**, 10 (1996)
- [62] G. A. Hebner and M. E. Riley, Phys. Rev. E., **69**, 026405 (2004)
- [63] M. Salimullah, P. K. Shukla and G. E. Morfill, J. Plasma Physics, Vol. **69**, Part 4, 363 (2003)
- [64] J. E. Daugherty, R. K. Porteous, and D. B. Graves, J. Appl. Phys. **73**, 4 (1993)
- [65] M. D. Kilgore, J. E. Daugherty, R. K. Porteous, and D. B. Graves, J. Appl. Phys., **73**, 11 (1993)
- [66] A. V. Ivlev, S. A. Khrapak, S. K. Zhdanov, and G. E. Morfill, Phys. Rev. Lett., **92**, 20, 205007 (2004)
- [67] S. A. Khrapak, A. V. Ivlev, G. E. Morfill, and H. M. Thomas, Phys. Rev. E., **66**, 046414

- (2002)
- [68] J. E. Daugherty and D. B. Graves, *J. Appl. Phys.* **78**, 4 (1995)
 - [69] A. A. Samarian, S. V. Vladimirov, and B. W. James, *Phys. Plasmas* **12**, 022103 (2005)
 - [70] S. Takamura, T. Misawa, and N. Ohno, *Phys. Plasmas* **8**, 5 (2001)
 - [71] T Nitter, *Plasma Sources Sci. Technol.* **5**, 93 (1996)
 - [72] Yves Elskens, David P. Resendes and J. T. Mendonca, *Phys. Plasmas* **4**, 12 (1997)
 - [73] Dan Winske and Michael E. Jones, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **22**, 4 (1994)
 - [74] S. Park, C. R. Seon, and W. Choe, *Phys. Plasmas* **11**, 11 (2004)
 - [75] Michael S. Barnes, John H. Keller, John C. Forster, et al., *Phys. Rev. Lett.*, **68**, 3 (1992)
 - [76] Frank Melandso, *Phys. Plasmas* **3**, 11 (1996)
 - [77] A. V. Ivlev and G. Morfill, *Phys. Rev. E.*, **63**, 016409 (2000)
 - [78] S. V. Vladimirov, V. V. Yaroshenko and G. E. Morfill, *Phys. Plasmas* **13**, 030703 (2006)
 - [79] A. Homann, A. Melzer, S. Peters, and A. Piel, *Phys. Rev. E.*, **56**, 6 (1997)
 - [80] J. B. Pieper and J. Goree, *Phys. Rev. Lett.*, **7**, 15 (1996)
 - [81] K. Qiao and T. W. Hyde, *Phys. Rev. E.*, **68**, 046403 (2003)
 - [82] S. Nunomura, J. Goree, S. Hu, X. Wang, and A. Bhattacharjee, *Phys. Rev. E.*, **65**, 066402 (2002)
 - [83] B. Farokhi, P. K. Shukla, N. L. Tsintsadze and D. D. Tskhakaya, *Phys. Plasmas* **7**, 3 (2000)
 - [84] R. Kompaneets, A. V. Ivlev, V. Tsytovich, and G. Morfill, *Phys. Plasmas* **12**, 062107 (2005)
 - [85] T. Misawa, N. Ohno, K. Asano, M. Sawai, S. Takamura, and P. K. Kaw, *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 7 (2001)
 - [86] J. Pramanik, G. Prasad, A. Sen, and P. K. Kaw, *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 17 (2002)
 - [87] A. Homann, A. Melzer, S. Peters, R. Madani, A. Piel, *Physics Letters A* **242**, 173 (1998)
 - [88] B. Farokhi, P. K. Shukla, N. L. Tsintsadze, D. D. Tskhakaya, *Physics Letters A* **264**, 318 (1999)
 - [89] Xiaogang Wang, A. Bhattacharjee, and S. Hu, *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 12 (2001)
 - [90] P. K. Shukla and I. Kourakis, *Phys. Plasmas* **12**, 024501 (2005)
 - [91] I. Kourakis and P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **11**, 4 (2004)
 - [92] V. Nosenko, K. Avinash, J. Goree, and B. Liu, *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 8 (2004)
 - [93] V. Yaroshenko and G. E. Morfill, *Phys. Plasmas*, **9**, 11 (2002)
 - [94] S. Zhdanov, S. Nunomura, D. Samsonov, and G. Morfill, *Phys. Rev. E.*, **68**, 035401(R) (2003)
 - [95] Bin Liu, K. Avinash, and J. Goree, *Phys. Lett.*, **91**, 25 (2003)
 - [96] S. Nunomura, D. Samsonov, and J. Goree, *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 22 (2000)
 - [97] D. Samsonov, S. Zhdanov, and G. Morfill, *Phys. Rev. E.*, **71** (2005)
 - [98] G. Uchida, U. Konopka, and G. Morfill, *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 15 (2004)
 - [99] Yanhong Liu, Bin Liu, Yanping Chen, Si-Ze Yang, Long Wang, and Xiaogang Wang, *Phys. Rev. E.*, **67**, 066408 (2003)
 - [100] Wen-shan Duan, John Parkes, Mai-mai Lin, *Phys. Plasmas* **12**, 022106 (2005)
 - [101] S. Nunomura, S. Zhdanov, D. Samsonov, and G. Morfill, *Phys. Rev. Lett.*, **94**, 045001 (2005)
 - [102] Wen-shan Duan, Gui-xin Wan, Xiao-yun Wang, and Mai-mai Lin, *Phys. Plasmas* **11**, 9 (2004)
 - [103] K. Qiao and T. W. Hyde, *Phys. Rev. E.*, **71**, 026406 (2005)
 - [104] Zheng-Xiong Wang, Yue Liu, Jin-Yuan Liu, and Xiaogang Wang, *Phys. Plasmas* **12**,

014505 (2005)

- [105] Yang-fang Li, J. X. Ma, and De-long Xiao, *Phys. Plasmas* **11**, 11 (2004)
- [106] B. Eliasson, and P. K. Shukla, *Phys. Rev. E.*, **69**, 067401 (2004)
- [107] F. Melandso and P. K. Shukla, *Planet. Space Sci.* **43**, 635 (1995)
- [108] C. B. Dwivedi, and B. P. Pandey, *Phys. Plasmas* **2**, 4134 (1995)
- [109] G. C. Das, C. B. Dwivedi, M. Talukdar and J. Sarma, *Phys. Plasmas*, **4**, 12 (1997)
- [110] P. K. Shukla and A. A. Mamun, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **29**, 221 (2001)
- [111] M. R. Gupta, S. Sarkar, S. Ghosh, M. Debnath, and M. Khan, *Phys. Rev. E.*, **63**, 046406 (2001)
- [112] D. Samsonov, J. Goree, and Z. W. Ma, *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 3649 (1999)
- [113] A. Melzer, S. Nunomura, and D. Samsonov, et.al., *Phys. Rev. E.*, **62**, 4162 (2000)
- [114] Z. W. Ma, and A. Bhattacharjee, *Phys. Plasmas*, **9**, 3349 (2002)
- [115] V. Nosenko, J. Goree, and Z. W. Ma, *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 135001 (2002)
- [116] V. Nosenko, J. Goree, and Z. W. Ma, *Phys. Rev. E.*, **68**, 056409 (2003)
- [117] Lu-Jing Hou, You-Nian Wang, Z. L. Mišková, *Phys. Rev. E.*, **70**, 056406 (2004)
- [118] HUANG Feng, YE Mao-Fu, WANG Long, JIANG Nan, *Chin. Phys. Lett.*, **21**, 1(2004)
- [119] G. Praburam and J. Goree, *Phys. Plasmas* **3**, 4 (1996)
- [120] K. Avinash, *Phys. Plasmas* **8**, 2601 (2001)
- [121] G. Morfill, V. N. Tsytovich, *Phys. Plasmas* **9**, 1 (2002)
- [122] A. A. Mamun and P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **11**, 5 (2004)
- [123] Maxime Mikikian and Larfa Boufendi, *Phys. Plasmas* **11**, 8 (2004)
- [124] S. V. Vladimirov, V. N. Tsytovich, G. E. Morfill, *Phys. Plasmas* **12**, 052117 (2005)
- [125] Yue Liu, Songtao Mao, Zheng-Xiong Wang, and Xiaogang Wang, *Phys. Plasmas* **13**, 064502 (2006)
- [126] D. Samsonov and J. Goree, *Phys. Rev. E.*, **59**, 1 (1999)
- [127] J. Goree, G. E. Morfill, V. N. Tsytovich, and S. V. Vladimirov, *Phys. Rev. E.*, **59**, 6 (1999)
- [128] V. N. Tsytovich, S. V. Vladimirov, G. E. Morfill, J. Goree, *Phys. Rev. E.*, **63**, 056609 (2001)
- [129] M. R. Akdim and W. J. Goedheer, *Phys. Plasmas* **65**, 015401 (R) (2001)
- [130] E. Thomas, Jr., B. M. Annaratone, G. E. Morfill, and H. Rothermel, *Phys. Rev. E.*, **66**, 016405 (2002)
- [131] V. N. Tsytovich, S. V. Vladimirov, G. E. Morfill, *Phys. Rev. E.*, **70**, 066408 (2004)
- [132] G. E. Morfill, H. M. Thomas, U. Konopka, H. Rothermel, M. Zuzic, A. Ivlev, and J. Goree, *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 8 (1999)
- [133] R. P. Dahiya, G. V. Paeva, W. W. Stoffels, E. Stoffels, G. M. W. Kroesen, K. Avinash, and A. Bhattacharjee, *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 12 (2002)
- [134] K. Avinash, A. Bhattacharjee, and S. Hu, *Phys. Rev. Lett.*, **90**, 7 (2003)
- [135] 黄峰, 叶茂福, 王龙, *科学通报*, **49**, 21 (2004)
- [136] 吴静, 张鹏云, 宋巧丽, 张家良, 王德真 *物理学报* **54**, 10 (2005)
- [137] N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990)
- [138] A. Barkan R. L. Merlino and N. D'Angelo, *Phys. Plasmas* **2**, 3563 (1995)
- [139] P. K. Shukla, and V. P. Silin, *Phys. Scripta* **45**, 508 (1992)
- [140] A. Barkan, N. D'Angelo, and R. L. Merlino, *Planet. Space Sci.* **44**, 239 (1996)
- [141] S. I. Popel, M. Y. Yu, and V. N. Tsytovich, *Phys. Plasmas*, **3**, 4313 (1996)
- [142] J. X. Ma, and J. Y. Liu, *Phys. Plasmas*, **4**, 253 (1997)
- [143] Bin Liu, K. Avinash, and J. Goree, *Phys. Rev. E.*, **69**, 036410 (2004)
- [144] S. Nunomura, J. Goree, S. Hu, X. Wang, and A. Bhattacharjee, *Phys. Rev. E.*, **65**, 066402 (2002)

-
- [145] R. Kompaneets, A. V. Ivlev, V. Tsytovich, and G. Morfill, *Phys. Plasmas* **12**, 062107 (2005)
- [146] T. Misawa, N. Ohno, K. Asano, M. Sawai, S. Takamura, and P. K. Kaw, *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 7 (2001)
- [147] D. Samsonov, S. Zhdanov, and G. Morfill, *Phys. Rev. E.*, **71**, 026410 (2005)
- [148] Bin Liu, K. Avinash, and J. Goree, *Phys. Lett.*, **91**, 25 (2003)
- [149] V. V. Yaroshenko and G. E. Morfill, *Phys. Rev. E.*, **66**, 065401(R) (2002)
- [150] Yanhong Liu, Bin Liu, Yanping Chen, Si-Ze Yang, Long Wang, and Xiaogang Wang, *Phys. Rev. E.*, **67**, 066408 (2003)
- [151] H. Ikezi, *Phys. Fluids*, **29**, 1764 (1986)
- [152] Thomas H, Morfill G E, Demmel V, Goree J, Feuerbacher B and Mohlmann D 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73**, 652 (1994)
- [153] Hayashi Y and Tachibana K, *Japan. J. Appl. Phys.* **33**, L804 (1994)
- [154] Melzer A, Trottenberg T and Piel A, *Phys. Lett. A* **191**, 301 (1994)
- [155] S. V. Vladimirov, P. V. Shevchenko, and N. F. Cramer, *Phys. Rev. E* **56**, R74 (1997)
- [156] S. Nunomura, D. Samsonov, and J. Goree, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5141 (2000)
- [157] M. A. Lieberman and A. J. Lichtenberg, *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing*, Wiley, New York (1994)
- [158] Michael A. Lieberman, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **16**, 6 (1988)
- [159] Hua-Tan Qiu, You-Nian Wang, and Teng-Cai Ma, *J. Appl. Phys.* **90**, 12 (2001)
- [160] J. Gierling and K.-U. Riemann, *J. Appl. Phys.* **3**, 7 (1998)
- [161] Michael A. Lieberman, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **17**, 2 (1989)
- [162] S. Hamaguchi, R. T. Farouki, and M. Dalvie, *Phys. Fluids B* **4**, 7 (1992)
- [163] E. V. Barnat and G. A. Hebner, *J. Appl. Phys.* **96**, 9 (2004)
- [164] E. V. Barnat and G. A. Hebner, *J. Appl. Phys.* **97**, 063301 (2005)
- [165] K E Orlov, D A Malik, T V Chernoziumskaya, and A S Smirnov, *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 5 (2004)
- [166] Zhong-Ling Dai, You-Nian Wang, and Teng-Cai Ma, *Phys. Rev. E.*, **65**, 036403 (2002)
- [167] Hou Lujing, Wang Younian, Z. L. Miskvic, *Plasma Science & Technology*, **6**, 4 (2004)
- [168] Hou Lujing, Wang Younian, Z. L. Miskvic, *Plasma Sci. Technol.* **6**, 4 (2004)
- [169] Lu-Jing Hou and You-Nian Wang, Z. L. Miškovia, *Phys. Plasmas*, **11**, 4456 (2004)
- [170] 邹秀 刘金远 王正涵 宫野 刘悦 王晓钢 *物理学报* **53**, 10 (2004)
- [171] Edelberg E A and Aydi E S. *J. Appl. Phys.* **86**, 4799 (1999)
- [172] Denysenko I, Yu M Y, Stenflo L, et al., *Phys. Plasmas*, **12**, 042102 (2005)
- [173] I. Denysenko, M. Y. Yu, and N. A. Azarenkov, *Phys. Plasmas* **13**, 013505 (2006)
- [174] J. D. P. Passchier and W. J. Goedheer, *J. Appl. Phys.*, **73**, 1073 (1993)
- [175] A. J. Lichtenberg, I. G. Kouznetsov, Y. T. Lee, M. A. Lieberman, I. D. Kaganovich, and L. D. Tsengin, *Plasma Sources Sci. Technol.* **6**, 437 (1997)
- [176] E. Stoffels, W. W. Stoffels, and G. M. W. Kroesen, *Plasma Sources Sci. Technol.* **10**, 311 (2001)
- [177] Sheridan T E, Goree J. *Phys. Fluids*, **b3**, 2796 (1991)
- [178] J. Allen, *Phys. Scr.* **45**, 497 (1992)
- [179] S. Hamaguchi, R. T. Farouki, *Phys. Rev. E.*, **49**, 4430 (1994)
- [180] A. A. Fridman and L. Boufendi, T. H. Bid, B. N. Potapkin, and A. Bouchoule, *J. Appl. Phys.* **79**, 1303 (1996)
- [181] H. Ikezi, *Phys. Fluids*, **29**, 1764 (1986)

- [182] Thomas H, Morfill G E, Demmel V, Goree J, Feuerbacher B and Mohlmann D 1994 Phys. Rev. Lett. **73**, 652 (1994)
- [183] Hayashi Y and Tachibana K, Japan. J. Appl. Phys. **33**, L804 (1994)
- [184] Melzer A, Trottenberg T and Piel A, Phys. Lett. A **191**, 301 (1994)
- [185] U. Konopka, G. E. Morfill, and L. Ratke, Phys. Rev. Lett., **84**, 891 (2000)
- [186] V. N. Tsytovich and G. E. Morfill, Plasma Phys. Rep., **28**, 171 (2002)
- [187] Wang L, Commun. Mod. Phys. C: Commun. Plasma Sci. **22** 07 (1999)
- [188] Resendes D P, Mendonca J T and Shukla P K, Phys. Lett. A **239**, 181 (1998)
- [189] Yaroshenko V V, Morfill G E, and Samsonov D. Vertical oscillations of paramagnetic particles in complex plasmas. Phys. Rev. E, **69**, 016410 (2004)

致 谢

难忘五年研究生生活，值此论文完成之际，心中充满感激之情。

首先衷心感谢我的导师陈银华教授，他的渊博的知识、开阔的视野和敏锐的思维给了我深深的启迪，他诲人不倦的高尚师德，严以律己、宽以待人的崇高风范，朴实无华、平易近人的人格魅力对我影响深远，他严谨的治学态度、为人处世的坦荡将使我终身受益。他在学习和科研方面给了我大量的指导，并为我提供了良好的科研环境，在我的研究生阶段的每个环节，他都倾注了大量的时间和精力，使我的科研能力能够有很大的提高。除此之外，他对我生活的关心和照顾也使得我顺利完成研究生的学业。

感谢德国鲁尔-波鸿大学的郁明阳教授，他在我们合作的文章的写作和投稿过程中给了我热情的帮助，对我所提出的问题总是能够耐心而细致的解答。他毫无保留地告诉我科技论文的写作经验，细心审阅我的文章，并且利用来内地交流的机会，抽出自己宝贵的时间对我进行面对面指导。

感谢我们系的马锦秀教授在研究过程中对我的指导和帮助。他给我许多关心和鼓励，对我的工作提出了许多宝贵的建议，使我不断加深对问题的理解，克服工作中的困难。

感谢中科院物理所的王龙研究员和黄峰博士，在我调研过程中，他们给我提供了详实的资料，并且指出了研究问题的方向。

感谢邓文隽、郑翔同学，他们在本论文的数值计算过程中作了大量的工作，没有他们的辛勤付出，我的论文也是不可能顺利完成的。

感谢实验室的王舸、谭立伟、王飞虎、王栋、马骏、黄凤、胡祖权、时桂芬，在与他们的讨论过程中，让我获得了许多灵感，使我的研究工作得到更好的改进。

感谢专业主任曹金祥教授，系办教学秘书李雯老师在学习和工作过程中给予的方便。

感谢我的爱人黄建明给我学习和工作的理解和大力支持，是他对我的经常鼓励和毫无怨言地照顾年幼的孩子，才使我能够独自在外地完成学业。感谢父母亲对我学习和生活的关心和对我的孩子的照顾。

衷心感谢在百忙之中抽出时间审阅本论文的专家教授。

致谢的话，或许最是平淡，却也是最真诚。长长名字罗列的背后，是恩师们的教诲与朋友的关爱，伴我走到今天，也会继续陪伴我走好以后那条，或许坎坷或许平坦的路，但无论怎样，我都会微笑着面对，以此回报所有关心和支持我的人！

攻读学位期间发表的论文情况

- [1] GAN Bao-Xia and CHEN Yin-Hua, Lattice wave of magnetized spherical dust in radio-frequency sheath with negative ions, Commun.Theor. Phys., Vol. 48, No. 4, 734 (2007)
- [2] GAN Bao-Xia, DENG Wen-Juan, and CHEN Yin-Hua, Collisional sheath in the electronegative radio-frequency plasma, Plasma Science and Technology, Vol. 9, No. 4, 398 (2007)
- [3] GAN Bao-Xia, CHEN Yin-Hua, and M. Y. Yu, Oscillations of magnetized dust grains in plasma sheath with negative ions, Chin. Phys. Lett., Vol. 24, No.7, 2003 (2007)
- [4] Bao-Xia Gan, Yin-Hua Chen, M.Y.Yu, Oscillations of magnetized dusts in electronegative radio-frequency plasma, J. Appl. Phys., Vol. 101, 113310 (2007)
- [5] MA Jun, CHEN Yin- Hua, GAN Bao-Xia, WANG Fei-Hu, and WANG Dong, Stability of Rayleigh-Taylor vortices in dusty plasma, Chin. Phys. Lett., Vol. 23, No. 4, 895 (2006)
- [6] Jun Ma, Yin-Hua Chen, Bao-Xia Gan, M.Y.Yu, Behavior of the Rayleigh-Taylor mode in a dusty plasma with rotational and shear flows, Planetary and Space Science Vol. 54, 719 (2006)