

岩石物理学

讲义

贺振华编

成都理工大学

2009 年

目录

1 岩石物理学概论 (4 学时)

- 1.1 岩石物理学的内容与特点
- 1.2 岩石物理学的研究方法

2 岩石与岩石的变形 (6 学时)

- 2.1 地球上的岩石和矿物
- 2.2 应力与应变
- 2.3 岩石的本构关系
- 2.4 岩石物理实验

3 岩石中波的传播与衰减(10 学时)

- 3.1 岩石中的波
- 3.2 岩石中波速的测量与应用
- 3.3 岩石中波的衰减
- 3.4 岩石模型

4 岩石的弹性 (12 学时)

- 4.1 二相体的弹性
- 4.2 流体静压力下岩石裂纹对弹性的影响
- 4.3 流体静压力下岩石孔洞对弹性的影响
- 4.4 岩石中孔隙流体对弹性的影响
- 4.5 弹性波在双相体岩石中的传播

5 岩石的输运特性 (2 学时)

- 5.1 达西 (Darcy) 定律和岩石的渗透率
- 5.2 渗透率的测量
- 5.3 岩石的输运模型

6 岩石物理应用 (4 学时)

- 6.1 Biot-Gassmann 方程与流体替换
- 6.2 裂缝储层岩石物理

复习与考试(2 学时)

1 岩石物理学概论

1.1 岩石物理的内容与特点

岩石物理学是以研究岩石物理性质的相互关系及应用为主的学科。重点研究：

- 在地球内部特殊环境下岩石的行为及其物理性质。
- 研究那些与地球内部构造运动、能源和资源勘察与开发、地质灾害的成因与减灾，环境保护与监测等密切相关的问题。

对油气勘探、资源、环境等问题，R. E. Sheriff 对岩石物理学的定义为^[1]
岩石物理学研究岩石物理性质之间的相互关系，具体地说，研究孔隙度，渗透率等是如何同地震波速度、电阻率、温度等参数相关联的。

岩石物理学与地质学、地球物理学、地球化学、力学、流体力学、材料力学、地热学、环境科学、工程学等众多学科密切相关，是一个高度的交叉、边缘学科。基础性，应用性都很强。一般情况下，人们把岩石物理学归属于地学学科。对油气资源的勘探开发而言，岩石物理是联系地质、地球物理、石油工程三个学科领域的共同基础和桥梁，见图 1.1。

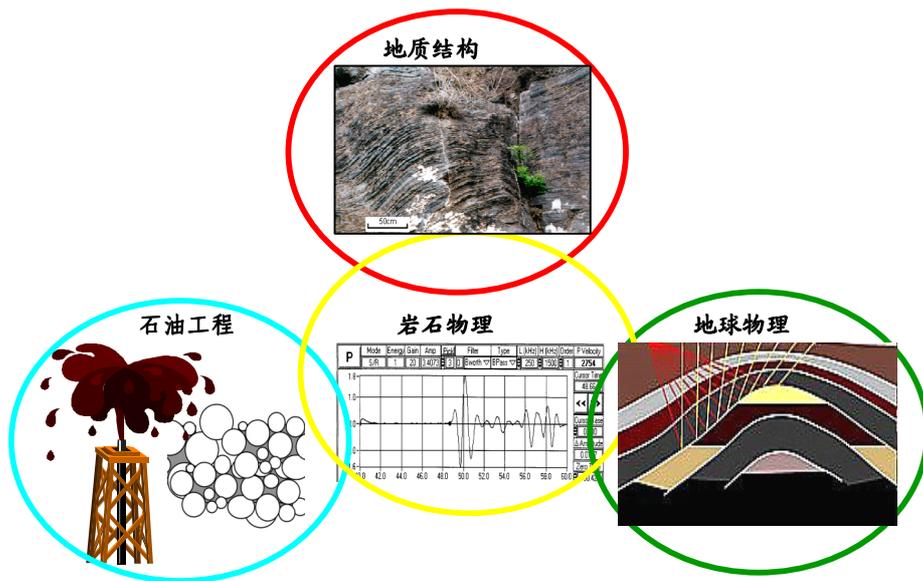


图 1.1 岩石物理是地质、地球物理、石油工程的共同基础和桥梁

1.2 岩石物理学研究方法

1.2.1 研究岩石的多尺度性

岩石是不同矿物、胶结物和孔隙及孔隙物质组成的复合体。研究岩石的尺度可分为：

(1) 矿物颗粒 (grain) 尺度，或微观尺度 (micro-scale)，与矿物颗粒大小有关，一般为 $10^{-7}\sim 10^{-1}\text{m}$ 。

(2) 岩石尺度，又叫宏观尺度 (macro-scale) ($10^{-1}\sim 10^{+2}\text{m}$)。

(3) 岩体尺度 (mega-scale)，包括岩体的节理、层面 ($10^0\sim 10^3\text{m}$)。

(4) 地质尺度 (giga-scale)，是矿物、岩石、岩体+构造运动的总体尺度。 ($10^1\sim 10^4\text{m}$)。

也可把 (1) 称为微观尺度，把 (2) 称为中观和细观尺度，把 (3)、(4) 称为宏观尺度。

岩石物理性质随研究的尺度不同而不同。例如用岩石尺度看矿物，矿物性质是均匀的，用矿物尺度看矿物，矿物是非均匀的。当地震波长 λ 小小于研究对象的大小 d 时，即 $\lambda \ll d$ ， d 是不均匀的，要用射线理论研究。此时可应用 Shell 定理和 Fermat 原理； $\lambda \approx d$ 要用绕射、散射原理； $\lambda \gg d$ 时， d 是均匀的。

1.2.2 岩石物理的实验方法

实验是岩石物理的基本研究方法。

主要步骤为：采样——制样——测试——分析——结论与认识。

主要物理性质和测量方法列表如下

物理方法	岩石物理性质
磁 法	磁化率、磁导率
重 力	密度
电 法	电阻 (导) 率，介电常数
地 震	波速、衰减，各向异性
地 热	热导率、比热、热扩散系数

核 法	放射 性
-----	------

成都理工大学“油气藏地质及开发工程国家重点实验室”、“地质灾害防治与工程地质环境保护国家重点实验室”以及其他部门的实验室均有相应的条件和实验设备，如 MTS 岩石物性测试系统，ARS-300™ 岩石电阻率测试系统，岩石声发射测试系统，放射性测量等设备。

1.2.3 岩石物理实验要注意的问题

(1) 微观特性的宏观应用问题

主要考虑微观实验得到的结论如何推广到宏观条件下去应用？

由于受样品大小，测试环境和条件等的限制，在实验室测得的岩石样品的微观特性如果不顾条件和环境，将其推广到实际的宏观问题中去应用，可能要出现较大误差。应建立适当的模拟理论和方法，使得物理模型（或岩样）测试，数值模拟和实际的地质模型在遵守一定的条件和规则情况下相互统一。

(2) 地下原位条件和环境的模拟

地下的岩石常常处于较高的温度和较高的压力条件下，我们称其为原位条件。原位地层条件下的岩石物性与常温常压下有很大的差别，测试方法与测试结果的分析必须注意这些差异。

(3) 建立定比观测的理论与方法。

实验室中的小尺度模型和岩样如何与地下实际的大尺度研究目标相匹配是岩石物理的一个关键问题。现以超声波模型实验为例进行说明。

超声波物理模型实验是用频率较高的超声波测试尺度比较小的岩样和模型，研究较大尺度实际岩石介质的低频地震波特性和特性。设实验所用的频率为 f_u ，岩样或模型的尺寸大小为 L_u ，波速为 V_u ；实际地震勘探所用频率为 f_r ，观测目标大小为 L_r ，波速为 V_r 。则存在关系式

$$R_f g R_L = R_V \quad (1.1)$$

式中

$$R_L = L_u / L_r, R_V = \frac{V_u}{V_r}, R_f = \frac{1}{R_t} = \frac{\omega_u}{\omega_r} = \frac{f_u}{f_r} \quad (1.2)$$

上式 (1.1) 和 (1.2) 为定比测量的基本公式。公式的应用前提是：**不同频率的波（超声波和地震波等）均遵循相同的波动方程式**。取三维声波方程

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (1.3)$$

式中，波场 $P = P(x, y, z, t) = P(L, t)$ ， $v = v(x, y, z)$ ， $L = L(x, y, z)$ 为向量，则 (1.3) 变为

$$\frac{\partial^2 P(L, t)}{\partial L^2} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 P(L, t)}{\partial t^2} \quad (1.4)$$

通过傅氏变换将上式变换到频率波数域，则有

$$(iK_L)^2 \bar{P}(K_L, \omega) = \frac{(i\omega)^2}{V^2} \bar{P}(K_L, \omega) \quad (1.5)$$

式中 $K_L = \frac{1}{L}$ ， $\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{1}{T}$ ，整理后得

$$K_L^2 = \frac{\omega^2}{V^2} \quad (1.6)$$

在实际和模型介质中，波遵循相同的波动方程式，得

$$K_{Lr}^2 = \frac{\omega_r^2}{V_r^2} \quad (1.7)$$

$$K_{Lu}^2 = \frac{\omega_u^2}{V_u^2} \quad (1.8)$$

取 (1.7) / (1.8) 得

$$K_{Lr} / K_{Lu} = (\omega_r / \omega_u) / (V_r / V_u) = L_u / L_r \quad (1.9)$$

考虑公式 (1.2)，且 $t = T$ 为波的主周期，则有

$$R_r g R_r / R_L = 1, \text{ 或 } R_r g R_L = R_r$$

(1) 式得证。因为岩石样品的波速度与实际波速不会有很大差异，设 $R_r \approx 1$ ，则有

$$R_r g R_L = 1 \quad (1.10)$$

即 $f_r : f_u = L_u : L_r$

在一维情况下，取 $f_r = 25\text{Hz}$ ， $f_u = 1\text{MHz}$ ， $L_u = 0.1\text{m}$ ，则 $L_r = 4000\text{m}$ ，若令 $L_u = 1\mu\text{m}$ ，其它情况相同，则 $L_r = 0.04\text{m}$ ，其它依此类推。

2 岩石与岩石的变形

2.1 地球上的岩石和矿物（学生自学为主）

- 矿物——天然生成的无机成分均匀固体

homogeneity 均匀 ≠ 各向同性 Isotropy

heterogeneity 非均匀 ≠ 各向异性 anisotropy

矿物是均匀的，但可以是各向异性的

（位置）

（强调方向）

矿物颗粒的大小相差悬殊（grain） μm --- cm 尺度的都有
地球矿物元素有 3300 多种，常见的有 20 多种。

O, Si, Al, Fe, Ca……等元素最多

- 岩石

——由一种以上造岩矿物按一定方式结合而成的矿物的天然集合体

- 岩石是多孔的, Pore, Porosity, Pore shape, permeability, Texture, Compaction,

Cementation(胶结), bulk density, ……

- 成岩过程

火成的 (igneous process)

沉积的 (sedimentary process)

变质的 (metamorphic)

- 三大岩类

① 火成岩 侵入岩 (intrusive rocks)

喷发岩 (extrusive rocks)

占地壳总体积的 95%。

是良好的建筑装饰材料。

② 沉积岩

沉积作用形成的，在地表分布最广，覆盖了大陆面积的 75%。

主要类别：

砂岩(sandstone)占沉积岩总量的25%，颗粒(grain)大小范围，1/16mm~2mm
经济性：油、气、水的储集体，建筑材料；**页岩或泥岩**(shale)占沉积岩总量的50%，矿物颗粒大小范围<1/16mm，是油、气、水的盖层，遮档层，建筑材料。

碳酸盐岩(limestone)占沉积总量的20%，**世界油气探明储量的50%以上在碳酸盐岩储层中**。矿物成分以方解石，白云石为主，grain小。其中的裂隙很重要，是油气赋存和运移通道，溶蚀白云岩孔隙比较发育，一般为良好储层！

变质岩 高温、高压环境下可形成变质岩、火成岩，沉积岩都可形成变质岩，有重结晶作用，结构更复杂。不利于找油气，但可以是油气水的储集体。是优质建筑与装饰材料，如大理石等。

• **成岩旋回 (rock cycle)**

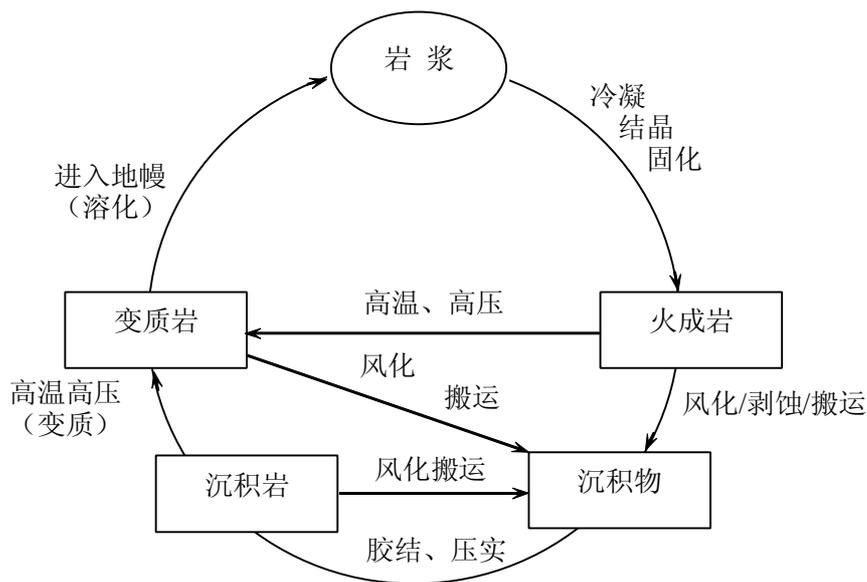
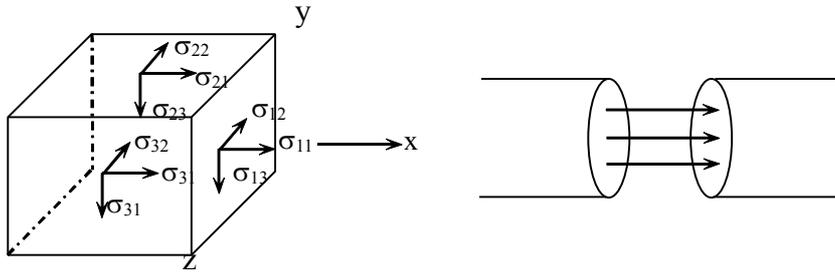


图 2.1 成岩旋回示意图

2.2 岩石的变形

- 应力和应变 (Stress and strain)



$$\sigma = \frac{\delta F}{\delta S} \quad \text{注意：应力不是力，是单位面积上的力（协强）}$$

应力单位：

应变 ε 包括体积形变和形状形变，有线应变，体应变，角形变等名词

$$\text{应变率 } \dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}$$

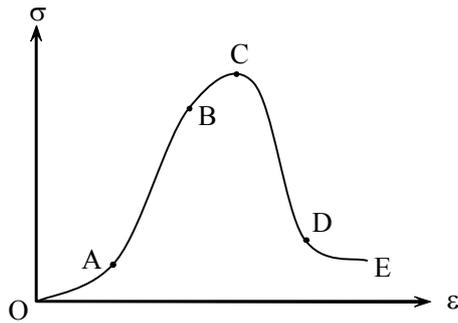
2.3 岩石的本构关系

• 描述岩石应变 ε 或应变率 $\dot{\varepsilon}$ 同应力 σ ，温度 T ，时间 t 等因素（变量）的函数关系称为岩石的本构关系。

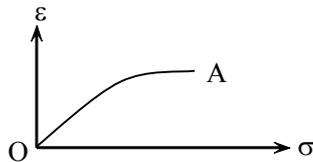
$$\varepsilon = f(\sigma, T, t, L)$$

在弹性力学中，本构关系描述了弹性体的应变与应力之间的关系，比较单一。而在岩石力学中，自然界的岩石，处于较大的温度、压力条件下，而且受力变形的时间很长（地质年代）。这是其特殊性，与一般的弹性体不同。但对人工地震而言，地震波作用时间很短，弹性力学的本构关系仍然适用。

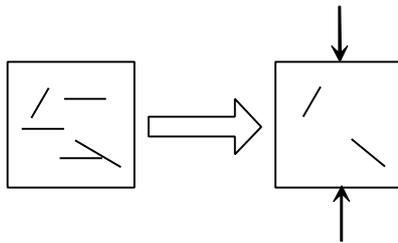
- 典型的单向应力下的应力（压应力）——应变关系曲线



OA 段

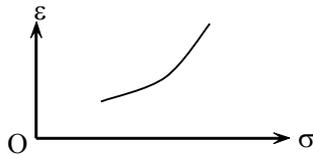


随压应力 σ 增加，应变 ε 增加的速度趋缓，好像岩石变硬了，又称 OA 段为“作功硬化”阶段。原因：岩石中的裂隙在压应力作用下，逐渐闭合：



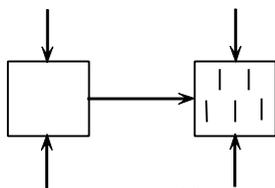
AB 段，弹性阶段， ε 和 σ 呈线性关系

BC 段



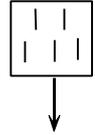
出现岩石的膨胀 (dilatancy)，随 σ 增加， ε 增加似乎岩石变软了，称为“作功软化”阶段。原因：垂向裂缝产生，并增加。有一种各向异性介质称为 EDA 介质 (Extensive dilatancy anisotropy)，它表示裂缝的垂直定向排列。

(扩容性裂缝) 各向异性



C点 形变达到极大值，临界破裂状态

CD段，岩石发生强烈破坏，应力能量大量释放。断裂，岩体失稳，地震产生等，破碎后形变局部化，很难测量评价 CD 段的变化关系。



DE段：破裂已经完成，形变表现为岩石（体）沿断面或破裂而滑动。

2.4 岩石裂隙的多尺度性及定比观测

3 岩石中波的传播和衰减

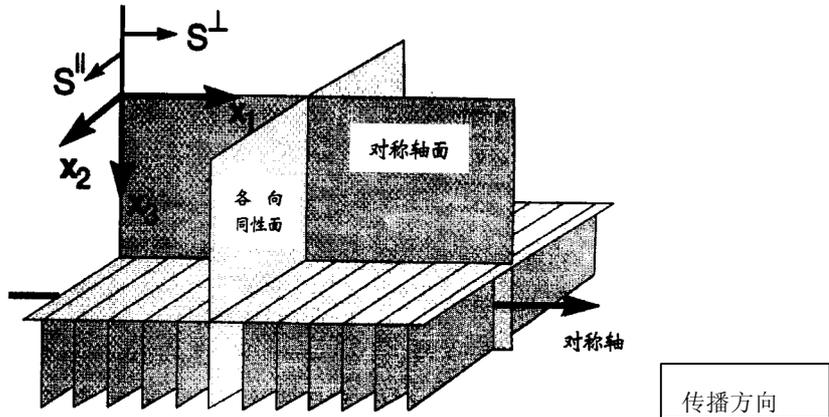
3.1 岩石中的波

3.1.1 波的类型多、复杂，目前应用较多的有纵波、横波和转换波。

纵波又称 P 波，其质点运动方向与波传播方向一致。以疏、密带形式传播，如下图。

.....→传播方向

横波又称剪切波或 S 波，其传播方向与质点运动方向垂直，与传播方向垂直的质点又有两个运动方向——沿垂直剖面运动，称 SV 波；另一与垂直平面垂直，称 SH 波。



在均匀各向同性介质中，传播速度 V_p, V_s 与弹性参数 λ, μ 的关系如下：

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (3.1)$$

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (3.2)$$

式中 ρ 为岩石密度。

若泊松比 σ 为 0.25，此时 $\lambda = \mu$ ，于是

$$V_p = \sqrt{3}V_s \quad (3.3)$$

3.1.2 当波垂直入射到分界面时，**反射系数 R** 为

$$R = \frac{\rho_2 V_2 - \rho_1 V_1}{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2} \quad \text{或} \quad R = \frac{\rho_1 V_1 - \rho_2 V_2}{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2} \quad (3.4)$$

透射系数为

$$T = \frac{2\rho_1 V_1}{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2} \quad (3.5)$$

显然 $1 - T = R$ 或 $|1 - T| = R$ (3.6)

3.1.3 波动方程

波传播过程中所遵循的方程类型很多，有弦和杆的方程，声学方程，弹性方程，粘弹性方程，还分一维，二维和三维方程。这些方程都和一定的物理模型有关，注意简化条件，应用条件。

3.2 岩石中波速的测量与应用

3.2.1 波速的测量

国际岩石力学协会 ISRM 推荐的波速测量方法（Interation Society for Rock Mechanics, 1978）

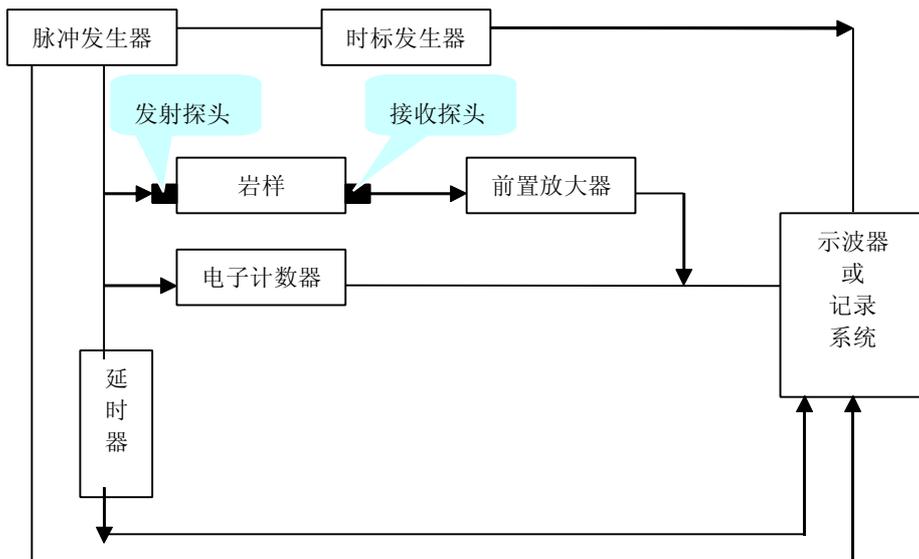


图 3-1 ISRM 推荐的波速测量系统

(2) 成都理工大学岩石物性测试系统 MTS (Mechanic Test System) 的岩石波速测量方法。

特点: (a) 测试原理与 ISRM 推荐的方法基本一致;

(b) 功能更强, 可同时测 P 波, S_1 波, S_2 波的波速;

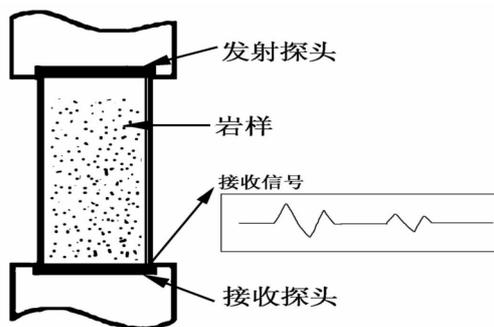
(c) 处理方法能力较强, 除放大器之外, 还有 Butterworth 带通滤波, 有振幅增益控制, 记录显示也比较先进 (数字与模拟均有), 可形成电子文档; 波的速度直接、自动计算出来。

(d) 可在高温高压下直接测试。有的发、收换能器 (transducer) 不能承受较高的温压。

(3) 地震、测井等使用了很多波速测量与分析方法。



图 3-2 成都理工大学岩石物性测试系统 MTS (照片)



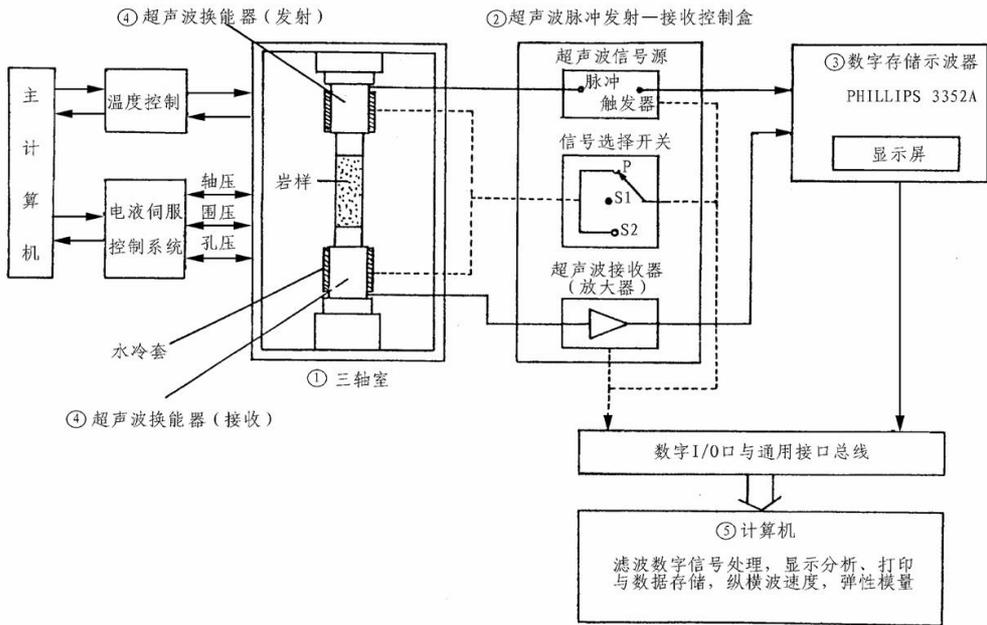


图 3-3 成都理工大学岩石物性测试系统 MTS (线路图) 和岩样与探头 (上)

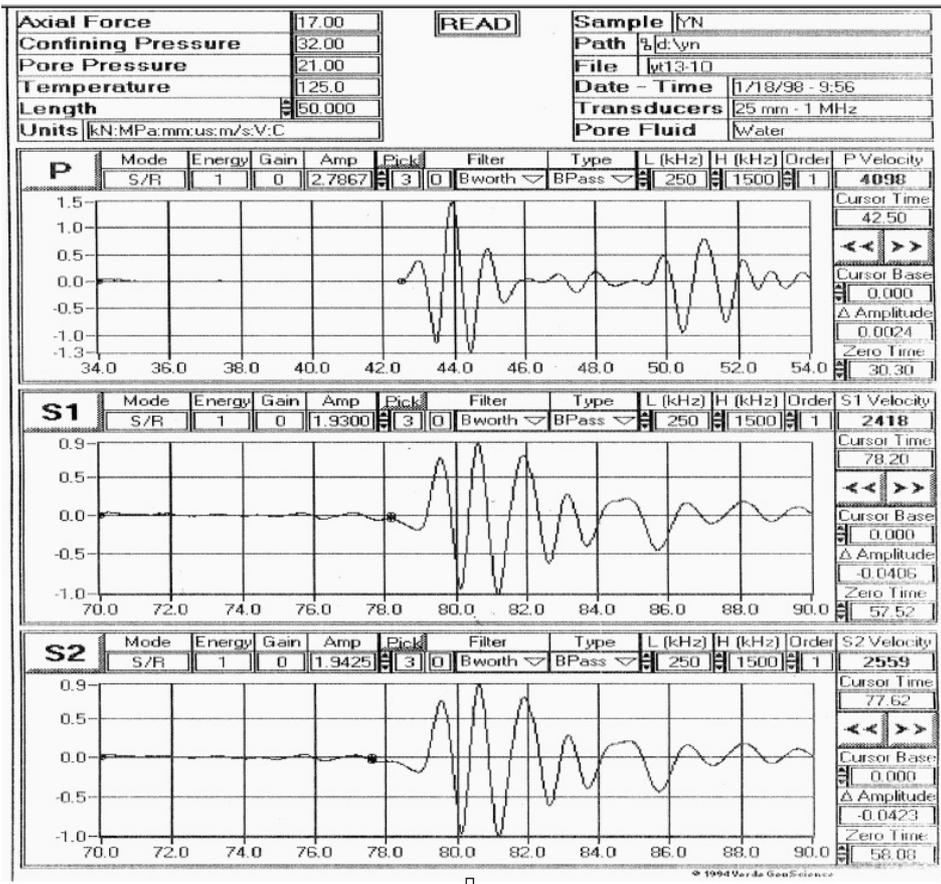


图 3-4 成都理工大学岩石物性测试系统 MTS 的测试记录 (下)

3.2.2 波速分析与应用

(一) 波速分析的主要内容:

(1) 波速 V_p , V_s 和密度 ρ 是岩石总体 (或平均) 弹性性质的反映, 已知 V_p , V_s 和 ρ 可求出 λ , μ , (拉梅常数) K (体积模量), 泊松比, E (杨氏模量), β (压缩系数) 等弹性参数见表 3-1。

表 3.1 弹性参数换算表

K	E	λ	ν	ρv_p^2	$\rho v_s^2 = \mu$
$\lambda + 2\mu/3$	$\mu \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu}$		$\frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$	$\lambda + 2\mu$	
	$9K \frac{K - \lambda}{3K - \lambda}$		$\frac{\lambda}{3K - \lambda}$		$\frac{3(K - \lambda)}{2}$
	$\frac{9K\mu}{3K + \mu}$	$K - \frac{2}{3}\mu$	$\frac{3K - 2\mu}{2(3K + \mu)}$	$K + \frac{4}{3}\mu$	
$\frac{E\mu}{3(3\mu - E)}$		$\mu \frac{E - 2\mu}{3\mu - E}$	$\frac{E}{2\mu} - 1$	$\mu \frac{4\mu - E}{3\mu - E}$	
		$3K \frac{3K - E}{9K - E}$	$\frac{3K - E}{6K}$	$3K \frac{3K + E}{9K - E}$	$\frac{3KE}{9K - E}$
$\lambda \frac{1 + \nu}{3\nu}$	$\lambda \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{\nu}$			$\lambda \frac{1 - \nu}{\nu}$	$\lambda \frac{1 - 2\nu}{2\nu}$
$\mu \frac{2(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)}$	$2\mu(1 + \nu)$	$\mu \frac{2\nu}{1 - 2\nu}$		$\mu \frac{2 - 2\nu}{1 - 2\nu}$	
	$3K(1 - 2\nu)$	$3K \frac{\nu}{1 + \nu}$		$3K \frac{1 - \nu}{1 + \nu}$	$3K \frac{1 - 2\nu}{2 + 2\nu}$
$\frac{E}{3(1 - 2\nu)}$		$\frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$		$\frac{E(1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$	$\frac{E}{2 + 2\nu}$
$\rho(v_p^2 - \frac{4}{3}v_s^2)$	$\frac{9\rho v_s^2 R_2^2}{3R_2^2 + 1}$	$\rho(v_p^2 - 2v_s^2)$	见注释*的表达式		

注:

$$* \quad 2\nu = \frac{R_1^2 - 2}{R_1^2 - 1} = \frac{3R_2^2 - 2}{3R_2^2 + 1} = \frac{2(3R_3^2 - 1)}{3R_3^2 + 1}$$

表中: K —体积模量; E —杨氏模量; μ —剪切模量; β —压缩系数 $= 1/K$; λ —拉梅常数; ν —泊松比; ρ —密度; $R_1 = v_p/v_s$;

$$R_2^2 = K/(\rho v_s^2); \quad R_3^2 = K/(\rho v_p^2)$$

(2) 利用所测得的岩石总体弹性参数，反演或反推岩石的微观特性（矿物成分，孔隙度，渗透率，流体饱和度，裂缝、裂纹，孔隙充填物性质）和岩石所处的热力学状态（温度、压力，异常压力，异常温度）。

这种分析很重要，是岩石物理研究的核心内容，但是难度大，是目前的前沿性研究课题。

(3) 寻求合理的科学的研究方法

由岩石总体性质反演岩石的微观结构与所处温压条件，与反演的一般性问题一样，存在着解的**适定性问题**，即解是否存在，是否唯一，是否稳定？为此需要有合理的方法。

a. 利用大量观测数据，建立岩石波速与组合岩石的矿物成分；孔隙、裂隙及充填物性质的统计关系和经验方程；

b. 建立岩石波速与温度、压力（含埋藏深度）的统计关系；

c. 利用多种弹性参数（ V_p , V_s , V_p/V_s （或泊松比）波阻抗等）进行反演；

d. 利用多种属性（ V_p , V_s , 波的振幅、频率、吸收衰减，相位，极性）、多元信息（地质、钻井、测井，开发动态数据等）进行综合解释与反演，含标定与联合反演，以及正、反演结合等方法；

e. 增加测量结果的精度和可靠性（去噪，提高分辨率等）。这类方法很多，可在教科书 P46~P54（陈颀，黄庭芳，2001）和许多参考文献中查找。

(二) 波速的主要应用

波速测量的主要应用领域包括：

(1) 大陆动力学与地球内部结构与变动；

(2) 地震孕育与地震预报、预测；

(3) 工程与环境问题（岩石强度、稳定性分析）流体污染与流动；

(4) 资源勘查，油气，水资源，固体矿产等。

3.2.3 波速分析的有关理论与经验公式

(1) 波速和密度的关系，密度 ρ 的测量相对容易，有了经验关系式，可由密度推波速，反之亦然。

a. Gardner 公式（1974），主要适用于沉积岩中的碎屑岩。

$$\rho = \alpha V^\beta, \text{ 其中 } \beta = 0.25, \alpha = 0.310 \quad (\text{单位 } v=\text{m/s}, \rho=\text{g/cm}^3) \quad (3.7)$$

b. Birch 公式 (1961) 适用于火成岩, 变质岩。

$$V_p = 2.76\rho - 0.98 \quad (3.8)$$

后来 Volarovich 和 Gebrande 还进一步给出了在不同压力情况下 $V_p \sim \rho$ 关系式和 V_p 、 $V_s \sim \rho$ 关系式。

(见教材书 P48, 陈颢, 黄庭芳, 2001)。

c. simmons (1964) 公式, 总结波速和岩石组分的关系式:

$$V = ag\rho + b + cgm_A + \sum_{i=1}^m e_i c_i \quad (3.9)$$

式中 c_i 是第 i 种矿物的重量百分比, m_A 是岩石组分的平均原子量, a, b, c, e_i 是通过试验得到的常数。

(2) Han 的公式, 描述波速与砂岩孔隙度 η 和粘土矿物含量的关系

$$V = A_0 - A_1\eta - A_2c \quad (3.10)$$

其中 A_0, A_1, A_2 为常数, η 为孔隙度, c 为粘土含量。

或 $\eta = Ag\Delta t + B$

Δt 为声波时差, A, B 为常数

(3) 波速与孔隙度和裂缝 (fissure) 的关系

a. Wyllie 公式 (1956) -- 时间平均方程:

$$\frac{1}{V_p} = \frac{1-\eta}{V_m} + \frac{\eta}{V_{f1}} \quad (3.11)$$

η 为孔隙度, 有时也用 ϕ 表示, V_m 为岩石骨架部分的 P 波波速, V_{f1} 为岩石孔隙流体的 P 波速度。

b. 与 Wyllie 公式相近的有 1980 Raymer 提出的公式

$$V_p = (1-\eta)^2 V_m + \eta V_{f1} \quad (3.12)$$

c. 岩石的破裂指标

Foumaintraux (1976 年) 提出的, 很有实际意义, 这一问题的研究比较前沿。他设岩石的**无破裂指标**为 IQ

又设岩石仅由不同矿物组成, **不含裂纹**, 则岩石的纵波速度 V^* 是各矿物波速 V_i 及其体积百分比 c_i 的加权平均

$$\frac{1}{V^*} = \sum_{i=1}^n \frac{c_i}{V_i} \quad (3.13)$$

设实测的波速为 V ，则 IQ 为

$$IQ(\%) = V/V^* \times 100\% \quad (3.14)$$

假定岩石中有球形孔隙，设其孔隙率为 η_p ，则其 IQ 的计算为

$$IQ = 100\% - 1.6\eta_p \quad (3.15)$$

例如 $\eta_p = 10\%$ ，则 $IQ = 84\%$ ，若 $\eta_p = 30\%$ ，则 $IQ = 52\%$ 。这时认为岩石的裂缝体积很小，但它与岩石孔隙度有密切关系，且裂缝愈多，岩体的强度就愈低。按实测 IQ 和 η_p 可绘图，如下图所示。据此可将岩石分为五类。

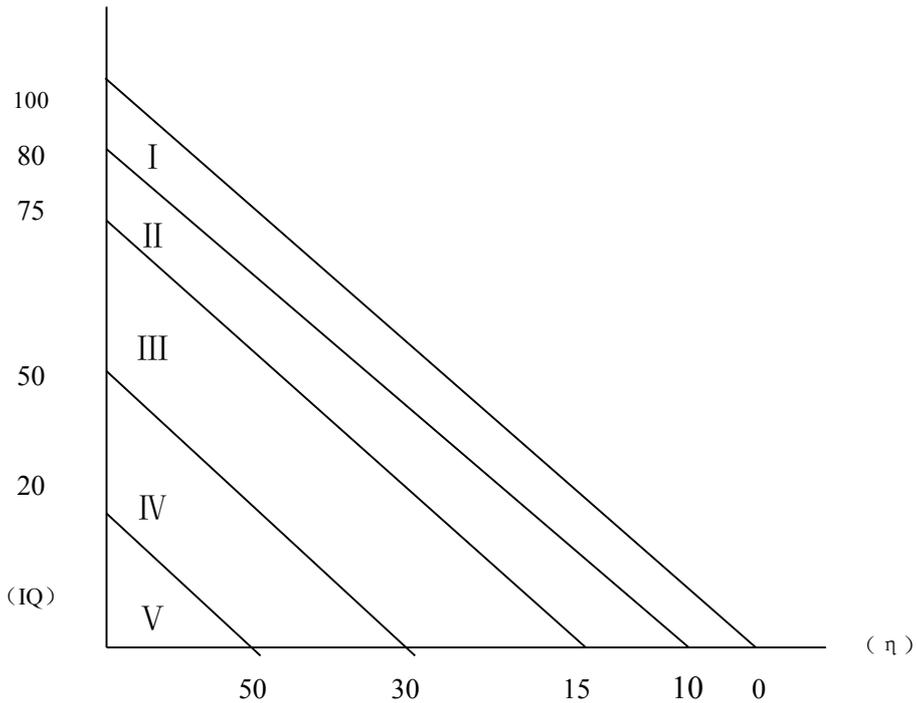


图 3-5 岩石的 IQ 分类（I 没有裂缝，II 少量裂缝，III 中等量裂缝；

IV 很多裂缝；V 到处是裂缝

d. Hudson 围体+包体的速度和孔隙关系式

$$V = f(\phi, \theta, V_{PO}, V_{SO}, \rho_O, \varepsilon, V_{pf}, V_{sf}, \rho_f) \quad (3.16)$$

式中 V 可为 V_p 或 V_s ， f 为函数关系符号。 ϕ 为地震测线与裂缝方位的夹角， θ 为波的入射角， V_{PO} ， V_{SO} ， ρ_O 为岩石基质或围体的纵、横波波速和密度， V_{pf} ， V_{sf} ， ρ_f 为裂缝充填物的纵横波速度和密度， ε 为裂缝密度。

此式较为复杂。见 2003. No.2，勘探地球物理进展，贺振华，文晓涛等人的文章。

(4) 波速与温度和压力的关系

波速随温度和压力的变化关系一般说来是非线性，在定温情况下，随压力增大波速增高。而定压情况下，随温度升高，波速降低，如下图所示：

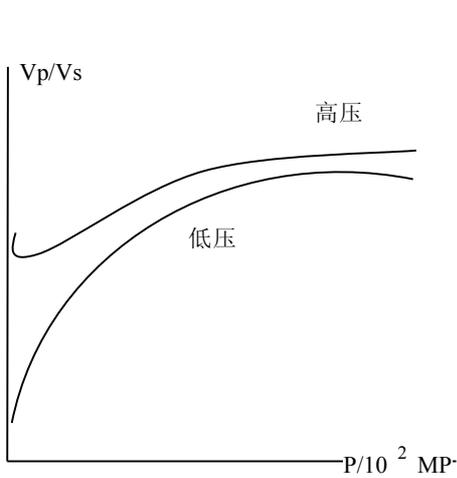


图 3-6 火成岩波速随压力变化情况

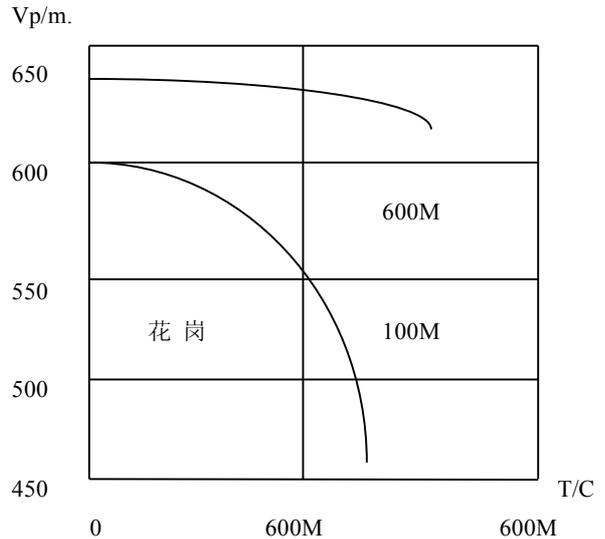


图 3-7 花岗岩中纵波速度 VP 随温度的变化 (Kern, 1990)

(simmons, 1965)

在地层条件下，波速随深度的增加比较复杂，是压力和温度综合影响的结果：

$$\frac{dV}{dz} = \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \frac{\partial P}{\partial z} + \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \frac{\partial T}{\partial z} \quad (3.17)$$

其形态如上图所示。

对沉积岩而言 $V_p - z$ 的关系也是非线性的，1957 年 Faust 总结了 500 块砂岩和页岩的实验资料，提出了如下的经验公式：

$$V_p = Lg(Agz)^{\frac{1}{6}} \quad (3.18)$$

式中 L 为岩石参数， A 是岩石形成的地质年龄，一般情况下 $L=46.6$ ， V_p 以 m/s 为单位。

V_p/V_s 也是一个有用的参数。

3.3 岩石中波的衰减

研究衰减的重要性：

a. 衰减随岩石物性参数的变化而变化的程度比波速的相应变化要灵敏得

多，包括振幅、频率、吸收等特性,均比波速、时差的变化要敏感。

b. 衰减直接反映岩石的微观特性，而波速直接反映岩石的宏观（总体的、平均的）特性，间接反映微观特性。而我们感兴趣的，或有意义的，正是岩石的微观特性（孔隙度、渗透率、流体饱和度、裂缝分布、充填物等）。

c. 衰减跟渗透率有密切的关系，这是当前正在研究的前沿课题。

3.3.1 衰减系数 α 和品质因子 Q

(1) 波在岩石中传播的衰减机理

岩石一般为多相介质：固体、液体、气体，波在流体中传播因摩擦（粘滞性，热传导），要损耗能量，固体质点运动也要损耗能量，统称内摩擦或内耗。内摩擦与应力循环有关，比如纵横波有周期性，应力变化也有周期性，在纵波的疏密带中，密带为压应力，则疏带就表现为张应力 $\rightarrow \square \leftarrow \leftarrow \square \rightarrow$ ，如果单元体积内含有流体，且有缝隙与外界沟通，则会发生流体在压应力和张应力的交替作用下，出现流体向单元外排出和向单元体内流进的现象，显然要消耗，损失能量。

(2) 波的衰减有周期性

设 Δw 为一个周期内损耗的能量， w 为该周期内岩石应变达到极大时所贮存的能量，则 $\Delta w/w$ 定义为岩石能量的“损耗比”， $\Delta w/w$ 可通过较缓慢的加载和卸载实验测得。

(3) 损耗比反映了岩石的非弹性性质。设 α 为吸收系数， Q 为品质因子，则有如下关系式：

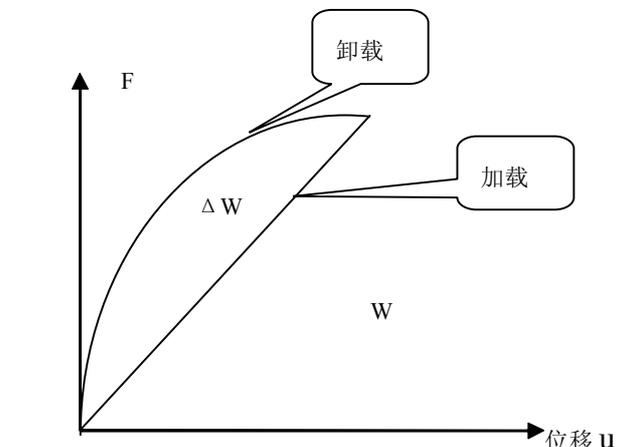


图 3-8 由循环加载实验确定岩石的内摩擦 $\Delta w/w$

$$\begin{aligned}\frac{\Delta w}{w} &= \frac{2\pi}{Q} = \frac{4\pi V\alpha}{\omega} \\ \frac{2\pi w}{\Delta w} &= Q = \frac{\omega}{2V\alpha} \\ \frac{\omega\Delta w}{4\pi Vw} &= \frac{\omega}{2VQ} = \alpha\end{aligned}\quad (3.19)$$

式中 V 为波速， ω 为圆频率， $\omega = 2\pi f$ 。

(4) 强迫振动与 Q 值

在外力作用下（强迫振动 F ），可将单元体积内的岩石视为一个弹性系统，系统的质点发生运动，并产生位移，会出现三种力。

- 惯性力 $f_m = ma = m\ddot{u} = m\frac{d^2u}{dt^2}$ （牛顿第二定律）
- 粘滞摩擦力 $f_\eta = \eta V = \eta\dot{u} = \eta\frac{du}{dt}$
- 弹性内力 $f_e = Eu$ （ E 为杨氏模量）

系统的运动平衡方程式为

$$F = m\frac{d^2u}{dt^2} + \eta\frac{du}{dt} + Eu \quad (3.20)$$

对 (3.20) 的 $F(t)$, $u(t)$ 做付氏变换

得
$$\dot{F}(\omega) = E\dot{u}(\omega) - m\omega^2\dot{u}(\omega) + i\omega\eta\dot{u}(\omega)$$

$$\begin{aligned}\frac{\dot{F}(\omega)}{\omega} &= \left[\frac{E}{\omega} - m\omega + i\eta \right] \dot{u}(\omega) \\ &= z\dot{u}(\omega)\end{aligned}\quad (3.21)$$

z 为复阻抗， $|z| = \sqrt{\left(\frac{E}{\omega} - m\omega\right)^2 + \eta^2}$

$$z^2 = \left(\frac{E}{\omega} - m\omega\right)^2 + \eta^2 \quad (3.22)$$

令
$$\dot{F}(\omega) = F_0 e^{j\omega t}, \quad \dot{u}(\omega) = A(\omega) e^{j\omega t}$$

可得
$$A(\omega) = F_0 / (\omega z) \quad (3.23)$$

当 ωz 达到最小时, $A(\omega)$ 为最大, 令

$$\frac{\partial(\omega z)}{\partial \omega} = 0, \text{ 得 } \omega_r^2 = \frac{E}{m} - \frac{\eta^2}{2m^2} = \omega_0^2 - \alpha^2 \quad \alpha \text{ 为衰减系数。} \quad (3.24)$$

而 $A(\omega)$ 的极大值为

$$A_{\max} = B \frac{F_0}{\eta \omega_0} = B \frac{F_0}{\omega_r z(\omega_r)} \quad (3.25)$$

式中 $\omega_0 = \sqrt{\frac{E}{m}}$, 且略去了 $\frac{\eta^2}{4m^2}$ 。

通过机电类比: $m \rightarrow L$ (感抗), $\eta \rightarrow R$ (电阻), $E \rightarrow \frac{1}{C}$ (容抗), 则 $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

为固有振动频率。(见有关的电路分析, 电路分析基础上册, 李瀚荪编, 人民教育出版社, 1980, P316。)

$$\text{令 } \omega_2 - \omega_1 = \Delta\omega, \text{ 则 } \frac{\Delta\omega}{\omega_r} = \frac{1}{Q} \quad (3.26)$$

(5) 衰减系数 α

内摩擦的另一种体现是弹性波的衰减。从零点为 A_0 的波, 传播 x 距离后, 其振幅:

$$A(x) = A_0 e^{-\alpha x} \quad (3.27)$$

式中 α 为衰减系数。显然

$$\alpha = -\frac{1}{x} \ln \frac{A(x)}{A_0} = -\frac{1}{A(x)} \frac{dA(x)}{dx} \quad (3.28)$$

另设有厚度为 δx 的一块介质, 其垂直于波传播方向的截面积为 S , 介质中的能量密度为

$$\bar{\omega} = \sigma \varepsilon / 2$$

式中 σ 为 S 面上的平均应力, ε 为应变, $\frac{\sigma \varepsilon}{2}$ 为单位面上的能量密度, 能

量流 $= \bar{\omega} g V$, 考虑到 $\delta = E \varepsilon$, E 为杨氏模量, 则 $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$, 且 $V = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}}$, $E = \rho V^2$,

于是有,

$$\text{能量流} = \bar{\omega}gV - \sigma^2 / 2\rho V$$

设单位时间内流 λ 该块材料的能量为：

$$\bar{\omega}_x = \frac{A_0^2 e^{-2\alpha x}}{2\rho V}$$

流出的能量为

$$\bar{\omega}_{x+\delta x} = \frac{A_0^2 e^{-2\alpha(x+\delta x)}}{2\rho V}$$

则在周期 t 内的能量变化 Δw 为

$$\begin{aligned} \Delta w &= (\bar{\omega}_x - \bar{\omega}_{x+\delta x})t = \frac{\bar{\omega}_x - \bar{\omega}_{x+\delta x}}{f} \\ &\approx \frac{A_0^2 \alpha \delta x}{\rho V} e^{-2\alpha x} \frac{2\pi}{\omega} \end{aligned} \quad (3.29)$$

(上面近似式的获得过程中，运用了近似式 $e^\xi = 1 + \xi$)

贮存在该块材料的总能量 w ，为能量密度乘 δx

$$w = \bar{\omega} \delta x = \frac{A_0^2 e^{-2\alpha x}}{2\rho V^2} \delta x \quad (3.30)$$

$$\therefore \frac{\Delta w}{w} = \frac{4\pi V \alpha}{\omega} = \frac{2\pi}{Q} = \frac{2V\alpha}{f} \quad (3.31)$$

$$\frac{1}{Q} = \frac{\alpha V}{\pi f} = \frac{2\alpha V}{2\pi f} = \frac{2\alpha V}{\omega}, \alpha = \frac{\omega}{2VQ}$$

α 的单位为奈培/米或 Np/m

$$\text{也可用分贝表示: } \alpha [\text{dB/m}] = -\frac{20}{x} \log \frac{A(x)}{A_0}$$

$$\text{且 } \alpha [\text{dB/m}] = 8.686\alpha [\text{Np/m}]$$

$$\alpha [\text{Np/m}] = 0.115\alpha [\text{dB/m}]$$

在平面波的描述中常设

$$A(x, t) = A_0 e^{j(kx \pm \omega t)}$$

若设波在传播过程中有衰减，则常令 K 为复数，即 $K = K_r + i\alpha$ ，式中 α 为衰减系数，则上式变为

$$\begin{aligned}
 A(x, t) &= A_0 e^{-\alpha x} e^{i(K_r x \pm \omega t)} \\
 &= A_0 e^{-\frac{\omega}{2VQ}} \times e^{i(K_r x \pm \omega t)}
 \end{aligned}
 \tag{3.32}$$

在考虑波的吸收衰减的正演模拟中，常用此式。

3.3.2 衰减与岩石结构及环境条件的关系

(1) 衰减与频率的关系

在 (3.32) 式中我们假定波数 $K = K_r + i\alpha$ ，可否再假设 $\omega = \omega_r + i\beta$ ，或者再假定相速度

$$V = \frac{\omega}{K} = V_r + ir$$

如果是这样，则 α ， β ， γ 均是不同意义的衰减常数，则 (3.32) 式可重写为：

$$A(x, t) = A_0 e^{-\alpha x} e^{-\beta t} e^{i(K_r x + \omega_r t)} \tag{3.33}$$

(3.33) 式说明波随距离 x 和时间 t 的增大都是要衰减的。这与实际情况是相符的，与速度的色散也是相符的。一般情况下，认为波的衰减 (α 或 β) 与频率成正比，即低频波传得远，时间长。高频波传不远，时间短。

衰减与频率的关系有两种

$$\alpha \sim f, \quad \alpha \sim f^2 \tag{3.34}$$

后者适用于较疏松的岩石或土壤。

但也有矛盾的地方，实验实测 Q 值与频率无关，而 Q 与 α 是成反比的。于是得出 α 与频率也无关的推论。

这可能与 Q 的定义有关，因为 Q 值的测定是在一个周期内波的衰减，本身就与频率和周期无关。而 α 是波的动态传播特征，故与频率有关。 Q 代表材料和介质的性质， α 代表波的传播特征，一个静态 (Q)，一个是动态。这就是 α 和 Q 的不同之处。

(2) 衰减和矿物成分，孔、洞、缝的关系

波在岩石中的衰减比在矿物中的衰减大，因为岩石（岩体）中有孔、洞、缝的结构面，大量的实验证明，孔隙、裂隙、孔洞对波衰减很大，由于不同岩

类的致密程度不同，对波的衰减也不同，岩石越致密 Q 值愈大，衰减系数小，岩石愈疏松， Q 值愈小， α 愈大。方解石（矿物）的 $Q=1900$ ，而石灰岩（岩石）的 $Q=200$ ，相差近 10 倍。不同岩石的 α 值最大可相差 10^7 倍，如下表所示：

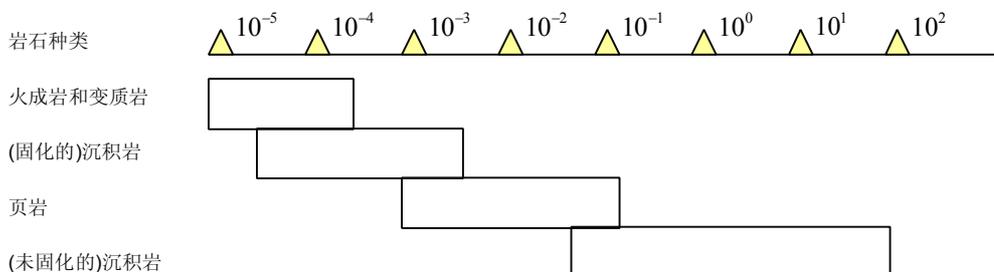


表 3.2 在 50~100Hz 情况下，不同种类岩石衰减性 (α) 的变化范围。

岩石随孔隙度、裂缝、溶洞的增加而衰减的研究很重要，公布的材料，成果比较多，在此不一一列举。

(3) 衰减与温度、压力的关系

- 随温度升高，衰减加大；
- 随压力升高，衰减减小；
- 压力的影响大于温度的影响。

(4) 衰减的测量

衰减的测量比较复杂，困难，因为衰减与岩石本身的性质有关，还与传播距离，球面扩散等因素有关，要得到与岩石性质有关的衰减值，或品质因子，比较实用的是“谱比法”，现在重点介绍该方法的测试原理：

设平面波的振幅谱为

$$A(f) = G(x)e^{-\alpha(f)x} e^{i(2\pi ft - kx)} \quad (3.35)$$

式中 f 为频率， x 为岩石样品的长度， $G(x)$ 为几何扩散因子，含球面扩散（无真正意义的平面波），反射和散射等。 $\alpha(f)$ 为与频率成正比的吸收系数，设 $\alpha = rf$ ，其中 r 为常数。由 (3.19) 得 $Q = \frac{\pi}{\alpha V}$ ，式中 V 为波速。

为消除 $G(x)$ 的影响，要选择一个在几何形状，长度等方面与待测样品一样的参考样，测量超声波分别穿透测样和参考样（标样）的振幅谱，得参考样和测样的振幅谱为

$$A_1(f) = G_1(x)e^{-\alpha_1(f)x} e^{j(2\pi ft - K_1 x)} \quad (3.36)$$

$$A_2(f) = G_2(x)e^{-\alpha_2(f)x} e^{j(2\pi ft - K_2 x)} \quad (3.37)$$

如果参考样和测样的波速近似相等，则波数 $k_1 \approx k_2$ ，两式相除得

$$\frac{A_1(f)}{A_2(f)} = \frac{G_1(x)}{G_2(x)} e^{-(\gamma_1 - \gamma_2)fx} \quad (3.38)$$

上式两边取对数得

$$\ln\left(\frac{A_1(f)}{A_2(f)}\right) = (\gamma_2 - \gamma_1)fx + \ln\frac{G_1(x)}{G_2(x)} \quad (3.39)$$

↓

$$A = (\gamma_2 - \gamma_1)fx + B \quad (3.40)$$

先定测试频率 f ，可通过最小二乘拟合，求得直线斜率 $\gamma_2 - \gamma_1$ ，由于标样的 Q 值为已知，或无穷大（对铝样而言 $Q=150000$ ，可视为无限大，则 $\gamma_1 \rightarrow 0$ ）。于是可求得待测岩石样品的 γ 值（ γ_2 ）。

3.4 岩石模型

3.4.1 问题的提出

应用实际测量的波在岩石中传播的**速度和衰减属性**如何解释和反演岩石中的矿物组成，比例、几何结构？

若已知岩石的矿物组成、比例、结构形态，如何求出岩石的等效特性（弹性参数，波速，衰减等）？

由于岩石的组分和结构过于复杂，直接解决上述正、反两个问题均存在很大的难度，这就需建立一定意义下的等效模型并通过所建立的模型求解正、反问题，这是人们认识、掌握自然规律的一种普遍的，科学的方法。

（如脉冲星的发现与脉冲星模型的建立直接相关联。）

3.4.2 计算波速的空间平均岩石模型

考虑以下弹性参数

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad K = V \frac{dP}{dV} = \frac{1}{\beta} \quad (3.41)$$

其中 V_p , V_s , λ , μ , ρ 是我们最熟悉的参数, K 为岩石的体积模量, 它表示压力增量 ΔP 和体积变化率 $\frac{\Delta V}{V}$ 之比, $K = \Delta p / \frac{\Delta V}{V}$, $\frac{\Delta V}{V} \downarrow, K \uparrow$, 因此 K 又称不可压缩系数, 其倒数 β 称为压缩系数。对空气而言 $\beta \rightarrow \infty$, β 的值为 100 (Mpa)^{-1} , 多数岩石的 β 值为 1 (Mpa)^{-1} 。由于水的不可压缩性较岩石大。因此常说水是不可压缩的。

下图 (a) 和 (b) 分别为 Voigt (沃伊特) 和 Ruess (罗伊斯) 提出的等应变模型和等应力模型。

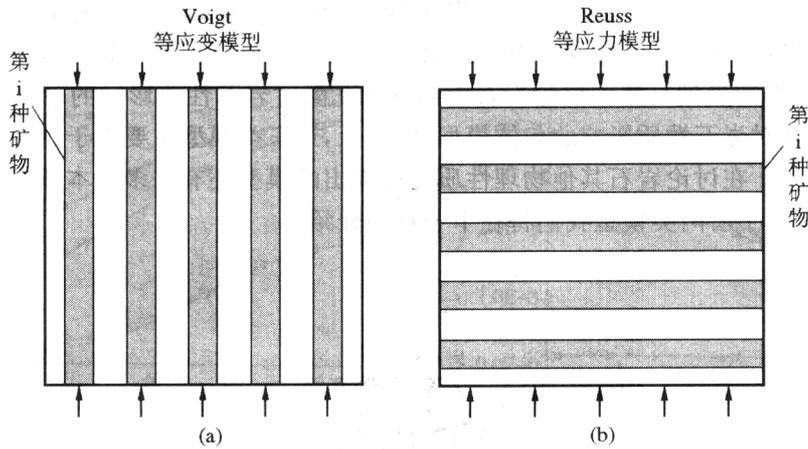


图 3-9 模量的岩石模型 (a) Voigt 模型 (1910), (b) Ruess 模型 (1921)

设 N 种矿物并行排列, 第 $i (i=1, 2, L, N)$ 种矿物的体积模量为 K_i , 剪切模量为 μ_i , 所占岩石体积的百分比为 V_i , 则 Voigt 的空间平均 (多相等效体) 体积模量 K_V 和剪切模量 μ_V 分别为:

$$K_V = \sum_{i=1}^N K_i g V_i, \quad \mu_V = \sum_{i=1}^N \mu_i g V_i \quad (3.42)$$

此模型假定每种矿物的应变相同, 则每种矿物承受的应力不同。 K_V 相当于串联电阻的总阻抗。

1929 年 Ruess 提出了等应力模型, 如图 (b) 所示, 每种矿物承受的压力相同, 因矿物性质各异, 每种矿物的应变显然不一样, 其模量 K_R 和 μ_R 分别为:

$$K_R^{-1} = \sum_{i=1}^N K_i^{-1} g_i, \quad \mu_R^{-1} = \sum_{i=1}^N \mu_i^{-1} g_i \quad (3.43)$$

K_R 反映了并联电路的总阻抗, 显然 K_V 为不可压缩性的上限值, 而 K_R 为下限值。
(串联阻抗大于并联阻抗) 实际岩石参数的弹性模量应介于这两个极限情况之间。Hill 提出将这两种模型的结果取算术平均, 并称为 *VRH* 值 (即 Voigt, Ruess, Hill 三人的字头), 则

$$K_{Vrh} = \frac{1}{2}(K_V + K_R), \quad \mu_{Vrh} = \frac{1}{2}(\mu_r + \mu_V) \quad (3.44)$$

Kumazawa (1969) 仿照 Hill 的做法, 取几何平均值, 得

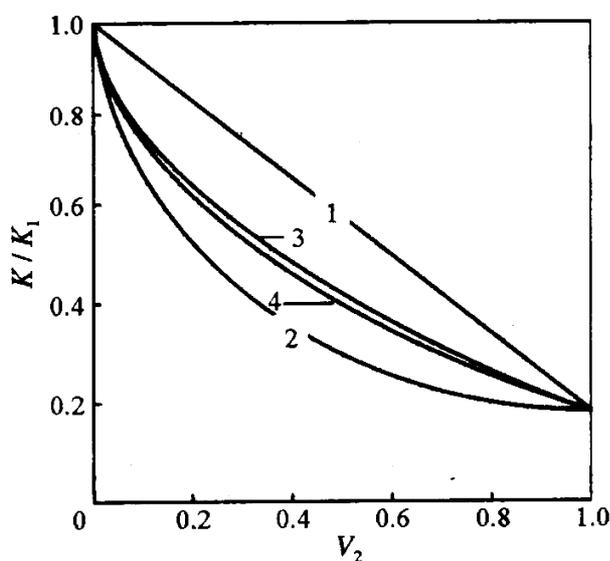


图 3-10 两种矿物组成的岩石模型, 其平均岩性参数用不同方法计算时得到的 K 随第 2 种矿物体积百分比 (V_2) 的变化曲线

1. Voigt 模型; 2. Ruess 模型; 3. Hill 模型; 4. 几何平均模型

$$K_{\text{geom}} = (K_R g K_V)^{\frac{1}{2}},$$

$$\mu_{\text{geom}} = (\mu_R g \mu_V)^{\frac{1}{2}} \quad (3.45)$$

假定岩石由两种矿物组成，且 $K_1 : K_2 = 1 : 0.2$ 于是用上述四种方法计算的 $K-V$ 曲线如下图所示。

从该图可知，Voigt 模型给出了估计值的上限，Ruess 模型给出了估计值的下限，而算术平均和几何平均值则位于上、下限值的中间。大量的实验测试表明，在高压状态下，计算值 K_{Vrh} 和 K_{geom} 与测试值符合得较好，如下表所示：

表 3.3 实测 K 值和计算的 K_{Vrh} 值比较（压力为 1Gpa）

岩石种类	实际测量的 K 值	计算的 K_{Vrh} 值	误差
花岗岩	49.1	49.0	<1%
花岗岩	54.6	52.3	4%
花岗二长岩	60.4	57.3	5%
辉长岩	81.5	84.3	4%
辉岩	94.8	84.2	<1%

已知 K ， μ ，可求出 V_p ， V_s ， λ ， ν 等其它各种弹性参数。

3.4.3 计算岩石波速的时间平均模型

依照空间平均模型的基本思路，Wyllie (1956) 提出了计算岩石速度的时间平均模型，Wyllie 假定单位立方体中岩石的孔隙全部集中成为一层，其厚度与岩石孔隙度相等，为 η_0 设波穿过该岩石单位厚度的时间为 Δt ，则穿过基质和孔隙的时间分别为 Δt_m 和 Δt_f ，于是有

$$\Delta t = \Delta t_m + \Delta t_f = \frac{1-\eta}{V_m} + \frac{\eta}{V_f}$$

或

$$\frac{1}{V} = \frac{1-\eta}{V_m} + \frac{\eta}{V_f} \quad (3.46)$$

式中 V 为该单位岩石的等效平均速度。这就是前面提到的 Wyllie 的求平均速度的经验公式 (3.11)。由于此式比较简单，应用更为广泛。当孔隙度 η 偏低，压力较大时，精度比较高。

3.4.4 计算岩石波速的裂隙模型

Schon (1996) 提出了一个计算等效速度的含裂隙介质模型，有几个假定。

- ① 设单位体积内的裂隙体积为 D ;
- ② D 很小, 以致无裂隙和有裂隙岩石的密度近似相等, 即 $\rho_m = \rho_f$;
- ③ 裂隙一般细而长, 纵横比很小, 在压力增加时将产生闭合, D 随压力减小, 减小量与 D 成正比。

即
$$\frac{dD}{dP} \sim D \quad \text{或} \quad -\frac{dD}{dP} = \alpha D$$

α 为比例因子

- ④ 设平面波模量 (Plane wave modulus) M 的定义 (white, 1983) 为:

$$M = \lambda + 2\mu, \quad V_p = \sqrt{\frac{M}{\rho}}$$

在干燥岩石情况下, 又设

$$\bar{M} = M_m(1 - D)$$

式中 M_m 为无裂隙的岩石模量, \bar{M} 是含裂隙的岩石模量。

在以上假设基础上可得

$$\begin{aligned} \bar{M} / \rho &= (M_m / \rho)(1 - D) \\ V_p^2 &= V_m^2(1 - D) \Rightarrow V_p = V_m(1 - D)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

考虑到
$$-\frac{dD}{dP} = \alpha D$$

用分离变量法求解此微分方程式, 得

$$\begin{aligned} \frac{-dD}{D} &= \alpha dP \\ -\int_{D_0}^D \frac{dD}{D} &= \alpha \int_0^P dP \\ \ln \frac{D}{D_0} &= -\alpha P \\ D &= D_0 e^{-\alpha P} = D_0 e^{-\frac{P}{P^*}} \end{aligned}$$

以上各式中 P^* 为参考压力, D_0 为 $P=0$ 时的裂隙密度, V_m 为无裂隙岩石的波速, V_p 为岩石含裂隙的波速, 于是有

$$V_p = V_m \left[1 - D_0 e^{-\frac{P}{P^*}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.47)$$

3.4.5 球堆模型——Gassmann 关系式

1881 年 G. Hertz 提出了著名的点接触球的物理问题，假定岩石由球状矿物组成且球的半径相同，球状矿物按晶格结构排列，受压时，矿物之间的接触由点变为面，接触面随压力增加而增大。Gassmann 1951 年发表了球堆模型 (Model of Package of spheres) 的经典文章，他证明，不论矿物球按立方排列，还是按六方体排列，由于岩石非线性的应力—应变关系，岩石波速随压力 P ，随埋深 Z 的变化均存在如下关系式：

$$V \sim P^{1/6}, \quad V \sim Z^{1/6} \quad (3.48)$$

3.4.6 衰减模型

应该说目前尚无一个被大家所接受的衰减模型，可能的原因在于：衰减问题过于复杂，用一个模型不能完全概括。根据 Toksoz 和

Johnson (1981) 提出的观点，描述岩石中波衰减和能量耗散的几种解释可用右图表示。1992 年 Arts 得到了波的衰减系数 α 与 f^2 成正比的结论。前面还提到 α 与 f 成正比。

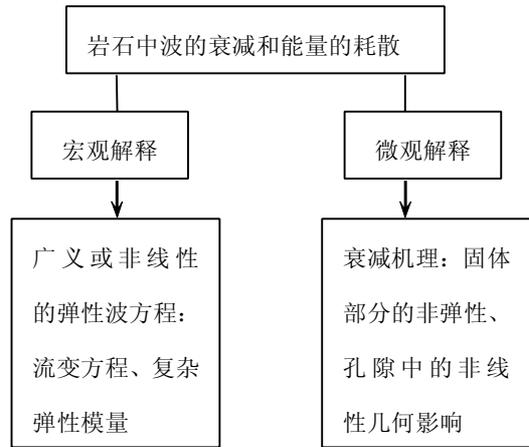


图 3-11 岩石的衰减模型

4 岩石的弹性

岩石的弹性性质一方面受矿物的弹性性质控制，还要受岩石内部的孔隙和孔隙流体决定。如果把由固体骨架和孔隙流体组成的岩石称为二相体，则本章主要研究二相体的弹性性质。

4.1 二相体的弹性

4.1.1 弹性参数的一般概念

4.1.2 岩石中的孔隙——裂纹和孔洞

设岩石的孔隙度为 η ，定义 η 为：

$$\eta = \frac{V_v}{V} \quad (4.10)$$

式中 V_v 为体积 V 的岩石中的孔隙体积。火山喷发岩和砂岩的孔隙度较大，有时可达20~40%，而对多数的结晶岩，泥岩，致密碳酸盐岩（以及致密砂岩），其孔隙度可小到0.1%~1.0%，除了孔隙度的大小外，其形状也很重要。纵横比接近1的球形孔隙，常称为孔洞（pore），纵横比很小，小小于1的孔隙称为裂纹（crack），分别用 η_p 和 η_c 来表示它们的孔隙度，则

$$\eta_p = \frac{V_p}{V}, \quad \eta_c = \frac{V_c}{V} \quad (4.11)$$

式中 V_p 和 V_c 分别为孔洞体积和裂纹体积，一般的岩石中这两种形状的孔隙都有，则总孔隙为二者之和：

$$\eta = \eta_p + \eta_c \quad (4.12)$$

例如对Westerly花岗岩， $\eta = 0.014$ ， $\eta_p = 0.002$ ， $\eta_c = 0.012$ 。岩石中裂纹所占体积虽然不大，但对岩石的弹性模量影响很大，对花岗岩而言，当 $\eta_c = 0.01$ 时，有裂纹岩石的弹性模量与无裂纹的相比相差5倍以上。为描述二相岩石的弹性性质，常引用等效体和等效参数的概念。

4.1.3 岩石、矿物和孔隙流体的弹性参数

矿物、岩石、孔隙流体的弹性参数，已有许多人进行过研究测试。陈颢的讲义 P73 页分别列出了若干常见矿物、岩石和孔隙流体的弹性常数，值得在实践和研究中对比参照。

4.1.4 有效弹性模量概念

弹性参数很多，对均匀各向同性介质，已知两个弹性参数，可换算出其它的弹性参数（见表 3-1）。在讨论体积形变和含孔隙的二相介质时，常用压缩系数 β 来描述。其定义为

$$\beta = \frac{d(\varepsilon_V)}{dP} = \frac{1}{V} \frac{dV}{dP} \quad (4.13)$$

式中 ε_V 是岩石体积应变 $\Delta V/V$ ，按岩石力学的规定，体积减小时，体应变为正。 dV 是原始体积为 V 的岩石受到流体静压力变化 (dP) 时所产生的体积变化。 β 是体积模量 K 的倒数：

$$\beta = \frac{1}{K} = \frac{3(1-2\nu)}{E} \quad (4.14)$$

β 的单位通常为兆巴⁻¹ (Mpa^{-1})，空气的 β 为无穷大，水的 β 值均为 100Mpa^{-1} ，压缩性小，岩石的 β 一般为 1Mpa^{-1} ，运用等效体概念，有效压缩系数也可按 Ruess 和 Voigt 公式求出：

Ruess 公式：

$$\beta_R = \sum_{i=1}^N V_i \beta_i \quad (4.15)$$

Voigt 公式：

$$\frac{1}{\beta_V} = \sum_{i=1}^N V_i \frac{1}{\beta_i} \quad (4.16)$$

4.2 流体静压下岩石裂纹对弹性的影响

孔隙和孔隙充填物（流体，软性物质）的存在对岩石的弹性有重要影响，本节主要讨论这一重要影响。

4.2.1 干燥岩石下的 walsh 公式

设孔隙中是干燥的，仅充气，这时岩石的等效弹性性质与双相介质的性质

相似。设含裂隙单位体积岩石的压缩系数为 β_{eff} ，岩石骨架的压缩系数为 β_s ，则 Walsh (1965) 给出了下列关系式：

$$\beta_{eff} = \beta_s - \frac{d\eta}{dP} \quad (4.17)$$

这就是著名的 walsh (沃什) 公式，它表明岩石的有效弹性性质与孔隙度的压力微商有关，而不是直接与孔隙度有关。

可以形式上证明如下：

设岩石的体积为 V ，其中包括的孔隙体积为 V_C ，则骨架体积为 $(V - V_C)$ ，按 (4.13) 式有：

$$\begin{aligned} \beta_s &= \frac{d(V - V_C)}{V dP} = \frac{1}{V} \frac{dV}{dP} - \frac{1}{V} \frac{dV_C}{dP} \\ &= \beta_{eff} - \frac{d(V_C/V)}{dP} = \beta_{eff} + \frac{d\eta}{dP} \end{aligned} \quad (4.18)$$

式中规定： $-\frac{d\eta}{dP} = \frac{dV_C}{V dP}$ ，即孔隙度 η 随压力增加而减小时，符号为负。与公式

(4.17) 一致。(4.18) 式中的 V ，严格说来应为 $V - V_C$ ，当 V_C 较小，或 η 较小时，可用 V 近似 ($V - V_C$)。

严格的证明需要用互易定理 (chree, 1892)。

孔隙随压力的变化项 $\frac{d\eta}{dP}$ 的值与孔隙形状有关，要获得 $\frac{d\eta}{dP}$ 的具体形式，需要对孔隙形状和孔隙密度作进一步的假设。下面以实例进行说明。

4.2.1.1 硬币形 (penny shape) 椭圆裂纹的有效弹性性质

首先把岩石分成大小相等的 N 个小单元，小单元的体积为 v_0 ，则总体积为 $V = Nv_0$ ，设每个小单元只包含一条裂纹，其半长度为 (椭圆形) a_i ，又设各单元边界上的应力分布是均匀的，由裂纹的非对称性，边界上各单元的位移可能是不连续的，另一方面，如果假定边界上各单元的应变是均匀的，则单元内应力分布将不均匀，有可能与运动平衡方程式矛盾。讨论裂纹对压缩系数影响的最好方法是利用能量分析。先从 Walsh 公式出发：

$$\beta_{eff} = \beta_s + \frac{dV_C}{V dP}, \text{ 可改写为:}$$

$$\beta_{eff} = (\beta_s v_p dP + p dV_C) / v_p dP$$

对每一个小单元 V_0 ，存在

$$\beta_{eff} = (\beta_s V_0 p dP + P dV_C) / V_0 p dP$$

上式右边第一项是没有裂缝时的体积单元 v_0 的应变能，第二项是由于裂缝存在而增加的应变能 dW_C ， V_C 是裂缝的体积。萨克 (sack, 1948) 证明，对于硬币形椭圆裂纹，第 i 个小单元增加的应变能 $dW_C^{(i)}$ 为

$$dW_C^{(i)} = \beta_s \frac{16(1-v_s^2)}{9(1-2v_s)} a_i^3 p dp \quad (4.19)$$

于是，由 N 个小单元构成的总的应变能增量为

$$dW_C = \sum_{i=1}^N dW_C^{(i)} = \beta_s \sum_{i=1}^N \frac{16(1-v_s^2)}{9(1-2v_s)} a_i^3 p dp$$

式中 β_s 为基质压缩系数， v_s 为基质的泊松比。

其中

$$dW_C = p dV_C \quad (4.20)$$

则有

$$\beta_{eff} = \beta_s \left(1 + \frac{16(1-v_s^2)}{9(1-2v_s)} \frac{N\bar{a}^3}{V} \right) \quad (4.21)$$

式中

$$N\bar{a}^3 = \sum_{i=1}^N a_i^3 \quad (4.22)$$

\bar{a} 是裂纹体积的平均长度。

(4.21) 式给出了硬币形椭圆裂纹对岩石的有效压缩系数。该影响以 $N\bar{a}^3$ 的形式出现。由 (4.21) 可知， β_{eff} 与裂纹体积有关，而该体积又和压力有关，因此 β_{eff} 与压力也有关。由于

$$\bar{a} = \sqrt[3]{\sum_{i=1}^N a_i^3 / N}$$

则对压缩系数影响作用最大的是那些 a_i 比较长的裂纹。 a_i 愈小，影响愈小。

4.2.1.2 球形孔隙介质的弹性性质

设岩体 V 中每个小体积单元包含一个球形空腔 V_C ，孔隙空间之间的距离足够大，则施加在区域空间上的力等于施加在小空腔 V_C 边界上的力。此力使 V_C 发生形变，根据厚壁球形空腔的 Lamé 解，可求出孔洞边界上的切向应力 $\sigma_{\theta\theta}$ ，

$$\sigma_{\theta\theta} = -\frac{3}{2} P_g \frac{1}{(1-V_C/V)} \quad (4.23)$$

而切向应变为 $e_{\theta\theta} = (1-\nu_s)(\sigma_{\theta\theta}/E)$ ，体积应变为 $\Delta V_C/V_C$ 等于 $3e_{\theta\theta}$ ，因此在外压变化 dp 时，该空腔的相对体积变化为

$$\frac{dV_C}{V_C} = -\frac{9}{2} \frac{dP}{E} \frac{1-\nu_s}{1-V_C/V} = 3e_{\theta\theta}$$

孔隙度随压力的变化率为

$$\frac{d\eta}{dP} = \frac{1}{V_0} \frac{dV_C}{dP} = -\frac{9(1-\nu_s)}{2E} \frac{\eta}{1-\eta}$$

综合考虑以上公式和 $\beta_s = 3(1-2\nu_s)/E$ ，得

$$\beta_{eff} = \beta_s \left(1 + \frac{3}{2} \frac{(1-\nu_s)}{(1-2\nu_s)} \frac{\eta}{1-\eta} \right) \quad (4.24)$$

上式仍在 η 很小时才严格成立。

4.2.1.3 平面应力和平面应变作用下含椭圆裂隙介质的弹性性质

与球形裂隙不同的是，硬币形裂隙椭圆裂隙等扁窄裂隙的方向是随机的，假设外加流体静压力相同，则不同方向裂隙的应变不同，位移也不同，出现小单位之间的位移不连续性。很难建立运动平衡方程式。为此 Voigt (1928 年) 建议对弹性模量进行平均，在现有问题中，这种平均等价于假设各个小区域的边界上存在均匀应变（等应变模型，见公式 3.4.2），而 Ruess (1929) 则建议对拉伸系数（杨氏模量的倒数）进行平均，相当于假设区域边界上存在均匀相等的应力（见式 3.43），Hill (1952) 证明了 Voigt 与 Ruess 的结果分别为弹性模量的上、下界。上下界之差的大小决定了矿物组分和结构的各向异性的程度。则 Voigt 和 Ruess 的模型可用于计算应变能时的参考，Sack (1946) 计算过硬币形裂纹的应变能 dW_C ，Griffith (1920) 计算过平面应力与平面应变作用下椭圆裂纹的应变能 dW_C ，对扁窄的椭圆裂纹（半长度=半宽度），区域边界上的应力均匀（相等），则 dW_C 为：

$$\begin{aligned} dW_C &= \beta_s \frac{16(1-\nu_s^2)a^3}{9(1-2\nu_s)} pdp && \text{（硬币状裂隙）} \\ dW_C &= \beta_s \frac{4\pi(1-\nu_s^2)a^3}{3(1-2\nu_s)} pdp && \text{（平面应变作用下的椭圆）} \\ dW_C &= \beta_s \frac{4\pi a^3}{3(1-2\nu_s)} pdp && \text{（平面应力作用下的椭圆）} \end{aligned} \quad (4.25)$$

采用符号 \bar{a} 为平均长度, \bar{V} 为平均体积, $N\bar{a}^3 = \sum_{i=1}^N a_i^3$, $N\bar{V} = V_0$, 则按 Ruess

等应力模型假定有:

$$\begin{aligned}\beta_{eff} &= \beta_s \left(1 + \frac{16}{9} \frac{1 - \nu_s^2}{1 - 2\nu_s} \frac{\bar{a}^3}{\bar{V}} \right) && \text{(硬币形)} \\ \beta_{eff} &= \beta_s \left(1 + \frac{4\pi(1 - \nu_s^2)}{(1 - 2\nu_s)} \frac{\bar{a}^3}{\bar{V}} \right) && \text{(应变)} \\ \beta_{eff} &= \beta_s \left(1 + \frac{4\pi}{3(1 - 2\nu_s)} \frac{\bar{a}^3}{\bar{V}} \right) && \text{(应力)}\end{aligned}\quad (4.26)$$

按 Voigt 模型 (等应变) 也应得一套有效压缩系数的公式, 但有相当的难度。J. B. Walsh (1965) 给出了 $\beta_{eff}^{(V)}$ 和 $\beta_{eff}^{(R)}$ 的相互关系式

$$\beta_{eff}^{(V)} = \beta_{eff}^{(R)} - \beta_s \sum_N \frac{2A^2 (V_C/V)}{9(1 - 2\nu_s)(1 + \nu_s)} \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned}\text{式中} \quad A &= 16(1 - \nu_s^2)a^3 / 3V && \text{(硬币形)} \\ A &= 4\pi(1 - \nu_s^2)a^3 / V && \text{(等应变)} \\ A &= 4\pi a^3 / V && \text{(等应力)}\end{aligned}$$

式中 V 为总体积, V_C 为孔隙体积, ν_s 为基质泊松比, β_s 为无裂纹岩石的压缩系数, a 为窄裂隙的平均半宽度。

一般说来, $\beta_{eff}^{(V)}$ 小于 $\beta_{eff}^{(R)}$, 但当孔隙率 V_C/V 很小时, 二者趋于相等。 $A \rightarrow 0$ 时, $\beta_{eff}^{(V)} \rightarrow \beta_{eff}^{(R)}$ 。

4.2.2 裂纹闭合的压缩系数

用压缩系数研究含裂纹岩石的弹性性质, 本身就考虑了裂纹在外力作用下的闭合性, 特别对窄而扁的裂纹, 其裂隙密度 (或孔隙度) 随压力的变化很明显, 也很有实际意义。设岩石中含有 N 个形状、大小相同的硬币裂隙, 每个裂隙的三个半轴的长度为 a , a 和 αa , 其中 α 为纵、横比。对窄裂隙, α 值很小, $\ll 1$ 。裂纹总体积为 V_C , 则

$$V_C = N \frac{4\pi}{3} \alpha a^3$$

$$\text{孔隙度 } \eta = \frac{V_c}{V} = \frac{4\pi Na^3}{3V} \alpha$$

$$\text{则 } \frac{d\eta}{dP} = \frac{4\pi Na^3}{3V} \frac{d\alpha}{dP} \quad (4.28)$$

由 (4.17) 和 (4.21) 式可得

$$\frac{d\eta}{dP} = -\beta_s \frac{16}{9} \frac{1-\nu_s^2}{1-2\nu_s} \frac{Na^3}{V} \quad (4.29)$$

令 (4.28) 与 (4.29) 右端相等, 得

$$-\frac{\pi E_s}{4(1-\nu_s^2)} d\alpha = dP \quad (4.30)$$

$$\text{式中 } E_s = \frac{3(1-2\nu_s)}{\beta_s} \quad (\text{查表 3.1})$$

对 (4.30) 式两边积分

$$-\frac{\pi E_s}{4(1-\nu_s^2)} \int_{\alpha_0}^{\alpha} d\alpha = \int_{P_0}^P dP = \int_0^P dP \quad (4.31)$$

式中 α_0 是压力为 0 时的纵横比, 而 $\alpha = 0$ 相当于完全闭合, 此时压力为 P_{close}

(4.31) 式的解为

$$P = \frac{\pi g E_s}{4(1-\nu_s^2)} (\alpha_0 - \alpha) \quad (4.32)$$

$$\text{则 } P_{\text{close}} = \frac{\pi E_s}{4(1-\nu_s^2)} \alpha_0 \quad \text{B } E_s \alpha_0 \quad (4.33)$$

此式说明 α_0 愈大, 所需闭合压力愈大, 对纵横比 α_0 接近于 1 的裂隙, $P_{\text{close}} \approx 10^{11} \text{ Pa}$, 相当于地球内部地核—地幔交界处的压力。 $\alpha_0 = 0.01$ 时, $P_{\text{close}} = 10^9 \text{ Pa} = 1 \text{ GPa}$, $\alpha_0 = 0.001$ 时 $P_{\text{close}} = 10^8 \text{ Pa} = 100 \text{ MPa}$, 这时在几公里的深度, 裂隙就可能完全闭合。

4.2.3 裂纹孔隙度 η_c 的测定

前面已说明, 岩石的孔隙度包括孔洞孔隙度和裂缝孔隙度两种, 即 $\eta = \eta_p + \eta_c$, 由于孔洞的大小与形状随压力变化很小, 故存在

$$\frac{d\eta}{dP} = \frac{d\eta_P}{dP} + \frac{d\eta_C}{dP} = \frac{d\eta_C}{dP} \quad (4.34)$$

以此为基础有两种测定裂纹孔隙度的方法，首先，由 walsh 公式

$$\beta_{eff} = \beta_s - \frac{d\eta}{dP}$$

得

$$\eta_C = -\int_{P_{close}}^0 (\beta_{eff} - \beta_s) dP = \int_0^{P_{close}} \beta_{eff} dP - \int_0^{P_{close}} \beta_s dP \quad (4.35)$$

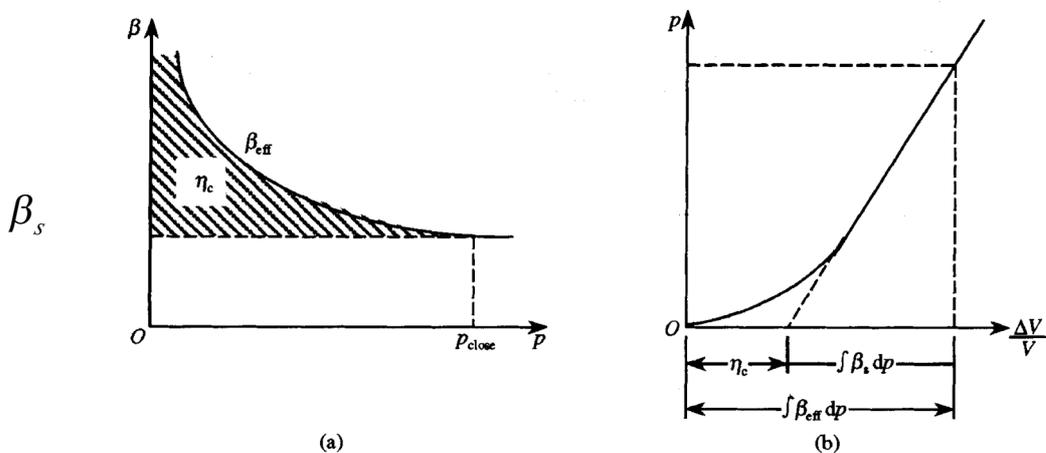


图 4.1 测定裂纹孔隙度的两种方法

(a) $\beta_{eff} - P$ 曲线法; (b) $P - \frac{\Delta V}{V}$ 曲线法

(4.35) 式右边第一个积分代表实测的 $\beta_{eff} - P$ 曲线，第二项积分为 $\beta_s g P_{close}$ ，故 η_C 为图 (a) 中 β_{eff} 下的阴影部分。

第二种方法利用在流体静压力作用下岩石的体积应变测量资料，由沃尔什公式得

$$\eta_C = \int_0^{P_{close}} \beta_{eff} dP - \int_0^{P_{close}} \beta_s dP = \frac{\Delta V}{V} - \beta_s P \quad (4.36)$$

其中右边第一项为实测的 $P - \Delta V/V$ 曲线，将高压线性部分延长到 $\frac{\Delta V}{V}$ 轴的截距就是 η_C 。

4.2.4 围体+包体的弹性问题

(Eshelby, 1957) 埃瑟比讨论了弹性力学中著名的椭球包体问题, 他假定
 ①岩石基质是完全弹性各向同性体, 其弹性参数为 K_S 和 μ_S ; ②基质中存在着一个弹性的椭球形包体, 包体的几何形状已知, 可以是各向异性的; ③围体(基质)比包体大很多, 则边界条件无限远处应变是均匀的。前面说过 walsh (1965) 给出了硬币形包体的简化结果, 现在给出包体内充填空气 ($\beta = \frac{1}{K} \rightarrow \infty, \mu = 0$) 的结果。

$$\beta_{eff} = \beta_S \left[1 + m \frac{\eta}{\alpha} \right]$$

$$\frac{1}{\mu_{eff}} = \mu_S^{-1} \left[1 + n \frac{\eta}{\alpha} \right]$$
(4.37)

式中的参数与前面的定义一致, 而 m, n 为

$$m = K_S(2K_S + 4\mu_S) / \pi\mu_S(3K_S + \mu_S)$$

$$n = \frac{1}{15} \pi \left[\frac{8(3K_S + 4\mu_S)}{3K_S + 2\mu_S} + \frac{4(3K_S + 4\mu_S)}{3K_S + \mu_S} \right]$$
(4.38)

当围体泊松比 ν_S 为 0.15 至 0.40 时, 计算了 m, n 值, 见下表

ν_S	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.4
m	1.20	1.10	0.99	0.86	0.72	0.54
n	0.38	0.36	0.34	0.33	0.31	0.29

由沃尔什公式可知, 应力应变曲线的初始部分(右图的 OA 段)之所以弯曲, 是由于岩石裂纹闭合造成的, 在 AB 段裂纹已完全闭合。AB 段的斜率 β_{eff} 和 μ_{eff} 由基质(围体)压缩系数和孔洞孔隙度决定。且以基质为主 $\beta_{eff} \rightarrow \beta_S$ 可以推断, 对于高孔隙度的岩石, OA 段延续很长, 对低孔岩石而言, OA 段较短。

4.3 流体静压力下岩石中孔洞对弹性的影响

4.3.1 球形孔洞

见 4.3.1.2

4.3.2 颗粒状(granular)岩石

前几节讨论的问题属低孔隙度岩石，属裂纹孔隙度问题，而颗粒状岩石（砂岩等）属孔洞孔隙度问题，孔隙率比较大，对孔隙性砂岩油气储层比较重要。

为了研究问题方便，可将砂岩设想为由同样半径的一堆球组成的，球间孔隙可近似视为等维的孔洞。球的堆积方式有四方、六方堆积，六方紧密堆积，随机堆积等多种，堆积方式决定了颗粒状岩石的孔隙度。下表是不同堆积方式下岩石的孔隙度，比面积（specific surface area）和一个球与其它球的接触点数 C。

堆积方式	孔隙度 ϕ	固体部分（球）比例	比面积 S^*	每个球与其它接触点数 C
立方堆积	$1 - \frac{\pi}{6} = 0.48$	$\frac{\pi}{6} = 0.52$	$\pi / 2R$	6
简单六方堆积	0.40	$\frac{1}{18} 4\pi \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \approx 0.6$	$\frac{2}{3R} \pi \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$	8
紧密六方堆积	0.26	0.74	2.22/R	12
紧密随机堆积	~0.36	~0.64	~1.92/R	~9

规则的堆积方式主要适用于晶体的讨论，因为晶体的排列是很规则的，对岩石而言，随机模型更适用，Walton（1987）指出，随机堆积的一个球与其周围的 9 个球接触。接触点越多，越紧密，孔隙度愈小。

为了解释颗粒状岩石在压力下的性状，开始时使用了赫兹接触模型（Johnson, 1985），设半径同为 R 的两球相接触，在正压力 F 作用下，两球发生弹性形变，成为面接触，记接触面的半径为 α ，接触方向上，球半径缩短了 δ ，经典的弹性力学解为

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{3FR}{8\mu}(1-\nu)} \quad (4.39)$$

$$\delta = \frac{\alpha^2}{R} \quad (4.40)$$

当颗粒状物质受到流体静压力作用时，作用于每两个球的接触压力为

$$F = \frac{4\pi R^2 P}{C(1-\phi)}$$

式中 ϕ 为颗粒状岩石的孔隙度，C 为每个球的平均接触点数，于是得

$$\alpha = R^3 \sqrt{\frac{3\pi(1-\gamma)P}{2\mu C(1-\phi)}} \quad (4.41)$$

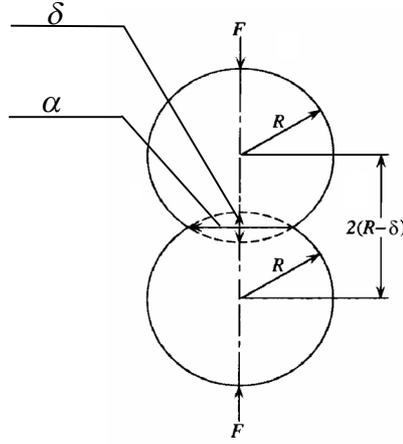


图 4.2 赫兹接触模型示意图

还可求出岩石的正向压力刚度 $\frac{dF}{d\delta} = S_n$ 由 (4.39)、(4.40) 可得

$$\alpha^3 = \frac{3FR}{8\mu}(1-\nu)$$

$$\alpha = \frac{3F}{8\mu\delta}(1-\nu)$$

$$F = \frac{8\alpha\mu\delta}{3(1-\nu)} = \frac{8\mu\sqrt{R}}{3(1-\nu)}\delta^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{dF}{d\delta} = \frac{4\mu\sqrt{R}}{(1-\nu)}\delta^{\frac{1}{2}} = \frac{4\pi\sqrt{R}}{(1-\nu)}\frac{\alpha}{\sqrt{R}} = \frac{4\mu\alpha}{1-\nu}$$

或

$$\frac{dF}{d\delta} = \frac{\partial F}{\partial \delta} \frac{\partial \delta}{\partial \delta} + \frac{\partial F}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \delta} = \frac{8\mu\alpha}{3(1-\nu)} + \frac{4\mu\alpha}{3(1-\nu)} = \frac{4\mu\alpha}{(1-\nu)} = S_n$$

$$\therefore S_n = \frac{4\mu\alpha}{1-\nu} \quad (4.42)$$

于是干燥的随机堆积模型的有效体积模量 K_{eff} 为:

$$K_{eff} = \frac{C(1-\phi)}{12\pi R} S_n = \sqrt[3]{\frac{C^2(1-\phi)^2 \mu^2}{18\pi^2(1-\nu)^2} P} \quad (4.43)$$

后来 mindlin 讨论了颗粒接触后，岩石受到剪应力的情况（Mindlin, 1949），可视为赫兹模型的推广，他求得的 μ_{eff} 为

$$\mu_{eff} = \frac{5-4\nu}{5(2-\nu)} \sqrt[3]{\frac{3C^2(1-\phi)^2 \mu^2}{2\pi^2(1-\nu)^2} P} \quad (4.44)$$

(4.43) 和 (4.44) 被后人称为 Hertz-Mindlin 模型。图 4.6（见讲义）是利用 Hertz-Mindlin 模型在北海砂岩中预测的速度—孔隙度和实测的速度—孔隙度曲线的对比。二者有较好的对应关系。

4.4 岩石中孔隙流体对弹性的影响

在由岩石骨架和孔隙流体组成的双相介质中，孔隙流体对岩石弹性有重要影响，现在分排水与不排水两种情况进行讨论。

4.4.1 饱和岩石——排水情况

排水情况是指作用在岩石外部的流体静压力变化时，岩石孔隙内的水压力不变。为保证此要求必须使所有的孔隙与外界的一个恒定压力的“大水库”相连。当孔隙体积缩小时，孔隙水会排至水库，这种情况称为排水情况（drained）。另一种情形是外界静压力变化时，孔隙水的质量不变，不向外排水，也不由外界排进，孔隙与岩石表面不连通，称为非排水情况（undrained）。

有排水存在时，压缩系数 β_D 的定义是：

$$\beta_D = \frac{1}{V} \frac{dV}{dP} \Big|_{P_p} \quad (4.45)$$

式中 P 为外部压力， P_p 为孔隙压力。

上式说明在保持 P_p 不变的情况下，在外力为 P 时，将产生体积形变 ΔV_c ，如下图 4（a）所示。而（a）=（b）+（c）

其中（b）为孔隙压力 P_p ，外加压力也为 P_p ，此时为岩石体积不形变的情况，

（c）为外加压力等于 $P - P_p$ ， $P_p = 0$ 时的情况， $P_p = 0$ ，可用干燥岩石的 Walsh 公式计算，为 $\beta_{eff}(P - P_p)$ 。（b）+（c）刚好等于排水情况下的弹性性质，于是有

$$\beta_D = \beta_{eff}$$

或

$$\beta_D(P, P_p) = \beta_{eff}(P - P_p, 0) \quad (4.46)$$

同理可得排水情况下的等效剪切模量为

$$\mu_D = \mu_{eff} \quad (4.47)$$

(4.44) 和 (4.45) 式说明排水情况下的弹性参数与干燥情况下相同。

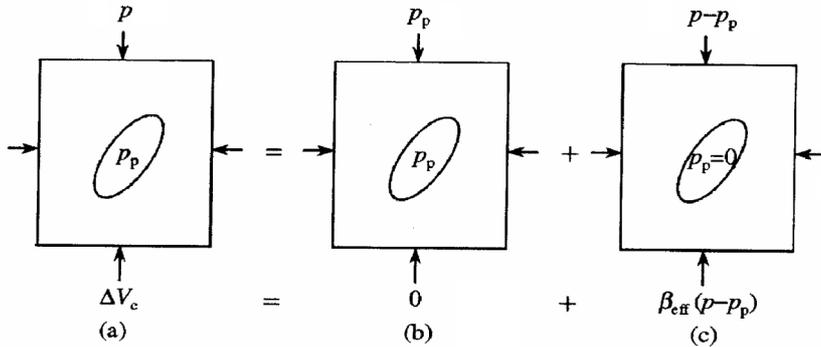


图 4.3 排水情况下岩石的等效压缩系数计算框图

4.4.2 饱和岩石——不排水情况——Gassmann 方程

设外部静压力为 P ，内部孔隙压力为 P_p ，因为无水的排出和流进，因此孔压 P_p 要随围压 P 的变化而变，此时的岩石压力系数记为 $\bar{\beta}$ ，Gassmann 得到了 $\bar{\beta}$ 与基质压缩系数 β_s ，排水情况下的压缩系数 β_D ，孔隙流体压缩系数 β_p 和孔隙度 η 的关系式，称为 Gassmann 方程

$$\frac{1}{\bar{\beta} - \beta_s} = \frac{1}{\beta_D - \beta_s} + \frac{1}{(\beta_p - \beta_s)\eta} \quad (4.48)$$

在不排水情况下，围压 P 的变化量 δ_P 与孔隙压力的变化 δ_{P_p} 存在如下关系：

$$\delta_{P_p} = \frac{\bar{\beta} - \beta_D}{\beta_s - \beta_D} \delta_P \quad (4.49)$$

此式说明，孔隙压力的变化与围压的变化成正比，将具体数值代入后可以发现比例系数 $(\bar{\beta} - \beta_D)/(\beta_s - \beta_D)$ 小于 1 但十分接近 1，这说明 P_p 的变化小于或等于 P 的变化。由 Gassmann 方程可以发现，一般情况下

$\beta_p \gg \beta_s$ ， $\beta_D > \bar{\beta} > \beta_s$ ，其数值大小如下图所示。

在实际应用时，饱和岩石弹性性质的讨论到底采用排水公式还是不排水公式要视具体情况而定，一般情况下，当岩石处于“静态”或“缓慢”变化状态

时，有足够的时间使水排出和流进并达到平衡，常作了排水情况处理。当涉及地震波传播等问题时，因过程快，可按不排水情况处理。

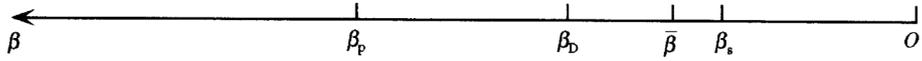


图 4.4 β_D , $\bar{\beta}$ 和 β_S 大小的比较 (陈颢, 黄庭芳, 2001)

若对岩石施加剪应力，孔隙发生剪应变，孔隙体积不变，因而孔隙压力不变，可不考虑排水与不排水情况，二者相等，即

$$\bar{\mu} = \mu_D \quad (4.50)$$

由于孔隙中的油气和岩石骨架构成二相体，故上述讨论对油气勘探和反演十分重要。

4.5 弹性波在双相体岩石中的传播

4.5.1 弹性波速度与岩石的有效弹性参数

弹性波在双相岩石中的传播是一个很复杂的问题，应当专门讨论。这里仅从岩石的有效弹性性质出发，强调几个问题：

(1) 不均匀性的多尺度问题

组成岩石的矿物、裂纹、孔隙等从微观角度观察都是不均匀的，但是从宏观角度看，可视为平均均匀或等效均匀的，其尺度的把握，可用波长 λ 和不均匀体长度 d 的比值来度量。

λ/d	$\gg 1$	≈ 1	$\ll 1$
研究方式	视岩石为均匀的，使用有效弹性参数方法	视岩石为不均匀的，使用散射理论	极不均匀，使用射线理论

图 4.5 不均匀体长度 d 和波长 λ 的相互关系

地震方法	地面地震	水下地震	井下地震	实验室超声波
波长范围 (m)	$10^4 - 10^0$	$10^0 - 10^{-1}$	$10^{-1} - 10^{-2}$	$10^{-2} - 10^{-3}$

图 4.6 勘探方法与地震波长

(2) 由于实际工作中地震波长 λ 总是大于岩石矿物的尺度, 因此使用有效弹性参数就成为常见的研究方法, 图 4.6 为地面地震、水下地震、井下地震, 实验室超声波常见的波长范围。由于 $\lambda = VT = V/F$, 式中 V 为波速, F 为主频。实验中频率为几 KHz~MHz, V =千米~数千千米/秒, 则 λ 为 10^{-1} ~ 10^{-3} m, 对天然地震而言, 地震波主频为几周至零点几周, 故 λ 较大。

对矿物、岩石裂纹、孔隙而言, 其尺度 d 多数为 mm 和 μm 级甚至 nm 级 (10^{-3} ~ 10^{-8}), 可以认为 $\lambda \gg d$ 。当然矿物本身有的可达几个以至几十个 cm (10^{-1} ~ 10^{-2} m), 但这种尺度本身较少, 且只对实验室超声波研究有实质性影响。

有效弹性参数的应用, 使得我们可以通过 $K, \beta, \lambda, \mu, \nu, \rho$, 直接求取传播参数 V_p, V_s , 例如

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad K = \frac{1}{\beta} = \rho \left(V_p^2 - \frac{4}{3} V_s^2 \right)$$

$$\mu = \rho V_s^2 \text{ 等等}$$

(3) 有效弹性参数具有平均、等效特性, 但仍然与岩石的结构、成分有关, 利用 V_p, V_s 和吸收特性反演岩石的孔隙特性 (η), 孔隙形状 (纵横比 α), 仍是人们追求的目标。也是可能实现的, 当然 V 与 $\frac{d\eta}{dP}$ 有关, 而不直接与 η 有关。

4.5.2 弹性波速度变化的实验结果

双相介质中, 影响弹性速度的因素很多, 如孔隙形状、矿物成分, 围压, 温度, 孔隙流体, 孔隙压力, 流体饱和度等等, 这使得理论研究和实际的反演有较大难度, 进行实验室条件下的岩样测试分析是一种直接、有效的方法。

(1) 波速随静压 (围压) 的增加而增加

实际情况下, 波速 V_p, V_s 随围压增大而增大, 但增加趋势随压力继续增大而减缓。这是因为压力增大, 裂纹开始闭合, 到所有裂纹几乎完全闭合时, 增速减慢, $V \sim P$ 呈线性关系。实验结果与理论分析是一致的。对椭球裂纹情况, 理论公式为 (4.37) 和 (4.38), 其具体形式为

$$\frac{1}{K_{eff}} = \frac{1}{K_s} \left[1 + m \left(\frac{4\pi}{3V_0} a^3 \right) \right]$$

$$\frac{1}{\mu_{eff}} = \frac{1}{\mu_s} \left[1 + n \left(\frac{4\pi}{3V_0} a^3 \right) \right] \quad (4.51)$$

由此式知，围压增加时，孔隙体积 V_0 减小，椭球半径 a 减小， K_{eff} 和 μ_{eff} 增加，导致 V_p ， V_s 增加。

(2) 孔隙形状对波速的影响

设岩石中仅存在球形孔隙，按 Walsh 公式有

$$\beta_{eff} = \beta_s \left(1 + \frac{3(1-\nu_s)}{2(1-2\nu_s)} \frac{\eta}{1-\eta} \right)$$

此为前面的公式 (4.24)，再设泊松比 $\nu_s = 0.2$ ， η 很小， $1-\eta \approx 1$ ，上式变为

$$\beta_{eff} = \beta_s(1+2\eta) \quad (4.52)$$

此时 β_{eff} 直接与 η 有关。若 $\eta = 5\%$ ，则 $\beta_{eff} = 1.1\beta_s$ ，等效体积模量 μ_{eff} 减小 10%，但波速仍减小 5% 左右，这与图 4.8 的实验结果基本一致，但与 4.7 有较大的差别，原因在于图 4.7 所用样品包含裂纹孔隙所致。

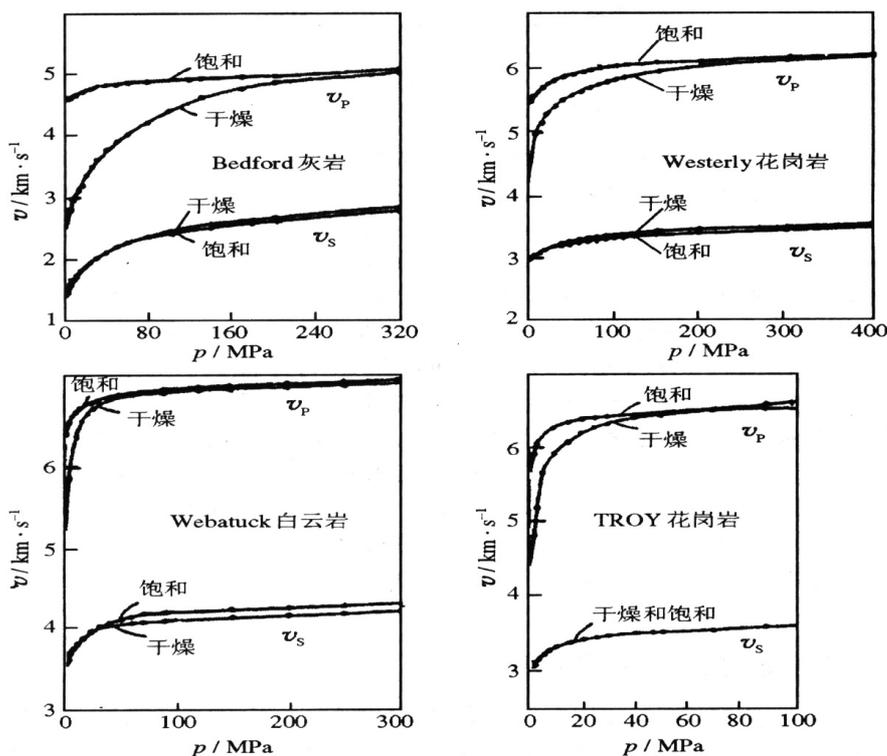


图 4.7 干燥和饱和岩石 v_p ， v_s 随围压的变化

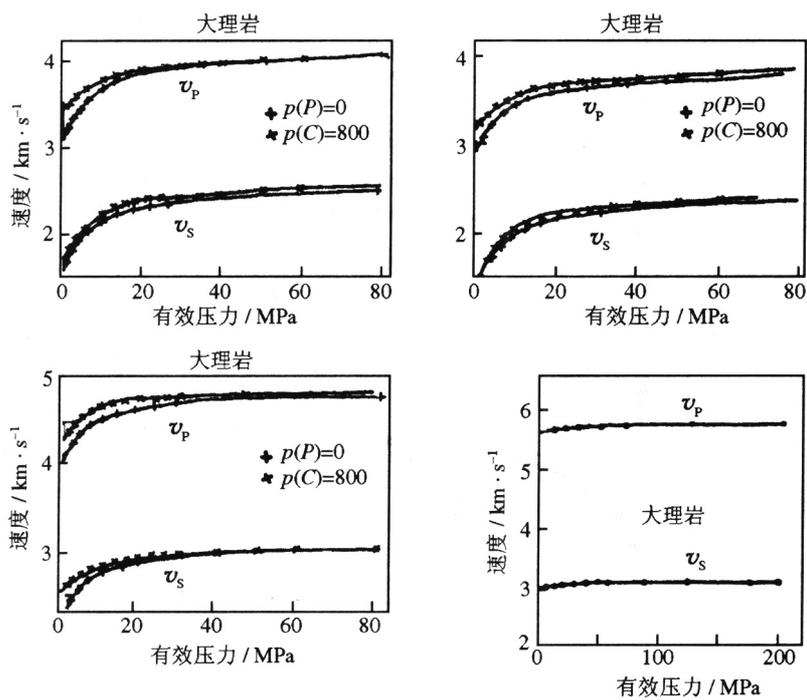
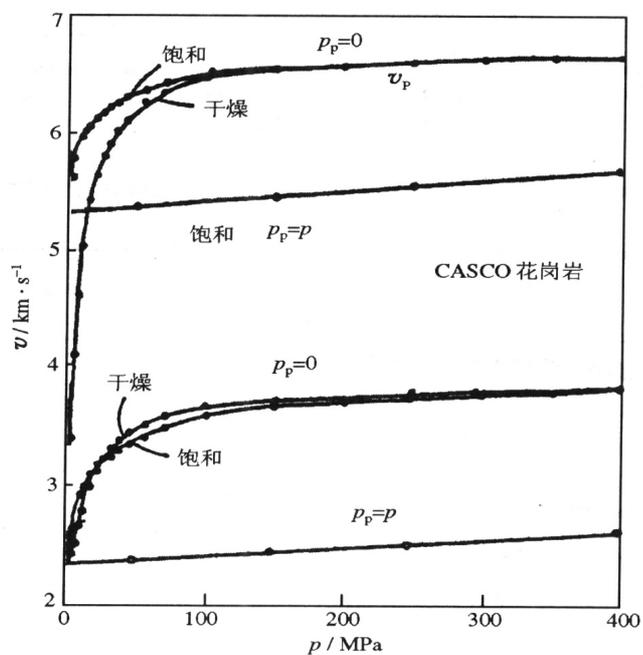


图 4.8 干燥和饱和岩石 v_p, v_s 随围压的变化



图

4.9 卡斯略花岗岩弹性波速度 v_p, v_s 随围压的变化

(3) 流体饱和对波速度的影响

有以下几点值得注意：

(a) 孔隙流体的存在，保持了孔压的存在，也保持了孔隙的存在，根据有效应力定律，作用于岩体的有效围压 \bar{P} 等于外压 P 减孔隙压力 P_p ，即 $\bar{P} = P - P_p$ ，若 $P_p = P$ ，则 $\bar{P} \rightarrow 0$ 。

(b) 孔隙流体的存在将改变岩石的有效弹性模量，但饱和岩石的 V_p 与干燥岩石的 V_p 在 $P_p = 0$ 时，在围压较小情况下有较大的差异，而同样情况下 V_s 的差异很小。（见图 4.9）

这说明利用同一层位 V_p, V_s 的变化差异，可以识别油和气或水和气的差别，这就是利用地震波速直接找油气的物理基础，又称为“亮点技术”。

(c) 在压力升高时，饱液与饱气的 V_p 差别不大。

(4) 波速比 $\xi = V_p / V_s$ 的变化，反映含流体的性质。

(a) 波速比 ξ 是一个重要的弹性指标（参数），它与泊松比 ν 直接相关。

$$\nu = \frac{1}{2} \left(\frac{\xi^2 - 2}{\xi^2 - 1} \right), \text{ 或 } \xi^2 = \frac{2\nu - 2}{2\nu - 1} \quad (4.53)$$

由于饱水、饱气情况下， V_p 变化大， V_s 变化小或保持不变，因此 ξ 是一个直接按找油气的参数。

(b) 在围压较高的情况下， ξ 值接近岩石骨架的 ξ_s ，设其为 ξ_0 ，则

$$\xi_0 = \sqrt{\frac{\lambda_s + 2\mu_s}{\mu_s}} = \xi_s$$

(c) 在干燥情况下，随围压（有效）增加， $\Delta\xi = \xi - \xi_0$ 始终为负

在饱和情况下，随有效围压增加， V_p 增加慢， V_s 增加快， $\xi \downarrow$ ，极限 ξ_0 不变。 $\Delta\xi = \xi - \xi_0$ 始终为正（根据 Amos Nur, 1982 年）。

这在实际应用中要特别注意。

干燥岩石的 ξ 值随压力增大，由小增大，接近极限， $\therefore \Delta\xi = \xi - \xi_0$ 始终为负，饱和岩石的 ξ 值，随压力增大，由大变逐渐接近于极限值， $\Delta\xi = \xi - \xi_0$ 始终为正。

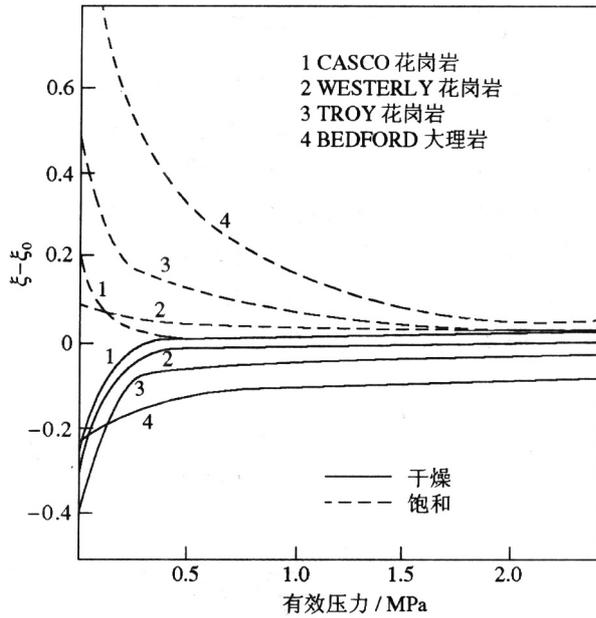


图 4.10 在干燥和饱和情况下，波速比 ξ 随围压的变化

速度比与地震的关系 图 4.11 是利用 ξ 的变化有可能预测地震的例子。地震发生前几个月，岩石破裂，裂缝孔隙增大，地下水来不及充入，相当于干燥孔隙情况， ξ 下降；经过数月后，地下水充入裂缝孔隙中，相当于饱水孔隙情况， ξ 上升。裂缝充入水之后，岩石的剪切强度降低，使岩层断裂，发生地震。这种解释可得到岩石物理实验的支持。美国（兰山湖）和中国也有类似的实例。

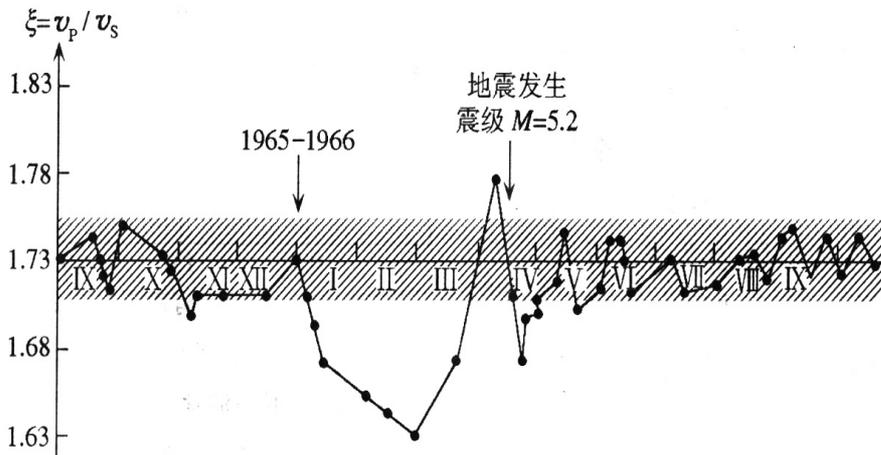


图 4.11 前苏联加尔姆地区 5.2 级地震前,震源区波速比 ξ 随时间的变化

5 岩石的输运特性

岩石为多孔介质, 其中的空隙、裂缝为流体的赋存空间, 流体类型有油、气、水和液溶胶等。流体要流动, 就是岩石的输运特性。

渗透率(Permeability)是描述岩石输运特征最重要的参数。

5.1 达西(Darcy)定律和岩石的渗透率

(1) Darcy 定律

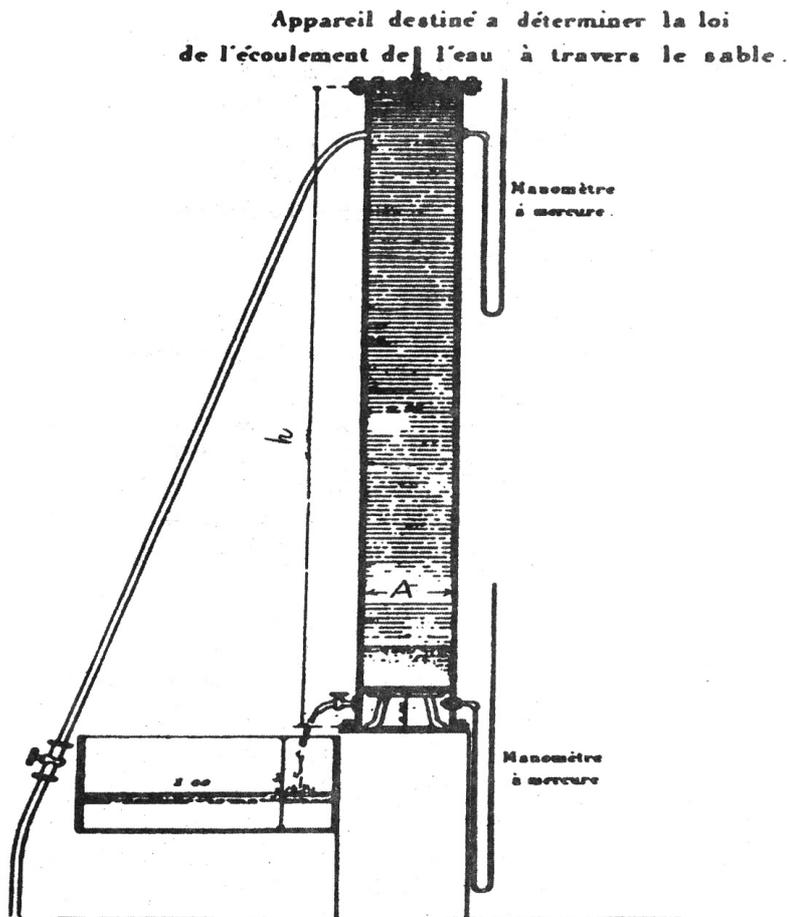


图 5.1 达西的实验装置

以水流过砂岩为基础实验得到的规律

$$Q \propto A \frac{h}{l} \quad (5.1)$$

式中, Q ——单位时间的渗流量; h ——通过砂样水头差(进水口的水头与出水口水头之差); l ——砂样沿水流方向的长度; A ——装砂样的圆筒的截面积。

记单位时间通过单位面积的流量为 q , 得

$$q = -K \frac{dh}{dl} \quad (5.2)$$

此为水在多孔介质中流动时的达西定律。

K ——渗透系数(Hydraulic Conductivity), 其量纲为 l (长度)/ T (时间), 因此 K 又称达西速度。

设 η 为孔隙度, 岩石中孔隙空间中水的平均流动速度 \bar{v} 为:

$$\bar{v} = \frac{q}{\eta} \quad q = \eta \bar{v}, \text{ 在 } q \text{ 一定的情况下, } \eta \text{ 小, } \bar{v} \text{ 大。}$$

在三维情况下, 达西定律为:

$$q = -K \nabla h \quad (5.3)$$

∇h 为水力坡度, 无量纲。

(2) 渗透率

多孔介质中的流量 q 与粘滞性 μ 成反比

$$q \propto \frac{1}{\mu} \quad (5.4)$$

在研究地下深处多孔岩石中的流体的输运时, 密度和粘滞系数在温度和压力的作用下变化很大, 此时利用“水头” h 的概念不方便, 宜采用流体压力 p 的概念。在静压力情况下, h 与流体压力 p 的关系为:

$$p = hg\rho \quad (5.5)$$

上式两边取梯度，得 $\nabla p = g\rho\nabla h$ ，将 $\nabla h = \frac{1}{g\rho}\nabla p$ 代入(5.3)式得：

$$q = -\left(K \frac{1}{g\rho}\right) \nabla p$$

设 $\frac{K}{g\rho} = \frac{k}{\mu}$ 

$$k = -q\mu / \nabla p$$

$$q = -\frac{k}{\mu} \nabla p \quad (5.6)$$

k ——为渗透率； μ ——流体粘滞系数； ρ ——流体密度。

则

$$K = \frac{g\rho}{\mu} k \quad (5.7)$$

$$k = \frac{\mu}{g\rho} K$$

(5.6)为在同一基准面上，适用于一般流体的达西定律， k 为多孔介质的渗透率，它仅与岩石骨架性质有关， μ 、 ρ 则与流体性质有关。

渗透率 k 具有 $[l^2]$ 的量纲：

$$[k] = [q][\mu] \left[\frac{dx}{dp} \right] = [l.s^{-1}][Pa.s][l.Pa^{-1}] = [l^2] \quad (5.8)$$

渗透率 k 的单位是 Darcy, 即 1D。粘滞性 $\mu = 10^{-2} p$ 的流体, 在压力梯度 $\frac{dp}{dx} = 1 \frac{\text{atm} \cdot \text{cm}^{-1}}{\text{大气压}}$ 的作用下, 通过多孔岩石的流量为 $1 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ 时, 其渗透率为 1D。良好储水层的渗透率为 1D 以上。一般的良好储层为 $10^{-1} \text{D} = 100 \text{mD}$ 。

在 SI(国际单位)单位制中, 渗透率的单位 m^2 , 1D 为:

$$1\text{D} = 0.97 \times 10^{-12} \text{ m}^2 \quad (5.9)$$

以地面为基准面, 地下一点的水头是 $-z$ 。同时考虑到岩石内部孔隙压力 p 造成的压力差(Pressure head)为 $\frac{p}{g\rho}$, 则此时达西定律写作:

$$q = - \frac{k}{\mu} \nabla (p - g\rho z) \quad (5.10)$$

若地球内部各点孔隙压力等于流体静压力, 即 $p = g\rho z$, 此时没有流体的运输, 流体处于平衡状态。

达西定律的适用范围: 空隙网络中的流体流动为层流(Laminar)时, 达西定律成立, 为紊流时不适用。大多数的情况下达西定律是成立的。

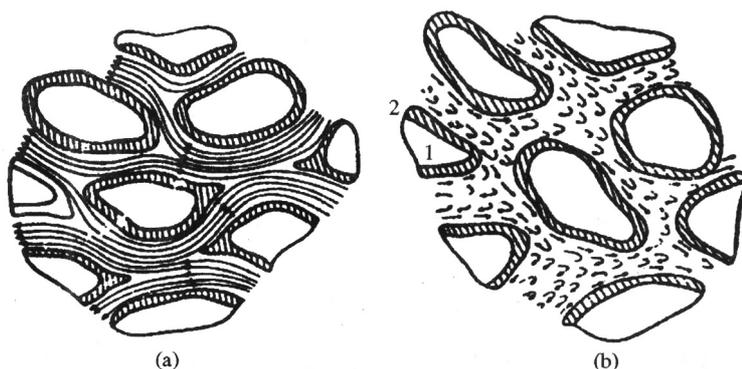


图 5.2 流体流动的层流(a)和紊流(b)示意图

5.2 渗透率的测量

(1) 用 Darcy 的方法测量

$$q = -\frac{k}{\mu} \nabla p = -\frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta l},$$

Δp ——要建立的压力差；

μ ——流体的粘滞系数；

Δl ——样品长度；

q ——单位时间的流量。

可模拟地层温压。

缺点： 只能测量较大渗透率的岩样， $k > 0.97 \times 10^{-15} \text{m}^2$ 。
1个毫达西

主要参考书

- 1) 陈颢、黄庭芳著，岩石物理学，2001，北京大学。
- 2) 贺振华、黄德济、文晓涛著 裂缝油气藏地球物理预测，
四川科学技术出版社，2007年12月，
- 3) Amos Nur 著，许云译，双相介质中波的传播，
石油工业出版社，1986
- 4) R.E.Sheriff et.al., Reservoir Geophysics, SEG, 1992
- 5) 赵鸿儒、唐文榜、郭铁柱编著，超声地震模型，试验技术及应用，1986，
石油工业出版社。
- 6) Per Avseth, Tapan Mukerji and Gary Mavko, Quantitative Seismic
Interpretation—Applying Rock Physics Tools to Reduce Interpretation
Rick, Cambridge University Press, 2005
- 7) 秦四清等著，岩石声发射技术概论，1993，西南交通大学出版社。