



第4课时 相似三角形的周长和面积

学习目标视窗

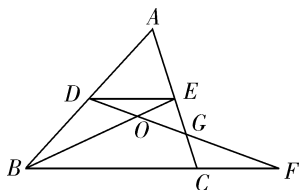
1. 理解并掌握相似三角形及相似多边形的周长与面积的性质.
2. 能够运用相似三角形及相似多边形求它们的周长与面积.
3. 通过把多边形转化成三角形,体会转化思想在几何中的作用,同时感受从特殊到一般的认识问题的方法.



基础巩固提优

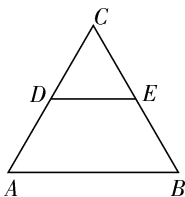
夯实基础,才能有所突破……

1. 如果两个相似三角形的周长分别为 6 cm 和 15 cm,那么这两个相似三角形对应边的比是_____.
2. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, 它们的周长分别为 56 cm 和 72 cm,那么它们的面积的比_____.
3. 如果把一个多边形改成和它相似的多边形,面积缩小为原来的 $\frac{2}{3}$,那么边长缩小为原来的_____.
4. 已知两个相似多边形的相似比为 5 : 7,若较小的一个多边形的周长为 35,则较大的一个多边形的周长为_____ ;若较大的一个多边形的面积是 4,则较小的一个多边形的面积是_____.
5. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点, DF 过 EC 的中点 G 并与 BC 的延长线交于点 F , BE 与 DF 交于点 O . 若 $\triangle ADE$ 的面积为 S ,则四边形 $BOGC$ 的面积 = _____.

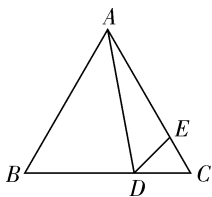


(第5题)

6. 已知两个三角形相似,它们的对应边的比是 2 : 3,且周长的和等于 20,那么这两个三角形的周长分别是().
A. 8 和 12 B. 9 和 11
C. 7 和 13 D. 6 和 14
7. 如图,已知等边三角形 ABC 的边长为 2, DE 是它的中位线,则下面四个结论: $DE=1$; $\triangle CDE \sim \triangle CAB$; $\triangle CDE$ 的面积与 $\triangle CAB$ 的面积之比为 1 : 4. 其中正确的有().
A. 0 个 B. 1 个
C. 2 个 D. 3 个



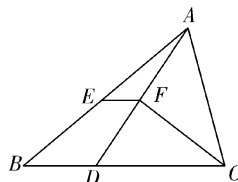
(第7题)



(第8题)

8. 如图,在等边 $\triangle ABC$ 中,点 D 为边 BC 上一点,点 E 为边 AC 上一点,且 $\angle ADE = 60^\circ$, $BD = 4$, $CE = \frac{4}{3}$,则 $\triangle ABC$ 的面积为().
A. $8\sqrt{3}$ B. 15
C. $9\sqrt{3}$ D. $12\sqrt{3}$

9. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $BC > AC$,点 D 在 BC 上,且 $DC = AC$, $\angle ACB$ 的平分线 CF 交 AD 于点 F ,点 E 是 AB 的中点,连接 EF .

(1)求证: $EF \parallel BC$;(2)若四边形 $BDFE$ 的面积为 6,求 $\triangle ABD$ 的面积.

(第9题)

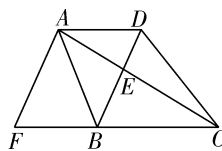


思维拓展提优

课内与课外的桥梁是这样架设的。

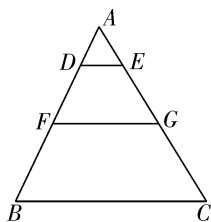
10. 已知两相似三角形对应高的比为 3 : 10,且大三三角形的面积为 400 cm^2 ,求小三角形的面积,又这两三角形的周长差为 560 cm,则它们的周长分别为多少?

11. 如图,在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $DB \parallel AF$,对角线 AC 、 BD 相交于点 E .

(1) $\triangle ADE$ 和 $\triangle BCE$ 的面积分别是 4 cm^2 和 9 cm^2 ,求 $\triangle ACF$ 的面积;(2) 设 $\triangle ADE$ 、 $\triangle BCE$ 的面积分别是 S_1 、 S_2 ,你能用 S_1 和 S_2 来表示梯形 $ABCD$ 的面积 S 吗?

(第11题)

12. 如图,已知 $DE \parallel FG \parallel BC$,且 $AD : DF : FB = 2 : 3 : 4$,求 $S_{\triangle ADE} : S_{\text{四边形}DEGF} : S_{\text{四边形}BCGF}$ 的值.



(第 12 题)

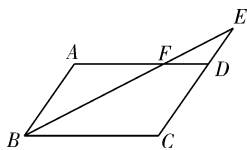


开放探究提优

对未知的探索,你准行!

13. 如图,在 $\square ABCD$ 中,点 E 是 CD 的延长线上一点, BE 与 AD 交于点 F , $DE = \frac{1}{2}CD$.

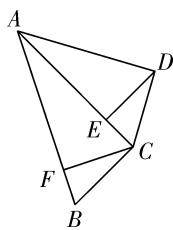
- (1) 求证: $\triangle ABF \sim \triangle CEB$;
(2) 若 $\triangle DEF$ 的面积为 2,求 $\square ABCD$ 的面积.



(第 13 题)

14. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, AC 平分 $\angle BAD$, $BC \perp AC$, $CD \perp AD$,且 $AB = 18$, $AC = 12$.

- (1) 求 AD 和 CD 的长度;
(2) 若 $DE \perp AC$, $CF \perp AB$,垂足分别为 E 、 F ,求 $\frac{DE}{CF}$ 的值.



(第 14 题)

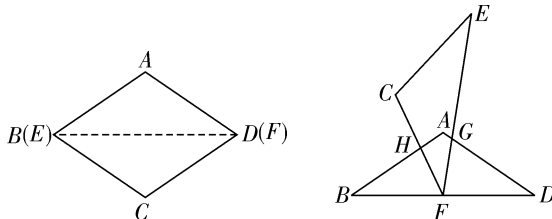
15. 如图(1),将菱形纸片 $AB(E)CD(F)$ 沿对角线 $BD(EF)$ 剪开,得到 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ECF$,固定 $\triangle ABD$,并把 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ECF$ 叠放在一起.

- (1) 操作:如图(2),将 $\triangle ECF$ 的顶点 F 固定在 $\triangle ABD$ 的边 BD 上的中点处, $\triangle ECF$ 绕点 F 在边 BD 上方左右旋转,设旋转时 FC 交 BA 于点 H (点 H 不与点 B 重合), FE 交 DA 于点 G (点 G 不与点 D 重合)

求证: $BH \cdot GD = BF^2$;

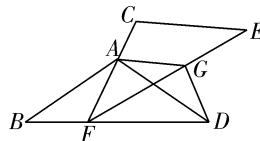
- (2) 操作:如图(3), $\triangle ECF$ 的顶点 F 在 $\triangle ABD$ 的边 BD 上滑动 (点 F 不与点 B 、 D 重合),且 CF 始终经过点 A ,过点 A 作 $AG \parallel CE$,交 FE 于点 G ,连接 DG .

探究: $FD + DG =$ _____. 请予证明.



(1)

(2)



(3)

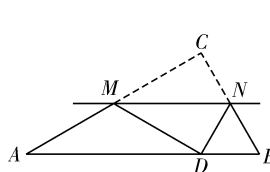
(第 15 题)



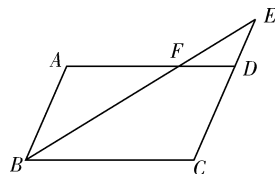
走进中考前沿

解剖真题,体验情境。

16. (2012 · 四川资阳) 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$,将 $\triangle ABC$ 沿直线 MN 翻折后,顶点 C 恰好落在边 AB 上的点 D 处,已知 $MN \parallel AB$, $MC = 6$, $NC = 2\sqrt{3}$,则四边形 $MABN$ 的面积是()。



(第 16 题)



(第 17 题)

- A. $6\sqrt{3}$ B. $12\sqrt{3}$
C. $18\sqrt{3}$ D. $24\sqrt{3}$

17. (2012 · 浙江衢州) 如图,在 $\square ABCD$ 中, E 是 CD 的延长线上一点, BE 与 AD 交于点 F , $CD = 2DE$. 若 $\triangle DEF$ 的面积为 a ,则 $\square ABCD$ 中的面积为 _____. (用 a 的代数式表示)

$$\therefore S_{\triangle ABD} = 8.$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 的面积为 } 8.$$

10. 小三角形的面积为 36 cm^2 , 两个三角形的周长分别为 240 cm 和 800 cm .

11. (1) $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle CBE.$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle CBE}} = \left(\frac{AD}{BC}\right)^2.$$

$$\therefore \frac{AD}{BC} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{又 } AD \parallel BF, DB \parallel AF,$$

$$\therefore \text{四边形 } AFBD \text{ 为平行四边形.}$$

$$\text{又 } AD = BF,$$

$$\therefore \frac{BF}{BC} = \frac{2}{3}. \text{ 则 } \frac{CF}{BC} = \frac{5}{3}.$$

$$\text{又 } \triangle CEB \sim \triangle CAF,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle CEB}}{S_{\triangle CAF}} = \left(\frac{CB}{CF}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}.$$

$$\therefore S_{\triangle CAF} = 25 \text{ cm}^2.$$

$$(2) \because S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} AE \cdot h (h \text{ 为过点 } D \text{ 作}$$

$$AE \text{ 的高}), S_{\triangle DEC} = \frac{1}{2} CE \cdot h (\text{同上}),$$

$$\text{又 } AD \parallel BC, \text{ 则 } \triangle ADE \sim \triangle CBE,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DEC}} = \frac{AE}{CE} = \frac{AD}{BC} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}}.$$

$$\text{而 } S_{\triangle DEC} = \sqrt{\frac{S_2}{S_1}} S_{\triangle ADE} = \sqrt{\frac{S_2}{S_1}} S_1 =$$

$$\sqrt{S_1 S_2},$$

$$\text{同理, } S_{\triangle ABE} = \sqrt{S_1 S_2}.$$

$$\therefore S_{\text{梯形 } ABCD} = S_1 + S_2 + 2 \sqrt{S_1 S_2}.$$

12. $\because DE \parallel FG \parallel BC$,

$$\text{又 } AD : DF : FB = 2 : 3 : 4,$$

$$\therefore DE : FG : BC = 2 : 5 : 9,$$

$$\triangle ADE \sim \triangle AFG \sim \triangle ABC.$$

$$\therefore S_{\triangle ADE} : S_{\triangle AFG} : S_{\triangle ABC} = DE^2 : FG^2 : BC^2 = 4 : 25 : 81.$$

$$\therefore S_{\triangle ADE} : S_{\text{四边形 } DEGF} : S_{\text{四边形 } BCGF} = 4 : 21 : 56.$$

13. (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore \angle A = \angle C, AB \parallel CD.$$

$$\therefore \angle ABF = \angle CEB.$$

第 4 课时 相似三角形的周长和面积

1. $2 : 5$ 2. $49 : 81$ 3. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 4. 49 $\frac{100}{49}$

5. $\frac{7}{4}S$ 6. A 7. D 8. C

9. (1) $\because CF$ 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle ACF = \angle DCF.$$

$$\text{又 } DC = AC,$$

$$\therefore CF \text{ 是 } \triangle ACD \text{ 的中线.}$$

$$\therefore \text{点 } F \text{ 是 } AD \text{ 的中点.}$$

$$\because \text{点 } E \text{ 是 } AB \text{ 的中点,}$$

$$\therefore EF \parallel BD, \text{ 即 } EF \parallel BC.$$

$$(2) \text{ 由 (1) 知, } EF \parallel BD,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABD.$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABD}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2.$$

$$\text{又 } AE = \frac{1}{2} AB, S_{\triangle AEF} = S_{\triangle ABD} -$$

$$S_{\text{四边形 } BDFE} = S_{\triangle ABD} - 6,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABD} - 6}{S_{\triangle ABD}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2.$$

$$\therefore \triangle ABF \sim \triangle CEB.$$

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, AB \parallel CD, \text{ 且 } AB = CD.$$

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle CEB, \triangle DEF \sim \triangle ABF.$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2}CD,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle CEB}} = \left(\frac{DE}{EC}\right)^2 = \frac{1}{9},$$

$$\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABF}} = \left(\frac{DE}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

$$\therefore S_{\triangle DEF} = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle CEB} = 18, S_{\triangle ABF} = 8.$$

$$\therefore S_{\text{四边形}BCDF} = S_{\triangle BCE} - S_{\triangle DEF} = 16.$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\text{四边形}BCDF} + S_{\triangle ABF} = 16 + 8 = 24.$$

14. (1) 先说明 $\triangle BAC \sim \triangle CAD$,

$$\text{可求得 } AD = 8, CD = 4\sqrt{5}.$$

$$(2) \frac{2}{3}.$$

15. (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形,

$$\therefore \angle ABC = \angle ADC, \angle ABD = \angle EEF =$$

$$\frac{1}{2}\angle ABC, \angle ADB = \angle CFE = \frac{1}{2}\angle ADC.$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB = \angle CFE.$$

$$\therefore \angle HFD = \angle ABD + \angle BHF,$$

$$\therefore \angle CFE + \angle EFD = \angle ABD + \angle BHF.$$

$$\therefore \angle EFD = \angle BHF.$$

$$\therefore \triangle BFH \sim \triangle DGF.$$

$$\therefore \frac{BH}{DF} = \frac{BF}{DG}.$$

$$\therefore BH \cdot DG = DF \cdot BF.$$

$$\therefore F \text{ 是 } BD \text{ 的中点},$$

$$\therefore BF = DF.$$

$$\therefore BH \cdot GD = BF^2.$$

$$(2) \because AG \parallel CE,$$

$$\therefore \angle AGF = \angle E = \angle CFE,$$

$$\angle FAG = \angle C = \angle BAD.$$

$$\therefore AG = AF, \angle BAF = \angle DAG.$$

$$\therefore AB = AD,$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ADG.$$

$$\therefore DG = BF.$$

$$\therefore FD + DG = FD + BF = BD.$$

16. C 提示: 由 $MC = 6, NC = 8, \angle C = 90^\circ$, 得

$$S_{\triangle CMN} = \frac{3}{5}, \text{ 再由翻折前后 } \triangle CMN \cong$$

$\triangle DMN$ 得对应高相等; 由 $MN \parallel AB$ 得 $\triangle CMN \sim \triangle CAB$ 且相似比为 $1:2$, 故两者的面积比为 $1:4$, 从而得 $S_{\triangle CMN}$:

$$S_{\text{四边形}MABN} = 1:3, \text{ 故选 C.}$$

17. 12a 提示: 根据四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 利用已知得出 $\triangle DEF \sim \triangle CEB, \triangle DEF \sim \triangle ABF$, 进而利用相似三角形的性质分别得出 $\triangle CEB, \triangle ABF$ 的面积为 $4a, 9a$, 然后推出四边形 $BCDF$ 的面积为 $8a$ 即可.