漳州市2020届高中毕业班高考适应性测试

文科数学参考答案及评分细则

评分说明：

1．本解答给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制定相应的评分细则。

2．对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应给分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分。

3．解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数。

4．只给整数分数。选择题和填空题不给中间分。

一、选择题：每小题5分，满分60分.

1．A	2．D	3．C	4．D	5．A	6．D
7．B	8．C	9．B	10．A	11．D	12．A

【选择题详解】

1．A【解析】依题意得$\complement_U A=\{-1,3\}$，$(\complement_U A)\cap B=\{-1\}$．故选A.

2．D【解析】通解　因为$z=2+\mathrm{i}$，所以$\overline{z}=2-\mathrm{i}$，所以$z\cdot\overline{z}=(2+\mathrm{i})(2-\mathrm{i})=4-$

$2\mathrm{i}+2\mathrm{i}-\mathrm{i}^2=5$，故选D.

优解$z\cdot\overline{z}=|z|^2=2^2+1^2=5$，故选D.

3．C【解析】由题意，得$\boldsymbol{a}\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=2\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，即$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2\boldsymbol{a}^2$，

所以$\cos<\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}>=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\dfrac{-2\boldsymbol{a}^2}{4\boldsymbol{a}^2}=-\dfrac{1}{2}$，所以$<\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}>=\dfrac{2\pi}{3}$，故选C.

4．D【解析】因为a_7是a_3与a_9的等比中项，所以$a_7^2=a_3a_9$，又数列$\{a_n\}$的公差为-2，所以$(a_1-12)^2=(a_1-4)(a_1-16)$，解得$a_1=20$，故$a_n=20+(n-1)\times(-2)=22-2n$，

所以$S_{10}=\dfrac{10(a_1+a_{10})}{2}=5\times(20+2)=110$.

5．A【解析】依次读取的数据为253, 313, 457, 860（超过800，舍去）,736, 253（与前面重复，舍去），007，⋯，所以抽到的第5名员工的编号是007，故选A.

6．D【解析】因为C_1的离心率为$\sqrt{2}$，一条渐近线为l，所以不妨设$l:y=x$，

与C_2：$y^2=4x$联立可求得$P(4,4)$，又$F(1,0)$，所以$|PF|=5$，故选D.

7．B【解析】设$f(x)=2^{|x|}\sin 2x$，其定义域关于坐标原点对称，

又 $f(-x)=2^{|-x|}\cdot\sin(-2x)=-f(x)$，所以 $y=f(x)$ 是奇函数，故排除选项 C，D；

令 $f(x)=0$，所以 $\sin 2x=0$，所以 $2x=k\pi$ ($k\in\mathbf{Z}$)，所以 $x=\dfrac{k\pi}{2}$ ($k\in\mathbf{Z}$)，故排除选项 A．故选 B．

8．C【解析】由 $(\sin\alpha+2\cos\alpha)^2=(\dfrac{\sqrt{10}}{2})^2$，可得 $\dfrac{\sin^2\alpha+4\cos^2\alpha+4\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\dfrac{10}{4}$，

进一步整理可得 $3\tan^2\alpha-8\tan\alpha-3=0$，解得 $\tan\alpha=3$ 或 $\tan\alpha=-\dfrac{1}{3}$，于是 $\tan 2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=-\dfrac{3}{4}$．

9．B【解析】因为 $0<a<b<1$，所以 $1>b^a>a^a>a^b>0$，$\log_b a>\log_b b>1$，

$0<a<1$，所以 $\dfrac{1}{a}>1$，$\log_{\frac{1}{a}}b<0$．综上：$\log_b a>b^a>a^b>\log_{\frac{1}{a}}b$，故选 B.

10．A【解析】函数 $y=f(x)=\sin x$ 在 $x=0$，$x=\dfrac{\pi}{2}$，$x=\pi$ 处的函数值分别为

$y_1=f(0)=0$，$y_2=f(\dfrac{\pi}{2})=1$，$y_3=f(\pi)=0$，

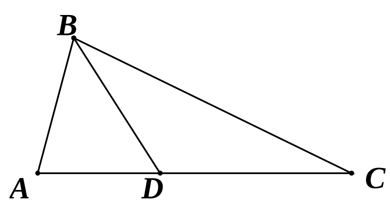
故 $k_1=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{2}{\pi}$，$k=\dfrac{y_3-y_2}{x_3-x_2}=-\dfrac{2}{\pi}$，$k_2=\dfrac{k-k_1}{x_3-x_1}=-\dfrac{4}{\pi^2}$，

故 $f(x)=\dfrac{2}{\pi}x-\dfrac{4}{\pi^2}x(x-\dfrac{\pi}{2})=-\dfrac{4}{\pi^2}x^2+\dfrac{4}{\pi}x$，

即 $\sin x\approx-\dfrac{4}{\pi^2}x^2+\dfrac{4}{\pi}x$，

所以 $\sin\dfrac{2\pi}{5}\approx-\dfrac{4}{\pi^2}\times(\dfrac{2\pi}{5})^2+\dfrac{4}{\pi}\times\dfrac{2\pi}{5}=\dfrac{24}{25}$.故选 A.

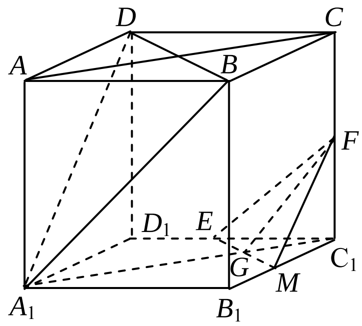
11．D【解析】设 $AB=c$，则 $AD=c$，$BD=\dfrac{2c}{\sqrt{3}}$，$BC=\dfrac{4c}{\sqrt{3}}$，在 ΔABD 中，由余弦定理得



$\cos A=\dfrac{c^2+c^2-\dfrac{4}{3}c^2}{2c^2}=\dfrac{1}{3}$，则 $\sin A=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，

在 ΔABC 中，由正弦定理得 $\dfrac{c}{\sin C}=\dfrac{BC}{\sin A}=\dfrac{\frac{4c}{\sqrt{3}}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}}$，解得 $\sin C=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$．

12．A【解析】分别取C_1D_1，CC_1中点E，F，易知平面EFM平行于平面A_1BD，又平面α过点M，平面α平行于平面A_1BD，所以平面EFM与平面α是同一个平面，设$EM\cap A_1C_1=G$，则平面α把三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$分成的两个几何体中，体积较小的几何体为三棱锥$F-GMC_1$，所以所求几何体的体积



$$V_{F-GMC_1}=\frac{1}{3}S_{\triangle GMC_1}\cdot FC_1=\frac{1}{3}(\frac{1}{2}S_{\triangle EMC_1})\cdot FC_1$$
$$=\frac{1}{6}[\frac{1}{2}\times(\frac{1}{2})^2]\times 1=\frac{1}{48}$$，故选 A.

二．填空题：每小题 5 分，共 20 分．

13．-4　　14．$\ln(8-x)-x+9$　　15．$\frac{1}{7}$　　16．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【填空题详解】

13．-4【解析】由已知，得直线$y=kx+7$过圆C的圆心$C(3,-5)$，所以$-5=3k+7$，所以$k=-4$.

14．$\ln(8-x)-x+9$【解析】因为$f(x+4)=-f(x)$，

所以$f(x+8)=f((x+4)+4)=-f(x+4)=-[-f(x)]=f(x)$，

所以 8 是$f(x)$的周期，

又因为$f(x)$是定义在 R 上的偶函数，当$x\in(0,2)$时，$f(x)=\ln x+x+1$，

所以当$x\in(6,8)$时，$-x\in(-8,-6)$，$8-x\in(0,2)$，

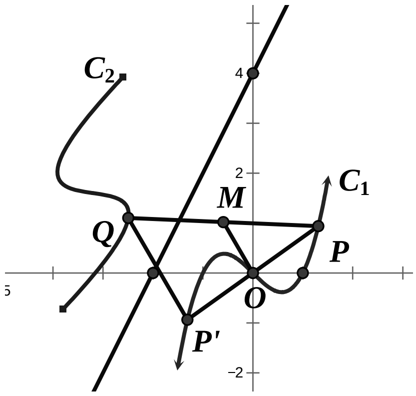
$f(x)=f(-x)=f(8-x)=\ln(8-x)+(8-x)+1=\ln(8-x)-x+9$.

15．$\frac{1}{7}$【解析】因为圆锥底面半径为 2，高为 1，所以圆锥的体积$V_1=\frac{1}{3}\pi\times 2^2\times 1=\frac{4}{3}\pi$，

因为圆柱底面半径为 2，高为 2，所以圆柱的体积$V_2=\pi\times 2^2\times 2=8\pi$，

所以所求事件的概率为$\frac{V_1}{V_1+V_2}=\frac{1}{7}$.

16．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$【解析】画出 C_1 和 C_2 如图，



由于 C_1 关于原点 O 对称，

所以 P 关于 O 对称的点 P' 也在 C_1 上，

又 M 为 PQ 的中点，

所以 $|OM|=\dfrac{1}{2}|P'Q|$，

设 P' 到直线 l：$2x-y+4=0$ 的最小距离为 d，

则 $|OM|_{\min}=\dfrac{1}{2}\times 2d=d$，

对于 $C_1: y=x^3-x\,(-\dfrac{3}{2}\le x\le\dfrac{3}{2})$，由 $y'=3x^2-1=2$，得 $x=\pm 1$，

结合图可知，当 $P'(-1,0)$ 时，P' 到直线 l：$2x-y+4=0$ 的距离最小，

所以 $d=\dfrac{|-2-0+4|}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，所以 $|OM|_{\min}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17．解：（1）由 $S_n=2n^2+n$，得

当 n=1 时，$a_1=S_1=3$；…………………………………………………………………1 分

当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2n^2+n-\left[2(n-1)^2+(n-1)\right]=4n-1$，$n\in N^*$. …3 分

又当 $n=1$ 时，上式也成立，所以 $a_n=4n-1$，……………………………………4 分

由 $a_n=4\log_2 b_n+3$，得 $b_n=2^{n-1}$，$n\in N^*$. ………………………………………………6 分

（2）由（1）知 $a_nb_n=(4n-1)\cdot 2^{n-1}$，$n\in N^*$ ………………………………………7 分

所以 $T_n=3+7\times 2+11\times 2^2+\ldots+(4n-1)\cdot 2^{n-1}$，…………………………………8 分

$2T_n=3\times 2+7\times 2^2+11\times 2^3+\ldots+(4n-1)\cdot 2^n$，……………………………………9 分

$2T_n-T_n=(4n-1)\cdot 2^n-[3+4(2+2^2+\ldots+2^{n-1})]$ ……………………………………10 分

$$=(4n-1)\cdot 2^n-[3+4\times\frac{2(1-2^{n-1})}{1-2}]=(4n-5)\cdot 2^n+5$$

$T_n=(4n-5)\cdot 2^n+5$，$n\in N^*$. ……………………………………………………………12 分

18．解：（1）如图，连结 A_1C，交 AC_1 于点 O，连结 OM．……………………………1 分

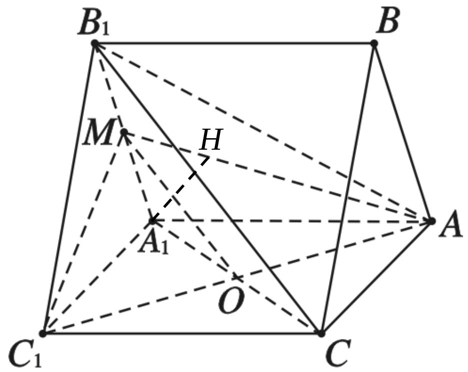
因为三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧面 AA_1C_1C 是平行四边形，所以 O 为 A_1C 中点，

因为 M 为 A_1B_1 的中点，所以 $OM//B_1C$．……………………………………………3 分

又因为 $OM\subset$ 平面 AMC_1，$B_1C\not\subset$ 平面 AMC_1，

所以 $B_1C//$ 平面 AMC_1．……………………………………………………………5 分

（2）过 A_1 作 $A_1H\perp AM$ 于 H，……………………………………………………6 分



因为 $AA_1\perp$ 平面 $A_1B_1C_1$，$C_1M\subset$ 平面 $A_1B_1C_1$，

所以 $C_1M\perp AA_1$，

因为△ $A_1B_1C_1$ 是正三角形，M 为 A_1B_1 的中点，

所以 $C_1M\perp A_1B_1$，

又 $AA_1\cap A_1B_1=A_1$，$AA_1,A_1B_1\subset$ 平面 AA_1B_1B，

所以 $C_1M\perp$ 平面 AA_1B_1B，

又 $A_1H\subset$ 平面 AA_1B_1B，所以 $A_1H\perp C_1M$，………………………………8 分

又因为 $AM\cap C_1M=M$，$AM,C_1M\subset$ 平面 AMC_1，

所以 $A_1H\perp$ 平面 AMC_1 于 H，

所以 H 为点 A_1 在平面 AMC_1 内的射影. ……………………………………………9 分

因为三棱柱侧面展开图是矩形，且对角线长为 $4\sqrt{10}$，侧棱 $BB_1=4$，

所以三棱柱底面周长为 $\sqrt{(4\sqrt{10})^2-4^2}=12$，…………………………………10 分

又因为三棱柱的底面是正三角形，

所以底面边长 $A_1B_1=4$，$A_1M=2$，

在 $Rt\triangle AA_1M$ 中，$AA_1=4$，$AM=\sqrt{AA_1^2+A_1M^2}=2\sqrt{5}$，

由射影定理，有 $AA_1^2=AH\cdot AM$，即 $4^2=AH\cdot 2\sqrt{5}$，所以 $AH=\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$．………12 分

19．解：（1）区间中值依次为：0.05，0.15，0.25，0.35，0.45，0.55，

取值概率依次为：0.10，0.20，0.25，0.30，0.10，0.05，

平均收益率为

$0.05\times0.10+0.15\times0.20+0.25\times0.25+0.35\times0.30+0.45\times0.10+0.55\times0.05$ ······ 2 分

$=\dfrac{1}{10^4}(50+300+625+1050+450+275)=0.275$． ······ 3 分

（2）①$\overline{x}=\dfrac{25+30+38+45+52}{5}=\dfrac{190}{5}=38$， ······ 4 分

$\overline{y}=\dfrac{7.5+7.1+6.0+5.6+4.8}{5}=\dfrac{31}{5}=6.2$， ······ 5 分

所以$b=\dfrac{10.0-6.2}{38}=0.10$， ······ 6 分

②当每份保单的保费为$20+x$元时，销量为$y=10-0.1x$， ······ 7 分

则保费收入为$f(x)=(20+x)(10-0.1x)$

$$=200+8x-0.1x^2=360-0.1(x-40)^2\text{万元}$$

当$x=40$元时，保费收入最大为 360 万元，

保险公司预计获利最大为 360×0.275=99 万元．

20．解：（1）由题意得，$c=1$，椭圆的两焦点为$(1,0)$和$(-1,0)$， ······ 1 分

因为点$(-1,\dfrac{\sqrt{2}}{2})$在椭圆C上，

所以根据椭圆定义可得：$2a=\sqrt{(-1-1)^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$， ······ 2 分

所以$a=\sqrt{2}$，所以$b^2=a^2-c^2=1$， ······ 4 分

所以椭圆E的标准方程为$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$． ······ 5 分

（2）解：设$A(x_1,y_1)$，$B(x_1,-y_1)$，$C\left(x_2,y_2\right)$，$D\left(-x_2,y_2\right)$，

则$P(x_1,y_2)$，$\dfrac{x_1^2}{2}+y_1^2=1$，$\dfrac{x_2^2}{2}+y_2^2=1$，$|y_1|=|x_2|$ ······ 7 分

消去x_2,y_1，得$2y_2^2-\dfrac{x_1^2}{2}=1$， ······ 8 分

所以点P在双曲线$T:2y^2-\dfrac{x^2}{2}=1$上， ······ 9 分

因为T的两个焦点为$M(0,\dfrac{\sqrt{10}}{2})$，$N(0,-\dfrac{\sqrt{10}}{2})$，实轴长为$\sqrt{2}$，………………11 分

所以存在两定点$M(0,\dfrac{\sqrt{10}}{2})$，$N(0,-\dfrac{\sqrt{10}}{2})$，使得$\|PM|-|PN\|$为定值$\sqrt{2}$．·12 分

21．（1）证明：$f(x)$的定义域为（0，+∞），

①当 $0<x\le 1$ 时，$e^x>0$，$\ln x\le 0$，所以$f(x)=e^x-\ln x>0$，…………………2 分

②因为当 $x>1$ 时，$e^x>1$，$\dfrac{1}{x}<1$，$f'(x)=e^x-\dfrac{1}{x}>0$，所以$f(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增，所以当 $x>1$ 时，$f(x)>f(1)=e>0$．…………………………………………………4 分

综上，$f(x)>0$成立．…………………………………………………………………5 分

（2）解：①若 $a\le 1$，则当 $x>0$ 时，$e^x-a>0$，………………………………………6 分

所以由$g'(x)=(e^x-a)(\ln x-a)>0$，得$\ln x-a>0$，即$x>e^a$；

由$g'(x)=(e^x-a)(\ln x-a)<0$，得$\ln x-a<0$，即$0<x<e^a$，

所以$g(x)$的增区间为（e^a，+∞），减区间为（0，e^a）．…………………………8 分

②若 $a>1$，则 $\ln a>0$，由（1）知$f(a)=e^a-\ln a>0$，即$e^a>\ln a$，……………9 分

所以由$g'(x)=(e^x-a)(\ln x-a)>0$，得$0<x<\ln a$或$x>e^a$；

由$g'(x)=(e^x-a)(\ln x-a)<0$，得$\ln a<x<e^a$，

所以$g(x)$的增区间为（0，$\ln a$），（e^a，+∞），减区间为（$\ln a$，e^a）．………12 分

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 两题中任选一题作答。如果多做，则按所做第一个题目计分。

22．解：（1）因为曲线 C_1 的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\alpha,\\ y=\sin\alpha,\end{cases}$

所以曲线 C_1 的普通方程为$x^2+y^2=1$，…………………………………………2 分

将变换 T：$\begin{cases}x'=2x,\\ y'=y,\end{cases}$即$\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}x',\\ y=y',\end{cases}$代入$x^2+y^2=1$，得$\dfrac{x'^2}{4}+y'^2=1$，…………4 分

所以曲线 C_2 的普通方程为$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$．…………………………………………5 分

（2）因为 $m>1$，所以 C_3 上的点 A（0,$-m$）在椭圆 C_2：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$外．…………6 分

当 $x>0$ 时，曲线 C_3 的方程化为 $y=mx-m$，

代入 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$，得 $(4m^2+1)x^2-8m^2x+4(m^2-1)=0$，（*）

因为 $\Delta=64m^4-4(4m^2+1)\cdot 4(m^2-1)=16(3m^2+1)>0$，

所以方程（*）有两个不相等的实根 x_1，x_2，

又 $x_1+x_2=\frac{8m^2}{4m^2+1}>0$，$x_1x_2=\frac{4(m^2-1)}{4m^2+1}>0$，所以 $x_1>0$，$x_2>0$，

所以当 $x>0$ 时，曲线 C_2 与曲线 C_3 有且只有两个不同的公共点，……………………8 分

又因为曲线 C_2 与曲线 C_3 都关于 y 轴对称，
所以当 $x<0$ 时，曲线 C_2 与曲线 C_3 有且只有两个不同的公共点，……………………9 分

综上，曲线 C_2 与曲线 C_3：$y=m|x|-m$ 的公共点的个数为 4．…………………………10 分

23．解：（1）当 $m=5$ 时，$f(x)>0\Leftrightarrow |x-2|+|3x+1|-5>0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\le -\frac{1}{3},\\ -x+2-3x-1-5>0,\end{cases}\text{或}\begin{cases}-\frac{1}{3}<x<2,\\ -x+2+3x+1-5>0,\end{cases}\text{或}\begin{cases}x\ge 2,\\ x-2+3x+1-5>0,\end{cases}$$

………………………………………………………………………………………………3 分

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\le -\frac{1}{3},\\ x<-1,\end{cases}\text{或}\begin{cases}-\frac{1}{3}<x<2,\\ x>1,\end{cases}\text{或}\begin{cases}x\ge 2,\\ x>\frac{3}{2},\end{cases}\Leftrightarrow x<-1\text{或}1<x<2\text{或}x\ge 2$$

$\Leftrightarrow x<-1$ 或 $x>1$，所以不等式 $f(x)>0$ 的解集为 $\{x|\,x<-1$ 或 $x>1\}$．………5 分

（2）由已知，知当 $x\ne\frac{1}{4}$ 时，不等式 $f(x)+\frac{16}{|4x-1|}>0$，

即 $m<|x-2|+|3x+1|+\frac{16}{|4x-1|}$ 恒成立，…………………………………………………6 分

令 $g(x)=|x-2|+|3x+1|+\frac{16}{|4x-1|}$，

则因为 $g(x)\ge|(x-2)+(3x+1)|+\frac{16}{|4x-1|}=|4x-1|+\frac{16}{|4x-1|}$ ……………………7 分

$$\ge 2\sqrt{|4x-1|\cdot\frac{16}{|4x-1|}}=8，\quad g(-\frac{3}{4})=8，$$ ……………………………………9 分

所以 $[g(x)]_{\min}=8$，

所以 $m<8$，即实数 m 的取值范围为（$-\infty$，8）．………………………………………10 分