

摘 要

波浪是海岸及近海工程中最为活跃、最为重要的动力要素,也是施加在海岸及海洋建筑物上的重要环境荷载。研究近岸地区波浪的变化规律不仅具有重大的现实意义,还具有很高的学术价值。在诸多研究方法中,波浪数学模型成为解决大范围波浪传播变形的最主要手段之一。为了模拟单点系泊、人工岛等离岸式建筑物周围的波浪场,本文提出了一个考虑多岛屿作用反射绕射联合模拟的波浪数学模型。

本文以洪广文(1995)推导的非定常线性波缓坡方程为基础,建立考虑底摩阻项,非线性弥散关系,及多岛屿绕射反射作用的缓坡方程(二维扩散型偏微分方程)求解模式,采用经典的ADI法差分格式,结合物理和虚拟(开)边界条件进行求解。

通过对多个典型地形的验证计算,本文数学模型的计算结果和试验值、理论解或规范计算结果吻合较好,可以用于模拟各种复杂地形和边界条件下的波浪折射、绕射及反射。在此基础上,应用本文的数学模型尝试计算了考虑多岛屿绕射反射作用的波浪传播变形,为离岸式建筑物设计波浪要素的确定提供了参考。同时计算了某港大修工程中的港内波高,以判断其泊稳条件,充分发挥了本模型的工程实用性。

关键词 波浪 缓坡方程 多岛屿

Abstract

Wave is the most active and important dynamic factors in coast and offshore engineers, and brings the important environmental load to bear on the coast and marine structure. So it is the great science value and operation significance to study the regularity of wave transforming. In many research methods, the numerical model is one of most ways to solve the wave transformation. To simulating the wave field around offshore buildings, for example, single point moorings, artificial island and so on, a numerical model is brought forward considering allied reflection and diffraction of several islands.

Basing on the nonstationary linear mild-slope equation developed by *Hong Guangwen* in 1995, a complete wave model is built considering the bottom friction, nonlinear dispersion relation, and allied reflection and diffraction of several islands. Integrating with corresponding physical and imaginary (open) boundaries, it is solved through Alternating Direction Implicit (ADI) difference method.

Several verifications are performed to examine the accuracy of the numerical model at simulating wave refraction, diffraction and reflection on some representative topographies and good agreement has been achieved. Then such a successful model has been applied to simulate the wave transformation considering allied reflection and diffraction of several islands, which can provide consult for design wave parameters of offshore buildings. In addition, wave height is computed in a harbor to judge whether the berth condition is safe enough.

Key word: wave mild-slope equation several islands

第一章 绪论

1.1 问题的提出

波浪是海岸及近海工程中最为活跃、最为重要的动力要素，也是施加在海岸及海洋建筑物上的重要环境荷载。波浪还会与水流、泥沙共同作用影响建筑物周围环境的演变。外海波浪传入近岸浅水地区时，受水深、地形、底摩擦、障碍物（如建筑物、岛屿、沙洲、岬角、岸壁）、水流等因素的影响，会发生变形、折射、绕射、反射和破碎等各种现象。研究近岸地区波浪的变化规律不仅具有重大的现实意义，还具有很高的学术价值。

针对实际工程中的波浪传播问题，一般有理论分析，实验研究，现场观测以及数学模型等解决方法。理论分析是基于流体力学的基本控制方程，对具体问题做一些相应的简化和假定，因此具有很大的局限性；实验研究在波浪研究中有很十分重要的地位，物理模型能较好地模拟波浪的折射、绕射以及反射等现象，但往往受到场地和比尺的限制；而现场观测则需要较大的人力物力，费用昂贵；随着计算机软、硬件以及数学计算方法的迅猛发展，使用数学模型来模拟波浪的传播变形变得简单有效。和物理模型相比，数学模型经济、快捷，不受计算范围和比尺效应的影响，这些优点都决定了波浪数学模型不断走向深入并且成为解决大范围波浪传播变形的主要手段之一。

近几年来，国内外关于波浪传播变形的数学模型及其计算模式发展较快，大范围的波浪计算模型国外有 **SWAN**、**WAVEWATCH** 等模型，国内应用较广且适用较强的有洪广文提出的考虑底摩阻因子的缓变水流、缓变地形条件下的波浪折射绕射联合数学模型，而小区域（港内）波浪模型有 **MIKE21**、**Boussinesq** 精细模型、以点源法为基础可以考虑任意边界条件的港内绕射数学模型等。通过上述大范围模型和小区域精细模型的配合，已能够解决一般的港口、海岸工程波浪问题。但随着沿海经济的迅猛发展，特别是海上石油资源的开发和利用，单点系泊、人工岛等离岸式建筑物的建设方兴未艾。而对于这类特殊工程的设计波浪模型则相对滞后，因此，多岛屿复杂条件下的工程波浪数学模型受到工程界的高度重视和关注。

1.2 方程简介

缓坡方程又称联合折射绕射方程，是用线性波理论研究近岸波浪传播变形的基础方程。

Berkhoff (1972) 首先提出了缓变水深定常波传播的线形模型——波浪缓坡方程：

$$\nabla \cdot (cc_g \nabla \Phi) + k^2 cc_g \Phi = 0 \quad (1-1)$$

其非定常形式可写为 (*Smith & Sprinks*, 1975)

$$\Phi_n - \nabla \cdot (cc_g \nabla \Phi) + (\omega^2 - k^2 cc_g) \Phi = 0 \quad (1-2)$$

式中 c, c_g 表示波速和波群速， $\Phi(x, y, t)$ 表示波势， k 为波数。

方程 (1-1)、(1-2) 成功的将折射数模和绕射数模统一起来，在忽略绕射作用时可化为折射方程，在水深不变时可化为绕射方程，水深很浅时又与浅水长波方程一致，因此此方程适用于任意水深条件下小振幅波浪的折射绕射联合计算。缓坡方程的主要局限在于要求水底坡度较缓，一般可适用于坡度缓于 1:3 的地形。

缓坡方程自提出以来，由于形式简单、适用范围广引起了广泛的关注，许多学者都致力于方程的进一步推广和数值方法的研究。到目前，考虑底摩擦的能量损失及破碎影响、考虑海底陡坡影响、考虑非线性影响、考虑波浪的不规则性、考虑波流相互作用等都可以通过对原始缓坡方程进行修正和改进而得以实现。

在实际工程中大范围水域的波浪传播计算中，底摩擦损耗是不可忽视的。*Booij* (1981) 首先在缓坡方程中引入底摩擦项，*Dalrymple* (1984) 给出了一种计算底摩擦因子的方法，左其华等 (1993) 从波能平衡方程出发，提出了改进的底摩擦因子计算公式，洪广文 (1994) 依据波能平衡方程推导出另一种形式的底摩擦因子计算公式，因而使得缓坡方程可以应用于带摩擦的地形上的波浪传播计算。

水流对波浪的影响同样很重要。*Booij* (1981)、*Liu* (1983)、*Kirby* (1984) 先后推出了缓变水流中的非定常缓坡方程。洪广文 (1995) 按照经典线性波理论和变分原理推导出非均匀流场中缓坡方程。到目前，非均匀流场中非定常缓坡方程一般可表示为

$$\frac{D^2\Phi}{Dt^2} + (\nabla \cdot \vec{U}) \frac{D\Phi}{Dt} - \nabla_h \cdot (CC_g \nabla_h \Phi) + (\sigma^2 - k^2 CC_g) \Phi = 0 \quad (1-3)$$

对于波浪的非线性效应,很多学者都采用非线性弥散关系来近似。*Hedges* (1976) 提出了一个改进的弥散关系式 $\sigma^2 = gk \tanh(kh + \epsilon)$ 。由于 *Hedges* 的关系式不适用于浅水区, *Kirby&Dalrymple* (1986) 综合了 *Hedges* 的结果提出了一个适用于任意水深的弥散关系式,此关系式在深水中趋近于 *Stokes* 波理论的弥散关系,在浅水中趋近于孤立波的弥散关系。利用此弥散关系对缓坡方程进行非线性修正,计算结果与实验数据相当符合。在此基础上 *Hedges* (1987) 和 *Kirby&Dalrymple* (1987) 相继加以修正提出了更加合理的弥散关系;李瑞杰 (2001) 也提出了一个形式更为简单,便于计算的弥散关系。

针对不规则波,在可以忽略波与波的非线性相互作用的情况下,按照线性叠加法将缓坡方程应用于不规则波的折射、绕射计算,即将波浪按频率和方向分解为多个组成波,再对每个组成波分别进行计算,然后将计算的结果采用能量叠加的方法来确定不规则波的有效波高。*Panchang et al.* (1990)、*Zhao & Anastasion* (1993) 以及 *Li et al.* (1993) 都进行了这方面工作。

针对 *Stokes* 非线性波传播理论的研究成果至今仍很少见, *Kirby* 等首先采用 *WBK* 双重尺度摄动法推导出弱非线性波传播的抛物线型近似,随后相继提出若干改进模式,主要有:

(1) *Kirby&Dalrymple* 抛物线型近似

$$2ik\tilde{c}_g \tilde{R} + 2k(k - k_0)cc_g \tilde{R} + i(kcc_g)_x R + (cc_g \tilde{R}_y)_y - kcc_g K' |\tilde{R}|^2 \tilde{R} = 0 \quad (1-4)$$

式中:

$$K' = k^3 Dc / c_g \quad D = (ch(4kh) + 8 - 2th(kh)) / (8sh^4(kh))$$

上式中出现的最后一项非线性项可视为线性定常波“缓坡方程”中 ω^2 Φ 项圆频率改用非线性波圆频率的一种公式代替,即:

$$\tilde{\omega}^2 = \omega^2 [1 + (ka)^2 D]$$

也可采用其他非线性频散公式。

(2) Kirby et al 双曲线型近似

$$g\eta_t = -\nabla \cdot (cc_g \nabla \Phi) + (\sigma^2 - k_2 cc_g + \omega c_g K |\eta|) \Phi \quad (1-5)$$

$$\Phi_t = -g\eta \quad (1-6)$$

(3) Nadaoka 等非线性模式

Nadaoka 等提出一个称为“依赖于时间的非线性缓坡方程”，表达式为：

$$c_g \eta_{tt} - c^2 \nabla^2 \eta - \frac{(c - c_g)}{k^2} \nabla^2 \eta_{tt} - c \nabla (cc_g) \cdot (\nabla \eta) - \frac{3}{2} gc \left[3 - 2 \frac{c_g}{c} - \frac{k^2 c^4}{g^2} \right] \nabla^2 (\eta^2) = 0 \quad (1-7)$$

其线性化形式为：

$$c_g \eta_{tt} - c^2 \nabla^2 \eta - \frac{(c - c_g)}{k^2} \nabla^2 \eta_{tt} - c \nabla (cc_g) \cdot (\nabla \eta) = 0 \quad (1-8)$$

一些学者提出了缓坡方程以外的其他的波浪折射、绕射联合计算模型。其中近几年比较热门的是非线性长波模型——*Boussinesq* 方程。*Boussinesq* 方程能够反映波浪的弱非线性，适用于浅水区的波浪传播计算，目前其适用范围已经扩展至较深的水域。*Witting*(1984)采用了一种不同的精确形式，非线性，沿水深积分动量方程来表示水平二维波面传播运动。不论在深水区还是浅水区都得到了相对较为精确的结果。然而水深变化时，*Witting* 方程则不适用。洪广文(1997)推导出一个含有耗散项的二维高阶 *Boussinesq* 型方程，方程适用于任意底坡变化，相对水深 $\mu \leq 1.0$ 的水域，具有较强的弥散性。但是求解 *Boussinesq* 方程需要大量的机时，致使在实际应用中受到限制。

和其他众多波浪传播模型相比，缓坡方程形式简单、适用性较强，在实际工程中已得到了广泛的应用。

1.3 缓坡方程的数值解法

求解缓坡方程的数值方法一般有有限元法和有限差分法。有限元法能较好的模拟不规则边界，但在计算程序的编制和数据的处理上比较烦琐，采用 *Gauss* 消去法解线性方程组计算量也很大。有限差分法相对较为简便，大多数采用迭代法求解差分方程组，还有误差传播法等，但这些方法也都有各自的缺点，迭代法的收敛速度太慢，误差传播法受稳定性条件制约，只适用于波向变化不大的情况。

波向变化不大的情况。

缓坡方程是椭圆型偏微分方程，具有不可分离的性质，直接求解时每个波长离散至少需要 8 个网格节点，而实际工程中经常需要计算很大的区域，就要联立求解大型线性方程组，因此将缓坡方程直接应用于工程计算是不切实际的。针对这种情况，在方程 (1-1) 的基础上推出了一系列便于求解的缓坡方程的变形形式和近似形式，并发展了相应的数值解法。

Radder(1979)将波浪场假定为入射波场和反射波场两部分，并将反射波和散射波略去，在方程 (1-1) 的基础上推导出抛物型近似方程，然后采用高效的有限差分法（如 Crank-Nicolson 格式）进行求解，使得计算速度大大提高。抛物型方程的主要优点是适用于大范围的复杂地形上的波浪变形计算，但忽略了正向反射波，而且波浪传播方向变化较大时计算精度有所降低。

Copeland (1985) 假定波场为稳态，在缓坡方程 (1-2) 的基础上推导出含时间变量的双曲型方程，并且按照 Ito & Tanimoto(1972) 的方法将其表示为一阶线性双曲型方程组，采用半隐半显的有限差分法求解。

Li (1994 (2)) 采用多重尺度分析，令 $\bar{t} = \epsilon t$ ， $\Phi(x, y, t) = \Psi(x, y, \bar{t})e^{-i\omega t}$ ，将其代入缓坡方程 (1-2) 并略去二阶小量后，得到：

$$-2i\omega \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{t}} = \nabla_h \cdot (CC_g \nabla_h \Psi) + k^2 CC_g \Psi \quad (1-9)$$

Li 采用 ADI 法求解方程 (1-4)，并证明了该差分格式是无条件稳定的，对边界条件也无须做特殊处理。

洪广文 (1995、1996) 给出了考虑耗散作用的非定常波线性传播模型，采取与 Li 同样的方法求解方程。

1.4 本文的研究内容

本文以洪广文 (1995) 推导的非定常线性波缓坡方程为基础，建立考虑底摩阻项，非线性弥散关系，及多岛屿绕射反射作用的缓坡方程（二维扩散型偏微分方程）求解模式，采用经典的 ADI 法进行求解，并对该数学模型进行验证，分析其可行性和精确程度，选择工程实例进行计算，检验其实用性。

第二章 缓坡方程模型的建立

2.1 基本控制方程

线性表面波的基本方程：以静止水面为 XOY 坐标平面， Z 坐标垂直向上为正的笛卡儿直角坐标系中，无旋无粘不可压的线性小振幅波动的波浪速度势函数 $\phi(x,y,z,t)$ 必须满足下列方程和边界条件：

连续性方程

$$\nabla^2 \Phi + \Phi_{zz} = 0 \quad -h(x,y) \leq z \leq 0 \quad (2-1)$$

自由表面运动—动力边界条件

$$\Phi_z + \frac{1}{g} \Phi_{tt} = 0 \quad z=0 \quad (2-2)$$

水底边界条件

$$\Phi_z + \nabla h \cdot \nabla \Phi = 0 \quad z = -h(x,y) \quad (2-3)$$

式中 ∇ 为二维水平梯度算子； $h(x,y)$ 为水深函数； g 为重力加速度。

2.2 缓坡方程的等价控制方程

缓坡方程的等价控制方程组：

1. 波数守恒方程

$$\frac{\partial \vec{K}}{\partial t} + \nabla \omega = 0, \quad \vec{K} = \nabla \Psi \quad (2-4)$$

或 $\omega = \text{const}$ (定常波情况)

2. 波数矢无旋性方程

$$\nabla \times \vec{K} = 0 \quad (2-5)$$

3. 波作用守恒方程

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla \cdot \left(A \frac{\vec{c} \vec{c}_g}{\omega} \vec{K} \right) = -w^* A, \quad A = \frac{\omega R^2}{2} = \frac{a^2}{2\omega} \quad (2-6)$$

4. 光程函数方程

$$K^2 = (\nabla \Psi)^2 = k^2 + \frac{1}{\vec{c} \vec{c}_g R} \left\{ \nabla \cdot (\vec{c} \vec{c}_g \nabla R) - \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial t} + w^* \right) R + \frac{1}{4} w^{*2} R \right] \right\} \quad (2-7)$$

2.3 非定常波的“缓坡方程”

Berkhoff (1972) 首先基于方程式 (2-1) ~ (2-3) 推导出缓变水深定常波传播的线性模型——波浪缓坡方程 (1-1)。**Smith & Sprinks**(1975)提出非定常波传播的缓坡方程 (1-2)。

洪广文 (1995) 推出考虑了耗散作用的非定常波线性传播模型:

$$\Phi_{tt} + W^* \Phi_t - \nabla \cdot (\tilde{C} \tilde{C}_g \nabla \Phi) + (\tilde{\sigma}^2 - k^2 \tilde{C} \tilde{C}_g) \Phi = J \Phi \quad (2-8)$$

其中:

$$\Phi = (-ig)R(x, y, t) \exp[\Psi(x, y, t)] \quad (2-9)$$

W^* ——能耗系数, 其因次与频率相同, $W^* = W_d^* - W_R^*$;

W_R^* 为风能输入系数, $W_R^* = 2b_w g C_{gR} \left(\frac{a_w}{gH} \right) (V_w^2)^{b_w} - 1$, a_w, b_w, C_{gR} 为给定参

数; W_d^* 为底摩阻耗散系数, $W_d^* = \frac{4f_w H}{3\pi g} \left(\frac{K\omega}{kshkh} \right)^3$, $f_w = 0 \sim 0.02$ 。

2.4 非线性弥散关系

目前波浪的非线性弥散关系主要有以下几种:

1. 只适用于深水中等水深的 *Stokes* 二阶波的非线性弥散关系 *Whitham* (1967):

$$\sigma^2 = gk(1 + \varepsilon^2 D) \tanh(kh) \quad (2-10)$$

其中 $D = \frac{\cosh(4kh) + 8 - 2 \tanh^2(kh)}{8 \sinh^4(kh)}$, $\varepsilon = k|A|$ 。

在 (2-5) 中忽略了波浪在水槽中以及波浪近岸运动时产生的回流, 上

式的适用条件是厄塞尔数 $U < O(1)$ 的情况: $U = \frac{|A|/h}{(kh)^2}$ 。

在浅水中, 当 $kh \rightarrow 0$, $|A|/h$ 为一小量时, $D \sim \frac{9}{8}(kh)^{-4}$; $kh \rightarrow 0$,

$$\sigma^2 = gk^2 h \left[1 + \frac{9}{8} \left(\frac{|A|}{h} \right)^2 (kh)^{-2} \right]; \quad kh \rightarrow 0$$

从上式可以看出浅水情况下, 方程 (2-5) 不再适用。

2. 为了弥补上式的缺陷, *Hedges* (1976) 年提出了适用于浅水的弥散关系:

$$\sigma^2 = gk \tanh(kh + \varepsilon) \quad (2-11)$$

3. Kirby & Dalrymple (1986) 依据上两式, 提出了经验的统一表达式, 将二阶 Stokes 弥散关系与 Hedges 的经验关系在中等水深区域进行平滑衔接得到:

$$\sigma^2 = gk(1 + f_1(kh)\varepsilon^2 D) \tanh(kh + f_2(kh)\varepsilon) \quad (2-12)$$

其中: $f_1(kh) = \tanh^5(kh)$, $f_2(kh) = [kh / \sinh(kh)]^4$

4. 由于 (2-7) 中 f_1, f_2 的任意性, 在中等水深的部分区域波速有随 kh 增大而递增的趋势。Hedges (1987) 提出了以下表达式:

$$\sigma^2 = gk(1 + \varepsilon^2) \tanh\left(\frac{kh + \varepsilon}{1 + \varepsilon^2}\right) \quad (2-13)$$

5. Kirby & Dalrymple (1987) 做了进一步的修正, 表达式如下:

$$\sigma^2 = gk(1 + \varepsilon^2 \sqrt{f_1 D}) \tanh\left(\frac{kh + \varepsilon}{1 + \varepsilon^2 \sqrt{f_1 D}}\right) \quad (2-14)$$

6. 李 (2001) 提出了一个形式更为简单, 便于计算的弥散关系:

$$\sigma^2 = gk(1 + p\varepsilon^2) \tanh(kh + \varepsilon) \quad (2-15)$$

式中 $p = f_1^{3/5}$ 。

第三章 缓坡方程数值解法

3.1 方程的离散

3.1.1 方程的转化

在前文中已经提到,在工程计算中直接求解缓坡方程是不易做到的,一般的求解方法是将椭圆型方程转化为相应的近似形式或者简化形式,从而得到缓坡方程较好的近似解。本节选用洪广文(1995)推出的缓坡方程(2-8)进行转化。

考虑波浪的非线性形弥散关系,选用 Hedges(1976)模式

$$\bar{\sigma}^2 = gk \tanh[kh(1 + |A|/h)]$$

代入方程(2-8)可以得到以下方程式:

$$\Phi_g + W^* \Phi_t - \nabla \cdot (CC_g \nabla \Phi) + (\bar{\sigma}^2 - k^2 CC_g) \Phi = 0 \quad (3-1)$$

假定: $\Phi(x, y, t) = \Psi(x, y, t)e^{-i\omega t}$, 则 $\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} - i\omega \Psi\right)e^{-i\omega t}$,

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - 2i\omega \frac{\partial \Psi}{\partial t} + (i\omega)^2 \Psi\right]e^{-i\omega t}, \Psi(x, y, t) \text{ 随时间缓慢变化, 即 } \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \ll 1。$$

将 $\frac{\partial \Phi}{\partial t}, \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}$ 代入方程(3-1), 可得二维扩散型(抛物线型)偏微分方程:

$$(W^* - 2i\omega) \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \nabla \cdot (CC_g \nabla \Psi) + (CC_g k^2 + \omega^2 - \bar{\sigma}^2 + iW^* \omega) \Psi \quad (3-2)$$

$$\text{再令 } \Psi = \frac{\phi}{\sqrt{CC_g}}, \text{ 代入(3-2)式, 得 } \frac{W^* - 2i\omega}{CC_g} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \nabla^2 \phi + \bar{k}_c^2 \phi \quad (3-3)$$

$$\text{式中 } \bar{k}_c^2 = k^2 - \frac{\nabla^2 \sqrt{CC_g}}{\sqrt{CC_g}} + \frac{\omega^2 - \bar{\sigma}^2 + i\omega W^*}{CC_g}。 \quad (3-4)$$

3.1.2 经典的 ADI 法求解

ADI 法在理论上是无条件稳定的,对复杂地形和边界的适用性较好,用此方法求解速度势,可以很容易地给出物理意义明确的边界条件。但是此方法计算时收敛较慢,因此本文引入一个松弛因子 λ 来进行改善 ($0 \leq \lambda \leq 1$)。

将一个时间步长 Δt 分为两步,差分格式如下:

$$f_{i,j} \frac{\phi_{i,j}^{n+1/2} - \phi_{i,j}^n}{\frac{1}{2}\Delta t} = \delta_x^2 \phi_{i,j}^{n+1/2} + \frac{1}{2}(\tilde{k}_c^2)_{i,j} \phi_{i,j}^{n+1/2} + \delta_y^2 \phi_{i,j}^n + \frac{1}{2}(\tilde{k}_c^2)_{i,j} \phi_{i,j}^n \quad (3-5)$$

$$f_{i,j} \frac{\tilde{\phi}_{i,j}^n - \phi_{i,j}^{n+1/2}}{\frac{1}{2}\Delta t} = \delta_x^2 \phi_{i,j}^{n+1/2} + \frac{1}{2}(\tilde{k}_c^2)_{i,j} \phi_{i,j}^{n+1/2} + \delta_y^2 \tilde{\phi}_{i,j}^{n+1} + \frac{1}{2}(\tilde{k}_c^2)_{i,j} \tilde{\phi}_{i,j}^{n+1} \quad (3-6)$$

$$\phi_{i,j}^{n+1} = \lambda \tilde{\phi}_{i,j}^{n+1} + (1-\lambda)\phi_{i,j}^n \quad (3-7)$$

这里 $f_{i,j} = (W_{i,j}^{*n} - 2i\omega)(CC_g)_{i,j}$, $\delta_x^2 \phi_{i,j}^n = \frac{\phi_{i-1,j}^n - 2\phi_{i,j}^n + \phi_{i+1,j}^n}{\Delta x^2}$,

$$\delta_y^2 \phi_{i,j}^n = \frac{\phi_{i,j-1}^n - 2\phi_{i,j}^n + \phi_{i,j+1}^n}{\Delta y^2}.$$

差分方程 (3—5), (3—6) 与边界条件构成三对角矩阵, 可分别采用追赶法求解。收敛判别条件由前后两次迭代的相对均方误差 δ 确定,

$$\delta = \sqrt{\sum_{i,j} |\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i,j}^n|^2} / \sum_{i,j} |\phi_{i,j}^{n+1}|.$$

3.2 初始条件和边界条件

3.2.1 初始条件

当 $t=0$ 时, 在入射边界: $\Phi(x, y, 0) = \Phi_i = -\frac{igH_0}{2\sigma} \sqrt{CC_g} e^{i(kx \cos \theta + ky \sin \theta)}$ (3—8)

在其他水域: $\Phi(x, y, 0) = 0$ (3—9)

3.2.2 入射边界条件

在入射边界受反射边界影响不大时, 可给定边界上的波浪势函数:

$$\Phi = \Phi_i = -\frac{igH_0}{2\sigma} \sqrt{CC_g} e^{i(kx \cos \theta + ky \sin \theta)} \quad (3-10)$$

式中 Φ_i 为入射波势, H_0 为入射波高, θ 为入射波与等深线的夹角。

或给定波浪势函数的法向导数 $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = ik \cos(\theta - \alpha)\Phi_i$ (3—11)

式中 α 为边界外法向。

当波浪正向入射且存在正向反射波从入射边界传出时, 可由下式确定入射边

$$\text{界: } \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 2ik\Phi_i - ik\Phi. \quad (3-12)$$

3.2.3 反射边界条件

假定反射系数 $r = Re^{i\varepsilon}$, R 为振幅衰减因子, ε 为相位差, 反射边界条件可写为:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} + \gamma \Phi = 0 \quad (3-13)$$

式中: $\gamma = \gamma_1 + i\gamma_2$,

$$\gamma_1 = k \cos(\theta - \alpha) \frac{2R \sin \varepsilon}{1 + R^2 + 2R \cos \varepsilon}, \quad \gamma_2 = k \cos(\theta - \alpha) \frac{R^2 - 1}{1 + R^2 + 2R \cos \varepsilon}.$$

式 (3-13) 在 $\gamma = 0$ 时, 即化为全反射边界。

3.2.4 开 (虚拟) 边界条件

开边界必须满足全透射性, 即波浪不会遇此反射而完全向外传播, 通常采用下列两种形式:

(1) 全透射边界条件

当反射系数 $R=0$ 时, 式 (3-13) 化为全透射边界条件:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} - ik \cos(\theta - \alpha) \Phi = 0 \quad (3-14)$$

由于在入射边界处的波向 θ 为未知数, 只能预先给定估计值, 再根据计算结果修正 θ 后进一步迭代计算。

(2) 消波层边界

为了消除再开边界处的反射波, 在边界处增设一层消波层, 使在消波层的外边界处达到完全消波。由于式 (3-3) 中含有能量因子 W^* , 则可令消波层内

$\tilde{W}^* = W^* + W_s^*$ 以方便设置消波层, 其中 W_s^* 可由下式确定:

$$W_s^* = \frac{x}{\Delta t} \begin{cases} \frac{\exp(S_p) - 1}{\exp(1) - 1}, & \text{消波层内} \\ 0, & \text{消波层外} \end{cases} \quad \begin{matrix} S_0 < S \leq S_1 \\ S = S_0 \end{matrix} \quad (3-15)$$

$S_p = \frac{S - S_0}{S_1 - S_0}$, 其中待定参数 x 与消波层厚度 $S_1 - S_0$ 、计算周期、波长及离散网

格尺寸 $\Delta x, \Delta y$ 有关, 通过调试而定。此外在消波层边界 $S=S_1$ 处采用全透射条件式

(3—14), 此时可取 $\theta = \alpha, K = k$ 。

3.3 网格扁平率

为了避免曲线网格带来的坐标变换和方程的复杂性, 本文仍采用矩形网格, 这就涉及到网格扁平率的问题, 即计算网格在 y 方向的步长与 x 方向的步长之比值与底坡坡度 m , 入射角 α 之间存在一定的关系。

冯卫兵 (1999) 提出, 在无水流情况下, 当底坡坡度很小 (如 $m < 1:1000$) 时, 网格扁平率只要大于入射角的正切, 即 $\frac{\Delta y}{\Delta x} \geq \operatorname{tg} \alpha$ 就能保证迭代格式稳定并收敛于真值。随着底坡坡度增大, 相应的网格扁平率也相应增大, 当底坡坡度较大 (如 $m = 1:10$) 且入射角较大 (如 $\alpha = 75^\circ$) 时, 网格扁平率应满足 $\frac{\Delta y}{\Delta x} > 50$ 。

3.4 计算流程

- (1) 剖分水域网格;
- (2) 输入网格点水深、原始波要素及其他计算参数;
- (3) 求出网格点上的波数 $k_{i,j}$;
- (4) $n \rightarrow (n + \frac{1}{2})$ 时步进行 x 方向上的迭代, 应用边界条件与方程构成三对角矩阵, 采用追赶法求出 $\Phi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}$;
- (5) $(n + \frac{1}{2}) \rightarrow (n + 1)$ 时步进行 y 方向上的迭代, 方法于 (4) 中相同, 求出 $\Phi_{i,j}^{n+1}$;
- (6) 引入松弛因子 λ 对 (5) 中求出的 $\Phi_{i,j}^{n+1}$ 进行修正;
- (7) 采用相对均方差 $\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i,j} |\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i,j}^n|^2}{\sum_{i,j} |\phi_{i,j}^{n+1}|}}$ 进行误差判断。如果满足 $\delta < \varepsilon$ (ε 为一个极小数), 则计算停止; 如不满足, 则以本次迭代得到的 $\Phi_{i,j}^{n+1}$ 作为下一次迭代的 $\Phi_{i,j}^n$, 继续计算。
- (8) 输出计算结果, 进行后处理。

在实际计算中, 通常采用误差判断和设定迭代步数两种方法来控制计算步数, 以达到更加合理的计算结果。

第四章 缓坡方程数学模型的验证

为了考察本文模型的适用性及其精度, 本文将选择以下五种地形进行计算验证:

- 1) 均匀斜坡加椭圆形浅滩地形 (*Berkhoff*试验地形) 上波浪折射绕射联合计算。
- 2) *Edward.K.Noda*地形上波浪折射计算。
- 3) 半无限长单突堤周围的波浪绕射计算。
- 4) 双突堤后的波浪绕射计算。
- 5) 岛式防波堤后的绕射计算。

4.1 *Berkhoff*试验地形上波浪变形验证

为了验证前文介绍的缓坡方程模型的精度, 本节将采用*Berkhoff*试验地形进行验证。1982年*Berkhoff*针对均匀斜坡上置一椭圆形浅滩的地形进行了波浪物理模型试验, 并取得了8个断面的实测资料。在试验中采用波周期为 $T=1.0s$, 入射波高为 $H_0=0.0464m$, 波浪沿 $-y$ 方向传入。具体的水下地形如图1所示斜坡坡度为1:50, 斜坡梯度方向与波浪入射边界的法向夹角为 20° 。斜坡旋转后的坐标为

$$\begin{cases} x' = (x - x_0) \cos 20^\circ + (y - y_0) \sin 20^\circ \\ y' = (y - y_0) \cos 20^\circ - (x - x_0) \sin 20^\circ \end{cases}$$

(x_0, y_0) 位于浅滩中心, 水深为 $0.1332m$ 。浅滩的边界为

$$\left(\frac{x'}{4}\right)^2 + \left(\frac{y'}{3}\right)^2 < 1$$

斜坡水深如下:

$$h_s = 0.45 - 0.02(5.82 - y'_1) \quad y'_1 < 5.84$$

$$h_s = 0.45 \quad y'_1 \geq 5.84$$

椭圆形浅滩上的水深由下式给出

$$h = h_s + 0.3 - 0.5 \sqrt{1 - \left(\frac{x'}{5}\right)^2 - \left(\frac{y'}{3.75}\right)^2} \quad (4-1)$$

本文模型的计算域取为 $25m \times 20m$, 空间网格步长取 $0.1m$, 时间步长取 $0.01s$ 。起始边界为入射波边界, 下边界为消波层边界, 左、右边界为透射开边界。

图 1. <i>Berkhoff</i> 物理模型试验地形资料图
图 2. <i>Berkhoff</i> 物理模型试验的相对波高等值线图
图 3. <i>Berkhoff</i> 地形数值模拟的相对波高等值线图

图2为物理模型试验得到的相对波高等值线图,从图2中可以看到,波高不仅因为斜坡和浅滩的存在产生折射变形,而且由于浅滩后的波高的剧烈变化而产生绕射,所以*Berkhoff*试验地形对检验波浪数学模型的正确性和精确性有很重要的意义。图3为本文数学模型的计算结果,可见总体吻合良好,椭圆形浅滩后的波能辐聚和发散的区域,以及主要的相对波高为1.0、2.0的等值线位置及形状与试验值基本吻合,中轴线两侧的小波动也基本相似。

图4~11分别为1°—8°断面上试验所得相对波高与数模计算所得相对波高的分布情况,其中断面1°—5°为*y*方向的横断面(垂直于原始波向),断面6°—8°为沿*x*方向的纵断面(与原始波向一致)。由图4~11可以看出,数模计算值与试验值吻合良好。

图4. 1°断面数模计算值与试验值的比较
图5. 2°断面数模计算值与试验值的比较
图6. 3°断面数模计算值与试验值的比较
图7. 4°断面数模计算值与试验值的比较
图8. 5°断面数模计算值与试验值的比较
图9. 6°断面数模计算值与试验值的比较
图10. 7°断面数模计算值与试验值的比较
图11. 8°断面数模计算值与试验值的比较

4.2 Edward. K. Noda塑造地形上的波浪变形计算

1974年Noda为论证近岸波浪计算模式时,塑造了斜坡与正(余)弦变化组合的周期性海滩地形,其数学表达式为:

$$h(x, y) = mx[1.0 + \varepsilon(\sin/\cos)(\frac{2\pi y'}{\lambda})] \quad (4-2)$$

只要给定任意海底坡度*m*及*ε*、*y'*的表达式就可得到各种等深线走向的地形。本文选择下面两种地形进行计算:

1. 对称性正弦变化地形:

$$h(x, y) = 0.025x[1 + 20\exp(-3(\frac{x}{20})^{\frac{1}{3}})\sin^{10}\frac{\pi y}{80}] \quad (4-3)$$

这种地形的特点是沿岸方向呈周期性变化，周期为80m，垂直于海岸方向为斜坡。并且形成多个类似于航道的深槽。地形图如图12。

2. 不对称性正弦变化地形：

$$h(x, y) = 0.025x[1 + 20\exp(-3(\frac{x}{20})^{\frac{1}{3}})\sin^{10}(y - xt\beta)\frac{\pi}{80}] \quad (4-4)$$

这种地形的特点与1)类似，不同的地方是：形成的深槽轴线与岸线不垂直，其角度随 β 变化而变化。（本文中 β 取 30° ）地形图如图13。

图 12. <i>Noda</i> 对称性正弦变化地形
图 13. <i>Noda</i> 不对称性正弦变化地形

本文采用波要素为 $H_0=1.0m$, $T=4.0s$, $\alpha=0^\circ$ ，在上述两种地形上进行了模拟计算，得到波高分别如图14、图15。

图 14. <i>Noda</i> 对称性正弦变化地形下数模计算波高等值线图
图 15. <i>Noda</i> 不对称性正弦变化地形下数模计算波高等值线图

从图14、15中可以看出，随着水深的规律性变化，波高也呈现规律性的变化。波能向浅水区辐聚，在水深变化剧烈的区域，波高也相应产生剧烈的变化。对称地形下，波高等值线也具有对称性；而在不对称地形中，波高等值线随角度 β 的变化而变化。

4.3 半无限长防波堤周围的波浪绕射计算

本文在对半无限长单突堤进行计算分析时，取单突堤侧面为直立壁，堤宽设为1个计算网格，地形简化为等水深情况，计算域水深设为10m。入射波高取为1.0m，周期为6.0s。为了便于比较，空间网格步长取为深水波长的整数倍（ $L = 1.56T^2$ ），时间步长按照计算方式的不同调试决定。计算前先对迭代步数进行估计。按照波长初步估计出波浪传播到消波层所需的时间，依据设定的时间步长求出迭代步数，进行试算。根据试算结果对迭代步数进行调整，使波浪在堤后充分传播，同时避免反射波在入射边界产生二次反射，最终确定迭代步数。

4.3.1 波浪正向入射的情况

在计算波浪正向入射的情况时，对掩护区采用下述两种计算处理方式，这两种计算方式，主要区别在于 $(n+1/2)$ 时间层内该区域波势值的求解：

计算方式一：以波影区上方已求得的 $(n+1/2)$ 时间层的波势值作为初始条件，以堤后侧面为全反射边界，进而求解 $(n+1)$ 时间层的波势。

计算方式二：假定 $(n+1/2)$ 时间层的波势值等于 n 时间层的波势值，得到整个计算域 $(n+1/2)$ 时间层的波势，进而求解 $(n+1)$ 时间层的波势。

通过应用上述两种计算方式计算的结果（如图 16a 和图 16b 所示）的分析比较，选出较好的一种计算方式用于继续进行以后各种工况的波浪计算。

计算中起始边界为入射波边界，下边界为消波层边界，左、右边界为透射开边界，固体边界为全反射边界。

图 16a. 由计算方式一得到的半无限长单突堤波浪绕射数值解

图 16b. 由计算方式二得到的半无限长单突堤波浪绕射数值解

为了验证本文建立的数学模型和计算格式的正确性，对数模计算结果进行了如下验证：

(1) 与 *Sommerfeld* 理论解比较

由 *Sommerfeld* 关于波浪绕射的数学理论可以求出等水深情况下半无限长单突堤周围的波浪场，边界条件与本文数学模型取为一致，得到的绕射系数等值线如图 17 所示。

图 17. 半无限长单突堤波浪绕射 *Sommerfeld* 理论解

将图 16a、图 16b 分别与理论解比较，可以看出，图 16a 与理论解吻合较好，在堤前由于全反射作用而产生明显的立波现象，堤后由于绕射波高逐渐减小，但是图 16a 中等值线较不规则，且绕射系数为 0.1、0.2 的等值线的起始位置有所偏离，与堤头的距离较小一些；而图 16b 与理论解的吻合则较差。

(2) 与洪广文等导出的具有任意反射特性楔形堤和隅角堤波浪解析解比较

根据洪广文、张燕菁 1989 年《具有任意反射特性楔形堤和隅角堤波浪绕射解析解和计算》给出的特征点绕射系数值，本节将数学模型计算结果插值得到对应点的绕射系数值，与之进行对比，比较结果分别如表 1、表 2 所示。

表 1. 计算方式一得到的半无限长单突堤波浪绕射系数误差表

表 2. 计算方式二得到的半无限长单突堤波浪绕射系数误差表

由表 1 和表 2 可以看出, 由计算方式二得到的结果误差要大于计算方式一结果的误差。进而分析表 1、表 2 可以看出, 距离单突堤边界越近, 误差越大。但是由于掩护区绕射系数的理论值本身就很小, 因此虽然相对误差较大, 但绝对误差只有 0.01~0.02, 总的来说还是可以认为由计算方式一得到的数值解是较为精确的。

(3) 与《海港水文规范》公式比较

我国《海港水文规范》中对单突堤后波浪绕射系数作了如下规定(直立堤情况):

$$\text{掩护区 } (\theta \leq \theta_0): K_d = \frac{1}{2} \left[e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{r}{L}\right)^{\frac{7}{2}} (\theta - \theta_0)} + e^{-1.9 \left(\frac{r}{L}\right)^{\frac{1}{6}} (1 + \theta_0 - \theta) \theta_0^{\frac{1}{4}}} \right], \text{ 式中}$$

$$m = 1 - \frac{7}{50} (\theta_0 - \theta).$$

$$\text{开敞区 } (\theta \geq \theta_0): K_d = 1 - \frac{n}{2} \left[1 - e^{-1.9 \left(\frac{r}{L}\right)^{\frac{1}{6}} \theta_0^{\frac{1}{4}}} \right], \text{ 式中 } n = e^{-15 \left(\frac{r}{L}\right)^{\frac{1}{2}} (\theta - \theta_0)^2}.$$

以上式中 θ_0 为入射波波向线与单突堤轴线间的夹角, 以弧度 (rad) 计; r 为堤后某点与堤头间的距离, 以米计; θ 为堤后某点同堤头的连线与堤轴线间的夹角; L 为口门处入射波波长。以上各式均满足下列条件: $\theta < \theta_0$, $r \rightarrow \infty$ 时, $K_d \rightarrow 0$; $\theta > \theta_0$, $r \rightarrow \infty$ 时, $K_d \rightarrow 1$; $\theta_0 = 0$ 时, $K_d = 1$; $\theta = \theta_0$ 时, 掩护区的 K_d 与开敞区的 K_d 均等; $r \rightarrow 0$ 时, $K_d = 1$ 。

将按上述公式计算得到的绕射系数绘制成等值线图, 如图 18 所示。

图 18. 规范计算的半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图

首先将规范解与 *Sommerfeld* 理论解比较, 可以看出在掩护区规范方法计算结果略大于 *Sommerfeld* 理论解。再分别将图 16a 和图 16b 与之比较, 可以看出, 计算方式一的结果中绕射系数为 0.5 的等值线与规范方法计算结果中相应等值线的位置吻合, 但小于 0.5 的各等值线的位置均低于规范方法计算结果中相应等值线的位置, 即在掩护区数模得到的绕射系数均小于由规范公式得到的绕射系数。而计算方式二与规范方法计算结果之间差距更大。

数学模型计算结果与规范方法计算结果误差存在的原因,可能有以下几个方面:①在理论上单突堤是作为一条无宽度的射线来处理,而在实际计算中单突堤的宽度设为一个空间步长,因此在堤头会产生反射,使得开敞区的等值线比较紊乱;②在理论上单突堤是无限长的,计算域是无限大的,而数模中只能计算有限的区域,无法满足理论上在无穷远处的散射条件;③数模采用的是逐步推进的迭代格式,存在一定的误差。此外,由于计算方式二中掩护区波势的假定不太合理,易产生累积误差,结果的误差也较大。

因此经综合比较后认为,计算方式一要优于计算方式二,将用于以后多种工况的波浪计算中。

4.3.2 波浪斜向入射的情况

在计算波浪斜向入射时,固体边界变为部分反射边界,其他边界条件不变。本节选取入射角 $\theta_0 = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ$ 作为示例,计算得到的等值线分别如图 19a—图 24a 所示。

图 19a. 数模计算的半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (30° 入射)
图 20a. 数模计算的半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (45° 入射)
图 21a. 数模计算的半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (60° 入射)
图 22a. 数模计算的半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (120° 入射)
图 23a. 数模计算的半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (135° 入射)
图 24a. 数模计算的半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (150° 入射)

采用前文中列出的《海港水文规范》公式计算得到的结果来进行比较,规范方法计算的等值线图分别如图 19b—图 24b 所示。

图 19b. 规范方法计算的半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (30° 入射)
图 20b. 规范方法计算的半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (45° 入射)
图 21b. 规范方法计算的半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (60° 入射)
图 22b. 规范方法计算的半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (120° 入射)
图 23b. 规范方法计算的半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (135° 入射)
图 24b. 规范方法计算的半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (150° 入射)

比较对应的图可以看出,当波浪入射角分别为 30°、45°、60°、120° 时,数模计算结果还是较好地模拟了波浪的绕射现象,虽然在掩护区数值解略小于规范计算的

结果，但从原来的比较可知，规范计算结果是略大于 *Sommerfeld* 理论解的，因此可以认为数值解还是较精确的。而入射角分别为 135° 、 150° 时，数值解则显得比较紊乱，与规范计算结果也差别较大，显然，对大角度入射的波浪计算，本文数学模型的稳定性还有待改善。误差产生原因参见上节。

4.4 双突堤后的波浪绕射计算

对于双突堤的绕射计算，本节列举了口门与波长比 $B/L=2, 4, 6, 8$ 四种情况。同样取堤侧面为直立壁，堤宽设为 1 个计算网格，地形简化为等水深情况，计算域水深设为 10m。入射波高取为 1.0m，周期为 6.0s。

4.4.1 波浪正向入射的情况

计算波浪正向入射的情况时，起始边界为入射波边界，下边界为消波层边界，左、右边界为透射开边界，固体边界为全反射边界。计算结果分别如图 25a—d 所示。

图 25a. 双突堤后波浪绕射系数数值解 ($B/L=2$)
图 25b. 双突堤后波浪绕射系数数值解 ($B/L=4$)
图 25c. 双突堤后波浪绕射系数数值解 ($B/L=6$)
图 25d. 双突堤后波浪绕射系数数值解 ($B/L=8$)

本节将对数值计算结果作如下验证：

(1) 与解析解的比较

图 26a—d 为由解析解得到的正向入射情况下双突堤的规则波绕射系数等值线图，分别为 $B/L=2, 4, 6, 8$ 等四种情况。

图 26a. 双突堤后波浪绕射系数解析解 ($B/L=2$)
图 26b. 双突堤后波浪绕射系数解析解 ($B/L=4$)
图 26c. 双突堤后波浪绕射系数解析解 ($B/L=6$)
图 26d. 双突堤后波浪绕射系数解析解 ($B/L=8$)

比较对应的数值解和解析解可以看出，数值解的等值线图具有对称性，在堤

后出现明显的绕射现象，波高逐渐减小，与解析解吻合较好。但是数值解等值线较不规则，口门处波动较大。且由图 25a~图 25c 可以看出在离堤 2 倍波长距离以内，口门宽度为 2~6 倍波长时，绕射系数小于 0.1 的等值线范围比解析解要稍大一些，口门宽度 $B/L=8$ 时，绕射系数小于 0.1 的范围则比解析解要小一些；离堤 2 倍波长距离以上区域内，图 25a—d 中绕射系数为 0.1 的等值线范围均稍大于解析解。

(2) 与《海港水文规范》公式比较

在我国《海港水文规范》中，由双突堤组成的防波堤堤后各点的绕射系数，可由图 36 确定。此图表是在 *Penny-Price* 等在电磁波比拟分析法的绕射理论基础上，根据我国实际观测、模型试验数据加以发展改进而成的，图中绕射系数以

函数形式表示：

$$K_d = \sqrt{\frac{f}{\rho}} \cdot f\left(\alpha, \frac{B}{L}\right)$$

图中 θ_0 为入射波波向线与双堤中任一堤轴线间的夹角 ($^\circ$)； B 为口门宽度 (m)；当 $\theta \neq 90^\circ$ 时，采用与波向线垂直方向上的口门投影宽度作为等效口门宽度 B' (m)； ρ 为堤后某点与口门的中点间的距离 (m)， α 为堤后某点同口门中点的连线与通过口门中点的波向线间的夹角 ($^\circ$)。图 36 的适用条件为 $K_d \leq 1$ ， $45^\circ \leq \theta_0 \leq 135^\circ$ ， $\frac{B'}{L} \leq 5$ 。

图 36. 《海港水文规范》(1998) 双突堤后规则波绕射系数计算用图

先读取图 36 上的数值，再进行插值计算得到堤后的绕射系数等值线图。由于受到适用条件的限制，只能绘制出 $B/L=2, 4$ 两种情况下的等值线，分别如图 27a 和图 27b 所示。

图 27a. 规范方法计算的双突堤后波浪绕射系数 ($B/L=2$)

图 27b. 规范方法计算的双突堤后波浪绕射系数 ($B/L=4$)

首先将规范计算的结果与解析解作比较，可以看出，规范计算结果中的绕射系数等值线是非常规则和对称的，但是在等值线对称轴附近绕射系数比解析解要小，而离对称轴较远的 0.1、0.2 等值线范围则比解析解要大。再将数值解与规范

解作比较,可以看出,在等值线对称轴附近,数值解要大于规范解;同样在离对称轴较远的波能辐散区,数值解要普遍小于规范解。

分析数学模型计算结果误差存在的原因,可能有以下几个方面:①计算中双突堤的宽度设为一个空间步长,因此在口门处存在反射作用,使得口门处的等值线比较紊乱;②数模采用的是逐步推进的迭代格式,即用计算点值代表口门传播的波浪能量,这与口门实际传递进入港内的能力有一定的差别。但是总的来说,采用本文的数学模型来模拟双突堤的绕射波浪场,与规范方法计算结果和解析解都基本吻合。

4.4.2 波浪斜向入射的情况

在计算波浪斜向入射时,固体边界变为部分反射边界,其他边界条件不变。本节选取 $B/L=2, 4, 6, 8$, 入射角 $\theta_0=45^\circ, 60^\circ$ 作为示例,计算得到的等值线分别如图 28a—图 35 所示。

图 28a. 双突堤后绕射系数数值解 ($B/L=2, \theta_0=45^\circ$)
图 29a. 双突堤后绕射系数数值解 ($B/L=2, \theta_0=60^\circ$)
图 30a. 双突堤后绕射系数数值解 ($B/L=4, \theta_0=45^\circ$)
图 31a. 双突堤后绕射系数数值解 ($B/L=4, \theta_0=60^\circ$)
图 32a. 双突堤后绕射系数数值解 ($B/L=6, \theta_0=45^\circ$)
图 33. 双突堤后绕射系数数值解 ($B/L=6, \theta_0=60^\circ$)
图 34. 双突堤后绕射系数数值解 ($B/L=8, \theta_0=45^\circ$)
图 35. 双突堤后绕射系数数值解 ($B/L=8, \theta_0=60^\circ$)

由于未能找到理论解析解的资料,因此只用前文中列出的《海港水文规范》图表计算得到的结果来进行比较。又因该图表受到适用条件的限制,所以 $\theta_0=45^\circ$ 时,只能绘制出 $B/L=2, 4, 6$ 时的绕射系数等值线,分别如图 28b、图 30b 和图 32b 所示; $\theta_0=60^\circ$ 时,只能绘制出 $B/L=2, 4$ 时的绕射系数等值线,分别如图 29b、图 31b 所示。

图 28b. 规范方法计算的双突堤后绕射系数 ($B/L=2, \theta_0=45^\circ$)
图 29b. 规范方法计算的双突堤后绕射系数 ($B/L=2, \theta_0=60^\circ$)
图 30b. 规范方法计算的双突堤后绕射系数 ($B/L=4, \theta_0=45^\circ$)
图 31b. 规范方法计算的双突堤后绕射系数 ($B/L=4, \theta_0=60^\circ$)
图 32b. 规范方法计算的双突堤后绕射系数 ($B/L=6, \theta_0=45^\circ$)

将对应的数值解和规范解作比较,可以看出,与波浪正向入射时的情况类似,在入射波向线附近的区域,数值解要大于规范解,而离入射波向线较远的区域,数值解则小于规范解。且数值解的等值线波动较大,尤其是绕射系数为 0.1 的等值线和口门处的等值线波动剧烈。

误差存在的原因同上文。对于没有规范解可以比较的数值解等值线图,在此仅作参考。

4.5 岛式防波堤后的波浪绕射计算

对于岛式防波堤的绕射计算,本节列举了防波堤长度与波长比 $l/L=4, 6, 8$ 等三种情况。同样取堤侧面为直立壁,堤宽设为 1 个计算网格,地形简化为等水深情况,计算域水深设为 10m。入射波高取为 1.0m,周期为 6.0s。

4.5.1 波浪正向入射的情况

计算波浪正向入射的情况时,起始边界为入射波边界,下边界为消波层边界,左、右边界为透射开边界,固体边界为全反射边界。计算结果分别如图 37a、图 39a、图 41a 所示。

图 37a. 岛式防波堤后绕射系数数值解 ($l/L=4$)
图 39a. 岛式防波堤后绕射系数数值解 ($l/L=6$)
图 41a. 岛式防波堤后绕射系数数值解 ($l/L=8$)

我国《海港水文规范》对岛式防波堤绕射系数的确定如图 37b、图 39b、图 41b 所示。将数模的计算结果与之比较,可以看出,数值解的等值线具有对称性,与规范解的等值线走向趋势一致,吻合良好,仅在堤后附近的区域出现了一些差别。

图 37b. 规范中的岛式防波堤后绕射系数等值线图 ($l/L=4$)

图 39b. 规范中的岛式防波堤后绕射系数等值线图 ($l/L=6$)

图 41b. 规范中的岛式防波堤后绕射系数等值线图 ($l/L=8$)

分析其原因主要是:规范中采用的是河海大学龚崇准等提出的岛式防波堤波浪绕射数值计算方法,是将数学物理方程中的单源点法与水波的物理现象相结合。该模式基于 *Berkhoff* 线性简谐波理论,假定为等水深,即波数为定值,波浪传播过程中不发生折射现象,为使数值计算简化,略去了堤宽的影响,视岛式防波堤为一曲线,同时在计算堤后水域的绕射系数时,略去了堤外侧边界反射波波势对堤后绕射波高的影响。而在本文的数学模型中,考虑了波浪的非线性弥散关系,将防波堤的堤宽设为一个计算网格,同时也考虑了堤外侧边界的反射。

4.5.2 波浪斜向入射的情况

在计算波浪斜向入射时,固体边界变为部分反射边界,其他边界条件不变。《海港水文规范》中仅选择了 $l/L=4, 6, 8$, 波浪入射角 $\theta_0 = 45^\circ$ 时的 3 幅图,即图 38b、图 40b、图 42b,因此本节也只列举了这三种情况的计算结果,分别如图 38a、图 40a、图 42a 所示。

图 38a. 岛式防波堤后绕射系数数值解 ($l/L=4, \theta_0=45^\circ$)

图 38b. 规范中的岛式防波堤后绕射系数等值线图 ($l/L=4, \theta_0=45^\circ$)

图 40a. 岛式防波堤后绕射系数数值解 ($l/L=6, \theta_0=45^\circ$)

图 40b. 规范中的岛式防波堤后绕射系数等值线图 ($l/L=6, \theta_0=45^\circ$)

图 42a. 岛式防波堤后绕射系数数值解 ($l/L=8, \theta_0=45^\circ$)

图 42b. 规范中的岛式防波堤后绕射系数等值线图 ($l/L=8, \theta_0=45^\circ$)

与正向入射的情况相似,在波浪斜向入射时,本文数学模型的计算结果与规范解吻合良好,数值解的等值线与规范解的等值线走向趋势一致,也仅在堤后附近的区域出现了一些差别,其原因见上文。

第五章 模式应用和工程实例

本文的数学模型具有一定的实用性,下面将应用此模型尝试计算考虑多岛域联合反射绕射作用的波浪传播变形,并计算一个工程实例(某港港内波高计算),充分发挥其实用意义。

5.1 多岛屿周围水域波浪场计算

多岛屿周围的波浪绕射计算是本文进行的一种尝试,分别对单个岛屿、双岛屿和多岛屿(三个)等几种情况进行了计算分析。由于未成找到相关的验证资料,在此仅作参考。

计算中每个岛屿的尺寸设为 $100\text{m}\times 200\text{m}$ 。根据人工岛尺寸及其影响范围,取人工岛周围的 $3800\text{m}\times 3500\text{m}$ 区域作为计算域。对于岛与岛之间的距离沿波浪传播方向取为 400m ,垂直于波浪传播方向取为 400m 。将地形简化为等水深情况,计算域水深设为 10m 。入射波波向取为正向入射,开边界处入射波高取为 1.0m ,周期为 6.0s 。网格尺寸采用 $\Delta x\times\Delta y=10\text{m}\times 10\text{m}$,时间步长 $\Delta t=1.0\text{s}$ 。计算结果分别如图 43—图 45 所示。

图 43. 单岛屿周围波高分布图
图 44. 双岛屿周围波高分布图
图 45. 多岛屿周围波高分布图

由上述波高等值线图可见,无论是在哪一种情况下,波高等值线的形状均是沿岛屿中轴线是对称的。波浪经过人工岛的反射作用,在岛前发生了复杂的波一波干涉作用,形成了明显的波腹、波节现象,同时受到侧向反射波的作用,在多岛屿共存时,岛屿前形成了典型的马鞍型波高分布,局部地点波高增大较为明显,增大系数可达 $1.5\sim 1.75$,局部(岛屿前壁的中部)可达到 2.0 ,形成完全反射区。在岛后(波掩区)波浪发生了绕射,距离岛屿越远,其影响范围越大,波高也逐渐增大,这符合波浪绕射的一般规律。

5.2 某港大修工程港内波高计算

某港在风化珊瑚礁上开挖了一个 $400\times 400\text{m}$,底部标高为 -9.5m (黄海基面)的正方形港池,并在其西南角开挖了底宽约 130m 左右的口门,设有进港航道,港池内壁均为斜坡式磨袋混凝土护坡,坡度约为 $1:1.5\sim 1:2.0$,港内的靠陆侧建

有长 100m 的码头，码头采用直立式钢板桩结构。

由于港池的西南侧 300~500m 外的水深已达到 15~20m，风浪大，环境恶劣，且当地夏季的常浪向和强浪向基本正对口门，外海波浪沿航道直入港内，加上港内边壁的反射作用，使得港内波浪较大，泊稳作业条件较差。另外该港已建成近 10 年，部分边壁已经损坏，因此需要对该港进行大修。该工程主要包括两部分：第一部分为新建南、北两条防波堤，总长约 900m；第二部分为港池西北角的消浪护岸，长约 400m。该港修缮完成后的平面布置图见图 46。

图 46. 工程实例一某港平面位置图

本节将计算修缮完成后港区内的波高分布情况，以检验该工程对港区的掩护效果。在此，仅列出设计水位为极端高潮位 2.22m，口外设计波要素重现期为 2 年一遇的计算结果。计算所依据的波要素如下表：

波向	$H_{1/10} (m)$	$\bar{T} (s)$
SSW	2.60	6.3
SW	2.31	6.1
WSW	2.27	6.1

计算中空间步长取为 $\Delta x = 5m$ ， $\Delta y = 10m$ ，时间步长 $\Delta t = 0.4s$ 。因为码头为直立式钢板桩结构，所以码头位置的反射系数取为 1.0，港池内壁的反射系数取为 0.5。计算结果如图 47—图 49 所示。

图 47. 工程实例一港内波高等值线分布图 (SSW 向)

图 48. 工程实例一港内波高等值线分布图 (SW 向)

图 49. 工程实例一港内波高等值线分布图 (WSW 向)

从图中可以看出，新的平面布置对掩护 SSW 向的波浪效果明显，仅在口门处较小范围内波高稍大，港池内大部分水域波高较小，能够满足装卸作业要求。对 SW 向的波浪有一定的掩护作用，但效果不如对 SSW 向波浪的掩护，码头前沿波高较大，不能满足装卸作业要求。对 WSW 向的波浪的掩护效果不好，口外波浪进入港内并没有衰减，反而有所增大。

第六章 结论与展望

6.1 研究成果

本文回顾了国内外有关缓坡方程推广以及数值求解的各种研究成果,并在此基础上提出了一种应用性较强的考虑多岛屿绕射、反射作用的波浪计算数学模型,主要内容如下:

1. 以洪广文(1995)推导的非定常线性波缓坡方程为基础,建立了考虑底摩阻项,非线性弥散关系,及多岛屿绕射反射作用的缓坡方程(二维扩散型偏微分方程)求解模式,采用经典的ADI法进行求解。
2. 开边界采用消波层边界与透射边界相结合的方法,以提高计算的稳定性、收敛性和精度。
3. 为了考察本文模型的适用性及其精度,选择以下五种地形进行计算验证:
 - 1) 均匀斜坡加椭圆形浅滩地形(*Berkhoff*试验地形)上波浪折射绕射联合计算;
 - 2) *Edward.K.Noda*地形上波浪折射计算;
 - 3) 半无限长单突堤周围的波浪反射绕射计算;
 - 4) 双突堤后的波浪绕射计算;
 - 5) 岛式防波堤后的绕射计算。

通过各种地形的验证计算结果说明,本文的数学模型可以用于模拟各种复杂地形和边界条件下的波浪折射、绕射及反射。

4. 应用本文的数学模型尝试计算了考虑多岛屿反射绕射作用的波浪传播变形,为离岸式建筑物设计波浪要素的确定提供了参考。同时计算了某港大修工程中的港内波高,以判断其泊稳条件,充分发挥了本模型的工程实用性。

6.2 研究展望

波浪与多岛屿相互作用是一个相当复杂的物理现象,无论是在理论发展,还是在工程应用上,都需要更加深入的研究,本文只是针对近岸港域及多岛屿水域的波浪传播作了一些初步的工作,还存在很多不足。

- 1) 本文的数学模型采用矩形计算网格,在模拟复杂的边界时(如曲折多变的岸线、形状不规则的天然岛屿等)存在很大的困难,需要进行相当繁琐的插值,且模拟边界与实际边界不能很好的吻合,造成一定的计算误差,特别在边界

水深变化剧烈的区域，误差较大。所以在以后的研究中可以引入曲线网格，尤其是近年来国际上在近岸水动力计算时采用较多的自适应曲线网格，来提高计算精度。

- 2) 本文的数学模型在计算波浪较大角度入射时仍存在一些问题，这使得模型的应用受到一定的限制，还需要在理论上对抛物型缓坡方程进行更深入的研究。
- 3) 本文没有考虑波一流的相互作用，风暴潮、潮汐引起的增减水对波的作用，以及突变地形上波浪传播时底坡曲率和底坡平方项的作用，还有待以后做进一步的工作。

参考文献

- [1] Komen G J, Cavaleri L, Donelan M, Hasselmann K, Hasselmann S, Janssen P A E M. 1994, *Gynamics and Modeling of the Ocean Waves*. Cambridge: Cambridge University Press
- [2] Wamdi Group. 1988, The WAM model—a third generation ocean wave prediction model. *J Phys Ocean*, 18(12): 1775-1810
- [3] Phillips O. M. 1957, On the generation of wabes bu turbulent wind. *J. Fluid Mech*, 1957, 2:417-455
- [4] Miles J W. On the generation of the surface waves by shear flows. *J Fluid Mech*, 3:185-204
- [5] Eldeberky Y. 1996, Nonlinear transformation for wave spectra in the nearshore zone. [Ph D Thesis] Delft University of Technonolgy, The Netherlands
- [6] Komen G J, Hassselman S, Hasselman K. 1984, On the existence of a fully developed wind-sea spectrum. *J Phys Oceanogr*. 14:1271-1285
- [7] Holthuijsen L H, Booij N, Herbers T H C. 1989, A prediction model for stationary, short-crested waves in shallow water with ambient currents. *Coastal Engr*, 13:23-54
- [8] Booij N, Holthuijsen L H, Ris R C. 1996, The “SWAN” wave model for shallow water. In: *Proc 25th int Conf Coastal Engineering*, Orlando. New York: ASCE, 668-676
- [9] Wen S, et al, 1989, Improved form fo wind wave frequency. *Acta Oceanologica Sinica*, 8(4): 467 - 483
- [10] Yuan Y L, Hua F, Pan Z D, Huang N E, tung C C. 1990, Statistics of brasking waves and its application to upper ocean dynamics. *Science in China B*, 33:98-110
- [11] Yuan Y L, Hua F, Pan Z D, et al. 1991, LAGFD-WAM numerical wave model : Basic Physical model. *Acta Oceanaol Sinica*, 10: 483-488
- [12] Bondzie C, Panchang V G. 1993, Effects of bathymetric complexities and wind generation in a coastal wave propagation model. *Coastal Engr*, 21:333-366
- [13] Eckart G. 1952, The propagation of gravity waves from deep to shallow water. *National Bureau of Standards Circular*, 20: 165-173
- [14] Berkhoff, J.C.W., 1972. Computation of combined refraction-diffraction. In: *Proc. 13th Coastal Eng. Conf., Vancouver*. ASCE, Vol.1, PP.471-490.
- [15] Smith, R. and Sprinks, T., 1975. Scattering of surface waves by a conical island. *J. Fluid Mech.*, 72:373-384.
- [16] Radder A.C. 1979. On the parabolic equation method for waterwave propagation. *J. Fluid Mech.*, 95:159-176.
- [17] Booij N. 1981, Gravity waves on water with non-uniform depth and current. Report No.81-1, Delft University of Tech., Dept. Civil Eng.,
- [18] Copeland G.J.M, 1985. A practical alternative to the “mild-slope” wave equation. *Coastal Eng.*, 9:125-149.
- [19] Madsen P. A. and Larsen J., 1987. An efficient finite-difference approach to the

- mild-slope equation. *Coastal Eng.*, 11:329-351.
- [20] Ebersole B A. 1985, Refraction-diffraction model for linear water waves. *J. Wtrwy., Port., Coast. and Oc. Engrg., ASCE*, 111(6): 939-953
- [21] Kubo Y., Kotake M., Isobe M. and Watanable A., 1991. On the unsteady mild-slope equation for random waves. *Proc. Of Coastal Eng. In Japan* 38:46-50.
- [22] Kubo Y., Kotake M., Isobe M. and Watanable A., 1992. A time-dependent mild-slope equation for random waves. In. *Proc. 23rd. Inr. Conf. On Coastal Eng., ASCE. New York*, 1:419-431
- [23] 张永刚, 李玉成, 腾斌, 1996, 一个新的非恒定型不规则波缓坡方程, *海洋工程*, Vol.14, No.4, 30-37.
- [24] Peregrine D H. 1967, Long waves on beach. *J. Fluid Mech.*, 27: 815-827.
- [25] Freilich M H, Guza R T. 1984, Nonlinear effects on shoaling surface gravity waves. *Phil Trans Roy Soc, London A*, 311:1-14
- [26] Witting J M. 1984, A unified model for the evolution of nonlinear water waves. *J Comput. Physics*, 56: 203-236
- [27] Madsen P A. 1991, A new form of the Boussinesq equation with improved linear dispersion characteristics. *Coast. Eng.*, 15:371-388
- [28] Nwogu O. An alternative form the Boussinesq equation for nearshore wave propagation. *J. Wtrwy., Port., Coast. and Oc. Engrg., ASCE*, 1993, 119(6):618-638
- [29] 张永刚. 1995. 波浪折射—绕射及反射的数值模拟。大连理工大学博士论文.
- [30] Kobayashi N, Warjanto A. Irregular wave runup on beaches. *J. Wtrwy., Port., Coast. and Oc. Engrg., ASCE*, 1992, 118: 368-386
- [31] Green A E, Laws N, Naghdi P M. 1974, On the theory of waters waves. *Proc Roy Soc London A*, 338: 43-55
- [32] Van Der Vorst H A 1992, BI-CGSTAB. A fast and smoothly converging variant of BI-CG for the solution of non-symmetric linear system [J]. *SIAM, J Sci. Stat Comput.* 13(2): 631-644
- [33] Zhao Y., Anastasiou K. 1996, Modelling of wave propagation in the nearshore region using the mild slope equation with GMRES-based interative solvers [J]. *Int J Numer. Methods Fluids*, 23: 397-411
- [34] 郑永红, 沈永明, 2001.9, 椭圆型缓坡方程的高效求解方法. *水科学进展*, 12 (3): 281-285
- [35] Pangchang V. G., Pearce B.A., Wei G. and Cushman-Roisin B., 1991. Solution of the mild slope problem by iteration *Apple. Ocean Res.*, 13(4)187-199.
- [36] Li B., 1994. A generalized conjugated gradient model for the mild slope equation. *Coastal Eng.*, 23:215-225.
- [37] Li B. and Anastasiou K. 1992, Efficient elliptic solvers for the mild-slope equation using the multigrid technique. *Coastal Eng.*, 16: 245-266.
- [38] Panchang V G, Cushmanroisin B and Pearce B R. 1988, Combined

- refraction-diffraction of shortwaves in large coastal regions. *Coastal Eng.*, 12: 133-156.
- [39] Kirby J T and Dalrymple R A. 1983, A parabolic equation for the combined refraction-diffraction of Stokes waves by mildly varying topography. *J. Fluid Mech.*, 136: 453-466
- [40] Kirby J T. 1986, Rational approximations in the parabolic equation method for water waves. *Coast. Eng.* 10: 355-378
- [41] Ito Y and Tanimoto K. A. 1972, A method of numerical analysis of wave propagation application to wave diffraction and refraction. In: *Proc. 13th Int. Conf. On Coastal Eng.*, ASCE, New York, 503-522
- [42] 赵明, 2002, 利用有限元法求解双曲型缓坡方程, *海洋工程*. 20(3): 54-60
- [43] Kirby J T. 1984, A note on linear surface wavecurrent interaction over slowly varying topography. *J. Geophys. Res.*, 89(C1): 745-747
- [44] Hong G.W. 1996, Mathematical models for combined refraction-diffraction of wave on non-uniform current and depth. *China Ocean Eng.*, 10(4), 433-454.
- [45] Lee J L. and Wang H. 1992, Evaluation of numerical models on wave-current interactions. In: *Proc 23rd Int Conf on Coastal Eng.*, Venice, Italy New York: ASCE, 432-446
- [46] 黄虎, 丁平兴 吕秀红. 2001, 三维缓变流场上波浪折射—绕射的缓坡方程. *力学学报*. 33(1): 11-17
- [47] Massel, S. R., 1993. Extended refraction-diffraction equation for surface waves. *Coastal Eng.*, 19:97-126.
- [48] Chamberlain P.G. and Porter D., 1995. The modified mild-slope equation. *J. Fluid Mech.*, 291:393-407.
- [49] Suh K D., Lee, C., W. S., 1997, Time-dependent equations for wave propagation on rapidly varying topography. *Coast. Eng.* 32:91-117
- [50] Radder A. C. and Dingemans M. W. 1985. Canonical equation for almost periodic, weakly nonlinear gravity waves. *Wave Motion* 7, 473-485
- [51] 冯卫兵, 1999, 水流中波浪绕射折射数值模拟, 河海大学博士学位论文.
- [52] 冯卫兵, 洪广文. 2000. 水流中波浪绕射折射数值计算与分析. *海洋工程*. 18(4): 13-20
- [53] Kirby J T and Dalrymple R A. 1986. An approximate model for nonlinear dispersion in monochromatic wave propagation models. *Coastal Eng.* 9: 545-561
- [54] Kirby J T. 1986, A general wave equation for waves over rippled beds. *J. Fluid Mech.* 162:171-186.
- [55] Zhang L B and Edge B L. 1996. A uniform mild-slope model for waves over varying bottom. In: *Proc. 25th Int. Conf. On Coastal Eng.*, ASCE, New York. 1: 941-954
- [56] Suh K D and Park W S. 1995. Wave reflection from perforated-wall caisson breakwaters. *Coastal Eng.* 26:177-193

- [57] Luke J C 1967. A variational principle for a fluid with a free surface. *J. Fluid Mech.* 27: 395-397
- [58] 潘军宁. 1999, 推广的缓坡方程及其数值解法, 河海大学硕士学位论文.
- [59] 洪广文. 1995. 非均匀水流中波浪折射—绕射数学模型, 第七届海洋工程研讨会暨 1995 两岸港口及海岸开发研讨会论文集, 81-95
- [60] 左其华, 王红川, 潘军宁. 1998. 波-流在摩阻地形上的综合传播, *水利水运科学*研究. 4: 299-309
- [61] Whitham G B., 1967. Non-linear dispersion of water waves. *J. Fluid Mech.* 27(2): 399-412
- [62] Hedges, T.S., 1976, An empirical modification to linear wave theory. *J. Proc. Inst. Civ. Eng.*, 61:575-579.
- [63] Hedges, T.S., 1987, An approximate model for nonlinear dispersion in monochromatic wave propagation models. *Coastal Eng.*, 11: 87-88.
- [64] Kirby J.T. and Dalrymple R.A., 1987, An approximate Model For Nonlinear Dispersion In Monochromatic Wave Propagation Models. By Kirby J.T. and Dalrymple R.A. Reply, *Coastal Eng.*, 9: 545-561.
- [65] 李瑞杰, Dong-Young Lee, 诸裕良., 2001. 非线性弥散效应及其对波浪变形的影响, *海洋工程*, 19(4): 46-51.
- [66] Bettess P and Zienkiewicz O C., 1977. Diffraction and refraction of surface waves using finite and infinite elements. *Int. J. Numer. Meth Engrg.* 11:1271-1290
- [67] Williams R G, Darbyshire J., Holmes P. 1980. Wave refraction and diffraction in a caustic region: a numerical solution and experimental validation. *Proc. Inst. Civ Eng.* 69:635-649
- [68] Berkhoff, J.C.W., Booij, N. and Radder, A.C., 1982. Verification of numerical wave propagation models for simple harmonic linear water waves. *Coastal Eng.*, 6:255-279.
- [69] Mei C C., 1983. *The applied dynamics of ocean surface waves.* Wiley-Interscience, New York
- [70] Li, B., 1994. An evolution equation for water waves. *Coastal Eng.*, 23:227-242.
- [71] Changhoon Lee and Kyung Doug Suh, 1998. Internal generation of waves for time-dependent mild-slope equations. *Coastal Eng.*, 34: 35-57.
- [72] Davies A G, Heathershaw A D. 1984 Surface-wave propagation over sinusoidal varying topography. *J. Fluid Mech*, 144:419-433
- [73] 潘丽红, 2003, 近岸波浪场的数值模拟, 河海大学硕士学位论文.
- [74] 汪艳, 2004, 波浪联合折射、绕射与反射数值模拟, 河海大学硕士学位论文.

表 1. 计算方式一得到的绕射系数误差表

$\alpha(^{\circ})$	r/L	数值解	理论解	相对误差	$\alpha(^{\circ})$	r/L	数值解	理论解	相对误差
180	0.5	0.90094	1.0	9.906%	270	5	0.50835	0.52956	4.006%
180	1	1.02361	1.0	2.361%	270	10	0.52074	0.51817	0.495%
180	2	0.97905	1.0	2.095%	270	20	0.56825	0.51277	10.820%
180	5	0.9952	1.0	0.480%	285	0.5	0.42507	0.48787	12.873%
180	10	0.99481	1.0	0.519%	285	1	0.36112	0.42136	14.297%
180	20	0.98763	1.0	1.237%	285	2	0.32988	0.35498	7.071%
195	0.5	0.84608	1.03384	18.161%	285	5	0.25095	0.26711	6.050%
195	1	1.00092	0.98643	1.469%	285	10	0.22073	0.2046	7.882%
195	2	0.94092	1.01804	7.576%	285	20	0.18823	0.15074	24.872%
195	5	1.01212	0.99408	1.815%	300	0.5	0.34878	0.41338	15.628%
195	10	0.97867	1.00491	2.611%	300	1	0.29896	0.33086	9.643%
195	20	0.99926	0.99359	0.570%	300	2	0.24469	0.25482	7.538%
210	0.5	0.91132	1.03082	11.593%	300	5	0.17322	0.17062	1.525%
210	1	0.92208	1.05411	12.525%	300	10	0.12188	0.12249	0.499%
210	2	1.04597	0.96329	8.583%	300	20	0.10569	0.08703	21.440%
210	5	1.00156	1.02259	2.056%	315	0.5	0.27899	0.36203	22.937%
210	10	0.97507	0.98464	0.972%	315	1	0.24737	0.27574	10.169%
210	20	0.98815	0.98926	0.112%	315	2	0.18459	0.20294	9.042%
225	0.5	0.88231	0.96387	8.462%	315	5	0.11517	0.13086	11.987%
225	1	0.97366	1.0747	9.402%	315	10	0.08416	0.09288	9.383%
225	2	1.00783	1.03724	2.835%	315	20	0.07474	0.06574	13.685%
225	5	0.99742	1.04815	4.840%	330	0.5	0.28527	0.35922	20.586%
225	10	0.98938	0.96333	2.704%	330	1	0.19903	0.24337	18.219%
225	20	0.97776	0.97302	0.487%	330	2	0.15625	0.17585	11.146%
240	0.5	0.75798	0.84725	10.536%	330	5	0.09896	0.11209	20.064%
240	1	0.85055	0.95112	10.574%	330	10	0.07957	0.09736	18.272%
240	2	1.02282	1.08705	5.909%	330	20	0.03657	0.05614	26.416%
240	5	1.02239	0.99121	3.145%	345	0.5	0.24613	0.31112	20.889%
240	10	1.0135	1.06754	5.063%	345	1	0.17842	0.2272	21.470%
240	20	0.96105	0.98619	2.549%	345	2	0.13779	0.16257	15.243%
255	0.5	0.6064	0.71306	14.959%	345	5	0.08443	0.10324	18.215%
255	1	0.68904	0.75015	8.146%	345	10	0.06168	0.07305	15.569%
255	2	0.76431	0.83089	8.013%	345	20	0.04856	0.05617	13.540%
255	5	0.98231	1.01323	3.052%	360	0.5	0.1989	0.30535	34.863%
255	10	1.10222	1.11428	1.082%	360	1	0.17717	0.22207	20.219%
255	20	1.08298	0.9797	10.542%	360	2	0.13182	0.15856	16.864%
270	0.5	0.50184	0.58864	14.746%	360	5	0.07895	0.1006	11.581%
270	1	0.48579	0.5608	13.375%	360	10	0.04844	0.07117	31.938%
270	2	0.50359	0.54193	7.075%	360	20	—	0.05034	—

表 2. 计算方式二得到的绕射系数误差表

$\alpha (^{\circ})$	r/L	数值解	理论解	相对误差	$\alpha (^{\circ})$	r/L	数值解	理论解	相对误差
180	0.5	1.12642	1.0	12.642%	270	5	0.50408	0.52956	4.812%
180	1	0.984	1.0	1.600%	270	10	0.46564	0.51817	10.138%
180	2	1.02011	1.0	2.011%	270	20	0.03223	0.51277	93.714%
180	5	1.01075	1.0	1.075%	285	0.5	0.42275	0.48787	13.349%
180	10	1.01223	1.0	1.223%	285	1	0.36496	0.42136	13.385%
180	20	1.01288	1.0	1.288%	285	2	0.30417	0.35498	14.314%
195	0.5	1.30766	1.03384	26.486%	285	5	0.2282	0.26711	14.567%
195	1	0.926	0.98643	6.126%	285	10	0.14055	0.2046	31.307%
195	2	1.00566	1.01804	1.216%	285	20	0.00455	0.15074	96.981%
195	5	1.03059	0.99408	3.673%	300	0.5	0.34508	0.41338	16.522%
195	10	0.97143	1.00491	3.331%	300	1	0.27252	0.33086	17.634%
195	20	0.98523	0.99359	0.841%	300	2	0.20289	0.25482	20.378%
210	0.5	1.2902	1.03082	25.162%	300	5	0.11596	0.17062	32.036%
210	1	1.17973	1.05411	11.917%	300	10	0.07478	0.12249	38.948%
210	2	0.94469	0.96329	1.931%	300	20	0.00053	0.08703	99.396%
210	5	0.90475	1.02259	11.524%	315	0.5	0.29149	0.36203	19.486%
210	10	0.94405	0.98464	4.123%	315	1	0.21637	0.27574	21.530%
210	20	0.95561	0.98926	3.401%	315	2	0.15732	0.20294	22.478%
225	0.5	1.15845	0.96387	20.187%	315	5	0.10797	0.13086	17.494%
225	1	1.29589	1.0747	20.582%	315	10	0.04268	0.09288	54.054%
225	2	1.0535	1.03724	1.568%	315	20	0.00008	0.06574	99.882%
225	5	1.06465	1.04815	1.574%	330	0.5	0.25319	0.35922	29.516%
225	10	1.03937	0.96333	7.893%	330	1	0.18128	0.24337	25.511%
225	20	1.06462	0.97302	9.413%	330	2	0.12403	0.17585	29.469%
240	0.5	0.94196	0.84725	11.178%	330	5	0.05975	0.11209	46.699%
240	1	1.09215	0.95112	14.828%	330	10	0.01537	0.09736	84.215%
240	2	1.29808	1.08705	19.413%	330	20	—	0.05614	—
240	5	0.89398	0.99121	9.809%	345	0.5	0.22972	0.31112	26.163%
240	10	1.21106	1.06754	13.444%	345	1	0.16377	0.2272	27.917%
240	20	0.49675	0.98619	49.629%	345	2	0.11334	0.16257	30.283%
255	0.5	0.71356	0.71306	0.070%	345	5	0.06819	0.10324	33.951%
255	1	0.77674	0.75015	3.545%	345	10	0.01138	0.07305	84.422%
255	2	0.89649	0.83089	7.896%	345	20	—	0.05617	—
255	5	1.07534	1.01323	6.130%	360	0.5	0.22478	0.30535	26.387%
255	10	1.21159	1.11428	8.733%	360	1	0.15967	0.22207	28.098%
255	20	0.25853	0.9797	73.611%	360	2	0.1117	0.15856	29.554%
270	0.5	0.53739	0.58864	8.707%	360	5	0.06297	0.1006	37.401%
270	1	0.52552	0.5608	6.290%	360	10	0.01024	0.07117	85.619%
270	2	0.51214	0.54193	5.497%	360	20	—	0.05034	—

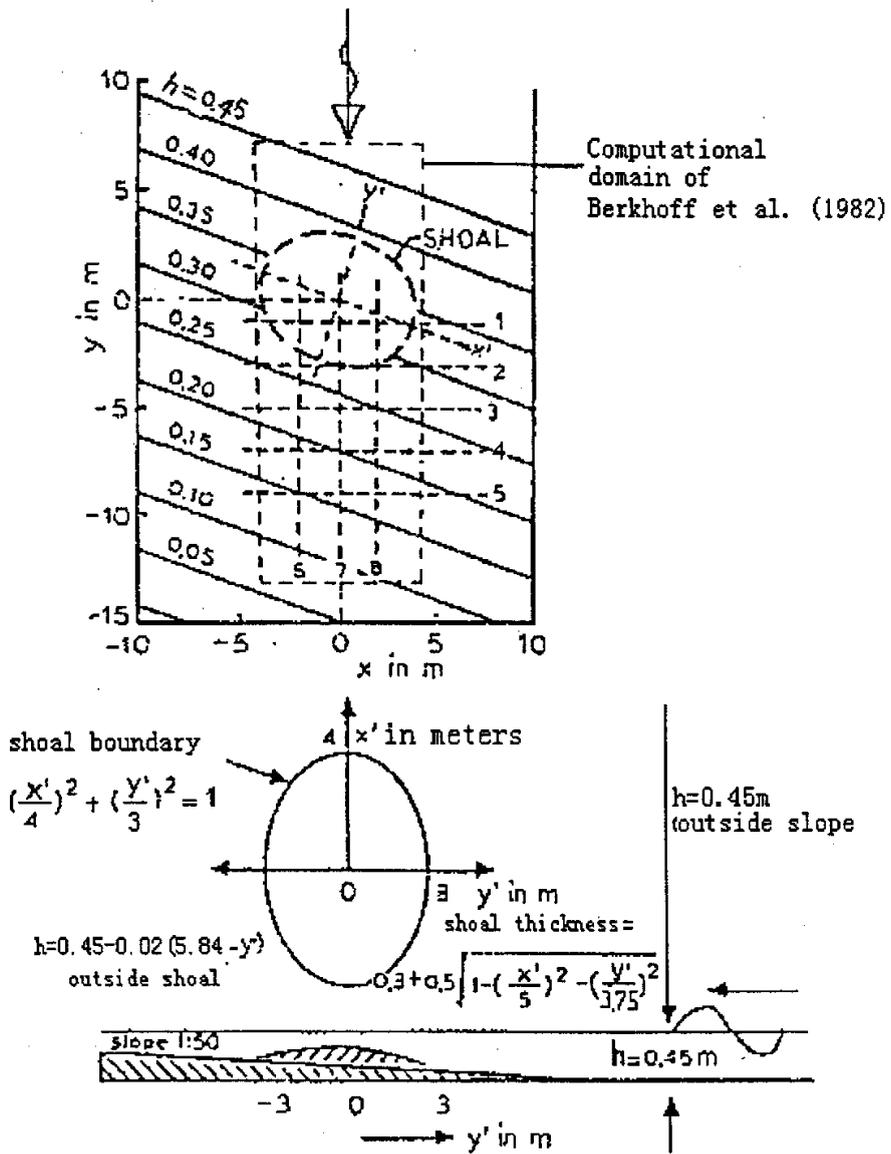


图 1. Berkhoff 物理模型试验地形资料图

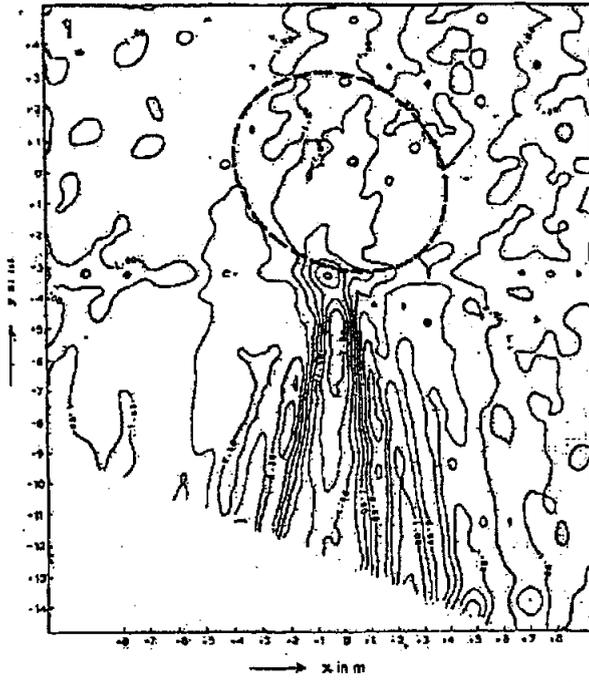


图 2. Berkhoff 物理模型试验的相对波高等值线图

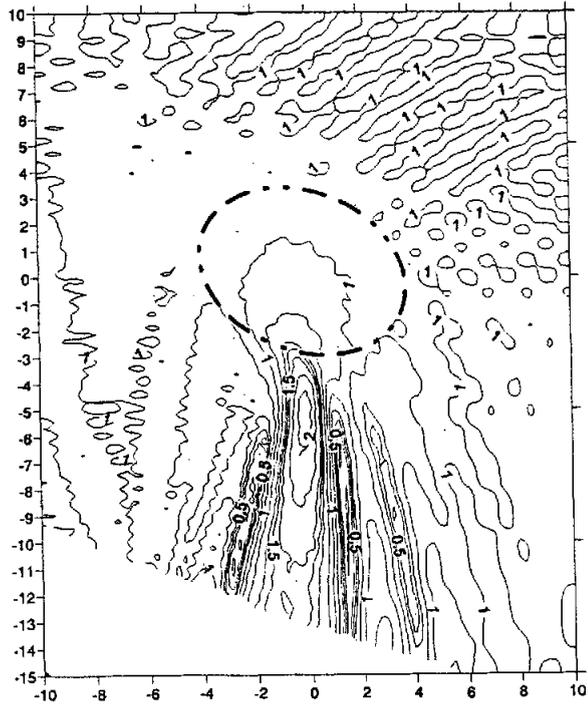


图 3. Berkhoff 地形数值模拟的相对波高等值线图

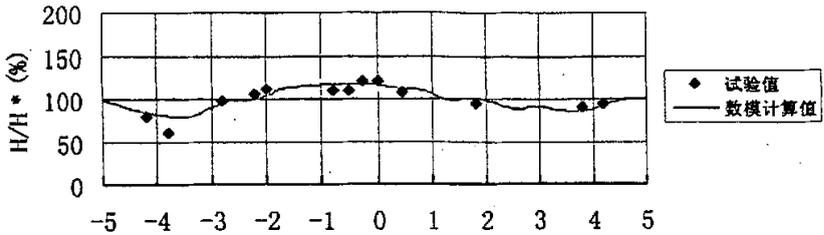


图4. 数模计算值与试验值的比较 (断面1#)

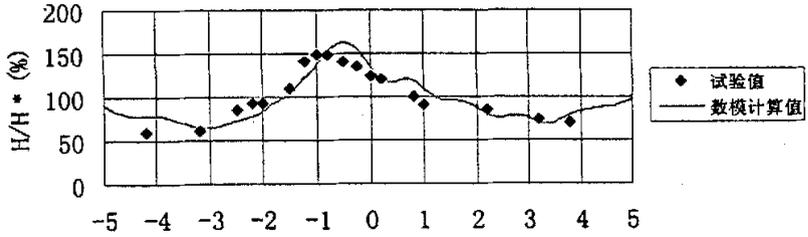


图5. 数模计算值与试验值的比较 (断面2#)

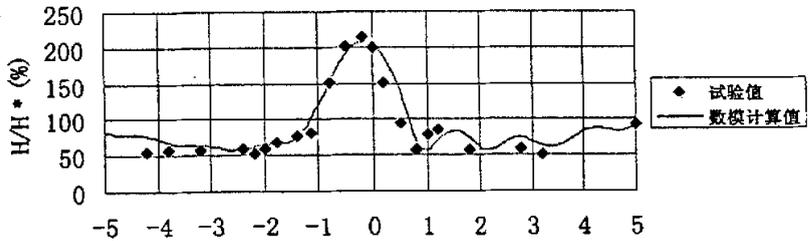


图6. 数模计算值与试验值的比较 (断面3#)

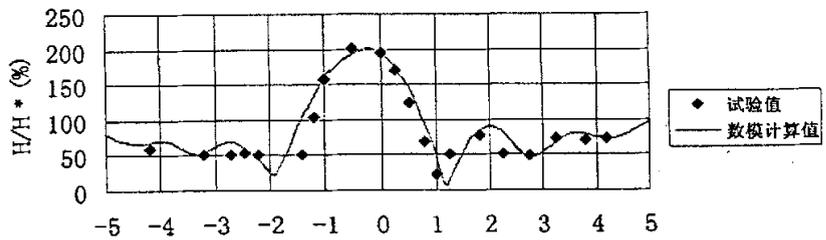


图7. 数模计算值与试验值的比较 (断面4#)

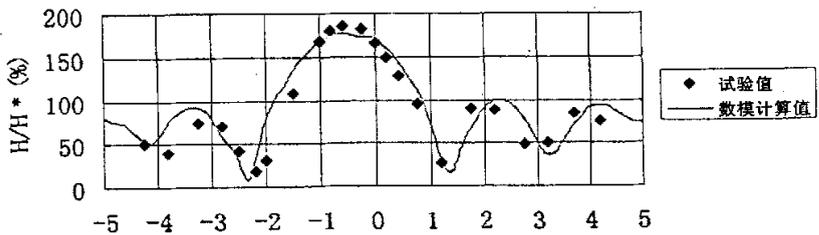


图8. 数模计算值与试验值的比较 (断面5#)

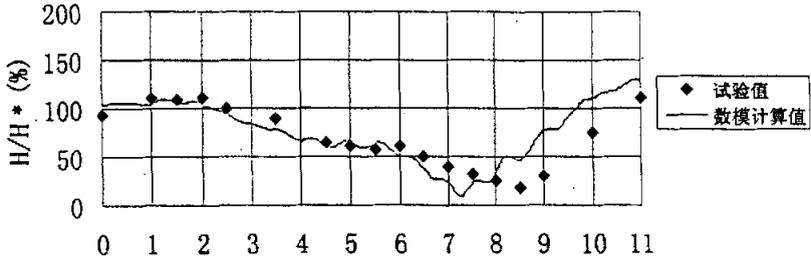


图9. 数模计算值与试验值的比较 (断面6#)

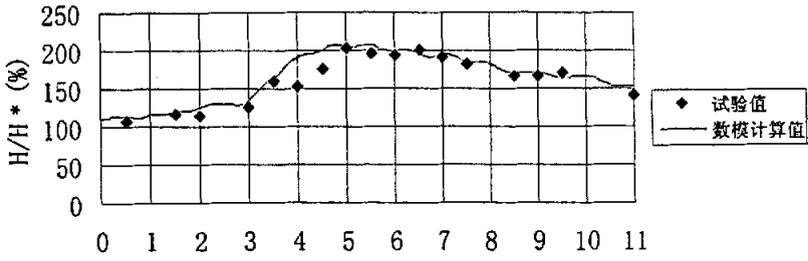


图10. 数模计算值与试验值的比较 (断面7#)

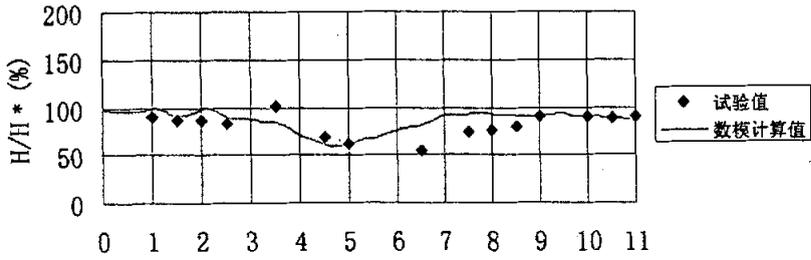


图11. 数模计算值与试验值的比较 (断面8#)

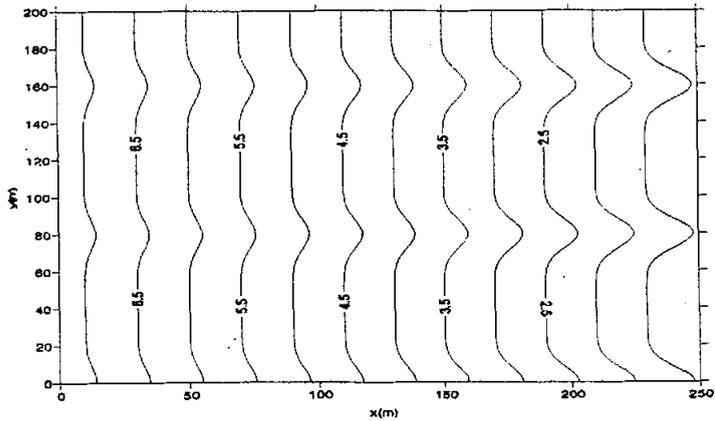


图 12.Noda 对称性正弦变化地形

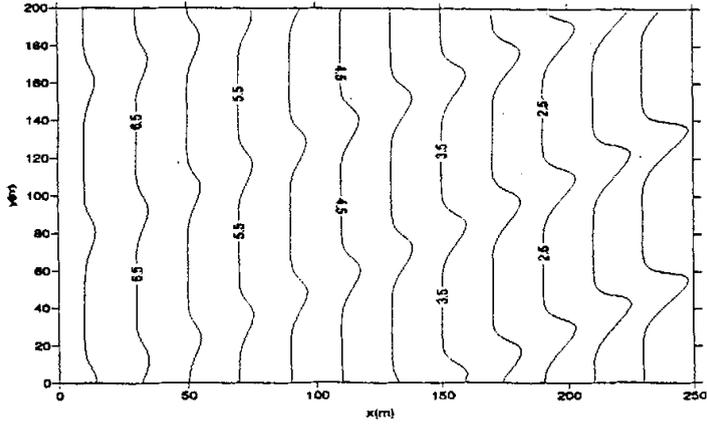


图 13. Noda 不对称性正弦变化地形

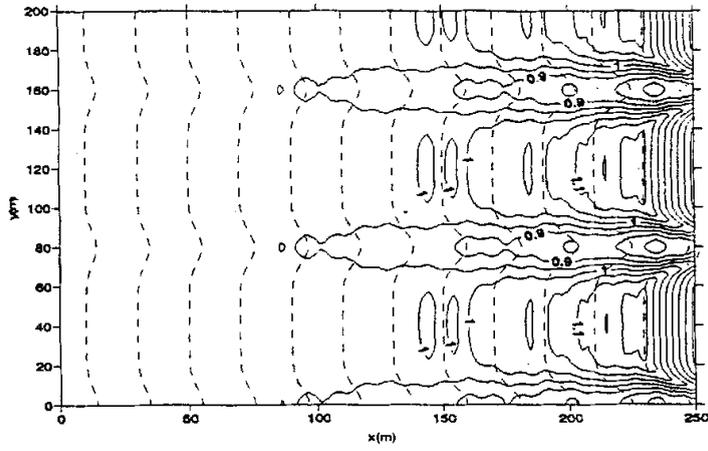


图 14. Noda 对称性正弦变化地形下数模计算波高等值线图

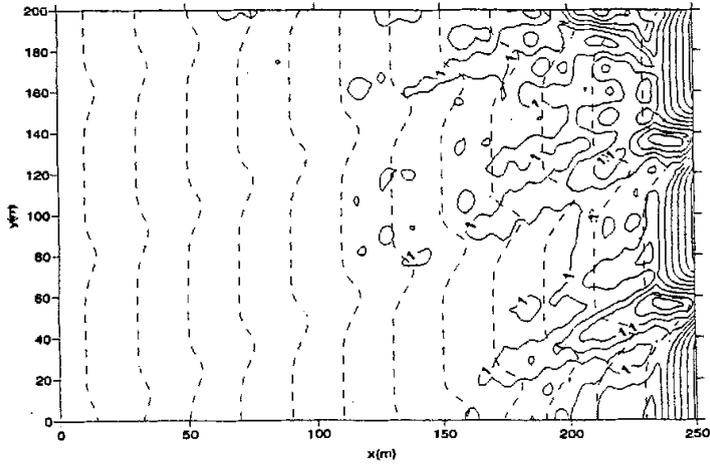


图 15. Noda 不对称性正弦变化地形下数模计算波高等值线图

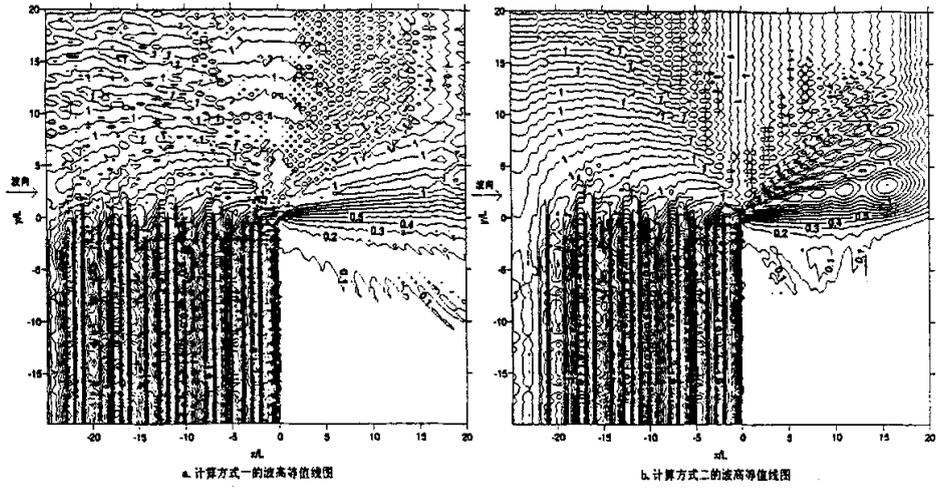


图 16.半无限长单突堤波浪绕射数值解（正向入射）

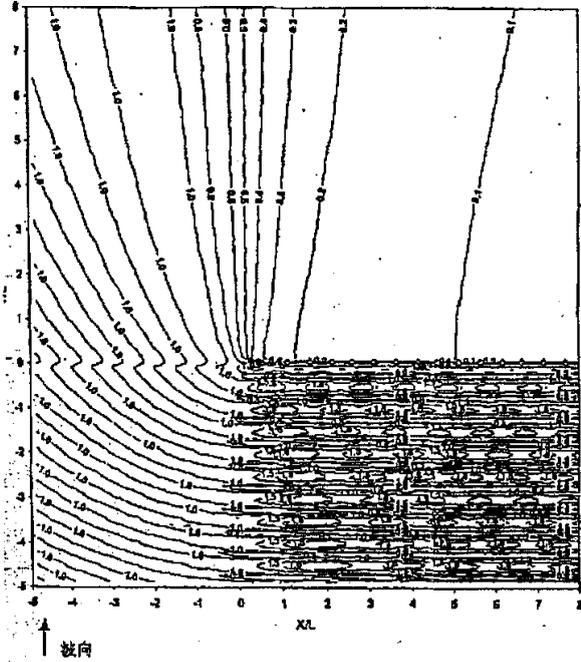


图 17.半无限长单突堤波浪绕射 Sommerfeld 理论解（正向入射）

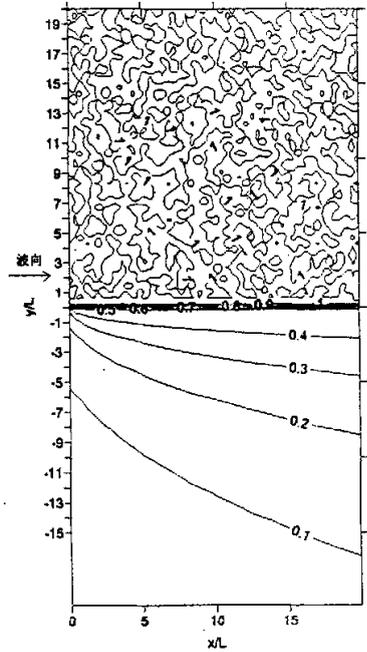


图 18.半无限长单突堤波浪绕射规范解（正向入射）

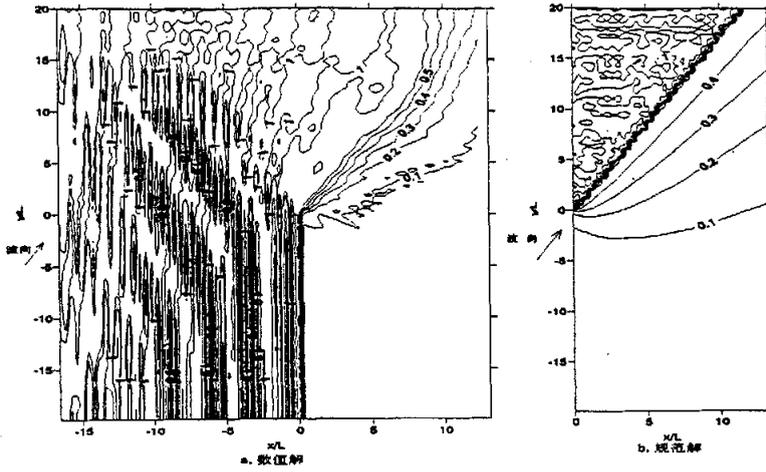


图 19.半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (30° 入射)

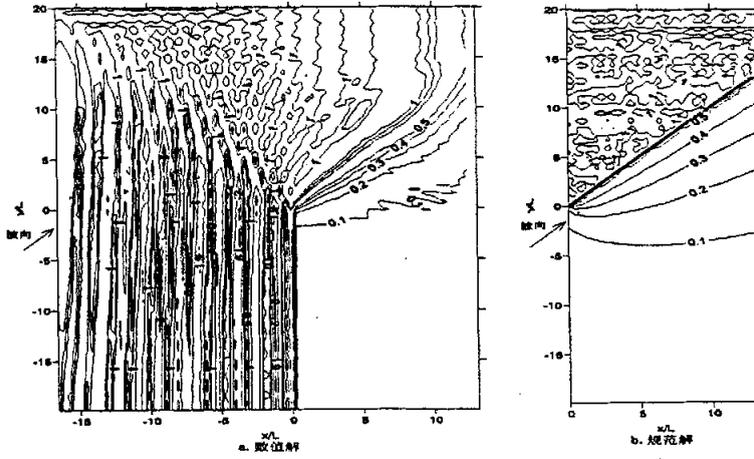


图 20.半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (45° 入射)

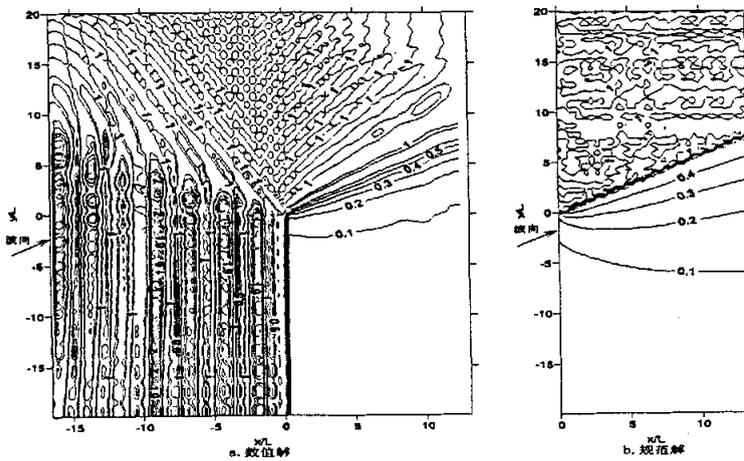


图 21.半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (60° 入射)

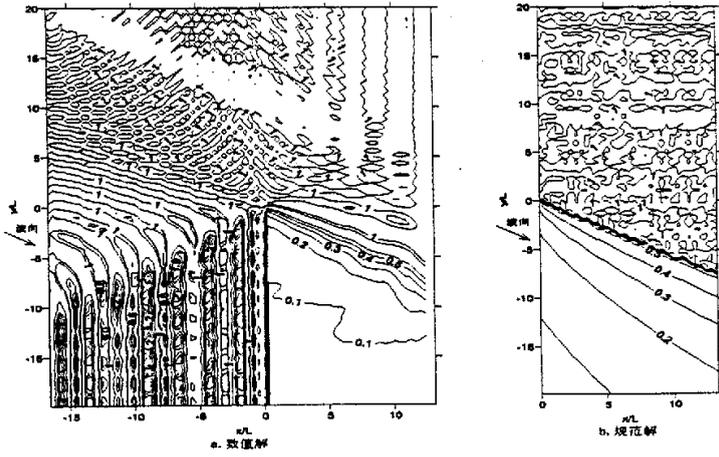


图 22. 半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (120° 入射)

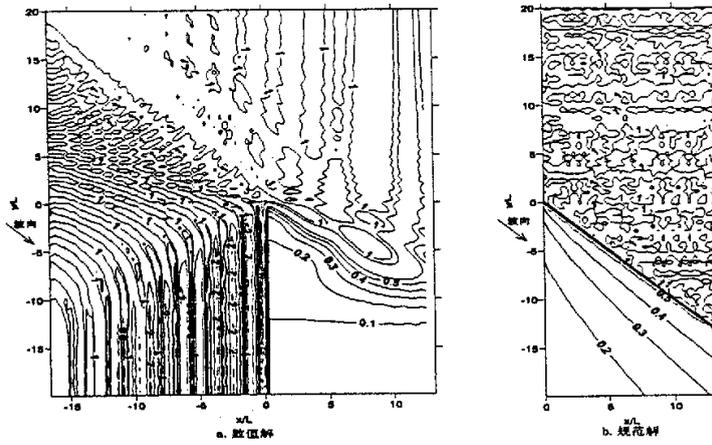


图 23. 半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (135° 入射)

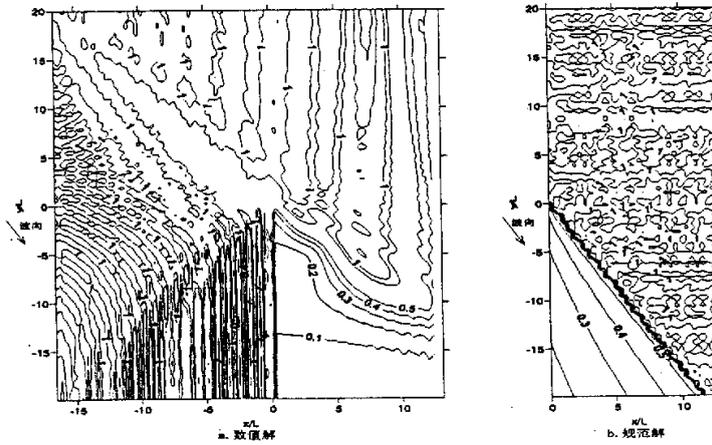


图 24. 半无限长单突堤波浪绕射系数等值线图 (150° 入射)

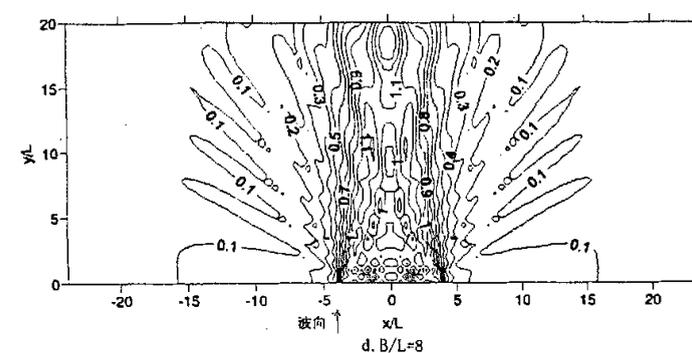
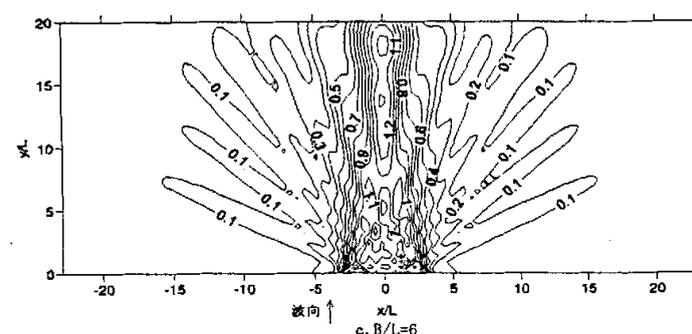
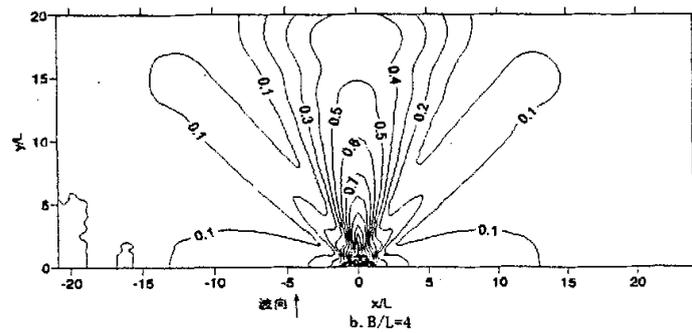
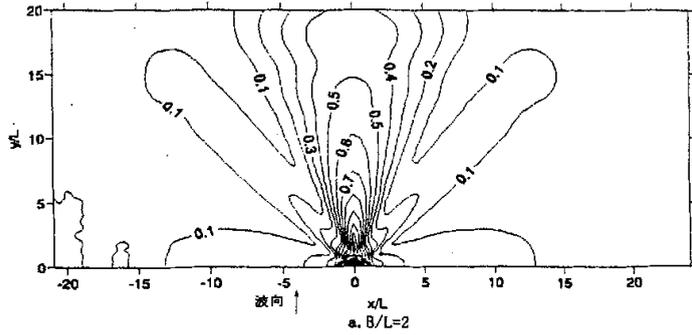


图 25. 双突堤后波浪绕射系数数值解 (正向入射)

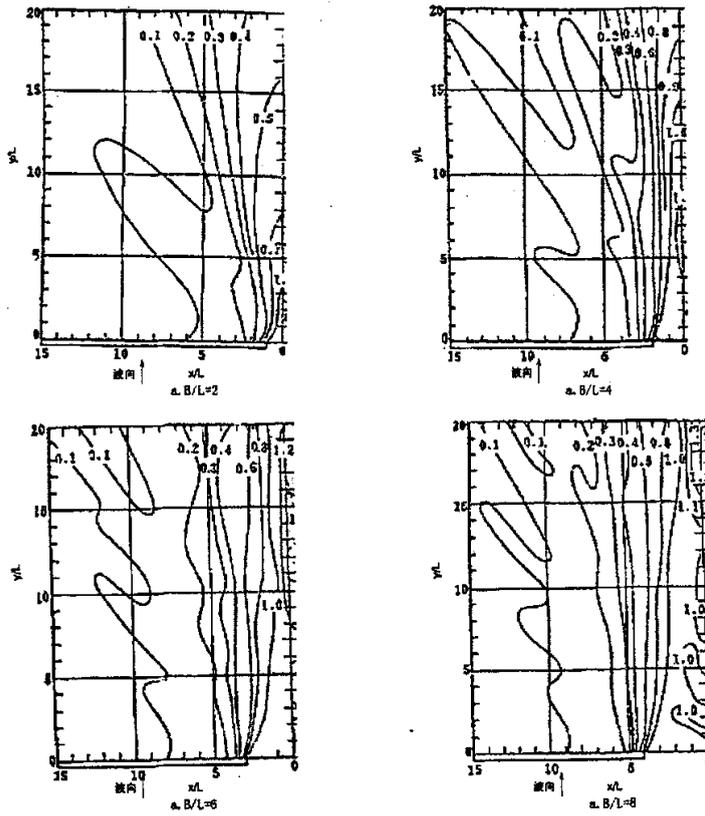


图 26. 双突堤后波浪绕射系数解析解 (正向入射)

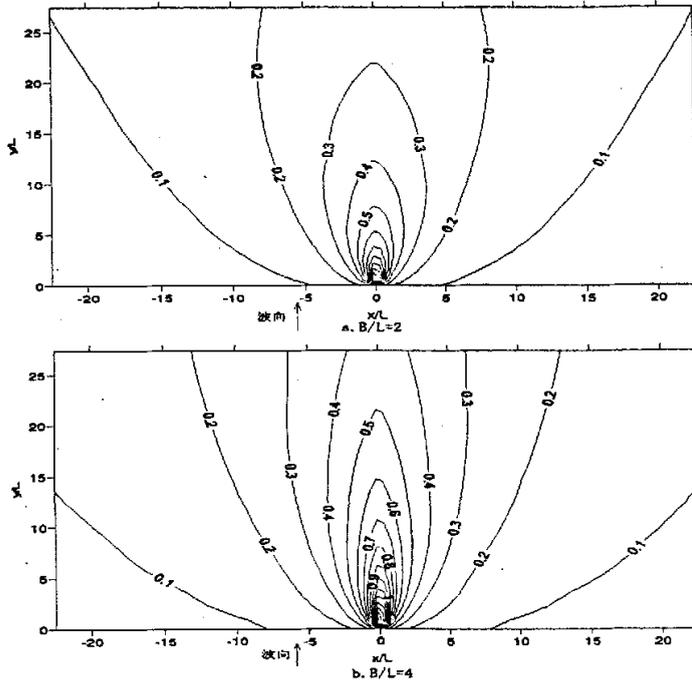


图 27. 双突堤后波浪绕射系数规范解 (正向入射)

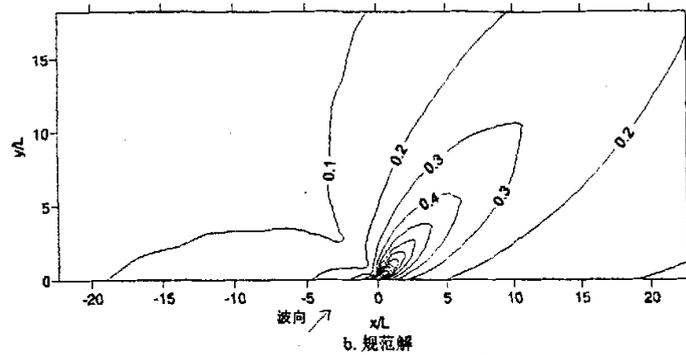
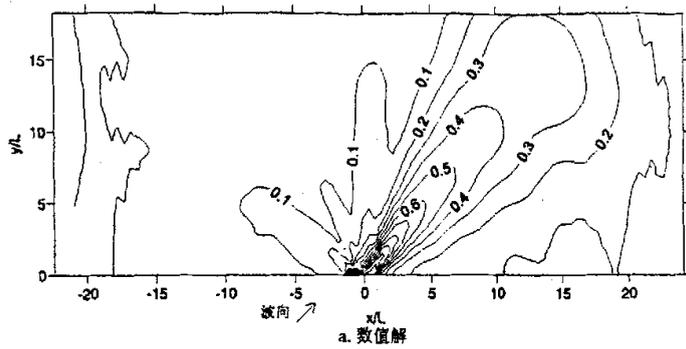


图 28. 双突堤后波浪绕射系数等值线图 ($B/L=2, \theta_0=45^\circ$)

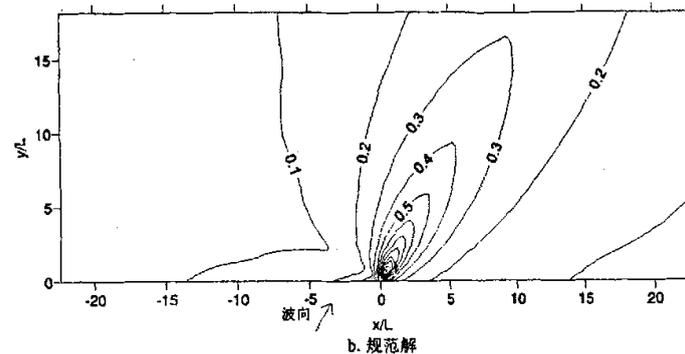
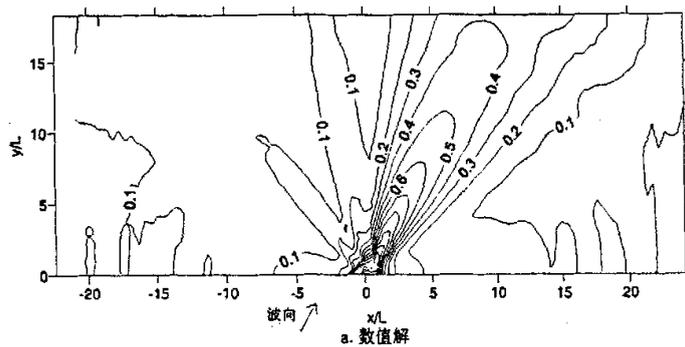


图 29. 双突堤后波浪绕射系数等值线图 ($B/L=2, \theta_0=60^\circ$)

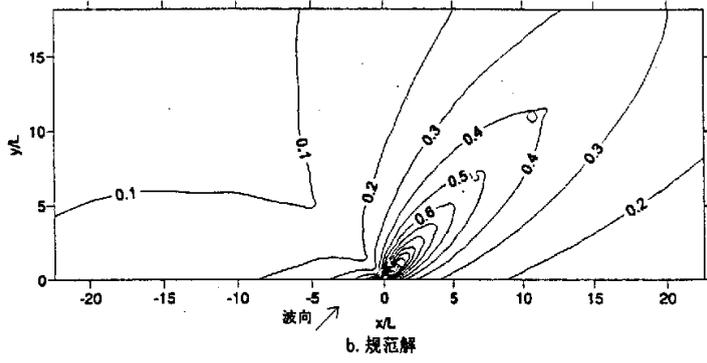
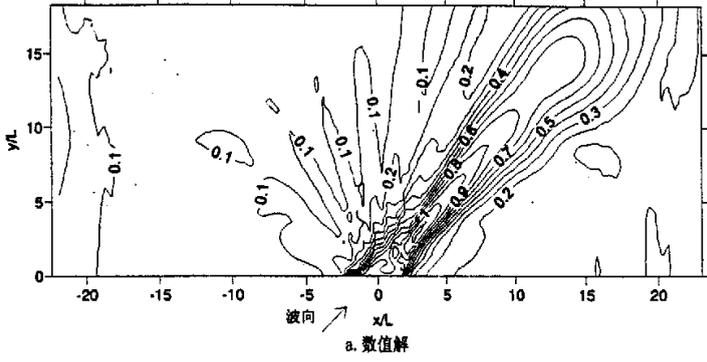


图 30. 双突堤后波浪绕射系数等值线图 ($B/L=4, \theta_0=45^\circ$)

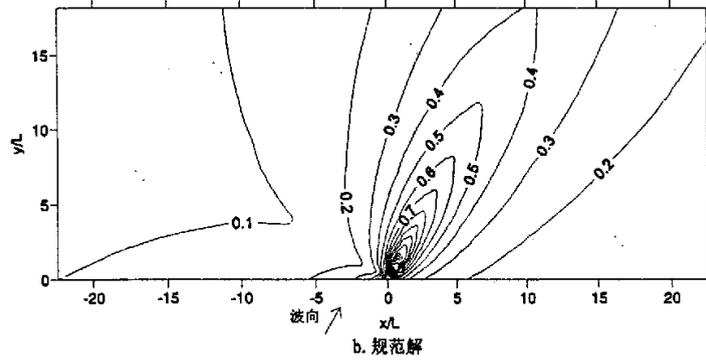
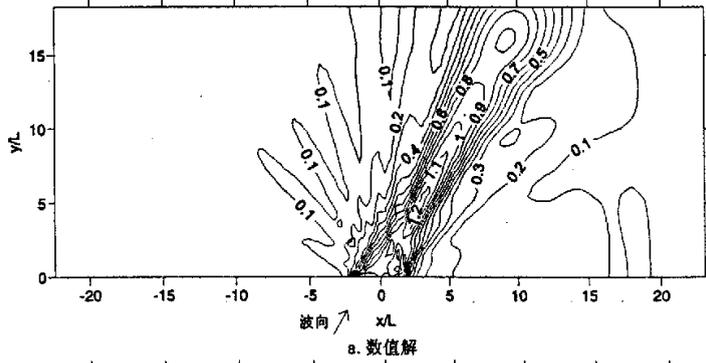


图 31. 双突堤后波浪绕射系数等值线图 ($B/L=4, \theta_0=60^\circ$)

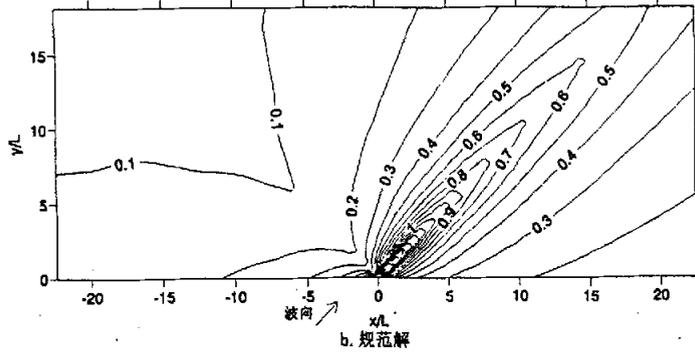
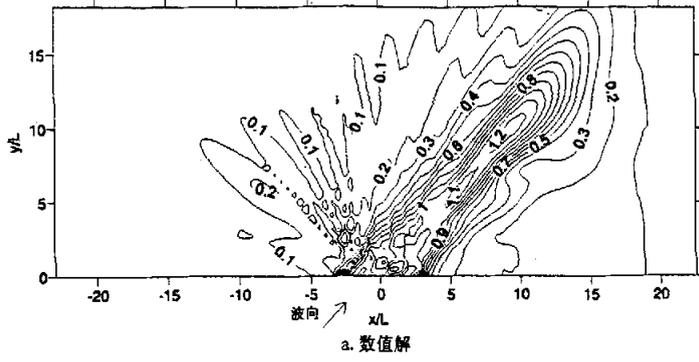


图 32. 双突堤后波浪绕射系数等值线图 ($B/L=6, \theta_0=45^\circ$)

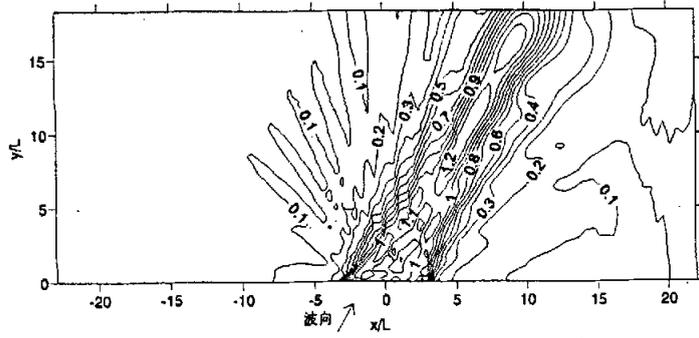


图 33. 双突堤后波浪绕射系数数值解等值线图 ($B/L=6, \theta_0=60^\circ$)

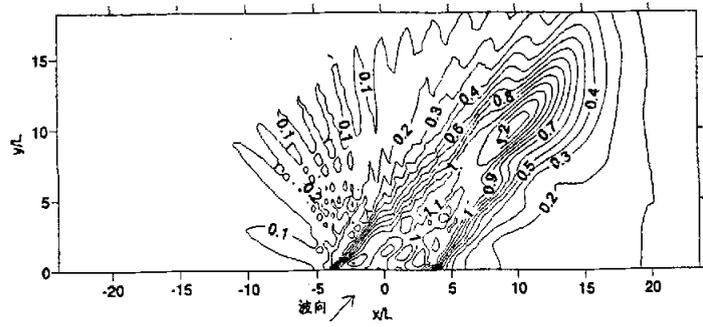


图 34. 双突堤后波浪绕射系数数值解等值线图 ($B/L=8, \theta_0=45^\circ$)

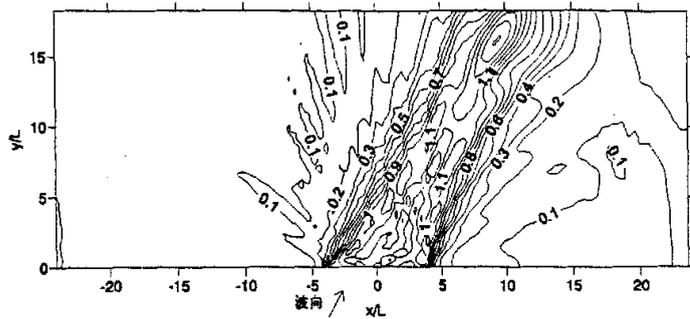


图 35. 双突堤后波浪绕射系数数值解等值线图 ($B/L=8, \theta_0=60^\circ$)

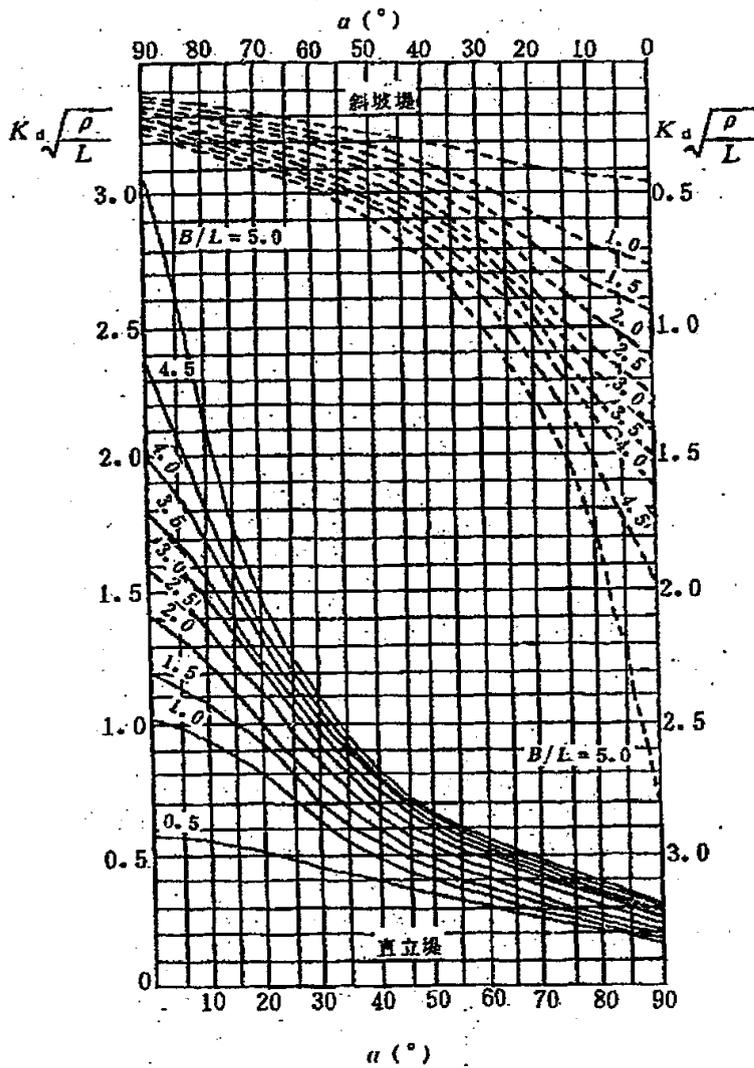


图 36. 《海港水文规范》(1998) 双突堤后规则波绕射系数计算用图

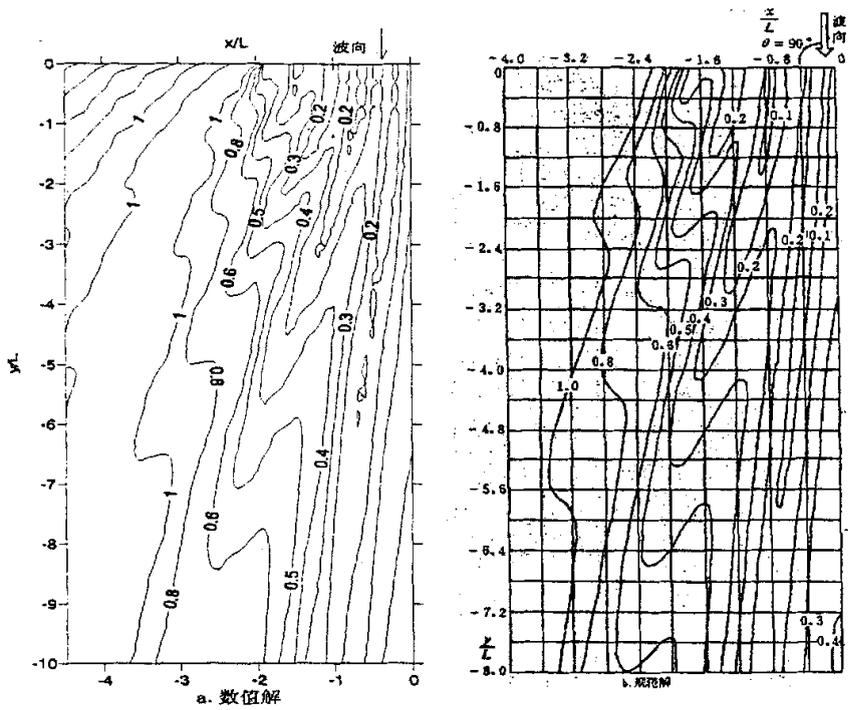


图 37. 岛式防波堤后波浪绕射系数等值线图 ($l/L=4, \theta_0=90^\circ$)

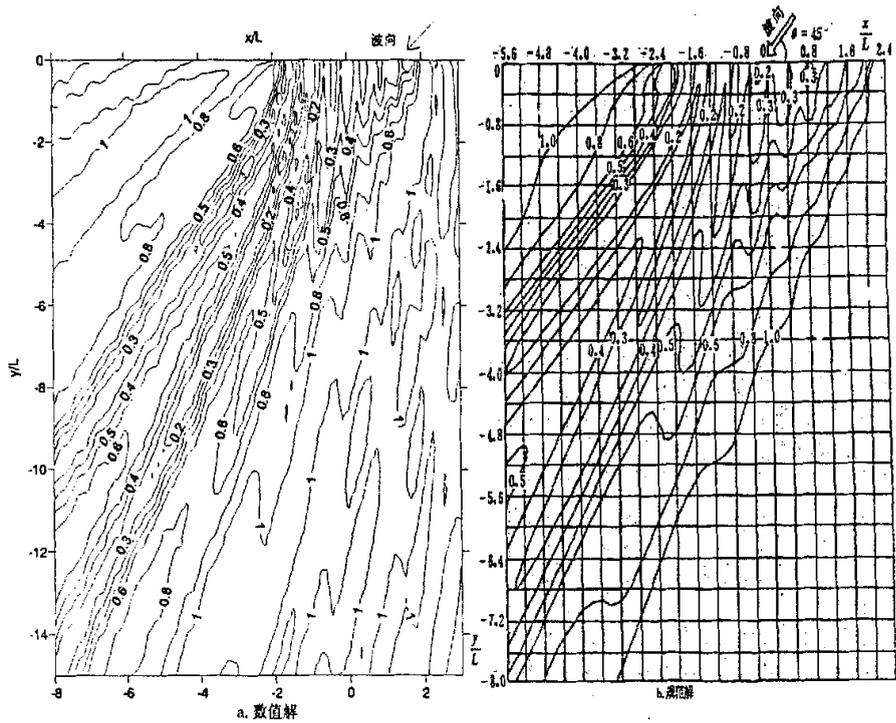


图 38. 岛式防波堤后波浪绕射系数等值线图 ($l/L=4, \theta_0=45^\circ$)

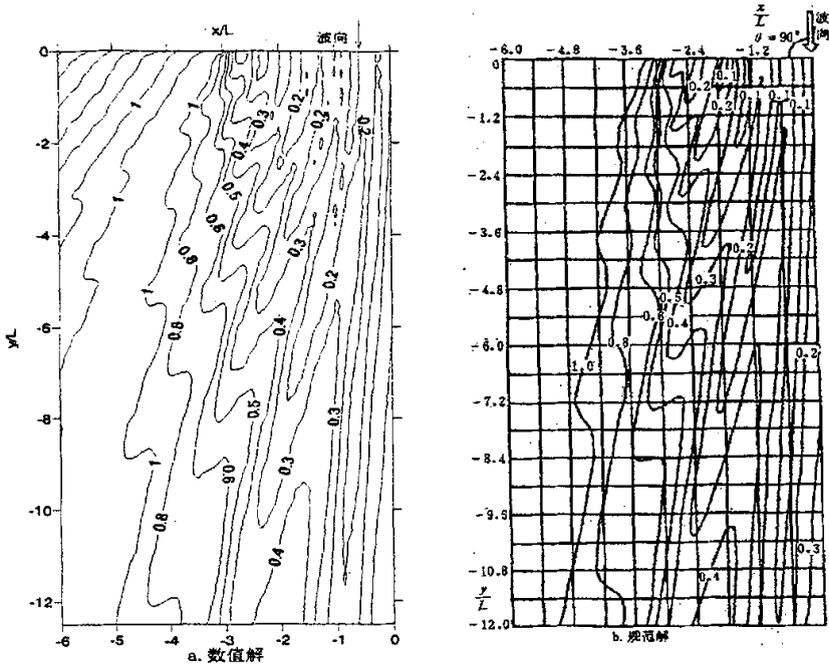


图 39. 岛式防波堤后波浪绕射系数等值线图 ($l/L=6, \theta_0=90^\circ$)

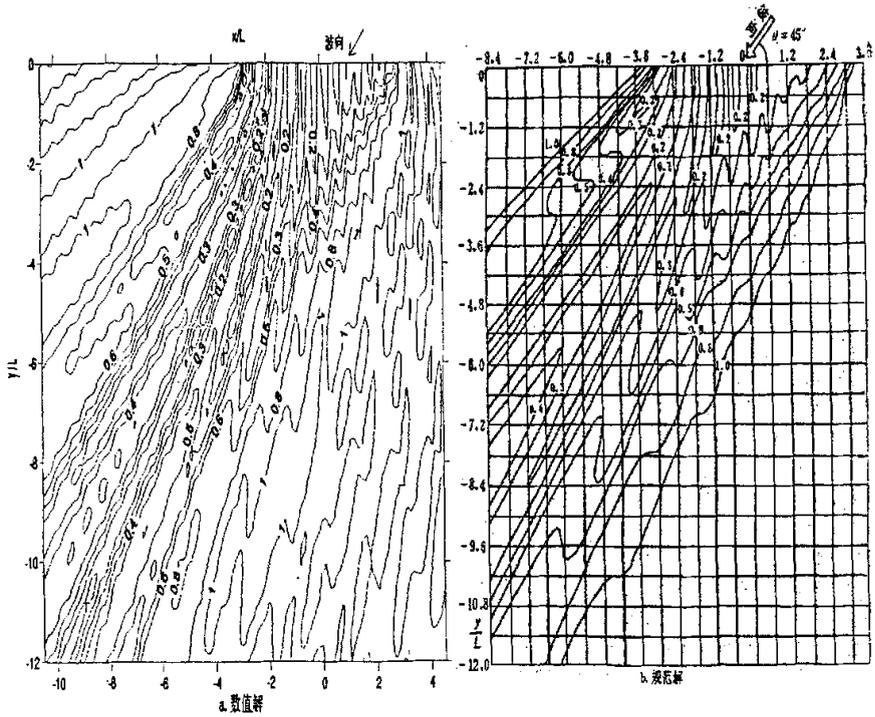


图 40. 岛式防波堤后波浪绕射系数等值线图 ($l/L=6, \theta_0=45^\circ$)

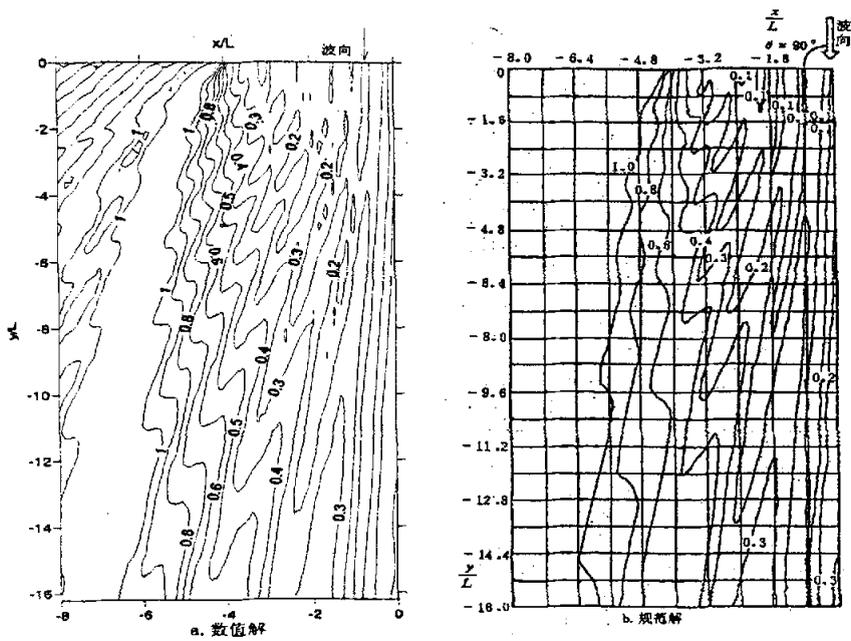


图 41. 岛式防波堤后波浪绕射系数等值线图 ($l/L=8, \theta_0=90^\circ$)

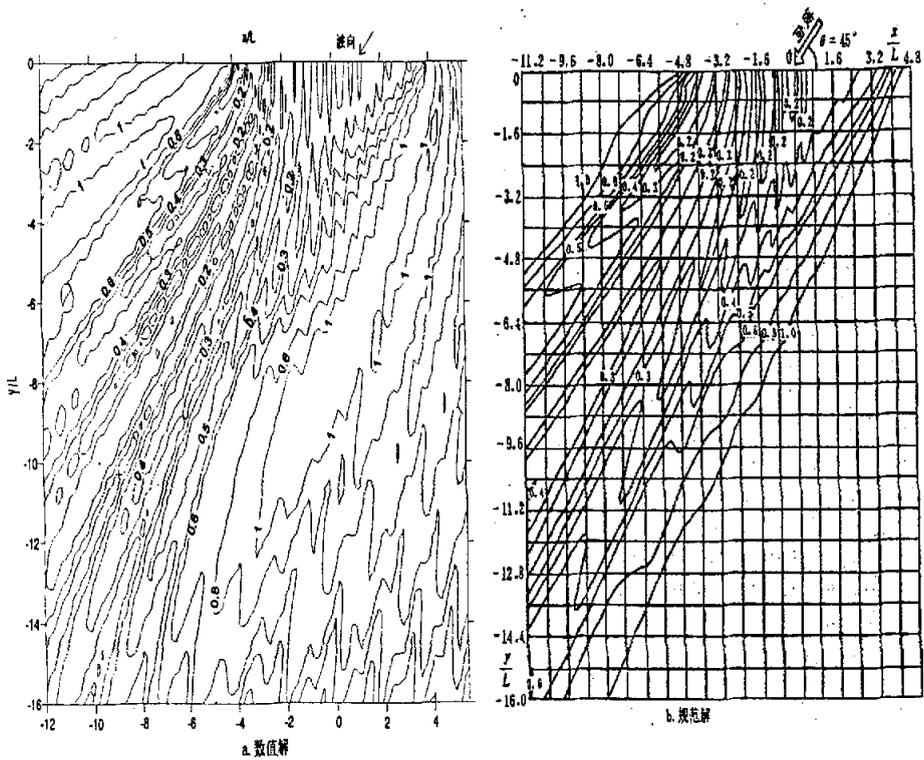


图 42. 岛式防波堤后波浪绕射系数等值线图 ($l/L=8, \theta_0=45^\circ$)

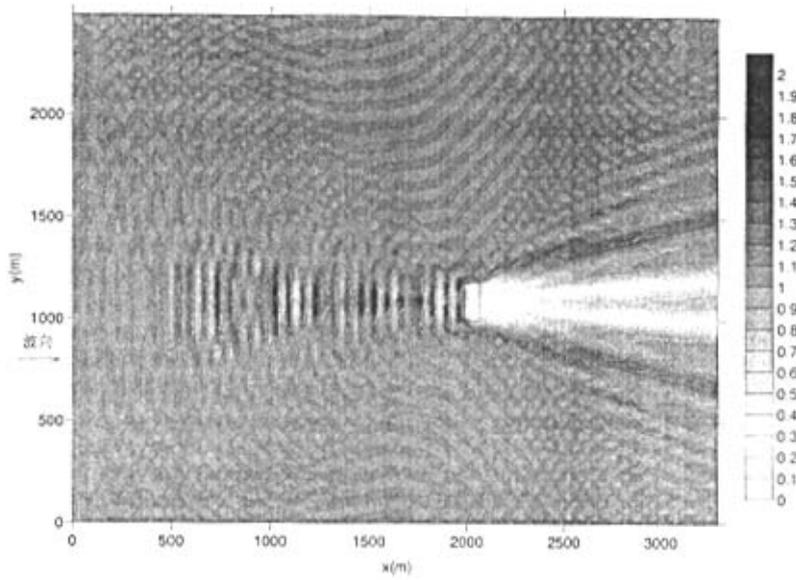


图 43. 单岛屿周围波高分布图

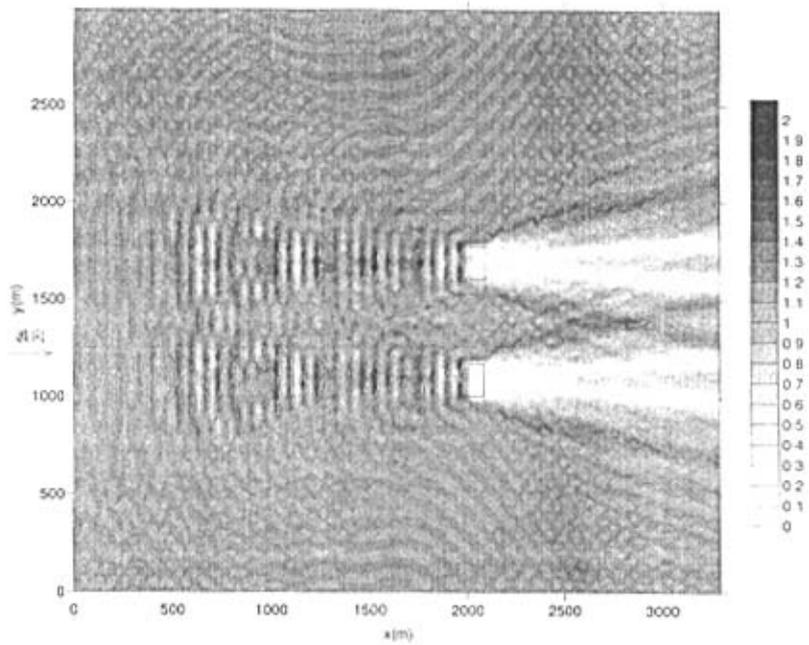
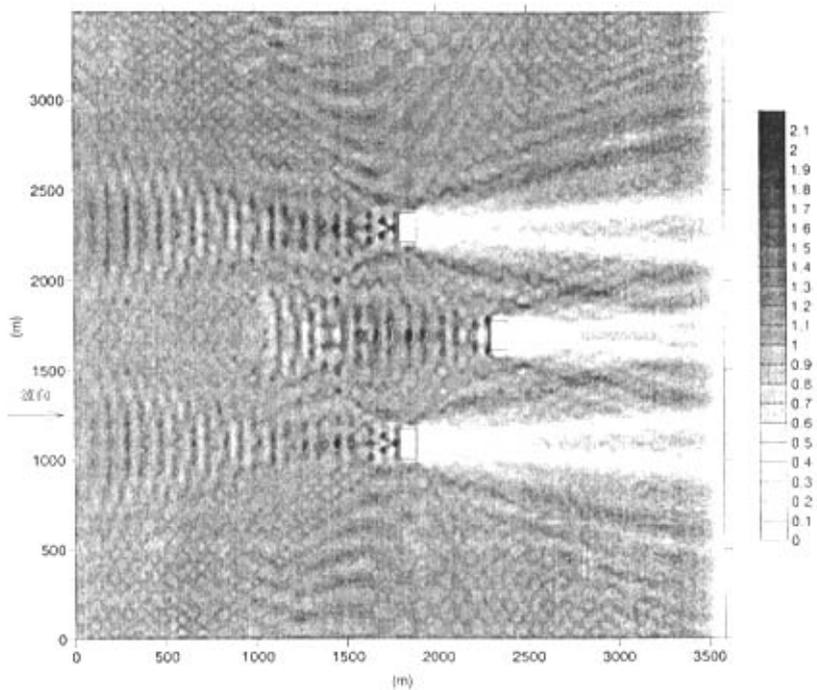
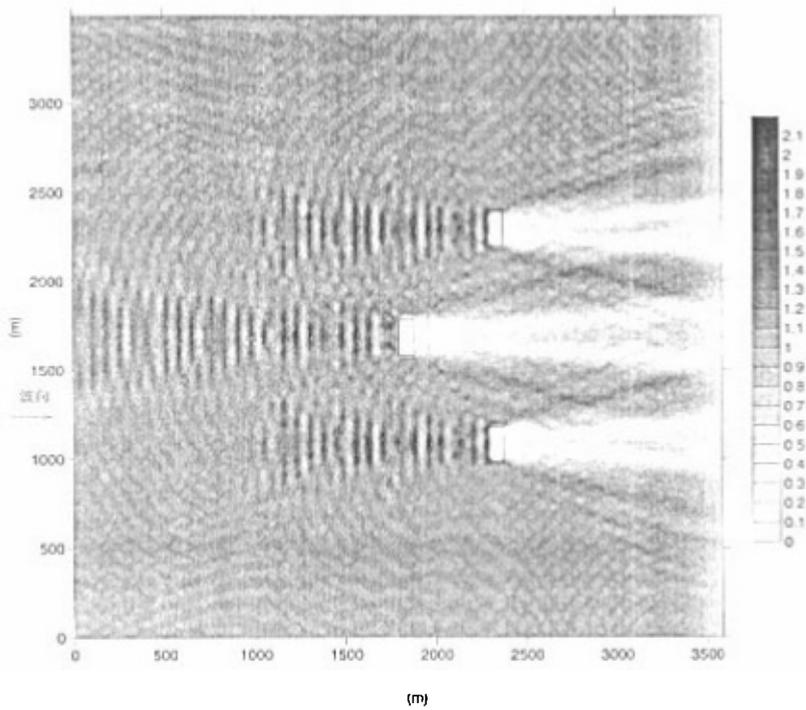


图 44. 双岛屿周围波高分布图



a图



b图

图 45. 多岛屿周围波高分布图

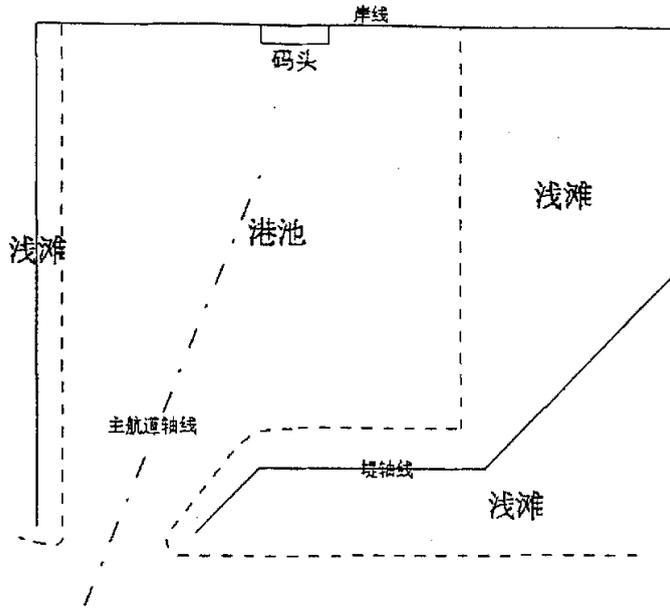


图 46. 工程实例一某港平面位置图

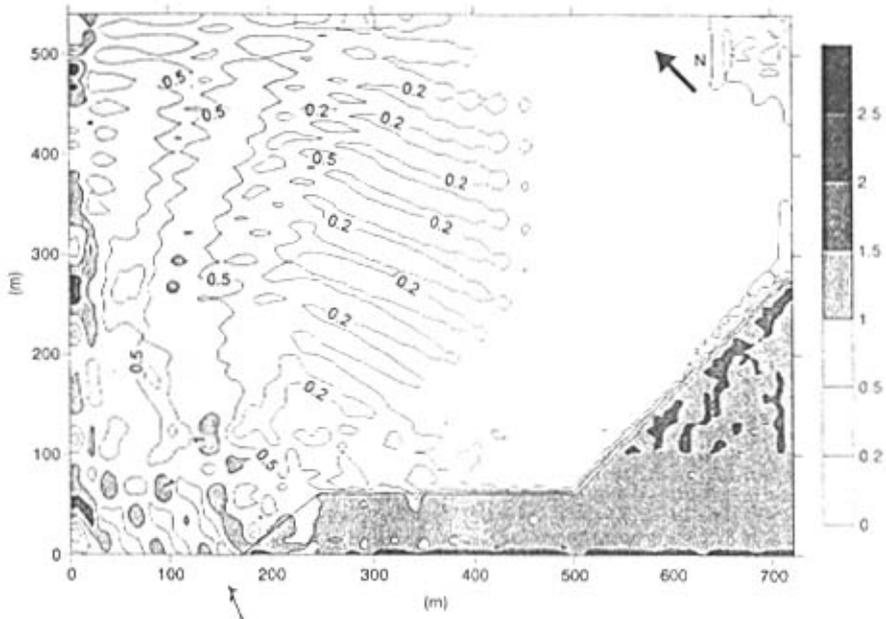


图 47. 工程实例一某港港内波高等值线分布图 (SSW 向)

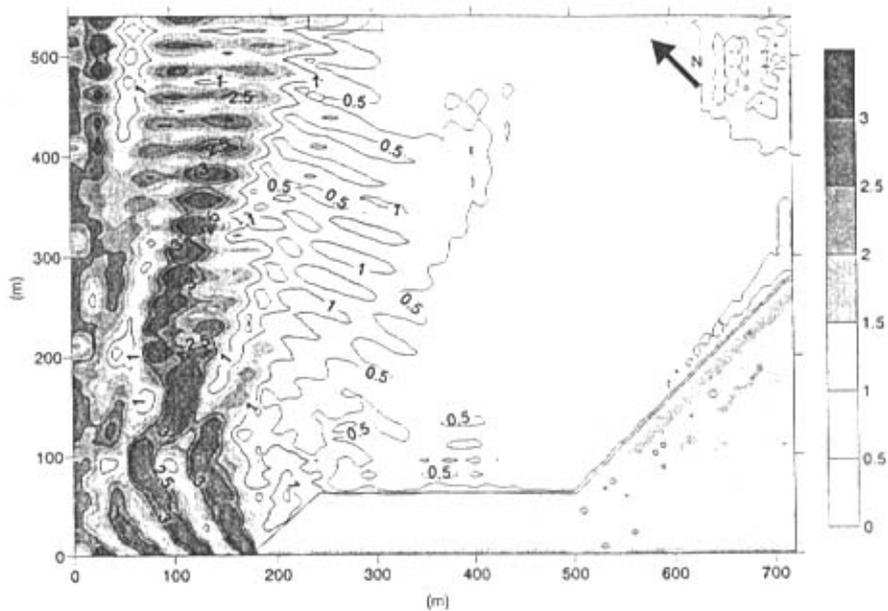


图 48. 工程实例一某港港内波高等值线分布图 (SW 向)

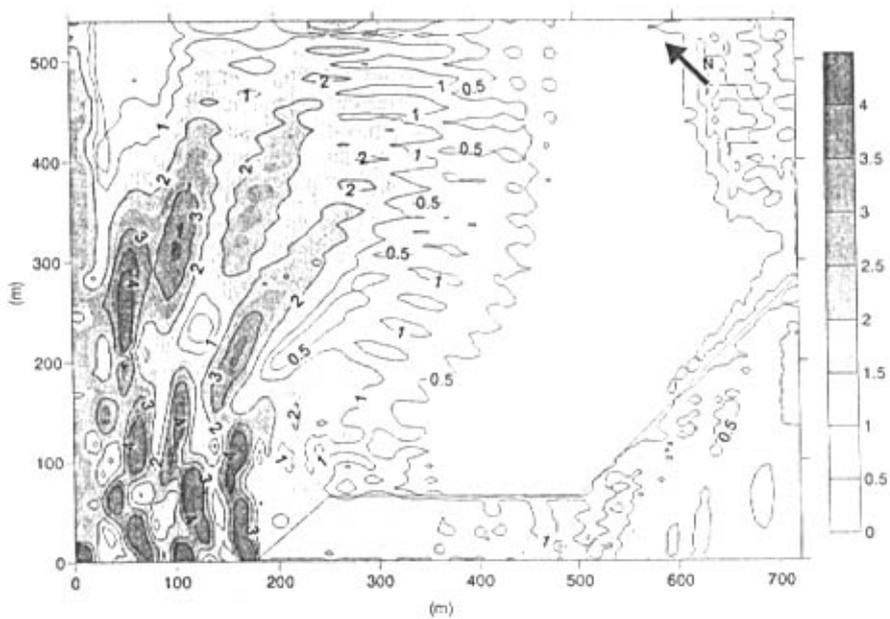


图 49. 工程实例一某港港内波高等值线分布图 (WSW 向)

致 谢

本文是在导师冯卫兵教授的悉心指导下完成的，在我七年的河海求学期间，尤其是三年的硕士研究生期间，冯老师在学习和生活中给予了无微不至的关心。导师以深厚的学术造诣、严谨的治学态度、勤奋的工作作风传授我知识，教我治学之道。在此向冯老师表示衷心的感谢！

论文的完成也离不开洪广文教授对我的精心指导，洪老师精湛广博的学术造诣，严谨的治学态度和平易近人的长者风范让我毕生难忘。在此对洪老师表示最真诚感谢和敬意，祝福洪老师身体健康！

在河海七年的学习生涯中，得到了夏期颐老师、金鹰老师、陈德春老师、李宇老师等的关心和帮助，在此一并表示感谢！

感谢师姐汪艳、师兄李杰，同门张俊文、李天明、尹德军以及所有师弟师妹给我的帮助和支持！

同时，朋友和同学的情谊也让我毕生难忘，感谢海工 98 和 03 硕士班的全体同学，感谢我的室友沈雷、崔敏带给我的美好回忆，愿我们的友谊长存！

最后感谢我的爸爸妈妈、姐姐姐夫，他们给了我无限的关爱和支持，给了我人生路上不畏挫折的勇气和力量，还有最宝贝的小外甥，谢谢他让我更加体会到生命的可爱。祝愿我的家永远幸福，我的亲人健康快乐！

谨将本文献给我的亲人和所有关心过我、帮助过我的人！

刘红玲

2006年3月于南京