三明一中2020届高三模拟试卷一

文科数学参考答案及评分标准

评分说明:

1.本解答给出了一种或几种解法供参考,如果考生的解法与本解答不同,可根据试题的主要考查内容比照评分标准制定相应的评分细则.

2.对计算题,当考生的解答在某一步出现错误时,如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度,可视影响的程度决定后继部分的给分,但不得超过该部分正确解答应给分数的一半;如果后继部分的解答有较严重的错误,就不再给分.

3.解答右端所注分数,表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

4.只给整数分数.选择题和填空题不给中间分.

一、选择题:本大题考查基础知识和基本运算.每小题5分,满分60分.

1. D　2. D　3. B　4. A　5. B　6. C

7. B　8. C　9. D　10. A　11. C　12. A

二、填空题:本大题考查基础知识和基本运算.每小题5分,共20分.

13. 2　14. 3　15. 6　16. $\dfrac{28\sqrt{7}\pi}{3}$

三、解答题:本大题共6小题,共70分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. 解:(1) 因为 $f(x)=2\sin^2\frac{\pi}{8}x+2\sin\frac{\pi}{8}x\cdot\cos\frac{\pi}{8}x-1=\sin\frac{\pi}{4}x-\cos\frac{\pi}{4}x$ ………… 4分

$=\sqrt{2}\sin(\frac{\pi}{4}x-\frac{\pi}{4})$ ………… 5分

所以 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\dfrac{2\pi}{\frac{\pi}{4}}=8$. ………… 6分

(2) 由 $f(x)=\sqrt{2}\sin(\frac{\pi}{4}x-\frac{\pi}{4})=0$ 得 $\sin(\frac{\pi}{4}x-\frac{\pi}{4})=0$,

解得 $\frac{\pi}{4}x-\frac{\pi}{4}=k\pi$,即 $x=4k+1,k\in Z$, ………… 8分

所以 $x_n=4n-3,n\in N^*$, ………… 9分

所以 $a_n=\dfrac{1}{x_n\cdot x_{n+1}}=\dfrac{1}{(4n-3)(4n+1)}=\dfrac{1}{4}(\dfrac{1}{4n-3}-\dfrac{1}{4n+1})$, ………… 10分

所以 $S_n=\frac{1}{4}[(1-\frac{1}{5})+(\frac{1}{5}-\frac{1}{9})+(\frac{1}{9}-\frac{1}{13})+\cdots+(\frac{1}{4n-3}-\frac{1}{4n+1})]$

$=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{4n+1})<\frac{1}{4}$. ………… 12分

18. (1) 证明:因为 E,F 分别为 PB,AB 的中点,所以 $EF \parallel PA$, ······················ 1 分

因为 $EF \not\subset$ 平面 PAD, $PA \subset$ 平面 PAD,所以 $EF \parallel$ 平面 PAD ······················ 2 分

因为 $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$,所以 $AF \parallel CD$, $AF = CD$,

所以四边形 $ADCF$ 为平行四边形,所以 $CF \parallel AD$

因为 $CF \not\subset$ 平面 PAD, $AD \subset$ 平面 PAD,所以 $CF \parallel$ 平面 PAD ······················ 5 分

因为 $EF \cap CF = F$, $EF,CF \subset$ 平面 EFC,所以平面 $PAD \parallel$ 平面 EFC ······················ 6 分

(2) 解:因为 $AB \perp AC$, $AB = AC = 2$, F 为 AB 中点,

所以 $S_{\Delta BCF} = \frac{1}{2} BF \cdot AC = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$, ······················ 7 分

因为 $PA \perp$ 平面 $ABCD$,所以 $V_{P-BCF} = \frac{1}{3} S_{\triangle BCF} \cdot PA = \frac{1}{3} \times 1 \times 2 = \frac{2}{3}$, ··········· 8 分

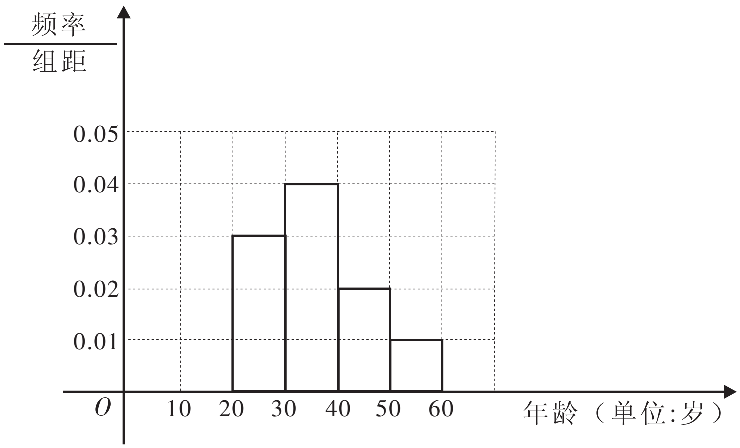
因为 $PF = CF = \sqrt{5}$, $PC = 2\sqrt{2}$,

所以 $S_{\Delta PCF} = \frac{1}{2} PC \cdot \sqrt{PF^2 - (\frac{PC}{2})^2} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{5-2} = \sqrt{6}$, ················ 9 分

设 B 到平面 PCF 的距离为 h,因为 $V_{B-PCF} = V_{P-BCF}$, ······················ 10 分

所以 $\frac{1}{3} \times \sqrt{6} \times h = \frac{2}{3}$,所以 B 到平面 PCF 的距离 $h = \frac{\sqrt{6}}{3}$. ················ 12 分

19. 解:(1) 该工厂加工产品 A 的工人的年龄频率分布直方图如下



······················ 4 分

(2) 估计该工厂工人加工产品 A 的平均正品率为

$85\% \times 0.3 + 95\% \times 0.4 + 80\% \times 0.2 + 70\% \times 0.1$ ······················ 6 分

$= 25.5\% + 38\% + 16\% + 7\% = 86.5\%$ ······················ 8 分

（3）因为 $86.5\% < 90\%$，$\dfrac{85\% \times 0.3 + 95\% \times 0.4 + 80\% \times 0.2}{0.3 + 0.4 + 0.2} \approx 88.3\% < 90\%$，

由 $\dfrac{85\% \times 0.3 + 95\% \times 0.4 + 80\% \times 0.2 \times \dfrac{(x-40)}{10}}{0.3 + 0.4 + 0.2 \times \dfrac{(x-40)}{10}} = 90\%$， …………… 11 分

得 $x = 42.5$，

所以为了使剩余工人加工产品 A 的平均正品率不低于 90%，估计 x 最高可定为 42.5 岁． …………………………………………………………………………… 12 分

20. 解：（1）设 $P(x,y)$，$x > 0, y > 0$，

又 $F(1,0)$，则 PF 中点坐标为 $(\dfrac{x+1}{2}, \dfrac{y}{2})$， …………………………………… 1 分

因为以 PF 为直径的圆与 y 轴相切，

所以 $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{1}{2}|PF|$，即 $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{(x-1)^2 + y^2}$， ……………………………… 3 分

整理，得 C 的方程为 $y^2 = 4x(y > 0)$． ………………………………………………… 5 分

（2）由 $y^2 = 4x(y > 0)$，得 $y = 2\sqrt{x}$，$y' = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$， ………………………………………… 6 分

设 $P(\dfrac{y_0^2}{4}, y_0)(y_0 > 0)$，

则 $k_1 = y'|_{x=\frac{y_0^2}{4}} = \dfrac{2}{y_0}$，$k_2 = \dfrac{y_0}{\dfrac{y_0^2}{4} - 1} = \dfrac{4y_0}{y_0^2 - 4}$， …………………………………… 8 分

由 $k_1 + k_2 = 3$，即 $\dfrac{2}{y_0} + \dfrac{4y_0}{y_0^2 - 4} = 3$，得 $3y_0^3 - 6y_0^2 - 12y_0 + 8 = 0(*)$， ……… 9 分

令 $f(x) = 3x^3 - 6x^2 - 12x + 8$，

由 $f'(x) = 9x^2 - 12x - 12 = 0$，得 $x = -\dfrac{2}{3}$，或 $x = 2$，

因为当 $x \in (0,2)$ 时，$f'(x) < 0$，当 $x \in (2, +\infty)$ 时，$f'(x) > 0$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 上递减，在 $(2, +\infty)$ 上递增， ……………………………… 10 分

又 $f(0) = 8 > 0$，$f(2) = -16 < 0$，$f(4) = 56 > 0$，$f(x)$ 的图象连续不断

所以 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内有且只有两个零点， ……………………………… 11 分

所以方程 $(*)$ 有且只有两个不同的正根，

所以满足 $k_1 + k_2 = 3$ 的点 P 的个数为 2. ……………………………………… 12 分

21. 解:(1) $g(x)$ 的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,

因为当 $x\neq 0$ 时,$g'(x)=e^x+\dfrac{2}{x^2}>0$,…… 3 分

所以 $g(x)$ 在$(-\infty,0)$,$(0,+\infty)$ 上是增函数. …… 5 分

(2) 因为$f(x)$ 有两个极值点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$,

所以 x_1,x_2 是$f'(x)=xe^x-tx-2=0$,即 $e^x-\dfrac{2}{x}-t=0$ 的两个根为 x_1,x_2,

所以 x_1,x_2 是 $g(x)$ 的两个零点, …… 6 分

由(1) 可知 $g(x)$ 在$(-\infty,0)$ 和$(0,+\infty)$ 内分别至多有一个零点,

又 $x_1<x_2$,所以 $x_1<0$,且 $g(x_1)=0$,即 $t=e^{x_1}-\dfrac{2}{x_1}$, …… 8 分

所以$f(x_1)=(x_1-1)e^{x_1}-\dfrac{t}{2}x_1^2-2x_1$

$=(x_1-1)e^{x_1}-\dfrac{1}{2}(e^{x_1}-\dfrac{2}{x_1})x_1^2-2x_1=(-\dfrac{x_1^2}{2}+x_1-1)e^{x_1}-x_1$, …… 9 分

令 $\varphi(x)=(-\dfrac{x^2}{2}+x-1)e^x-x(x<0)$,则 $\varphi'(x)=-\dfrac{1}{2}x^2e^x-1<0$,

所以 $\varphi(x)$ 在$(-\infty,0)$ 上为减函数, …… 10 分

因为$f(x_1)+\dfrac{5}{2e}-1<0$,即$f(x_1)<1-\dfrac{5}{2e}$,即 $\varphi(x_1)<\varphi(-1)$,

所以 $-1<x_1<0$, …… 11 分

所以 $g(-1)<g(x_1)$,即$\dfrac{1}{e}+2-t<0$,所以 $t>\dfrac{1}{e}+2$. …… 12 分

22. 解:(1) 曲线 C 的普通方程为$\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$,① …… 2 分

直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t,\\ y=2+\dfrac{1}{2}t\end{cases}$($t$ 为参数). ② …… 5 分

(2) ② 代入 ①,得 $t^2+(32-4\sqrt{3})t+76=0$, …… 6 分

所以 $\Delta=16(8-\sqrt{3})^2-4\times 76=256\times(3-\sqrt{3})>0$,

设 A,B 对应的参数分别为 t_1,t_2,则$\begin{cases}t_1+t_2=-(32-4\sqrt{3}),\\ t_1t_2=76>0,\end{cases}$ …… 8 分

所以 $|PA|+|PB|=|t_1|+|t_2|=|t_1+t_2|=32-4\sqrt{3}$. …… 10 分

23. 解法一:(1) 因为$f(x)=\begin{cases}x-4,x\leqslant -2,\\3x,-2<x<1,\\-x+4,x\geqslant 1.\end{cases}$ ………………………… 3 分

所以$f(x)$在$(-\infty,1)$上单调递增,在$(1,+\infty)$上单调递减,

所以当$x=1$时,$f(x)$取最大值为3,即$m=3$. ………………………… 5 分

(2) 由已知有$2\sqrt{ab}=4a^2+b^2\geqslant 4ab$,

因为$a>0,b>0$,所以$ab>0$,所以$\sqrt{ab}\leqslant\frac{1}{2}$, ………………………… 7 分

所以$\frac{2}{a}+\frac{4}{b}\geqslant 2\sqrt{\frac{8}{ab}}=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{ab}}\geqslant 8\sqrt{2}>3$, ………………………… 9 分

所以不存在实数a,b,使得$\frac{2}{a}+\frac{4}{b}=3$. ………………………… 10 分

解法二:(1) 因为$f(x)=|x+2|-2|x-1|=|x+2|-|x-1|-|x-1|$

$\leqslant |(x+2)-(x-1)|-0=3$, ………………………… 3 分

且$f(1)=3$, ………………………… 4 分

所以$f(x)$的最大值为3,即$m=3$. ………………………… 5 分

(2) 由已知有$2\sqrt{ab}=4a^2+b^2\geqslant 4ab$,

因为$a>0,b>0$,所以$ab>0$,所以$\sqrt{ab}\leqslant\frac{1}{2}$,① ………………………… 7 分

假设存在实数a,b,使得$\frac{2}{a}+\frac{4}{b}=3$,

则$3=\frac{2}{a}+\frac{4}{b}\geqslant 2\sqrt{\frac{8}{ab}}=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{ab}}$,即$\sqrt{ab}\geqslant\frac{4\sqrt{2}}{3}>\frac{1}{2}$,② ………………………… 9 分

因为①与②矛盾,所以假设不成立,故不存在实数a,b,使得$\frac{2}{a}+\frac{4}{b}=3$.

………………………… 10 分